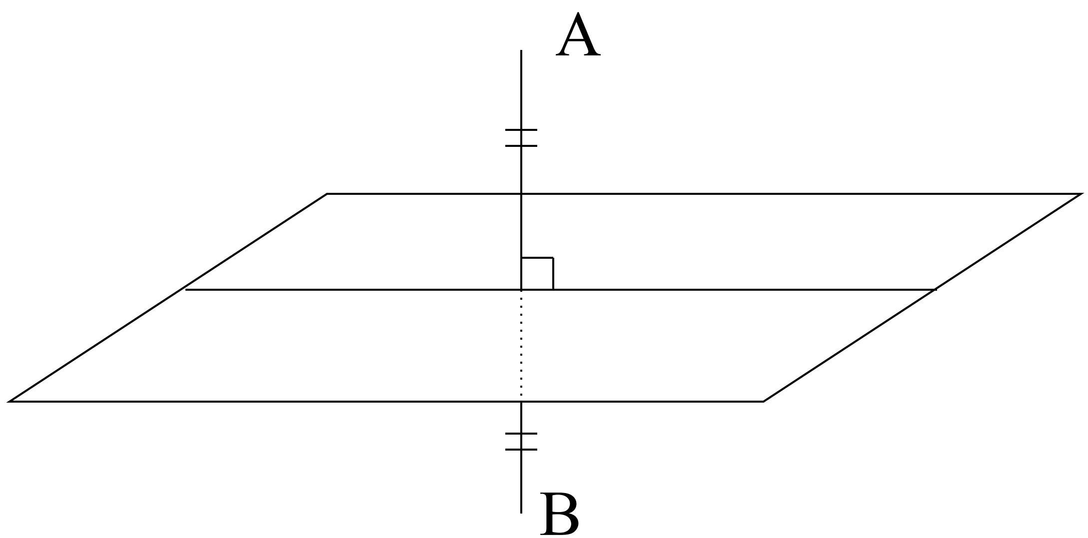
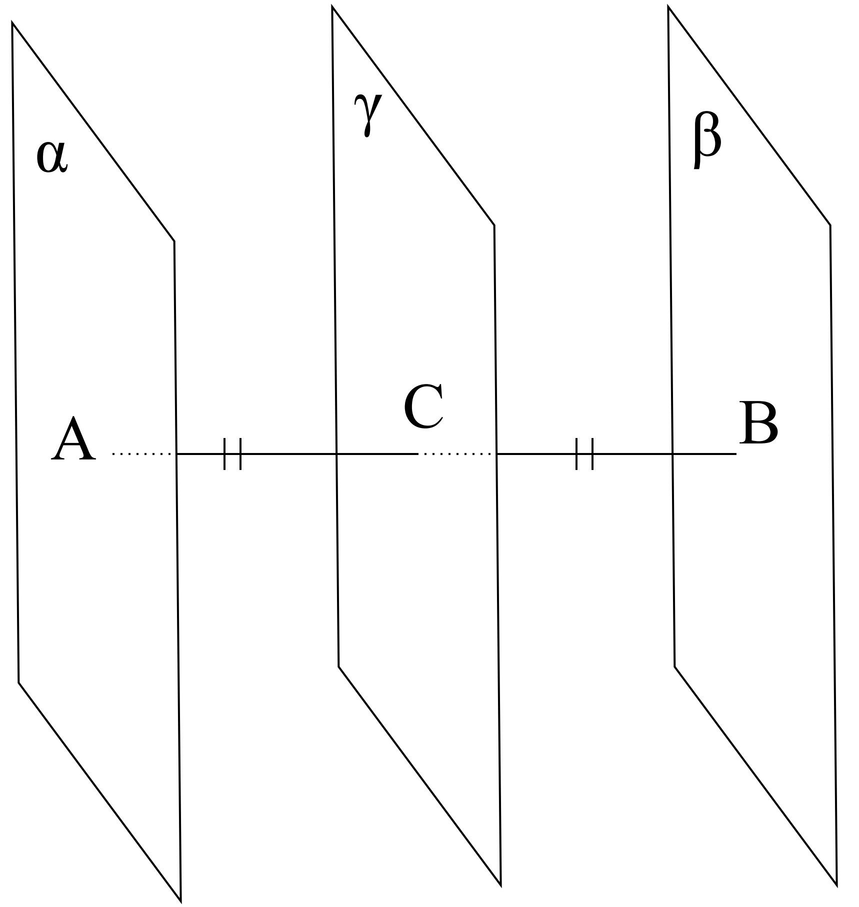
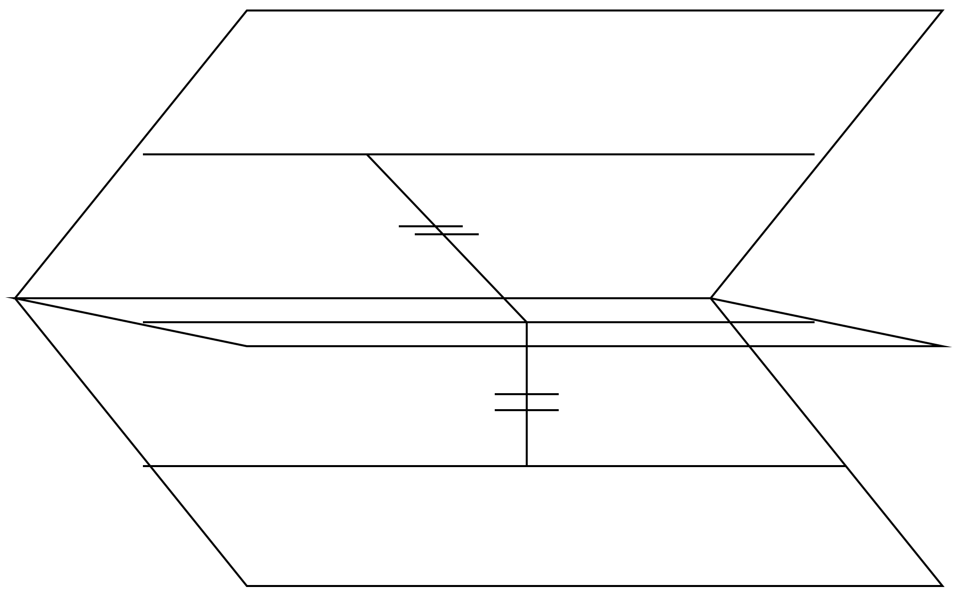
ГМТ-1. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных точек, есть плоскость, перпендикулярная к отрезку с концами в данных точках и проходящая через его середину.



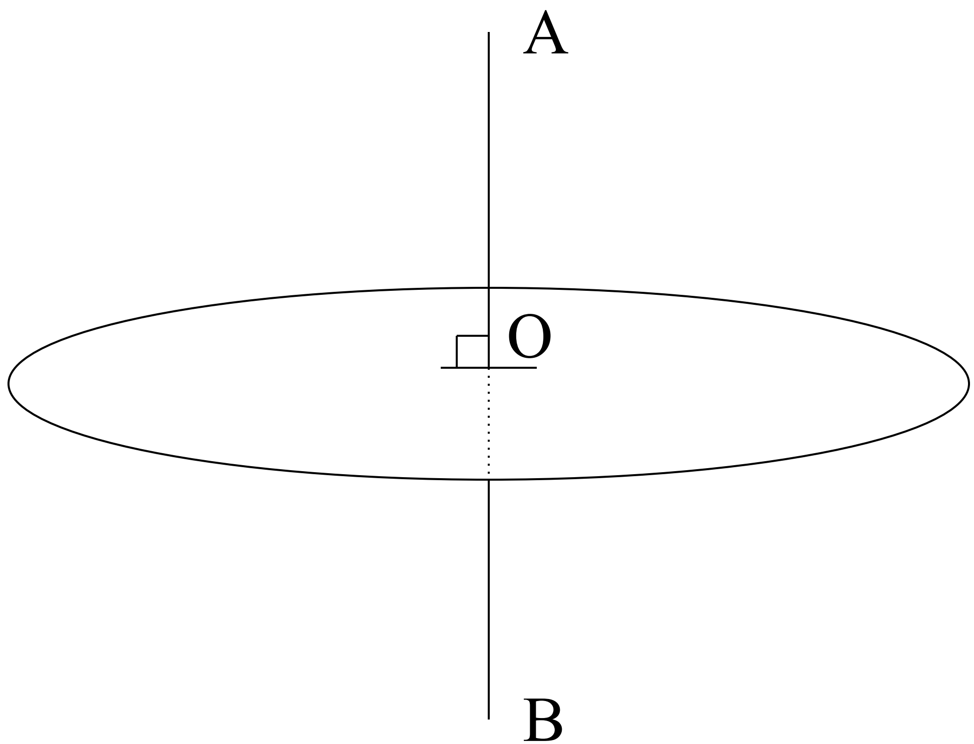
ГМТ-2. Геометрическое место точек, равноудаленных от двух параллельных между собой плоскостей, есть плоскость, параллельная данным и проходящая через середину расстояния между ними.



ГМТ-3. Геометрическое место точек, равноудаленных от граней двугранного угла, есть плоскость, делящая этот двугранный угол пополам. Такая плоскость называется биссекторной.



ГМТ-4. Геометрическое место точек, равноудаленных от всех точек окружности, есть прямая, перпендикулярная плоскости этой окружности, проходящая через ее центр.



Описанные шары

Сфера называется описанной около многогранника, если на ней лежат все его вершины.

Центр шара, описанного около многогранника, лежит в точке пересечения плоскостей, перпендикулярных ко всем ребрам многогранника и проходящих через их середины. Он может находится внутри, на поверхности и вне многогранника.

Призма вписанная в шар

Теорема. Шар можно описать около призмы в том и только том случае, если призма прямая и около ее основания можно описать окружность.

Следствие 1. Центр шара, описанного около прямой призмы, лежит на середине высоты призмы, проведенной через центр круга, описанного около основания.

Следствие 2. Шар, в частности можно описать:

- Около прямой призмы
- Около правильной призмы
- Около прямоугольного параллелепипеда
- Около прямой четырехугольной призмы, у которой сумма противоположных углов равна 180^{o}.

Пирамида вписана в шар

Теорема. Около пирамиды можно описать шар в том и только в том случае, если около ее основания можно описать окружность.

Следствие 1. Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр окружности, описанной около этого основания, и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведенной через середину этого ребра.

Следствие 2. Если боковые ребра пирамиды равны между собой (или равнонаклонены к плоскости основания), то около такой пирамиды можно описать шар.

Следствие 3. Шар, в частности можно описать:

- Около треугольной пирамиды
- Около правильной пирамиды
- Около четырехугольной пирамиды

Вписанные шары

Сфера называется вписанной в многогранник, если она касается всех его граней.

Центр шара, вписанного в многогранник, лежит в точке пересечения биссекторных плоскостей всех двугранных углов многогранника. Он расположен только внутри многогранника.

Шар вписан в пирамиду

Теорема. Если боковые грани одинаково наклонены к основанию, то в такую пирамиду можно вписать шар.

Следствие 1. Центр шара, вписанного в пирамиду, у которой боковые грани одинаково наклонены к основанию, лежит в точке пересечения высоты пирамиды с биссектрисой линейного угла любого двугранного угла при основании пирамиды, стороной которой служит высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

Следствие 2. В правильную пирамиду можно вписать шар.

Шар вписан в призму

Теорема. Шар можно вписать в прямую призму в том и только том случае, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности.

Следствие 1. Центр шара, вписанного в прямую призму, лежит в середине высоты призмы, проходящей через центр окружности, вписанной в основание.

Следствие 2. Шар, в частности можно вписать в прямые призмы:

- Треугольную
- Правильную четырехугольную
- Правильную четырехугольную, у которой суммы противоположных сторон основания равны между собой, при условии $H=2r$, где H – высота призмы, r – радиус круга, вписанного в основание.