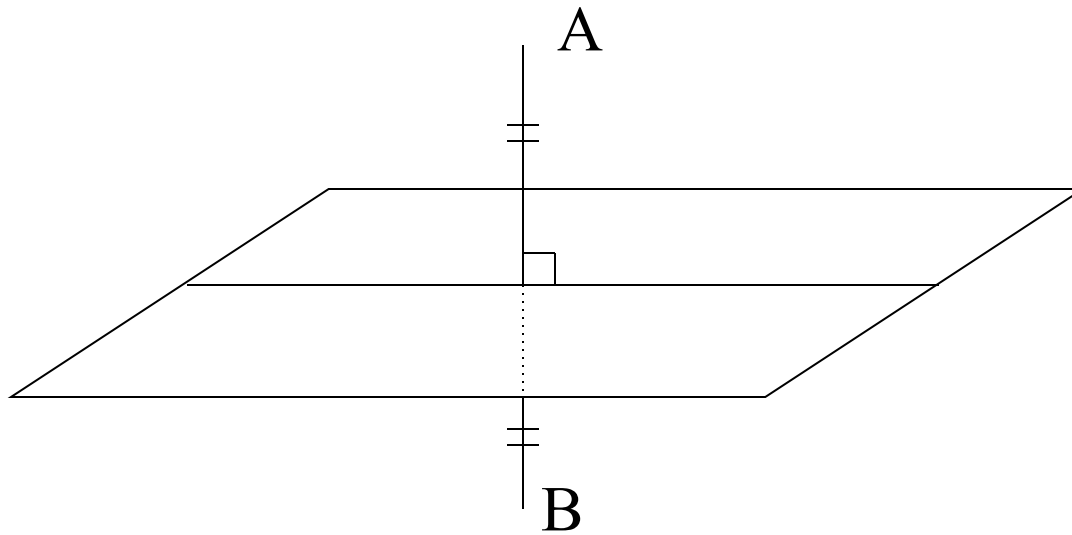
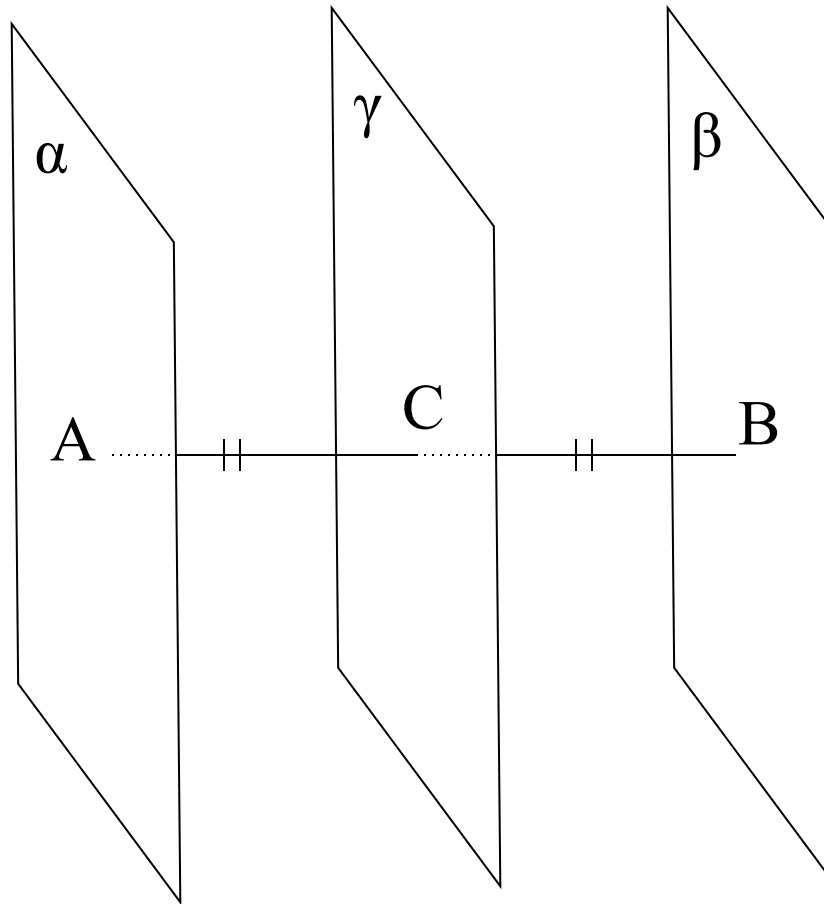


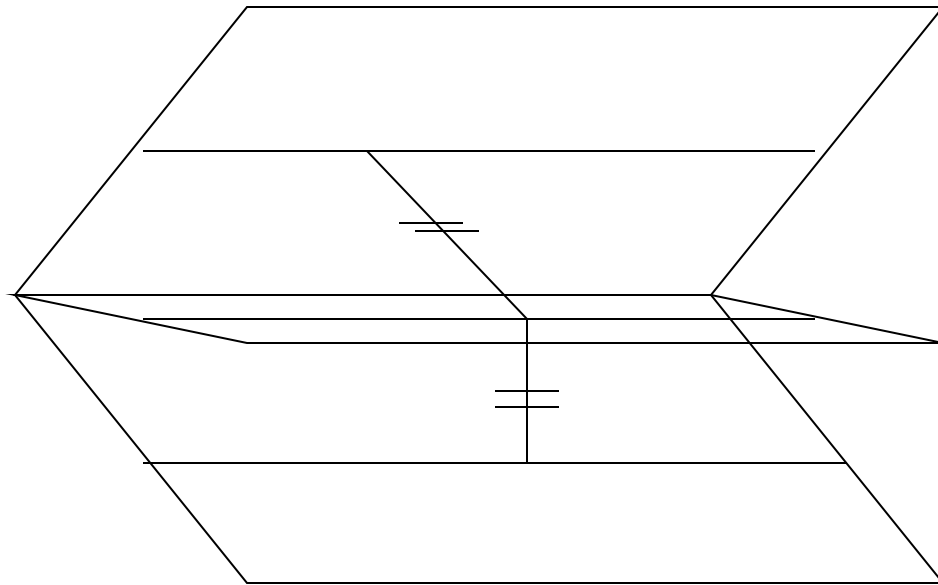
**ГМТ-1.** Геометрическое место точек, равноудаленных от двух данных точек, есть плоскость, перпендикулярная к отрезку с концами в данных точках и проходящая через его середину.



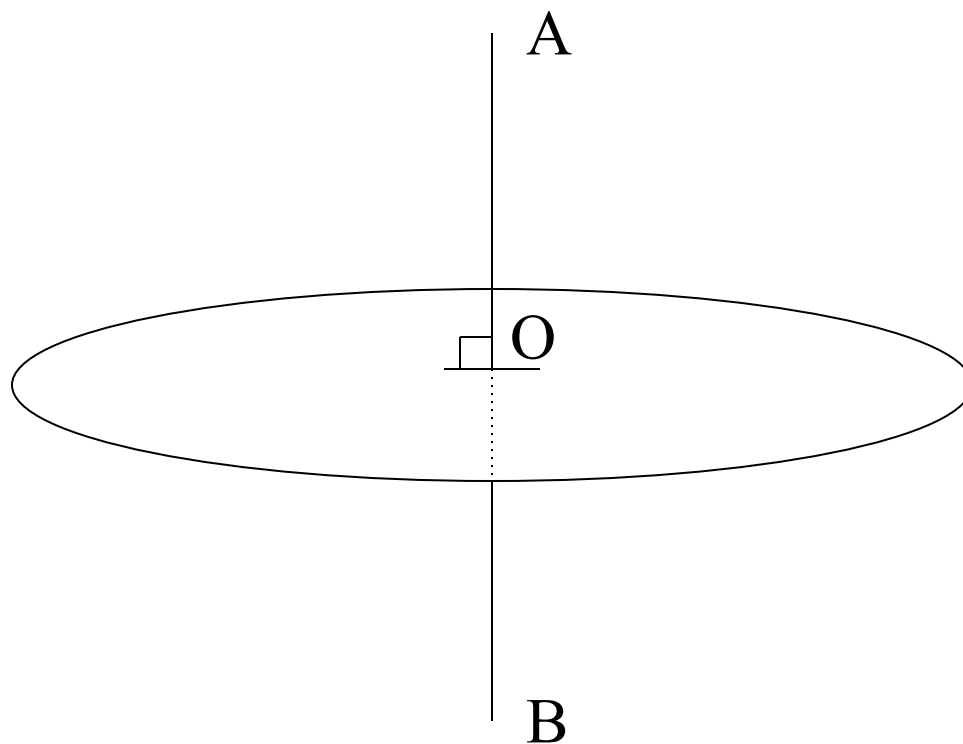
**ГМТ-2.** Геометрическое место точек, равноудаленных от двух параллельных между собой плоскостей, есть плоскость, параллельная данным и проходящая через середину расстояния между ними.



**ГМТ-3.** Геометрическое место точек, равноудаленных от граней двугранного угла, есть плоскость, делящая этот двугранный угол пополам. Такая плоскость называется биссекторной.



**ГМТ-4.** Геометрическое место точек, равноудаленных от всех точек окружности, есть прямая, перпендикулярная плоскости этой окружности, проходящая через ее центр.



# Описанные шары

Сфера называется описанной около многогранника, если на ней лежат все его вершины.

Центр шара, описанного около многогранника, лежит в точке пересечения плоскостей, перпендикулярных ко всем ребрам многогранника и проходящих через их середины. Он может находиться внутри, на поверхности и вне многогранника.

# Призма вписанная в шар

**Теорема.** Шар можно описать около призмы в том и только том случае, если призма прямая и около ее основания можно описать окружность.

**Следствие 1.** Центр шара, описанного около прямой призмы, лежит на середине высоты призмы, проведенной через центр круга, описанного около основания.

**Следствие 2.** Шар, в частности можно описать:

- Около прямой призмы
- Около правильной призмы
- Около прямоугольного параллелепипеда
- Около прямой четырехугольной призмы, у которой сумма противоположных углов равна  $180^\circ$ .

# Пирамида вписана в шар

**Теорема.** Около пирамиды можно описать шар в том и только в том случае, если около ее основания можно описать окружность.



**Следствие 1.** Центр шара, описанного около пирамиды, лежит в точке пересечения прямой, перпендикулярной основанию пирамиды, проходящей через центр окружности, описанной около этого основания, и плоскости, перпендикулярной любому боковому ребру, проведенной через середину этого ребра.

**Следствие 2.** Если боковые ребра пирамиды равны между собой (или равнонаклонены к плоскости основания), то около такой пирамиды можно описать шар.

**Следствие 3.** Шар, в частности можно описать:

- Около треугольной пирамиды
- Около правильной пирамиды
- Около четырехугольной пирамиды

# Вписанные шары

Сфера называется вписанной в многогранник, если она касается всех его граней.

Центр шара, вписанного в многогранник, лежит в точке пересечения биссекторных плоскостей всех двугранных углов многогранника. Он расположен только внутри многогранника.

# Шар вписан в пирамиду

**Теорема.** Если боковые грани одинаково наклонены к основанию, то в такую пирамиду можно вписать шар.

**Следствие 1.** Центр шара, вписанного в пирамиду, у которой боковые грани одинаково наклонены к основанию, лежит в точке пересечения высоты пирамиды с биссектрисой линейного угла любого двугранного угла при основании пирамиды, стороной которой служит высота боковой грани, проведенная из вершины пирамиды.

**Следствие 2.** В правильную пирамиду можно вписать шар.

# Шар вписан в призму

Теорема. Шар можно вписать в прямую призму в том и только том случае, если в основание призмы можно вписать окружность, а высота призмы равна диаметру этой окружности.

**Следствие 1.** Центр шара, вписанного в прямую призму, лежит в середине высоты призмы, проходящей через центр окружности, вписанной в основание.

**Следствие 2.** Шар, в частности можно вписать в прямые призмы:

- Треугольную
- Правильную четырехугольную
- Правильную четырехугольную, у которой суммы противоположных сторон основания равны между собой, при условии  $H=2r$ , где  $H$  – высота призмы,  $r$  – радиус круга, вписанного в основание.