

Интерференция

Интерференция сферических волн

Оптический диапазон шкалы электромагнитных волн

Геометрическая оптика

Волновое уравнение

Явление интерференции

Видность интерференционной картины

Способы получения когерентных волн

Метод деления волнового фронта

Бипризма и бизеркало Френеля

Одномерная решетка из когерентных источников
сферических или цилиндрических волн

Интерферометры

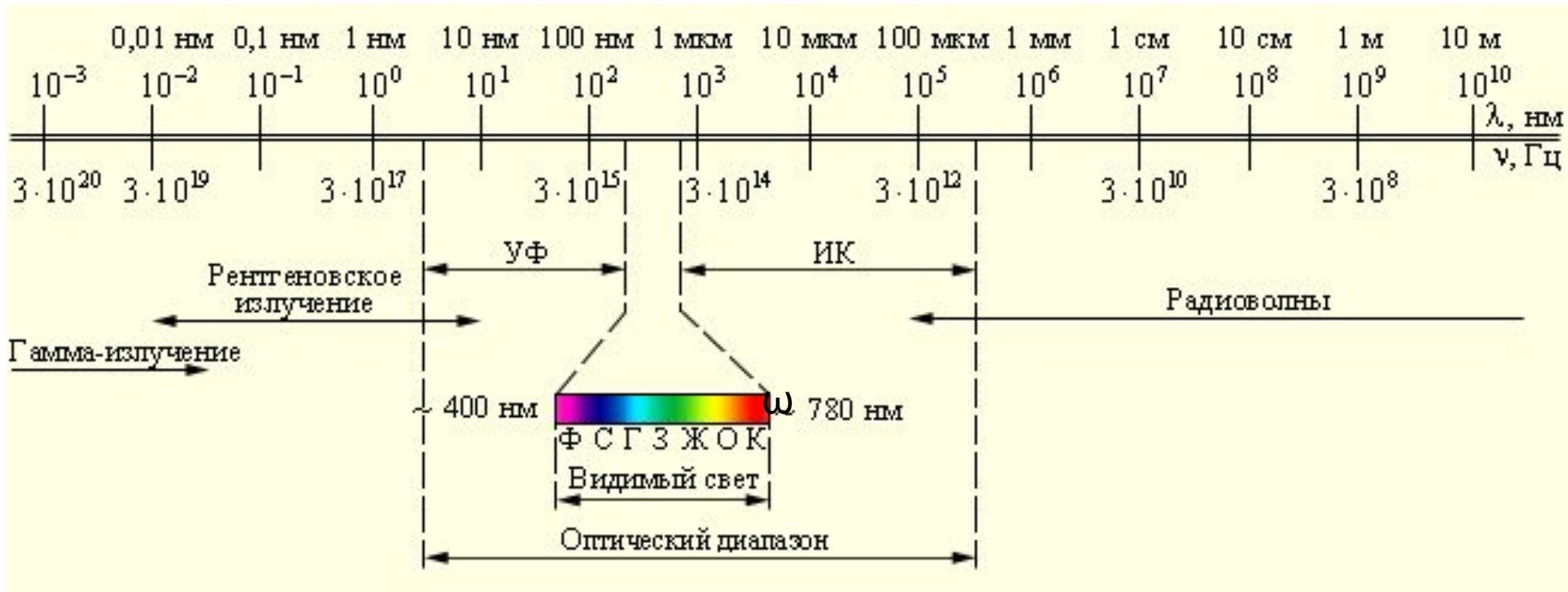
Оптика – раздел физики, изучающий свойства и физическую природу света, а также его взаимодействие с веществом. Учение о свете принято делить на три части:

геометрическая или лучевая оптика, в основе которой лежит представление о световых лучах;

волновая оптика, изучающая явления, в которых проявляются волновые свойства света;

квантовая оптика, изучающая взаимодействие света с веществом, при котором проявляются корпускулярные свойства света.

Оптический диапазон электромагнитных волн



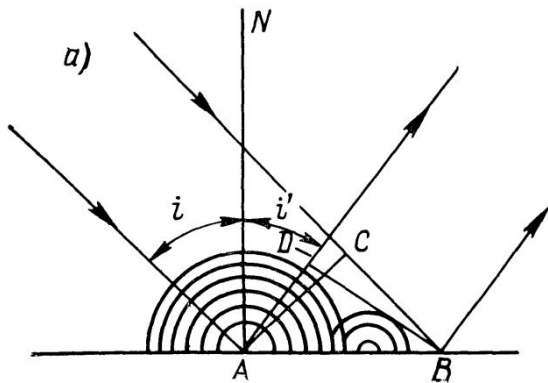
Энергия квантов излучения (фотонов) видимого диапазона $E = (2,6 - 5,2) \times 10^{-19}$ Дж = 1,6 – 3,2 эВ.

Видимый диапазон: $f = (4 - 8) \times 10^{14}$ Гц, $\omega = (2,5 - 5,0) \times 10^{15}$ Гц, где $\omega = 2\pi f$

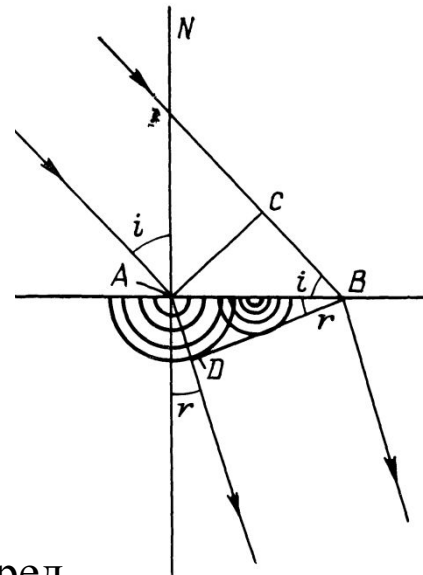
Существует область, где длина волны мала по сравнению с размерами приборов, с помощью которых изучают такие волны, а энергия фотонов меньше порога чувствительности приборов, в этой области первое грубое приближение дает метод, называемый *геометрической оптикой*.

Геометрическая оптика

Отражение и преломление по Гюйгенсу



Построениях Гюйгенса для определения направления распространения волны, преломленной на границе двух прозрачных сред.



Закон прямолинейного распространения света. Свет распространяется из одной точки в другую *по прямой линии*, если ничто ему не препятствует и лучи света не взаимодействуют друг с другом.

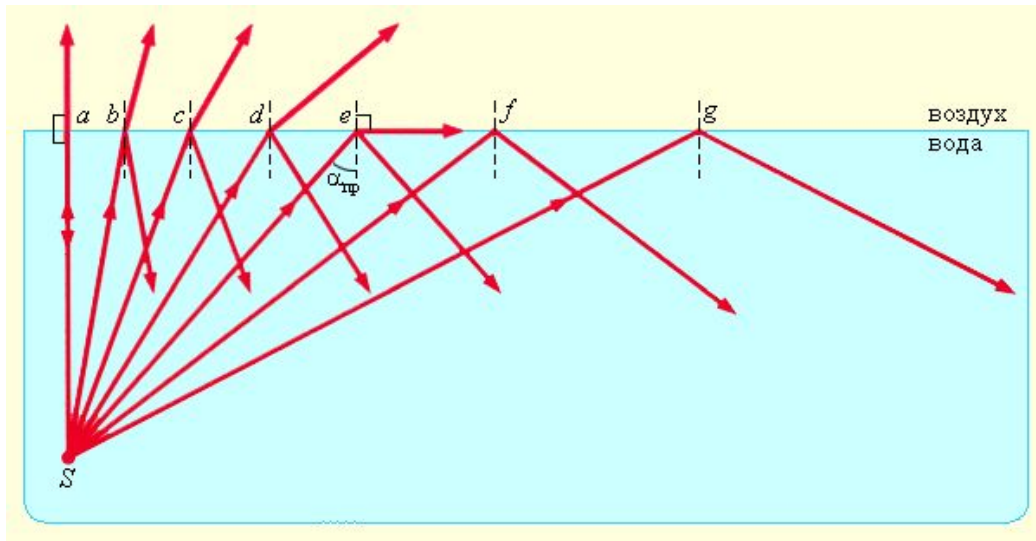
Закон отражения света. Падающий на зеркало луч после отражения движется по такому пути, что углы между каждым лучом и зеркалом равны. По ряду соображений углы удобно отсчитывать от нормали к поверхности зеркала. Тогда так называемый закон отражения гласит:

$$\theta_i = \theta_r.$$

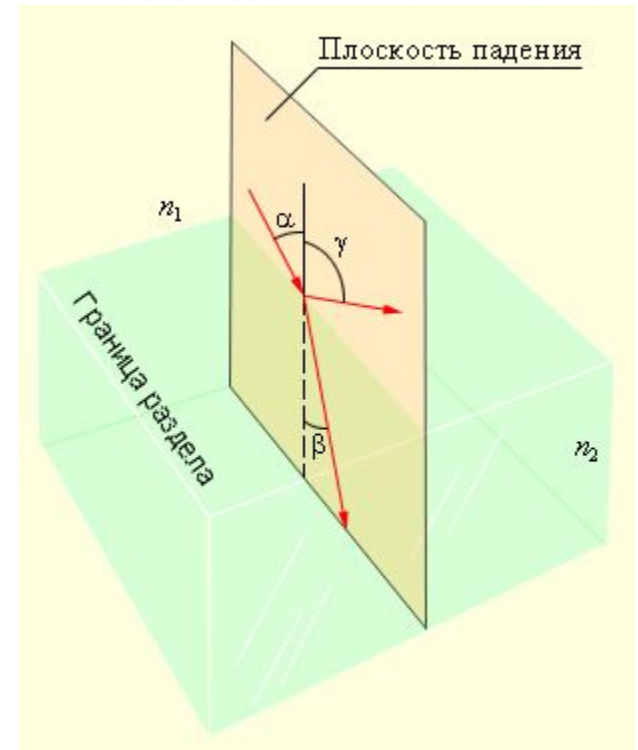
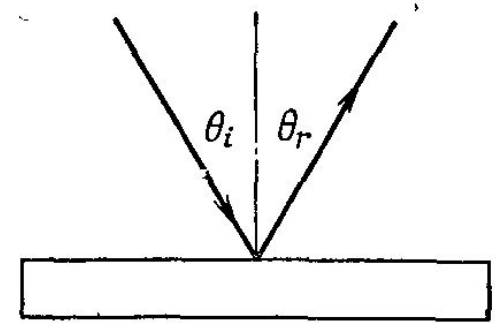
Закон преломления света. Закон был установлен голландским математиком Виллебрордом Снеллом и читается так: пусть θ_i — есть угол в воздухе и θ_r — есть угол в воде, тогда синус θ_i равен синусу θ_r , умноженному на некоторую константу

$$\sin \theta_i = n \sin \theta_r.$$

n называют **относительным показателем преломления** второй среды относительно первой: $n = n_2/n_1$.

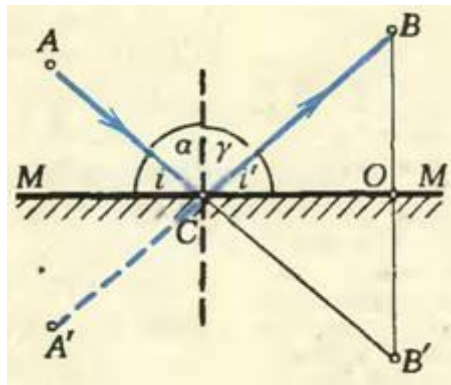


Полное внутреннее отражение.



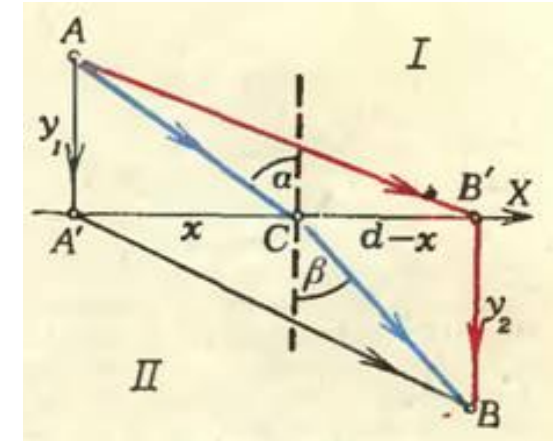
Принцип Ферма

Впервые общий принцип, наглядно объясняющий закон поведения света, был предложен Ферма примерно в 1650 г. и получил название **принципа наименьшего времени**, или **принципа Ферма**. Вот его идея: **свет выбирает из всех возможных путей, соединяющих две точки, тот путь, который требует наименьшего времени для его прохождения.**



$$t = t_1 + t_2 = \frac{\sqrt{y_1^2 + x^2}}{c} + \frac{\sqrt{y_2^2 + (x - d)^2}}{v}$$

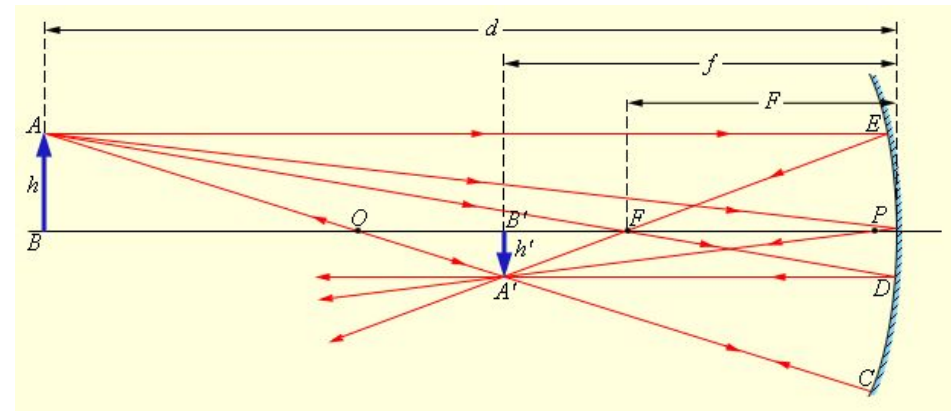
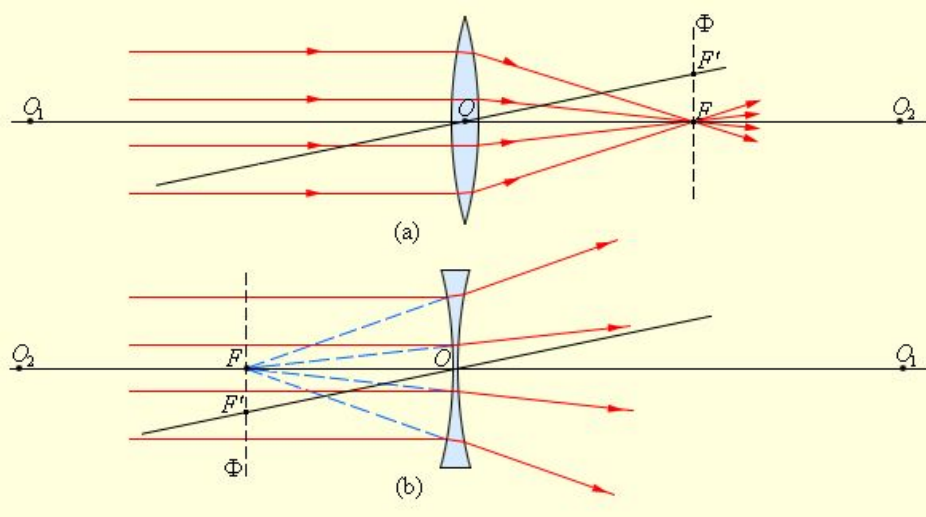
$$\frac{x}{c\sqrt{y_1^2 + x^2}} = \frac{d - x}{v\sqrt{y_2^2 + (x - d)^2}}$$



$$\frac{\sin \alpha}{c} = \frac{\sin \beta}{v}$$

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{c}{v}$$

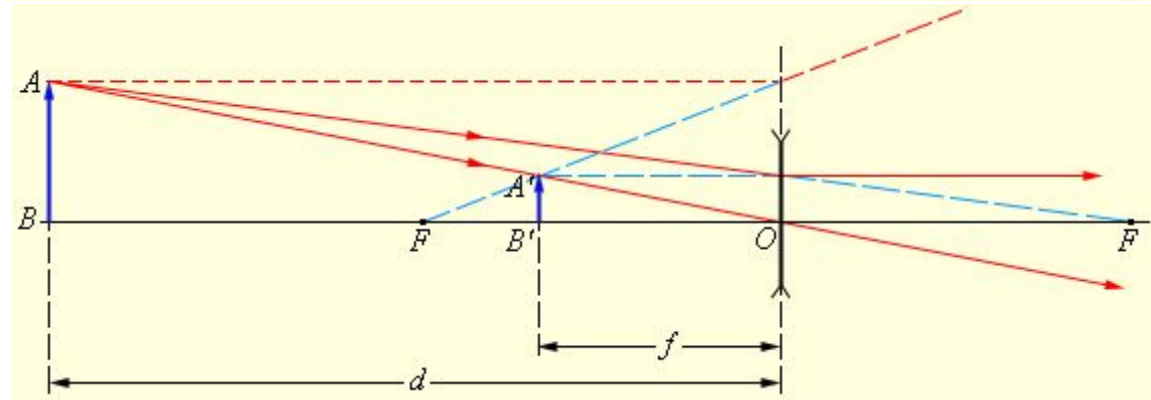
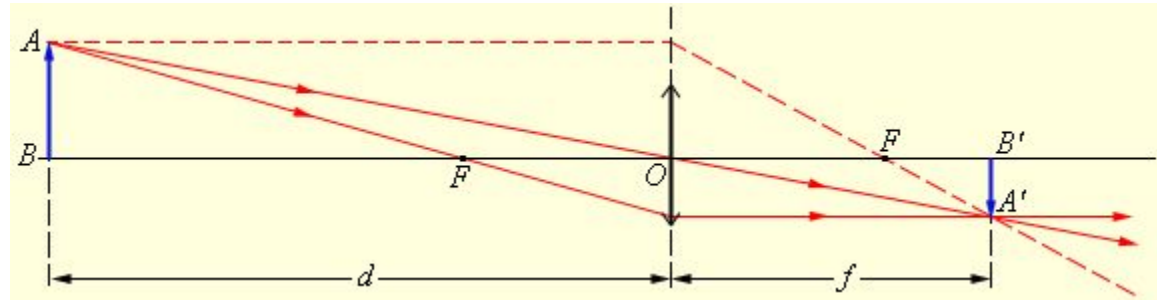
$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{v_1}{v_2} = n_{21}$$



$$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$$

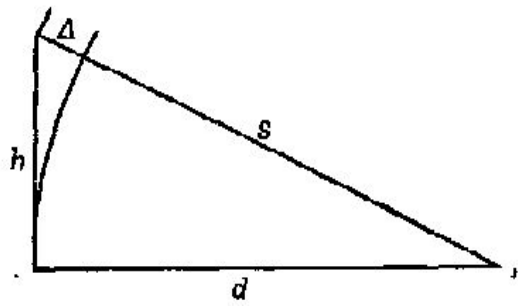
$$\Gamma = \frac{h'}{h} = -\frac{f}{d}$$

$$D = \frac{1}{F} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$



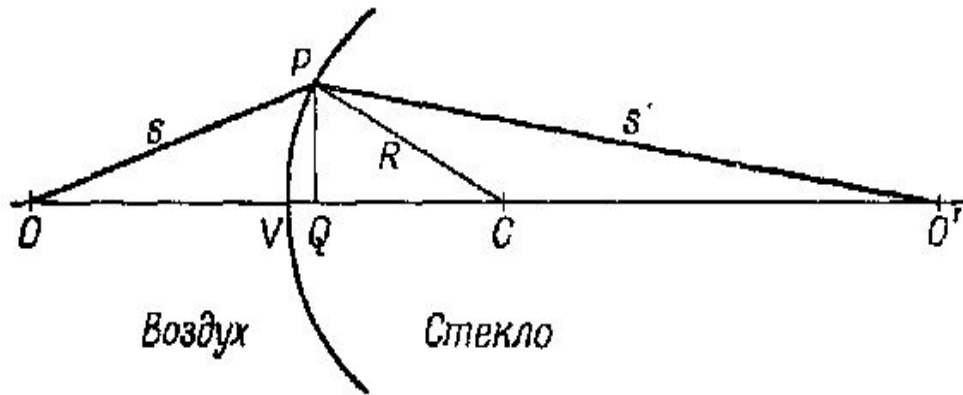
Величину D , обратную фокусному расстоянию называют **оптической силой** линзы.

Единица измерения оптической силы является **1 диоптрия** (дптр). Диоптрия – оптическая сила линзы с фокусным расстоянием 1 м: $1 \text{ дптр} = \text{м}^{-1}$.

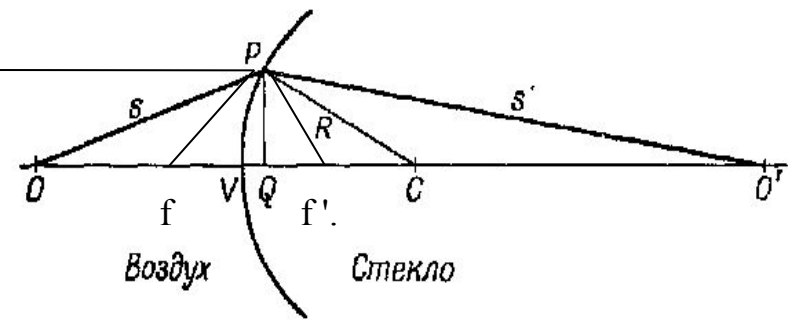


Пусть дан треугольник, высота которого h мала, а основание d велико; тогда гипотенуза s больше основания. Можно найти разность $\Delta = s-d$ несколькими способами. Например, $s^2 - d^2 = h^2$ или $(s-d) * (s+d) = h^2$. Но $s-d = \Delta$, а $s+d \sim 2s$. Таким образом, $\Delta \sim h^2 / 2s$.

Рассмотрим сначала простейший пример преломляющей поверхности, разделяющей две среды с разными показателями преломления. Случай произвольных показателей



Пусть слева скорость света равна 1, а справа $1/n$, где n — показатель преломления. Свет в стекле идет медленнее в n раз.



Считая, что Р близко к оси, опустим перпендикуляр Р Q длиной k. Если бы поверхность была плоскостью, проходящей через Р, то время, затрачиваемое на пути от О к Р, превышало бы время на пути от О к Q, а время на пути от Р к О' превышало бы время от Q к О'. Поверхность стекла должна быть кривой, потому что только в этом случае весь излишек времени компенсируется задержкой при прохождении пути от V к Q. Далее, излишек времени на пути OP есть $h^2/2s$, а излишек времени на отрезке O'P есть $nh/2s'$.

Это лишнее время, которое должно компенсироваться временем на пути VQ, накапливается на пути в среде, а не в вакууме. Другими словами, время на пути VQ в n раз больше соответствующего времени в вакууме, а поэтому лишнее время на этом отрезке есть $(n-1)VQ$. Если С есть центр сферы с радиусом R, то с помощью уже знакомой нам формулы выводим, что длина VQ есть $h^2/2R$. В результате мы получаем закон, который связывает длины s и s' и определяет радиус кривизны R искомой поверхности:

Когда точка О уходит на бесконечность, точка О' также двигается внутри стекла вплоть до расстояния, называемого фокусным расстоянием f'. Если на линзу падает параллельный пучок лучей, он соберется в линзе на расстоянии f'. Если источник расположен на расстоянии f, то лучи, проходя через поверхность линзы, выйдут параллельным пучком. Легко определить f и f':

$$\frac{h^2}{2s} + \frac{nh^2}{2s'} = (n-1) \frac{h^2}{2R}$$

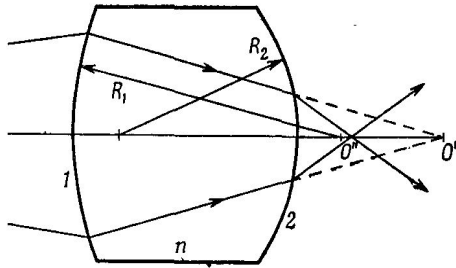
$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{n-1}{R} \quad (a)$$

$$\frac{n}{f'} = \frac{n-1}{R}, \quad \text{или} \quad f' = \frac{Rn}{n-1}, \quad \frac{1}{f} = \frac{n-1}{R}, \quad \text{или} \quad f = \frac{R}{n-1}.$$

Иногда выражение (a) записывают в следующем виде:

$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{1}{f}.$$

Фокусное расстояние линзы



Пусть имеется стеклянная линза, ограниченная поверхностями с разной кривизной. Рассмотрим задачу о фокусировании пучка света из точки O в точку O' . Как это сделать? Сначала используем формулу для первой поверхности, забыв о второй поверхности.

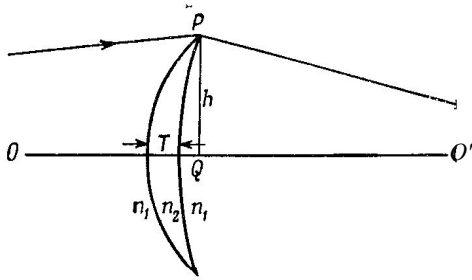
$$\frac{1}{s} + \frac{n}{s'} = \frac{n-1}{R}.$$

Это позволит нам установить, что испускаемый в точке O свет будет казаться сходящимся или расходящимся (в зависимости от знака фокусного расстояния) из некоторой другой точки, скажем O . Имеется другая поверхность между стеклом и воздухом, и лучи подходят к ней, сходясь к точке O' . Где они сойдутся на самом деле? Снова воспользуемся той же формулой! Находим, что они сойдутся к точке O'' . Таким образом можно пройти, если необходимо, через 75 поверхностей, последовательно применяя одну и ту же формулу и переходя от одной поверхности к другой!

Часто в системах бывает несколько сортов стекла с разными показателями n_1 , n_2 , и тд., поэтому для конкретного решения задачи нужно обобщить нашу формулу на случай двух разных показателей n_1 и n_2 .

$$\frac{n_1}{s} + \frac{n_2}{s'} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

Тонкая линза



Пусть свет проходит точно через край линзы в точке Р. Тогда (пренебрегая временно толщиной линзы T с показателем преломления n_2) излишек времени на пути $ОРО'$ будет равен $(n_1 h^2/2s) + (n_1 h^2/2s')$. Чтобы уравнивать время на пути $ОРО'$ и время на прямолинейном пути, линза должна обладать в центре такой толщиной T , чтобы она задерживала свет на нужное время. Поэтому толщина линзы T должна удовлетворять соотношению

$$n_1 \frac{h^2}{2s} + n_1 \frac{h^2}{2s'} = \frac{n_2 - n_1}{T} \cdot$$

Можно еще выразить T через радиусы обеих поверхностей R_1 и R_2 . Для случая $R_1 < R_2$ (выпуклая линза).

$$T = \frac{h^2}{2R_1} - \frac{h^2}{2R_2} \cdot \quad \text{Отсюда получаем окончательно} \quad \frac{n_1}{s} + \frac{n_1}{s'} = (n_2 - n_1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \cdot$$

Отметим, что, как и раньше, когда одна точка находится на бесконечности, другая будет расположена на расстоянии, которое мы называем фокусным расстоянием f . Величина f определяется равенством

$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right), \quad \text{где } n = n_2 / n_1$$

Зная f , удобнее переписать нашу формулу сразу в терминах фокусного расстояния:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \cdot$$

Свет как электромагнитные волны

По современным физическим воззрениям свет представляет собой электромагнитные колебания определенного частотного диапазона. Поэтому математическое описание оптических явлений строится на основе базовых уравнений электромагнетизма — уравнений Максвелла. В рамках электромагнитной теории света его распространение рассматривается как волновой процесс. С помощью волновой теории мы можем решать задачи о распространении света как в однородной среде, так и через любую оптическую систему, то есть через совокупность различных сред, ограниченных теми или иными поверхностями или диафрагмами.

Уравнения Максвелла для электромагнитного поля

Теория Максвелла представляет собой феноменологическую теорию электромагнитного поля. Она устанавливает связь между четырьмя основными величинами: напряженностями электрического и магнитного полей (\mathbf{E} и \mathbf{H}) и индукциями (\mathbf{D} и \mathbf{B}). Электрические и магнитные свойства среды характеризуются тремя величинами: *диэлектрической проницаемостью* (ϵ), *магнитной проницаемостью* (μ) и *удельной электрической проводимостью* (σ). Обычно предполагается, что эти параметры среды известны из опыта. Теория Максвелла — макроскопическая теория. В ней рассматриваются поля макроскопических зарядов и токов, то есть таких систем покоящихся или движущихся зарядов, пространственная протяженность которых намного больше размеров атомов и молекул. В основе теории лежат четыре уравнения, которые могут быть представлены в двух формах; интегральной и дифференциальной. Полная система *уравнений Максвелла в дифференциальной форме имеет вид:*

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, \\ \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, & \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0. \end{aligned}$$

Из уравнений Максвелла можно вывести волновое уравнение для однородной непроводящей среды, считая плотность объемных зарядов $\rho = 0$ и удельную проводимость $\gamma = 0$.

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \mathbf{D} &= \rho, & \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \mathbf{B} &= 0, & \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon\varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}. \end{aligned}$$

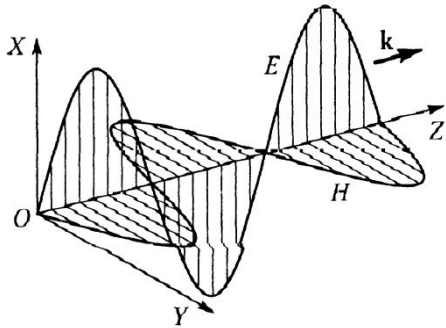
Возьмем ротор от ротора напряженности электрического поля:

Подставив значение $\operatorname{rot} \mathbf{H}$ и раскрыв выражение «ротор от ротора», получим

Так как

Свойства электромагнитных волн

Векторное произведение E и H есть вектор, перпендикулярный своим сомножителям, то есть колебания электрического и магнитного полей в волне происходят в направлениях, перпендикулярных направлению распространения. Эти соотношения выражают **поперечность** электромагнитных волн. Таким образом, волновой вектор k , векторы E и H (именно в таком порядке) образуют правую ортогональную тройку векторов. Поля E и H в волне колеблются синфазно, амплитуды этих колебаний связаны соотношением



$$E_0 = \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} H_0.$$

Энергия электромагнитной волны. Вектор Умова — Пойнтинга.

Распространение электромагнитной волны связано с переносом энергии. Чтобы определить энергию, переносимую электромагнитной волной, приходится иметь дело с объемной плотностью энергии. Объемная плотность энергии электромагнитного поля (количество энергии, приходящееся на единицу объема) определяется как

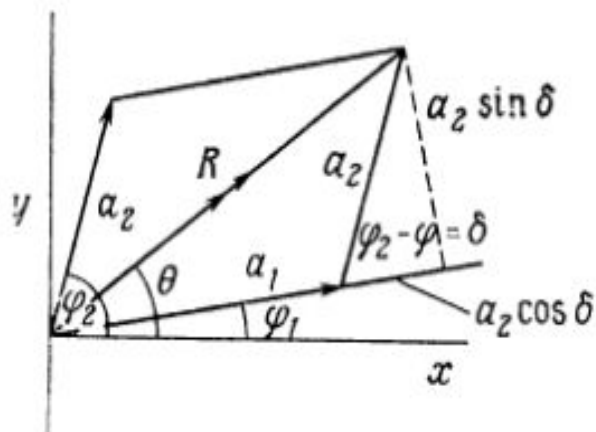
$$\omega = \frac{\varepsilon}{8\pi} E^2 + \frac{\mu}{8\pi} H^2 \quad \text{или} \quad \omega = \frac{\varepsilon}{4\pi} E^2 = \frac{\mu}{4\pi} H^2.$$

Перенос энергии электромагнитными волнами удобно характеризовать плотностью потока энергии, численно равной количеству энергии, переносимой в единицу времени через единицу поверхности, перпендикулярной направлению потока. Этот вектор называют *вектором Умова-Пойнтинга* (1885 г.). Вектор плотности потока энергии

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi} [E\vec{H}].$$

Принцип суперпозиции для волн

Колебания с одинаковыми частотами.



Чтобы найти результирующее движение системы вдоль оси x совершающей одновременно гармонические колебания двух видов— с одинаковыми частотами, но разными амплитудами и фазами,— мы можем представить простые гармонические колебания каждого вида соответствующим вектором и сложить эти векторы.

Если первое движение описывается выражением $x_1 = a_1 \sin(\omega t + \phi_1)$, а второе выражением $x_2 = a_2 \sin(\omega t + \phi_2)$, то амплитуда R полного смещения определяется формулой $R^2 = (a_1 + a_2 \cos \delta)^2 + (a_2 \sin \delta)^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1 a_2 \cos \delta$, где $\delta = \phi_2 - \phi_1$ — постоянная. Фазовая постоянная θ для смещения дается выражением Поэтому смещение результирующего гармонического движения запишется в виде $x = R \sin(\omega t + \theta)$, соответствующем колебаниям с той же самой частотой ω , но имеющим амплитуду R и фазовую постоянную θ .

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{a_1 \sin \phi_1 + a_2 \sin \phi_2}{a_1 \cos \phi_1 + a_2 \cos \phi_2},$$

Сложение большого числа n гармонических колебаний одинаковой амплитуды a с последовательным сдвигом по фазе на δ

На предыдущем слайде складываются n векторов одинаковой длины a , каждый из которых описывает гармонические колебания, сдвинутые по фазе относительно соседних на δ . Такое сложение характерно для двух физических явлений. Первое из них называется задача о волновом пакете. Здесь разность фаз δ связана с малой разностью частот $\delta\omega$ соседних компонент, образующих волновой пакет. Во втором речь идет о распределении интенсивности поля при интерференции и дифракции света. В этом случае складываемые гармонические колебания будут иметь одинаковую частоту, но каждая компонента поля будет сдвинута по фазе относительно своей соседней компоненты на постоянную величину благодаря дополнительному пути, который она прошла.

На следующей фигуре приведено графическое изображение суммы ряда $R \cos(\omega t + a) = a \cos(\omega t + a) + a \cos(\omega t + \delta) + a \cos(\omega t + 2\delta) + \dots + a \cos(\omega t + [n - 1]\delta)$.

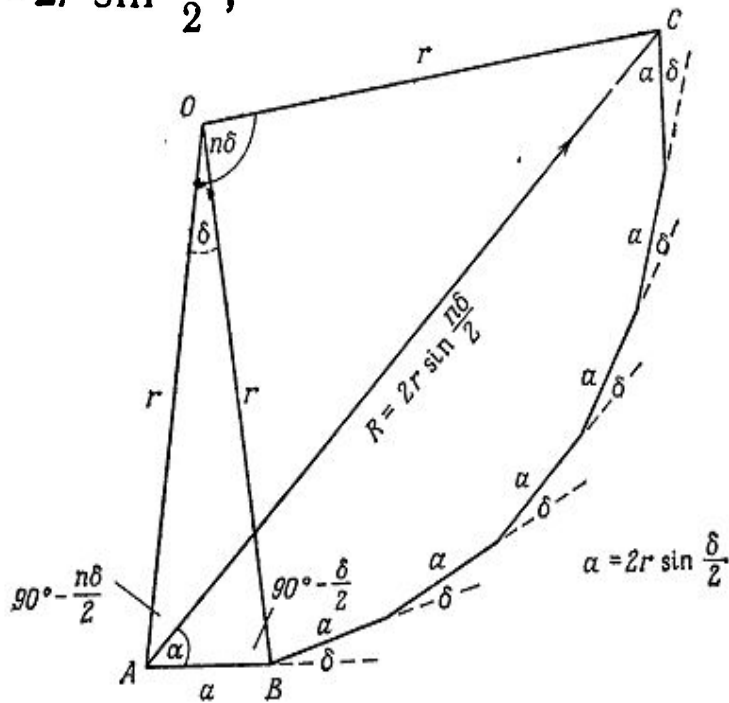
Здесь R — амплитуда результирующего вектора, а a — его фазовый сдвиг относительно первой компоненты $a \cos \omega t$. Из геометрических соображений следует, что длина каждого отрезка дается формулой

$$a = 2r \sin \frac{\delta}{2},$$

где r — радиус круга, описывающего (неполный) многоугольник.

На данной фигуре приведено графическое изображение суммы ряда $R \cos(\omega t + a) = a \cos(\omega t + a) + a \cos(\omega t + a + \delta) + a \cos(\omega t + a + 2\delta) + \dots + a \cos(\omega t + a + [n - 1]\delta)$. Здесь R — амплитуда результирующего вектора, а a — его фазовый сдвиг относительно первой компоненты $a \cos \omega t$. Из геометрических соображений следует, что длина каждого отрезка дается формулой

$$a = 2r \sin \frac{\delta}{2},$$



где r — радиус круга, описывающего (неполный) многоугольник.

Векторное сложение большого числа n гармонических колебаний равной амплитуды a с одинаковым последовательным сдвигом фаз δ . Амплитуда результирующего колебания $R = 2r \sin(n\delta/2) = a \sin(n\delta/2) / \sin(\delta/2)$, причем его фаза сдвинута относительно фазы первого слагаемого на величину $a = [n - 1]\delta/2$.

Длина результирующего вектора находится из равнобедренного треугольника OAC :

$$R = 2r \sin \frac{n\delta}{2} = a \frac{\sin(n\delta/2)}{\sin \delta/2}.$$

Как видно из фигуры, фазовый угол результирующего вектора $\alpha = \angle OAB - \angle OAC$.

В равнобедренном треугольнике OAC $\angle OAC = 90^\circ - \frac{n\delta}{2},$

Явление интерференции

Интерференцией называют явление возникновения пространственно-неоднородного распределения интенсивности света в области пересечения нескольких пучков, вызванное суперпозицией электромагнитных волн.

По принципу суперпозиции суммарная напряженность $E(P)$ в точке наблюдения складывается из амплитуд полей элементарных излучателей E_i в точке P , сдвинутых по времени за счет различной длины путей до этой точки: -

$$E(P) = \sum_{i=1}^n E_i(t - t_i).$$

Наблюдаемая интенсивность $I(P)$ есть квадрат модуля усредненной по времени напряженности $E(P)$:

$$I(P) = \langle |(\mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \dots + \mathbf{E}_n)|^2 \rangle = \langle (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_1^* + \dots + \mathbf{E}_n \cdot \mathbf{E}_n^*) + 2\text{Re}(\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2^* + \dots) \rangle.$$

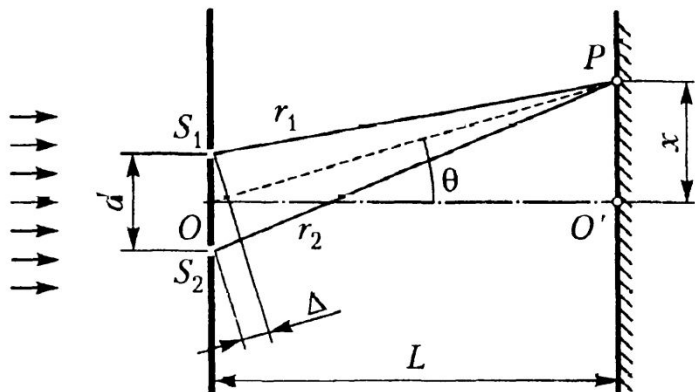
Выражение для интенсивности разбивается на две части: аддитивный член, являющийся простой суммой интенсивностей источников, и интерференционный член, содержащий перекрестные произведения напряженностей полей от различных источников. ($E_{1*} E_1^*$ - комплексно сопряженные величины)

Если разность фаз колебаний от разных источников подвержена случайным и некоррелированным флуктуациям, то интерференционный член в результате усреднения обратится в ноль. Такие источники называются **некогерентными**. Два независимых обычных (нелазерных) источника всегда некогерентны, поэтому не возникает интерференции, например, в излучении от двух лампочек. Если корреляция есть, то говорят о **частичной** или **полной когерентности**. В этом случае интенсивность в точке Р может быть больше или меньше суммы интенсивностей излучения всех источников, то есть могут наблюдаться интерференционные эффекты неаддитивного (*Когда результирующая интенсивность отличается от простой суммы интенсивностей излучения разных источников*) перераспределения световой энергии. Интерференционный член также исчезает при $E_1 \cdot E_2^* = 0$, то есть при $E_1 \perp E_2$. Ортогонально поляризованные световые волны не интерферируют. В дальнейшем при анализе интерференции будем полагать, что поляризация волн одинакова, отвлекаясь от векторных свойств светового поля.

Базовая схема интерференции.

Простейший случай интерференции излучения двух точечных монохроматических источников. Эта идеализация позволяет выявить особенности интерференционной картины в условиях *полной пространственно-временной когерентности*, то есть при отсутствии каких-либо случайных возмущений. Пусть источниками являются две щели S_1 и S_2 в непрозрачном экране, освещаемые плоской монохроматической волной — **схема Юнга**. Из-за того, что пути r_1 и r_2 от источников до точки наблюдения не одинаковы, поле от источника S_2 запаздывает в точку P на время $\tau = \Delta/c$, где $\Delta = |r_2 - r_1|$ — геометрическая разность хода, c — скорость света. В случае когда световые пучки распространяются в разных средах, под Δ следует понимать оптическую разность хода: $\Delta = |n_2 r_2 - n_1 r_1|$ отличающуюся от геометрической умножением на соответствующие показатели преломления. Комплексная амплитуда электромагнитной волны в точке P равна: -

$$E_{1,2}(P) = E_{1,2} \exp\left(i \frac{2\pi r_{1,2}}{\lambda}\right).$$

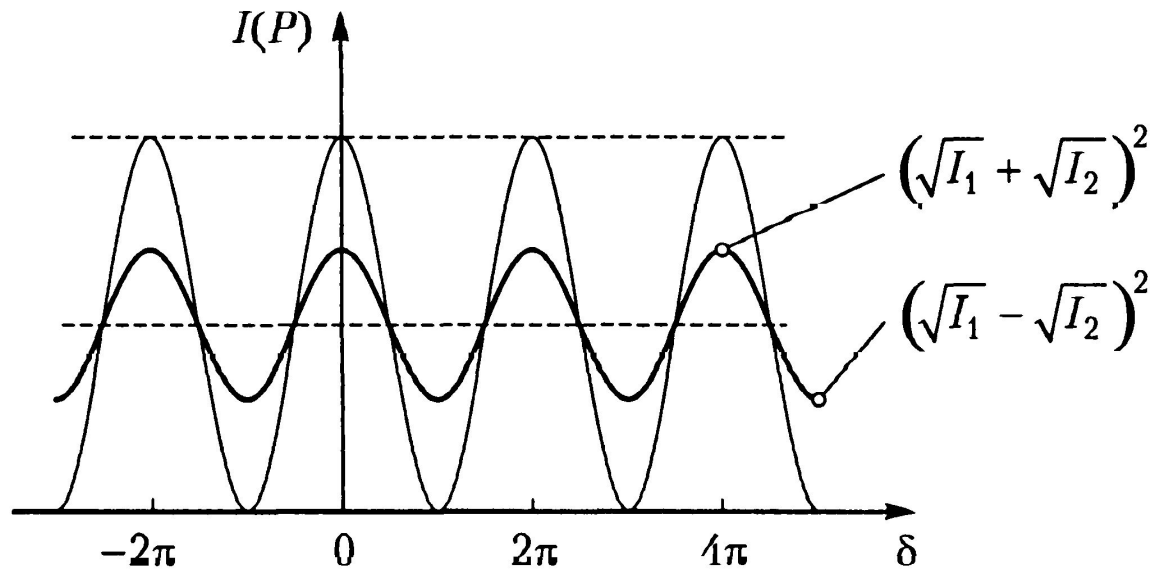


Таким образом, в зависимости от разности хода от источников до точки наблюдения, интенсивность меняется от 0 в тех точках, для которых $\Delta = (2t + 1)\lambda/2$ и куда волны приходят в противофазе, до $4I_0$ в точках, для которых $\Delta = m\lambda$ (волны приходят в одинаковой фазе). Отношение разности хода к длине волны, равное отношению разности фаз к 2π , называют порядком интерференции (обычно обозначаемым буквой m).

Видность интерференционной картины.

В случае разных интенсивностей интерферирующих источников контрастность полос уменьшается: интенсивность минимумов растет, а максимумов падает. Для количественной оценки качества интерференционной картины Майкельсоном было введено понятие видности полос V , определяемое через соотношение интенсивностей максимумов и минимумов:

$$V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}.$$



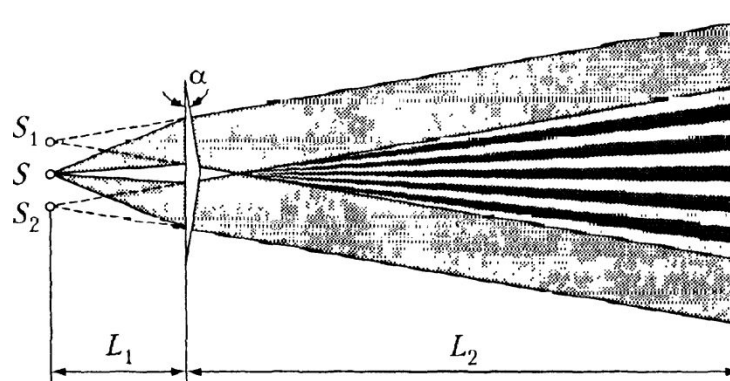
Способы получения когерентных волн. Метод деления волнового фронта.

Бипризма и бизеркала Френеля.

Применение этого метода предполагает формирование вторичных источников из единого волнового фронта путем выделения различных его частей. Все основные интерференционные схемы, основанные на методе деления волнового фронта, тем или иным способом сводятся к **схеме Юнга**. Это обусловлено одной и той же задачей формирования вместо одного источника излучения двух, причем на минимальном расстоянии друг от друга с целью получения полос максимальной ширины в области перекрытия пучков.

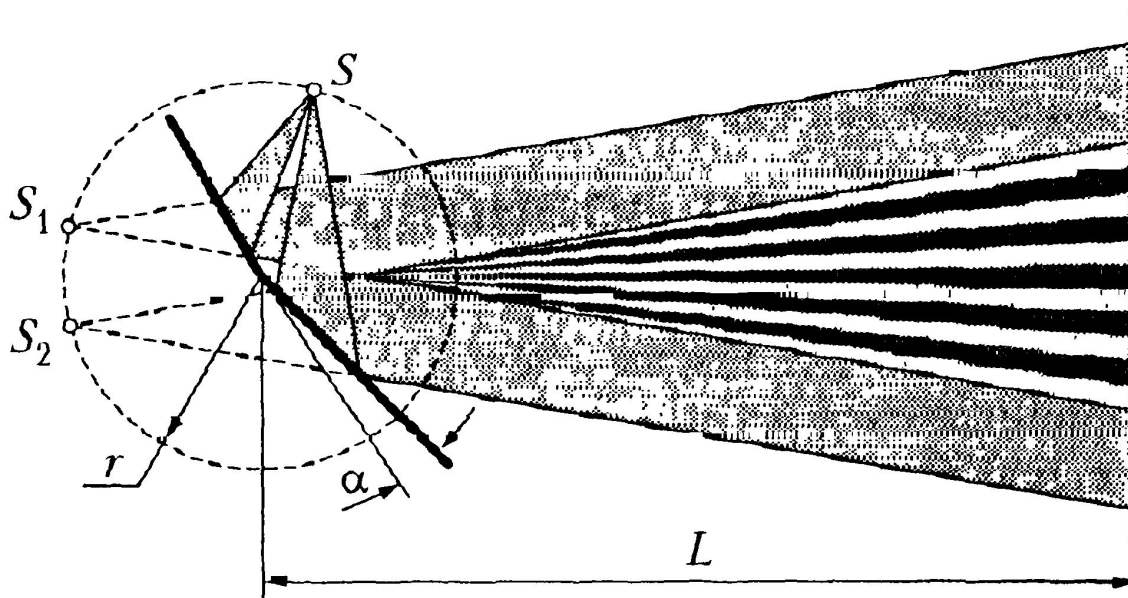
Бипризма Френеля представляет собой две клиновидные призмы, соединенные основаниями, и формирует два мнимых источника. Преломляющий угол α обеих половин одинаков и чрезвычайно мал и составляет единицы угловых минут. Угол θ отклонения луча стеклянным клином с показателем преломления n и преломляющим углом α равен $\theta = (n - 1)\alpha$. Смещение изображения источника $SS_1 = L_1 \cdot \text{tg}\theta$. Тогда в силу малости угла α расстояние между источниками $d = S_1S_2 = 2L_1(n-1)\alpha$, ширина интер-

$$\Delta x = \frac{L_1 + L_2}{d} \lambda = \frac{L_1 + L_2}{2L_1(n-1)\alpha} \lambda.$$



Бизеркала Френеля составляют плоский угол (близкий к 180°) и позволяют за счет отражения сформировать два мнимых источника. Как и в любой системе плоских зеркал, все три источника находятся на одинаковом расстоянии от ребра плоского угла (на окружности с центром в ребре). Хотя при отражении от зеркала происходит фазовый сдвиг, дополнительной разности фаз не возникает, — ведь сдвигаются фазы обоих пучков. При повороте зеркала на угол α световой луч смещается на 2α , поэтому $S_1S_2 = r \cdot \operatorname{tg}2\alpha$. В силу малости угла α расстояние между источниками $d = S_1S_2 = 2r\alpha$, ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{L+r}{d} \lambda = \frac{L+r}{2r\alpha} \lambda.$$



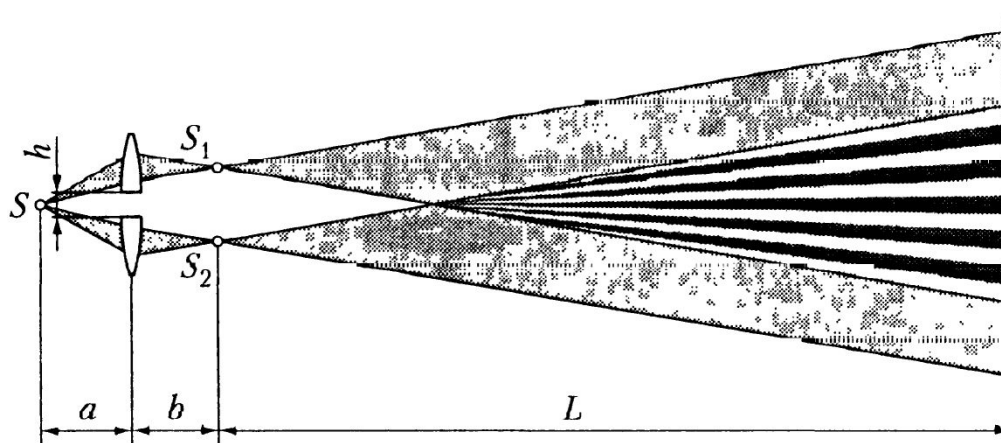
Билиза Бийе изготавливается из единой линзы путем ее разрезания по диаметру и раздвигания половин на расстояние h поперек оптической оси. Другой вариант использования: вырезание вдоль диаметра тонкого пояса и склеивание оставшихся половин. В обоих случаях формируются два действительных источника. Расстояние между источниками

$$d = \frac{hf}{a-f}, \text{ поскольку } \frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f},$$

где f — фокусное расстояние линзы.

Ширина интерференционной полосы:

$$\Delta x = \frac{L\lambda}{d} = \frac{L(a-f)}{ah}.$$



Интерференция в случае линейной цепочки из N одинаковых источников

На данной фигуре изображена линейная цепочка из N одинаковых источников, расположенных на постоянном расстоянии N друг от друга и испускающих сигналы с нулевой

В удаленной точке P разность фаз между сигналами, приходящими от двух соседних источников, имеет вид

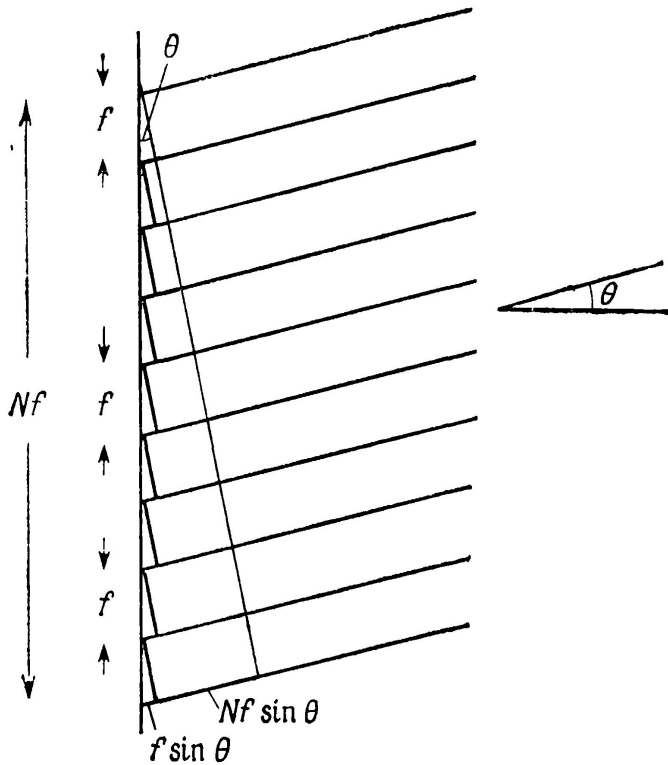
$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} f \sin \theta,$$

где θ — угол между нормалью к линии источников и направлением на точку P. Полная амплитуда в точке P находится путем сложения одинаковых вкладов от каждого источника с постоянной разностью фаз δ между последовательными вкладами.

Но ранее мы установили, что полная амплитуда такой суперпозиции равна

$$R = a \frac{\sin (N\delta/2)}{\sin \delta/2},$$

где a — амплитуда сигнала от каждого источника. Поэтому интенсивность можно записать в виде



Мы можем исследовать распределение интенсивности для случая N источников, анализируя изменение величины $\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta}$. Мы видим, что при

$$f \sin \theta = 0, \pm \lambda, \pm 2\lambda, \dots \pm n\lambda,$$

имеет место усиливающая интерференция n -го порядка и

$$\frac{\sin^2 N\beta}{\sin^2 \beta} \rightarrow \frac{N^2 \beta^2}{\beta^2} \rightarrow N^2. \quad \beta = \pi f \sin \theta \lambda$$

Отсюда получаем, что в области, где выполняется условие главного максимума

$$f \sin \theta = n\lambda,$$

интенсивность очень велика:

$$I = N^2 I_s.$$

Величина
$$\frac{\sin^2 2\beta}{\sin^2 \beta}$$

числитель $\sin^2 N\beta$ равен нулю при $N\beta \rightarrow 0\pi, \dots, N\pi, \dots, 2N\pi,$

$\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow$

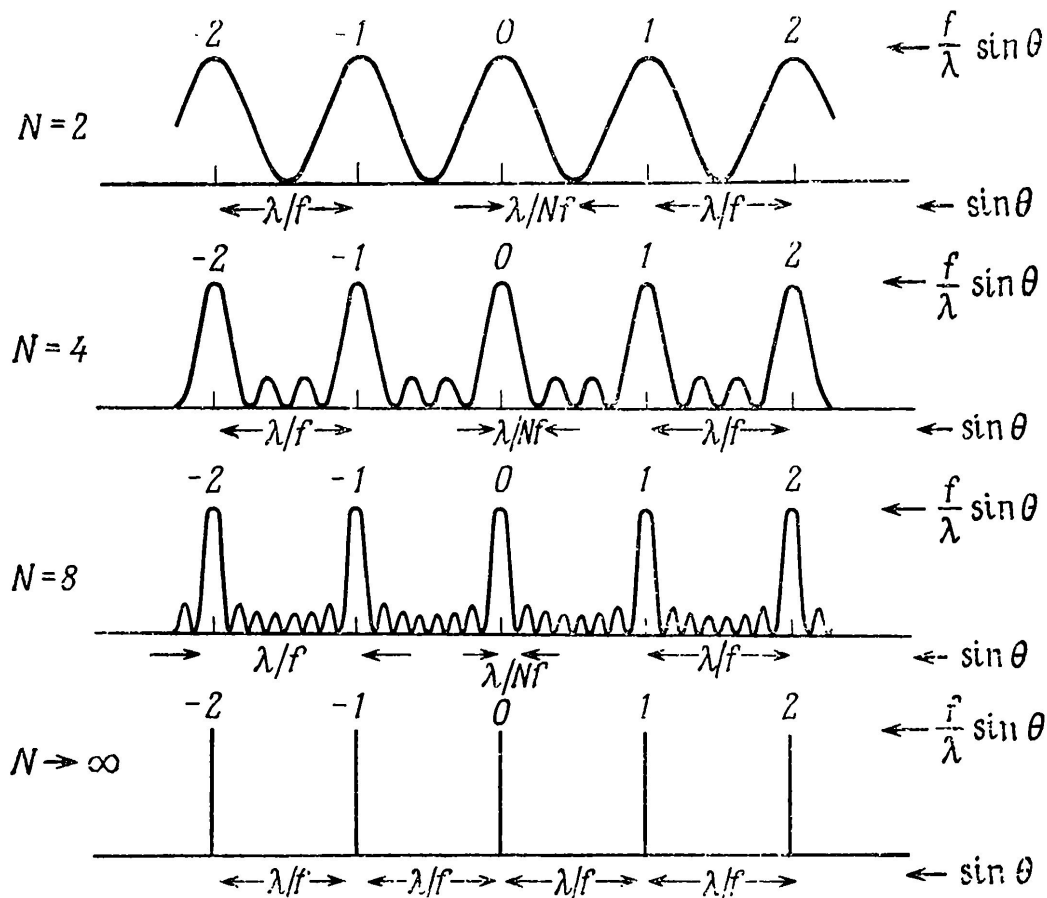
знаменатель $\sin^2 \beta$ равен нулю при $\beta \rightarrow 0, \dots, \pi, \dots, 2\pi.$

Между главными максимумами всегда имеется $(N-1)$ точек с нулевой интенсивностью.

Они возникают всякий раз, когда числитель $\sin^2 N\beta = 0$, а знаменатель $\sin^2 \beta$ остается отличным от нуля. Положение этих минимумов определяется уравнением

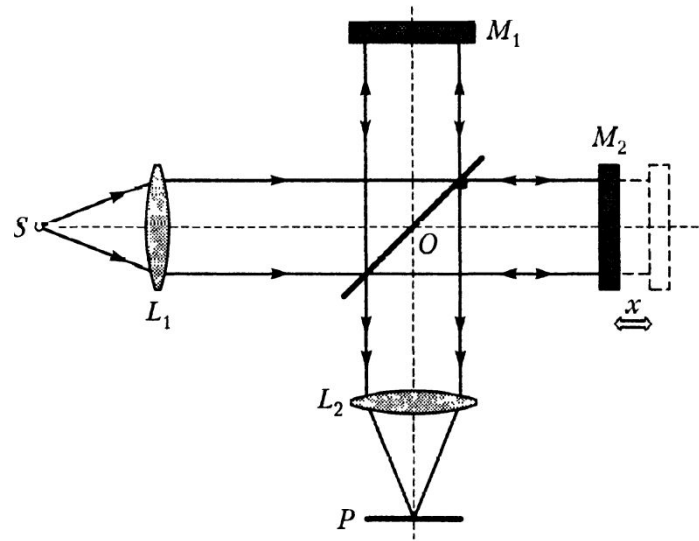
$$f \sin \theta = \frac{\lambda}{N}, \frac{2\lambda}{N}, \dots, \frac{(n-1)\lambda}{N}.$$

Между главными максимумами имеются $(N-2)$ побочных максимумов, интенсивность которых намного меньше, поскольку соответствующие выражения для интенсивности не содержат множителя N^2 . На фигуре представлены кривые распределения интенсивности при $N = 2, 4, 8$ и при $N \rightarrow \infty$.



Двухлучевые интерферометры. Принципы фурье-спектроскопии.

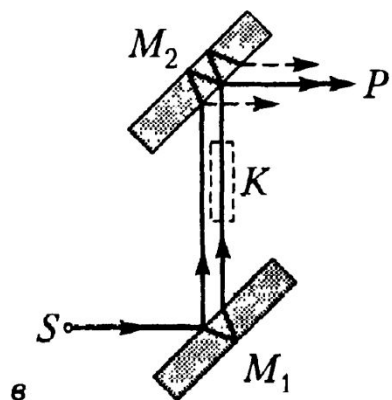
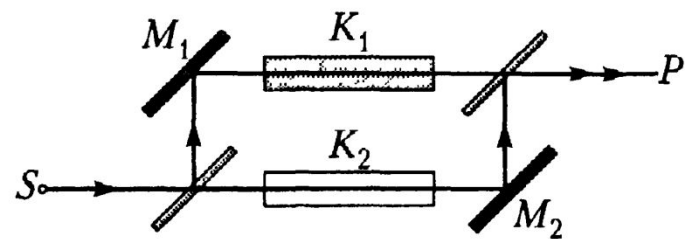
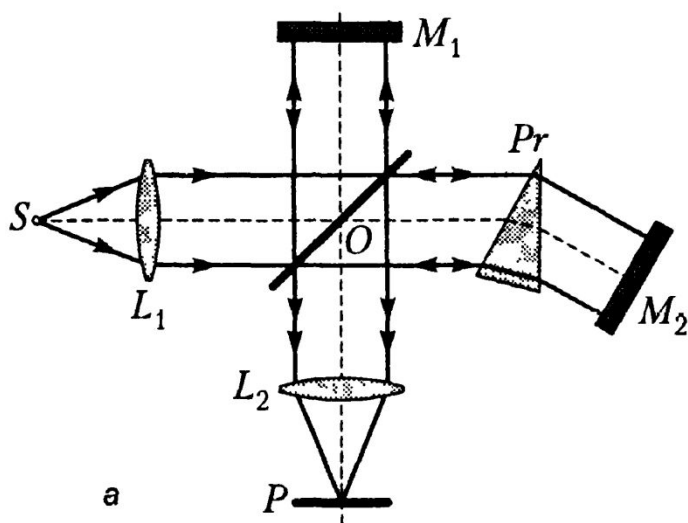
Большинство двухлучевых интерферометров построены по схеме деления амплитуды. Наиболее известный из них — **интерферометр Майкельсона** с одним 50-процентным светоделителем и двумя зеркалами M_1 и M_2 ,



Разность хода в нем равна удвоенной разности расстояний OM_1 и OM_2 , называемых плечами интерферометра. Съюстированный равноплечий интерферометр дает равномерную засветку поля зрения в плоскости наблюдения P (бесконечная полоса нулевого порядка). В случае наклона или отклонения от идеальной плоскости одного из зеркал в поле зрения появляются полосы, ширина которых обратно пропорциональна углу наклона зеркала и прямо пропорциональна фокусному расстоянию объектива L_2 .

Отличительной особенностью интерферометра Майкельсона является возможность изменения разности хода в очень широких пределах. Тем самым становится возможным прямое измерение длины когерентности, как расстояния между зеркалами x , при котором интерференционная картина пропадает.

Если интерферометр Майкельсона с подвижным зеркалом дополнить блоком, подвергающим сигнал преобразованию Фурье, получим простейший **фурье-спектрометр**. При максимальной разности хода в интерферометре, $\Delta_{\max} = 2x_{\max}$, разрешение фурье-спектрометра по частоте составит $\Delta\nu = c/\Delta_{\max}$, а разрешающая сила $\lambda/\Delta\lambda = \Delta_{\max}/\lambda$. При разности плеч интерферометра 1,5 мм разрешающая сила составляет 10^4 , а в интерферометре с возможностью смещения зеркала на 1,5 м достигает 10^7 . Это делает фурье-спектрометр мощным инструментом изучения тонкой структуры спектров.



Оптические схемы интерферометров Тваймана—Грина (а), Маха—Цендера (б) и Жамена (в)