

КАНАЛЫ СВЯЗИ

4 часа

Каналом электросвязи называется комплекс технических средств (КТС), обеспечивающий передачу сообщений между его источником и получателем.

Классификация каналов связи.

Основными признаками классификации каналов являются:

- 1) вид передаваемых сообщений: телефонные, телеграфные, факсимильные, звукового вещания, передачи данных, телевизионные, телеметрические и смешанные;
- 2) тип среды распространения сигналов: проводные (воздушные, кабельные, ВОЛС), волноводные, радио;
- 3) диапазон частот канала: для целей электросвязи в соответствии с Регламентом радиосвязи из двенадцати существующих используются девять диапазонов частот – с четвертого (ОНЧ – СДВ) по двенадцатый (ГВЧ – децимиллиметровые);

4) характер сигналов на входе и выходе канала:

– непрерывные (аналоговые) каналы – сигналы на входе и выходе непрерывные;

– дискретные (по уровню) – сигналы на входе и выходе дискретные;

– дискретно-непрерывные или непрерывно-дискретные (полунепрерывные) – сигнал на входе дискретный, на выходе непрерывный или наоборот;

Общими признаками непрерывных каналов являются:

а) большинство каналов можно считать линейными: выходной сигнал является суммой откликов отдельных входных сигналов и помех (применим принцип суперпозиции), а продукты нелинейных преобразований в канале малы по сравнению с выходными сигналами;

б) на выходе канала, даже в отсутствие полезного сигнала, всегда имеются помехи;

в) сигнал при передаче по каналу претерпевает задержку по времени и затухание по уровню;

г) в реальных каналах всегда имеют место искажения сигнала, обусловленные несовершенством характеристик канала и изменениями его параметров во времени.

Каналы чисто временные (с сосредоточенными параметрами) – сигналы на входе и выходе описываются функциями одного скалярного параметра (времени t).

Пространственно-временные каналы (с распределёнными параметрами) – сигналы на входе и (или) выходе описываются функциями более одного скалярного параметра (например, времени t и пространственных координат x, y, z). Такие сигналы называют **полями**.

Каналы классифицируются также по следующим признакам:

– ширина полосы частот, занимаемых каналом (канал тональной частоты, широкополосные каналы);

– скорость передачи (низкоскоростные от 50 до 200 бит/с, среднескоростные от 300 бит/с до 56000 кбит/с, высокоскоростные свыше 56 кбит/с);

– способ передачи сигналов: симплексные (передают сигналы в одном направлении), дуплексные (передают сигналы одновременно в прямом и обратном направлении), полудуплексные (осуществляют попеременную передачу информации либо в прямом, либо в обратном направлении);

– способ организации двухсторонней (дуплексной) связи (двухпроводный однополосный, двухпроводный двухполосный, четырехпроводный однополосный);

– протяженность или территориальный признак (международные, междугородные, магистральные, зональные и местные);

– время существования: коммутируемые (временные, создаются только на время передачи информации, после завершения передачи сообщений они уничтожаются), некоммутируемые (создаются на длительное время с определенными постоянными характеристиками).

Дискретный или полунепрерывный канал содержит внутри себя непрерывный канал. Можно передавать дискретные сообщения по непрерывному каналу и непрерывные сообщения по дискретному.

Обобщённой характеристикой канала, по аналогии с сигналом, является его $V_k = T_k F_k D_k$. Его частотные свойства характеризуются частотным коэффициентом передачи $K_k(j\omega, t)$, а временные – импульсной характеристикой $h_k(t, \tau)$: эти характеристики позволяют описывать преобразования входных сигналов во временной или частотной области.

Мешающие влияния и шумы в КС

Передача сигналов по реальным каналам связи всегда сопровождается изменениями этих сигналов, в результате чего принятые сигналы отличаются от переданных. Эти отличия обусловлены, прежде всего, линейными и нелинейными преобразованиями входных сигналов (*искажения, обратимые преобразования*), а также наличием аддитивных шумов в канале (*помехи, необратимые преобразования*), существующих независимо от передаваемого сигнала.

Линейные искажения характеризуют искажения формы и спектрального состава сигнала, прошедшего через канал передачи: **амплитудно-частотные** (АЧИ) и **фазочастотные искажения** (ФЧИ). АЧИ обусловлены отклонением АЧХ $K_k(\omega)$ канала передачи от номинального значения в диапазоне частот передаваемого сигнала, а ФЧИ – отклонением его ФЧХ $\varphi_k(\omega)$ от линейной.

Условия отсутствия ЛИ в канале:

– отсутствие АЧИ (или частотных) искажений:

$$K_k(\omega) = K_0 = \text{const} \text{ при } \omega_H \leq \omega \leq \omega_R;$$

– линейная зависимость ФЧХ в полосе частот группового сигнала:

$$\varphi_k(\omega) = \omega\tau \pm 2k\pi, \quad k = 0, 1, 2, \dots \text{ при } \omega_H \leq \omega \leq \omega_B.$$

Линейные искажения классифицируют по следующим признакам:

– зависимость ЛИ от времени – постоянные и изменяющиеся;

– характер накопления ЛИ в последовательно соединенных цепях – регулярные и случайные.

НИ в канале передачи возникают за счет нелинейности его АЧХ. НИ сигнала проявляются:

- в искажении его формы;
- в обогащении спектра выходного сигнала дополнительными составляющими по сравнению с входным сигналом.

НИ (гармонические и комбинационные) сильно зависят от уровня сигнала на входе канала передачи.

ЛИ и НИ, обусловленные известными характеристиками канала, могут быть устранены соответствующей коррекцией.

В отличие от искажений помехи имеют случайный характер, они заранее не известны, и поэтому не могут быть полностью устранены.

Помехой называется любое случайное воздействие на сигнал, изменяющее значение его информационных параметров и тем самым ухудшающее верность воспроизведения передаваемых сообщений. Помехи отличаются по своему происхождению, физическим свойствам и способу воздействия на сигнал.

Помехи *внешние*, поступающие на вход приёмного устройства из канала связи, и *внутренние*, возникающие в самом приёмном устройстве.

Внешние помехи возникают вследствие различных естественных электромагнитных процессов, происходящих в атмосфере, ионосфере и космическом пространстве, а также воздействия различного рода электроустановок (индустриальные помехи) и посторонних радиостанций.

Внутренние шумы (помехи) возникают вследствие хаотического теплового движения электронов и ионов в элементах самого приёмного устройства. Основные источники этих шумов – электронные лампы, полупроводниковые приборы, сопротивления и другие элементы схемы.

Внешние и внутренние помехи накладываются на сигнал (*аддитивные помехи*) и искажают его, они независимы от сигнала и имеют место даже тогда, когда сигнал на входе приёмного устройства отсутствует:

$$z(t) = u(t) + n(t),$$

$z(t)$ – входной сигнал; $u(t)$ – полезный сигнал; $n(t)$ – аддитивная помеха.

Группы аддитивных помех: флюктуационные, сосредоточенные по спектру (узкополосные или синусоидальные) и импульсные (сосредоточенные по времени).

Флюктуационная помеха: хаотическое, беспорядочное изменение во времени напряжения или тока в какой-либо электрической цепи, вызванное случайным тепловым движением электронов в любом проводнике; существует на выходе приёмного устройства непрерывно; спектр практически заполняет всю его полосу частот; гауссовский СП с нулевым средним и СПМ $G_{\text{ш}}(f) = kT/2 = N_0/2$, где $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура источника шума, N_0 – односторонняя (на положительных частотах) спектральная плотность шума.

Сосредоточенная помеха: основная часть мощности сосредоточена в полосе частот (полосе пропускания приёмника), соизмеримой с величиной $1/T$ (T – длительность элемента сигнала при передаче дискретных сообщений); имеют относительно длительный характер и представляют собой синусоидальные колебания высокой частоты, модулированные по одному или нескольким параметрам (амплитуде, частоте, фазе); создаются сигналами посторонних радиостанций, а также излучениями генераторов высокой частоты различного назначения (промышленных, медицинских и

заполняет всю полосу частот приёмника, а её энергия может быть весьма значительной; атмосферные помехи (например, грозовые разряды) и промышленные помехи (от устройств зажигания двигателей внутреннего сгорания, линий электропередач, газовые разряды).

Понятия «флюктуационная» и «импульсная» помехи являются относительными: в зависимости от частоты следования импульсов одна и та же помеха может воздействовать как импульсная на приёмник с широкой полосой пропускания и как флюктуационная на приёмник с относительной узкой полосой пропускания.

В диапазоне оптических частот существенное значение имеет *квантовый шум*, вызванный дискретной природой светового излучения.

Мультипликативными помехами называются искажения, вызывающие случайную модуляцию сигнала по амплитуде, частоте или фазе и проявляющиеся только при прохождении сигнала по реальному каналу связи:

$$z(t) = k(t)u(t),$$

$k(t)$ – случайный процесс, выражающий мультипликативную помеху.

Одним из наиболее распространённых типов мультипликативных помех, присущих большинству радиоканалов, является эффект замираний сигнала на входе приёмного устройства, т. е. эффект непрерывных и беспорядочных флюктуаций уровня сигнала в точке приёма. Физически в канале с замираниями обычно сигнал распространяется по нескольким путям. Вследствие разности хода лучей, приходящих от передатчика к приёмнику, сигнал в приёмнике представляет сумму отдельных колебаний с различными фазами и амплитудами:

$$z(t) = \sum_{i=1}^n K_i z_i(t - \Delta t_i),$$

K_i и Δt_i – коэффициент передачи и запаздывание сигнала i -го луча; n – количество лучей.

Интерференция этих колебаний в условиях, когда разности хода лучей не остаются постоянными, является основной причиной флюктуаций амплитуд и фаз составляющих сигнала. В зависимости от характера этих флюктуаций различают общие (гладкие) и селективные, быстрые и медленные замирания.

Общие замирания: входящий сигнал отличается от переданного случайными, но приблизительно одинаковыми для всех частотных составляющих сигнала значениями коэффициента передачи и сдвига фазы.

Селективные замирания: каждой частотной составляющей сигнала соответствует свой коэффициент передачи и сдвиг фазы.

Общие и селективные замирания вызывают колебания уровня принимаемого сигнала со средним периодом от нескольких минут до долей секунды.

В зависимости от соотношения между скоростью замираний и скоростью передачи замирания называют *медленными* (средний период замираний τ_k (время корреляции замираний) $\tau_k \gg T$) или *быстрыми* (τ_k одного порядка с T или меньше T).

Медленные замирания: K_i и Δt_i характеризуются примерно одинаковыми значениями на протяжении приёма нескольких следующих друг за другом элементов сигнала.

Быстрые замирания: отсутствует взаимозависимость (корреляция) между значениями K_i и Δt_i для ряда последовательно передаваемых элементов сигнала.

Эффективность канала связи

Одним из критериев эффективности использования канала связи является его *пропускная способность* C – максимальное количество информации, которое может быть передано по каналу связи с заданной точностью (качеством). Качество передачи полностью определяется помехоустойчивостью приёма сообщений, характеризующей степень соответствия переданного и принятого сообщения, выраженной в некоторой количественной мере.

К. Шеннон показал, что при передаче непрерывных сообщений, имеющих заданную среднюю мощность, на фоне нормального белого шума (НБШ) пропускная способность системы равна:

$$C = \Delta F \log_2 \left(1 + \frac{P_c}{N_0 \Delta F} \right),$$

N_0 – спектральная плотность шума; P_c – средняя мощность сигнала;
 ΔF – полоса пропускания системы.

С ростом ΔF пропускная способность системы C монотонно возрастает, стремясь при $\Delta F \rightarrow \infty$ к пределу $C_{\max} = 1,45 P_c / N_0$.

Телекоммуникационные системы, обеспечивающие необходимую скорость передачи информации v при заданной помехоустойчивости, различаются степенью использования ими ресурсов канала: пропускной способности C , мощности сигнала P_c и занимаемой полосы частот ΔF .

Показателя эффективности:

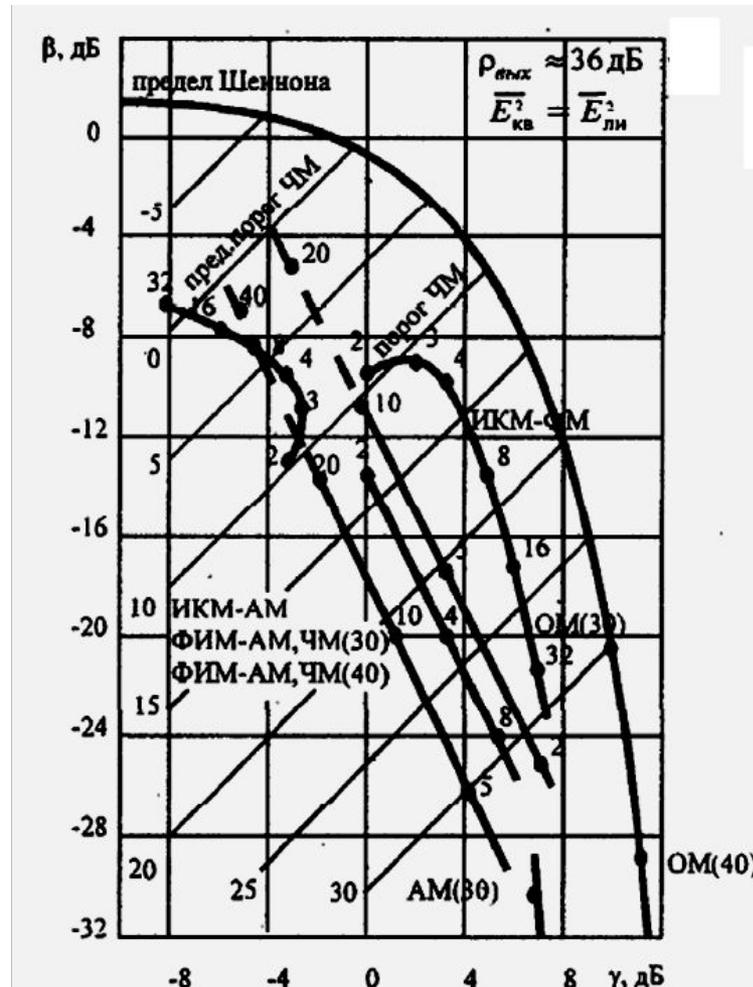
- **информационная:** характеризует степень использования пропускной способности канала (относительная скорость) $\eta = v/C \leq 1$;
- **частотная:** характеризует затраты полосы частот на 1 бит информации при заданной помехоустойчивости $\gamma = v/\Delta F$;
- **энергетическая:** характеризует расход ОСШ на единицу переданной информации $\beta = \frac{v}{(P_c/N_0)}$.

Предельные характеристики вытекают из теоремы Шеннона:

$$\eta = \frac{\gamma}{\log_2\left(\frac{\gamma}{\beta} + 1\right)}, \quad \gamma_{\max} \approx 1.$$

При $\eta = 1$ получаем предельную зависимость $\beta = f(\gamma)$: $\beta = \frac{\gamma}{2^\gamma - 1}$,

являющейся предельной и отражающей наилучший обмен между β и γ в гауссовском непрерывном канале (ГНК).



Модели непрерывных и дискретных каналов связи

Математические модели являются основой для решения главных схемотехнических задач: анализа и синтеза. *Анализ* – определение численных значений показателей эффективности при заданных параметрах системы и характеристиках внешней среды, фиксированной структуре и алгоритме взаимодействия элементов. *Синтез* – выбор оптимальной структуры, алгоритмов взаимодействия, параметров системы, оптимального управления системой и др.

Модель реального канала связи сводится к заданию математических моделей сигналов и помех на его входе u и выходе z , а также связей между ними, характеризующихся системным оператором L : $z(t) = L[u(t)]$.

Математической моделью канала называют совокупность системного оператора L и областей допустимых входных V_u и выходных V_z сигналов. Указание этих областей описывает характер входных и выходных сигналов, которые могут быть непрерывными, дискретными, цифровыми, детерминированными или случайными

Способы представления случайных и детерминированных процессов:

– *прямые* – аналитическое представление реализаций процесса временными функциями на основе функциональной связи значений сигнала в данный момент с его значениями в прошлом. То же относится к различным функциональным преобразованиям, отображаемым алгебраическими, разностными, интегродифференциальными уравнениями, в которых функциями времени являются детерминированные или случайные процессы;

– *косвенные* – аналитические представления процессов производными функциями, полученными путём преобразования временных зависимостей процесса.

На основании свойств математических моделей каналы классифицируются на *стационарные* (отклик на выходе канала не зависит от времени воздействия сигнала на входе, канал с постоянными во времени параметрами) и *нестационарные* (свойства канала зависят от момента поступления входного сигнала, канал с переменными параметрами или параметрическая система).

Линейный стационарный канал является неискажающим (не меняет форму входного сигнала), если его ИХ равна $h(t) = \gamma\delta(t - t_0)$, γ – масштабный коэффициент, t_0 – постоянная задержка в канале.

С учётом фильтрующего свойства δ -функции $y(t) = \gamma x(t - t_0)$.

Импульсной характеристике соответствует передаточная функция канала $K(f) = K(f)e^{j\varphi(f)} = \gamma e^{-j2\pi f t_0}$, т. е. АЧХ $K(f) = \gamma$ не зависит от частоты, а ФЧХ $\varphi(f) = -2\pi f t_0$ линейно изменяется с частотой.

Связь между энергетическими характеристиками на выходе и входе детерминированного линейного стационарного канала $G_y(\omega) = G_x(\omega)K^2(\omega)$, $K^2(\omega) = |K(j\omega)|^2$ – квадрат модуля коэффициента передачи, $G(\omega)$ – СПМ.

Это выражение справедливо для стационарной линейной системы и при случайных стационарных воздействиях.

С учетом этого ФК и дисперсия выходного стационарного процесса $Y(t)$ равны

$$B_y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f)K^2(f)e^{j2\pi f\tau} df, \quad \sigma_y^2 = B_y(0) = \int_0^{\infty} G_x(f)K^2(f)df.$$

Детерминированный нелинейный канал.

Для нелинейных преобразований, описываемых моделью $y(t) = \varphi[x(t)]$, преобразование $x \rightarrow y$, как правило, однозначно, обратное преобразование $y \rightarrow x$ – нет (например, квадратичная цепь с характеристикой $y = kx^2$).

При нелинейных преобразованиях возникает трансформация (изменение) спектра входного воздействия: при воздействии на вход случайного узкополосного сигнала с полосой частот, ограниченной F_B , и центральной частотой f_0 , представляющего собой сумму регулярного сигнала и аддитивного шума $x(t) = s(t) + n(t)$, в общем случае на выходе будут присутствовать составляющие комбинационных частот трёх видов, группирующихся около частот nf_0 ($n = 0, 1, \dots$):

- 1) продукты взаимодействия составляющих входного сигнала между собой ($c \times c$);
- 2) продукты взаимодействия составляющих входного шума ($\text{ш} \times \text{ш}$);
- 3) продукты взаимодействия сигнала и шума ($c \times \text{ш}$).

Разделить их на выходе системы обычно невозможно.

Если известна характеристика $y = \varphi(x)$ нелинейной системы и двумерная функция распределения входного воздействия $w(x_1, x_2; t_1, t_2)$, то основные характеристики выходного процесса (МО и ФК):

$$m_Y(t) = \overline{Y(t)} = [\overline{X(t)}] = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(x) w(x, t) dx;$$

$$B_Y(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varphi(x_1) - \overline{Y(t)} \right] \cdot \left[\varphi(x_2) - \overline{Y(t + \tau)} \right] w(x_1, x_2; t, t + \tau) dx_1 dx_2.$$

Прямое преобразование Фурье по ФК находится СПМ процесса $Y(t)$.

Анализ прохождения случайных воздействий через нелинейные цепи сильно упрощается для узкополосных сигналов при их квазигармоническом представлении.

Случайный канал.

В простейшем случае случайное преобразование сигнала сводится к суммированию сигнала с аддитивной помехой. В более сложных каналах к этому добавляются случайные изменения параметров канала, в результате которых принимаемый сигнал не определяется однозначно передаваемым.

Любая линейная система, параметры которой подвергаются воздействию случайных внешних воздействий, описывается ИХ $h_{\text{л}}(t, \tau)$ – случайной функцией двух аргументов: момента наблюдения реакции t и времени, прошедшего с момента подачи δ -импульса – τ , и случайной передаточной функцией переменных ω и t :

$$K(j\omega, t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_{\text{л}}(t, \tau) e^{-j\omega\tau} d\tau.$$

Функция корреляции процесса $Y(t)$ на выходе случайного канала определяется выражением:

$$B_y(t, \tau) = \int_{-\infty}^{\infty} G_x(f) \Pi_{\text{к}}(f, \tau, t) e^{j\omega\tau} df,$$

$\Pi_{\text{к}}(f, \tau, t) = \overline{K(j\omega, t)K(-j\omega, t + \tau)}$ – системная характеристика случайного канала.

Обобщённая модель линейного стационарного канала для случайного входного воздействия $X(t)$: $Y(t) = \gamma X(t - \tau)$, где τ и γ (или) γ флюктуируют.

Прямые модели непрерывных каналов

1) **Идеальный канал** $z(t) = \gamma u(t - \tau)$, τ – постоянная задержка, γ – постоянный коэффициент передачи канала.

2) **Канал с аддитивным гауссовским шумом** $z(t) = \gamma(t)u[t - \tau(t)] + n(t)$, $n(t)$ – гауссовский аддитивный шум с нулевым математическим ожиданием и заданной корреляционной функцией; γ и τ – известные функции времени.

3) **Канал с неопределённой фазой сигнала и аддитивным шумом**

$$z(t) = \gamma[u(t) \cos \theta - \hat{u}(t) \sin \theta] + n(t),$$

$\hat{u}(t)$ – преобразование Гильберта от $u(t)$, $\theta = -\omega_0 \tau$ – случайная фаза.

4) **Многолучёвый гауссовский канал с селективными по частоте замираниями**

$$y(t) = \sum_{n=1}^N \gamma_n(t) [x(t - \bar{\tau}_n) \cos \theta_n(t) - \hat{x}(t - \bar{\tau}_n) \sin \theta_n(t)] + n(t),$$

N – число лучей в канале; $\bar{\tau}_n$ – среднее время задержки n -го луча.

Для случая, когда все γ_n одного порядка и фазовые сдвиги достаточно велики, одномерное распределение вероятности γ является рэлеевским

$$w(\gamma) = \frac{\gamma}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\sigma^2}\right), \gamma \geq 0.$$

Фаза результирующего сигнала θ равномерно распределена на интервале $(-\pi, +\pi)$. Дисперсия квадратурных составляющих σ^2 равна средней мощности приходящего сигнала. Такие замирания, как и каналы, в которых они проявляются, называются *рэлеевскими*.

Если в одном из подлучей γ значительно больше, чем в других, т. е. помимо диффузно отражённых лучей в место приёма приходит регулярный (не замирающий) луч, то модуль γ подчиняется обобщённому распределению Рэля

$$w(\gamma) = \frac{\gamma}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{\gamma^2}{2\sigma^2} - q^2\right) I_0\left(\frac{\gamma\sqrt{2q}}{\sigma}\right),$$

$q^2 = (m_X^2 + m_Y^2) / 2\sigma^2$ – отношение средних мощностей регулярной и флюктуирующих составляющих, $I_0(\gamma\sqrt{2q}/\sigma)$ – модифицированная функция Бесселя нулевого порядка.

Если по однолучевому каналу с замираниями передаётся относительно узкополосный сигнал, а среднеквадратическое отклонение запаздывания в отдельных лучах удовлетворяет условию $\Delta\tau \ll 1/\Delta F_c$, F_c — ширина спек-

тра, то изменения начальных фаз $\omega\Delta\tau$ на разных частотах ω в спектре сигнала почти одинаковы. При этом амплитуды и фазы всех составляющих спектра сигнала изменяются одновременно (гладкие или общие замирания). Если последнее условие не выполняется, то в разных областях спектра процессы замираний не совпадают (частотно селективные замирания) и происходит существенное изменение формы сигнала.

Быстрота изменений во времени передаточной функции или скорость замираний сигнала характеризуется временем корреляции $\tau_{\text{кор}}$ квадратурных компонент $X(t, \omega)$ и $Y(t, \omega)$ или шириной спектра замираний $\Delta f_{\text{зам}} = 1/\tau_{\text{кор}}$.

5) *Канал с межсимвольной интерференцией и аддитивным шумом*

Межсимвольная интерференция (МСИ) вызывается рассеянием сигнала во времени при его прохождении по каналу связи. На выходе многолучёвого канала одновременно присутствуют отклики канала на отрезки входного сигнала, относящиеся к довольно отдалённым моментам времени.

При передаче дискретных сообщений при приёме одного символа на вход приёмного устройства воздействуют также отклики на более ранние (а иногда и более поздние) символы, которые могут проявлять себя как помехи.

МСИ вызывается нелинейностью ФЧХ канала и ограниченностью его полосы пропускания. В радиоканалах причиной МСИ чаще всего является многолучёвое распространение радиоволн. Количество символов, определяющих сигнал МСИ, пропорционально скорости передачи символов $1/\tau_c$ при заданной полосе пропускания канала.

6) Модели в форме уравнения состояния

Данный вид моделей обладает наибольшей общностью, т. к. позволяют описывать как линейные, так и нелинейные векторные каналы.

Суть подхода к построению математической модели: вся предыстория до момента времени t_0 заменяется заданием некоторого начального состояния системы; зная характеристику системы (канала), начальное состояние и сигнал, действующий на промежутке от t_0 до t , можно последовательно определить сигнал на выходе и новое состояние системы в любой момент времени $t > t_0$.

матричным дифференциальным уравнением 1-го *порядка* – *уравнением состояния*:

$$\frac{d\lambda}{dt} = \varphi[\Lambda(t), u(t)],$$

φ – однозначная нелинейная векторная функция; $u(t) = [u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)]^T$;
 $\Lambda(t) = [\lambda_1(t), \lambda_2(t), \dots, \lambda_n(t)]^T$ – вектор состояния.

Для большинства реальных каналов связи можно ограничиться менее общей моделью в виде уравнений состояния, линейных относительно входных сигналов и линейных уравнений наблюдения:

$$\frac{d\lambda}{dt} = f(\lambda, t) + G(\lambda, t)u(t);$$

$$S(t) = C(t)\Lambda(t) + D(t)u(t),$$

$f(t)$, $G(\lambda, t)$, $C(t)$, $u(t)$ – в общем случае матричные функции;

$S(t) = [S_1(t), S_2(t), \dots, S_m(t)]$ – вектор выхода.

Достоинства метода: удобство моделирования уравнений на ЭВМ; наличие эффективных методов их анализа и синтеза; в системах со случайными воздействиями на входе – возможность построения на их основе рекуррентных алгоритмов оптимальной обработки сигналов.

Косвенные модели дискретных каналов

Модель дискретного канала содержит множество возможных сигналов на его входе и распределение условных вероятностей выходного сигнала при заданном входном. Входными и выходными сигналами являются последовательности n кодовых символов (векторов). Поразрядная разность (по модулю m) между принятым и переданным векторами называется *вектором ошибок*. Всякая единица в векторе ошибок означает ошибку в соответствующем месте передаваемой последовательности, а всякий нуль — безошибочный приём символа. Число ненулевых символов в векторе ошибок называется его *весом*. Прохождение дискретного сигнала через канал можно рассматривать как сложение входного вектора с вектором ошибок. Случайный вектор ошибок играет в дискретном канале ту же роль, что и помеха в непрерывном канале.

Различные модели отличаются распределением вероятностей случайного вектора ошибок.

1) Каналы без памяти

Термин «без памяти» означает, что вероятность ошибочного приёма символа не зависит от того, какие символы передавались до него и как они были приняты.

а) Постоянный симметричный канал без памяти (биномиальный) – дискретный канал, в котором каждый переданный кодовый символ может быть принят ошибочно с фиксированной вероятностью p и правильно с вероятностью $q = 1 - p$, причём в случае ошибки вместо переданного i -го символа b_i кода может быть с равной вероятностью принят любой другой символ. Вероятность того, что принят символ \hat{b}_j вместо переданного b_i

$$p(\hat{b}_j/b_i) = \begin{cases} \frac{p}{m-1}, & i \neq j, \\ 1-p, & i = j. \end{cases}$$

Вероятность любого n -мерного вектора ошибок $\underline{\varepsilon}^{[n]}$

$$p(\underline{\varepsilon}^{[n]}) = \left(\frac{p}{m-1}\right)^l (1-p)^{n-l}, \quad l - \text{вес вектора ошибок.}$$

на протяжении последовательности длины n , определяется формулой Бернулли

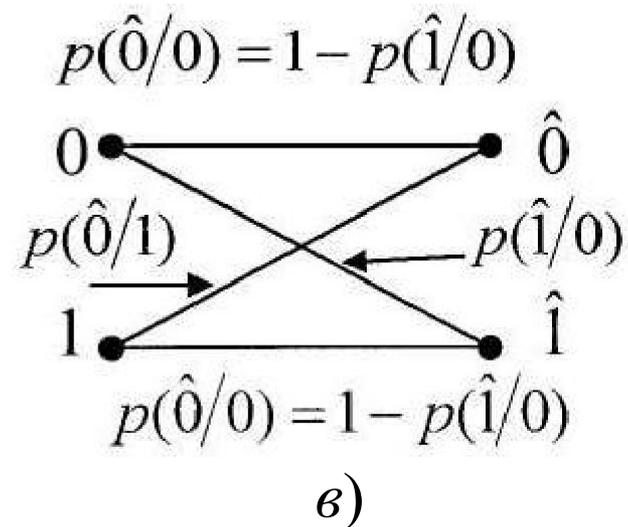
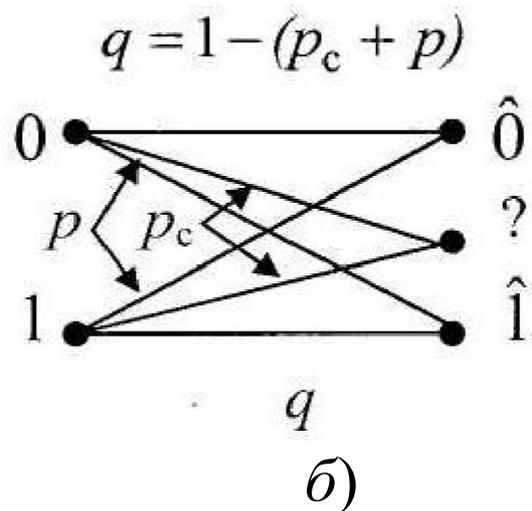
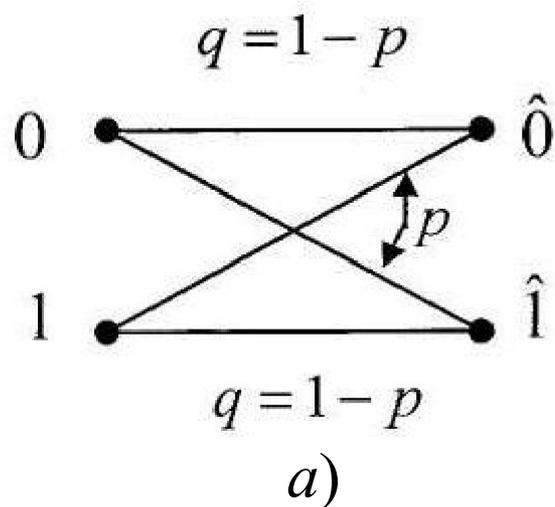
$$p(l) = C_n^l \left(\frac{p}{m-1} \right)^l (1-p)^{n-l},$$

$C_n^l = \frac{n!}{l!(n-l)!}$ – число различных сочетаний ошибок в блоке длиной n .

Вероятность появления ошибок в двоичной кодовой комбинации длины n (кратному $l \geq 1$) при $p \ll 1$

$$p(\geq 1, n) = \sum_{l=1}^n C_n^l p^l (1-p)^{n-l} = 1 - (1-p)^n \approx np.$$

Вероятности переходов в двоичном симметричном канале схематически показаны в виде графа (а).



«!?»). Этот символ появляется тогда, когда первая решающая схема (демо-дулятор) не может надёжно опознать переданный символ. Вероятность такого отказа от решения (стирания символа) $p_c = \text{const}$. За счёт введения стирания удаётся значительно снизить вероятность ошибки.

в) Двоичный несимметричный канал без памяти: ошибки возникают независимо друг от друга, однако вероятности ошибок зависят от того, какой символ передаётся. В этой модели вероятность вектора ошибок зависит последовательности передаваемых символов.

2) Каналы с памятью

Условная вероятность ошибочного приёма $(i+r)$ -го символа при условии, что i -й символ принят с ошибкой, не равна безусловной вероятности ошибки. Простейшей моделью двоичного канала с памятью является марковская, определяемая матрицей переходных вероятностей:

$$p = \begin{bmatrix} 1 - p_1 & p_1 \\ p_2 & 1 - p_2 \end{bmatrix},$$

символ правильно, если предыдущий принят правильно; p_2 – условная вероятность принять $(i + 1)$ -й символ ошибочно, если предыдущий принят ошибочно; $1 - p_2$ – условная вероятность принять $(i+1)$ -й символ правильно, если предыдущий принят ошибочно; $p = p_1 / (1 + p_1 - p_2)$.

Модель Гильберта: канал может находиться в двух состояниях S_1 и S_2 (S_1 – ошибок не происходит, S_2 – ошибки возникают независимо с вероятностью p_2). Переходы из одного состояния в другое образуют простую марковскую цепь с матрицей переходов:

$$S = \begin{bmatrix} 1 - p(S_2 / S_1) & p(S_2 / S_1) \\ p(S_1 / S_2) & 1 - p(S_1 / S_2) \end{bmatrix},$$

$p(S_2 / S_1)$ и $p(S_1 / S_2)$ – вероятность перехода соответственно из состояния S_1 в S_2 и из состояния S_2 в S_1 .

Вероятности нахождения канала в состоянии S_1 и S_2 соответственно

$$p(S_1) = \frac{p(S_1 / S_2)}{p(S_1 / S_2) + p(S_2 / S_1)}; \quad p(S_2) = \frac{p(S_2 / S_1)}{p(S_2 / S_1) + p(S_1 / S_2)}.$$

Безусловная вероятность ошибки

$$p = p_2 p(S_2) = p_2 \frac{p(S_2 / S_1)}{p(S_1 / S_2) + p(S_2 / S_1)}.$$

Дискретный канал с группированием ошибок (модель Пуртова) – в модели два параметра: вероятность ошибок p и показатель группирования α . Вероятность появления искажённой комбинации $p[\geq 1, n]$ (с числом искажённых элементов больше или равно 1) длины n

$$p[\geq 1, n] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{иск}}(n)}{N(n)} \approx n^{1-\alpha} p,$$

$N_{\text{иск}}(n)$ – число искажённых комбинаций, $N(n)$ – общее число переданных комбинаций.

Вероятность наличия комбинации длиной n с t и более ошибками

$$p[\geq t, n] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{иск}}[\geq t, n]}{N(n)} \approx \left(\frac{n}{t}\right)^{1-\alpha} p.$$

При заданном n чем больше группирование ошибок (больше t), тем меньше число искажённых кодовых комбинаций.