

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОБЪЕМОВ ТЕЛ С ПОМОЩЬЮ ИНТЕГРАЛОВ

Выполнила Рузанова В.М.

Нет ни одной области математики, как бы абстрактна она ни была, которая когда-нибудь не окажется применимой к явлениям действительного мира.

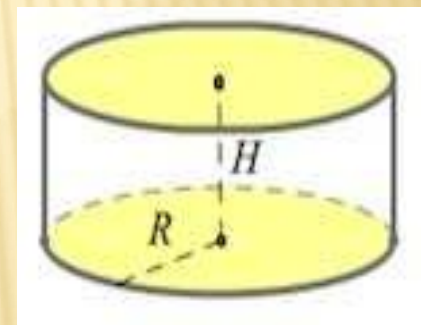
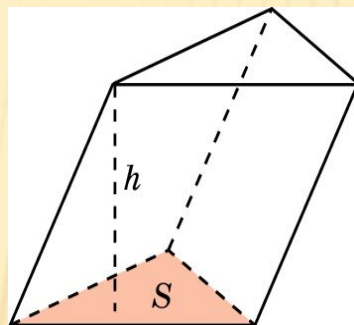
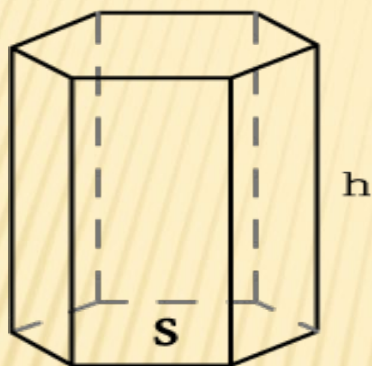


Н. И. Лобачевский



СКОЛЬКО ВОДЫ НУЖНО, ЧТОБЫ НАПОЛНИТЬ БАССЕЙН? СКОЛЬКО СОКА ПОМЕСТИТСЯ В КРУЖКЕ? КАК ОПРЕДЕЛИТЬ, ЗОЛОТАЯ КОРОНА ИЛИ НЕТ? ВСЕ ЭТО И МНОГОЕ ДРУГОЕ ОТНОСИТСЯ К ПОНЯТИЮ ОБЪЕМА. ЧТО ТАКОЕ ОБЪЁМ?

ОБЪЕМОМ ТЕЛА НАЗЫВАЕТСЯ ЧАСТЬ ПРОСТРАНСТВА, КОТОРОЕ ЗАНИМАЕТ ТЕЛО.



На рисунке мы видим цилиндр и призмы, что общего в формуле вычисления объемов этих тел?

$$V = S \cdot H$$

КАКУЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКУЮ ФОРМУ ИМЕЮТ ЭТИ ПРЕДМЕТЫ?



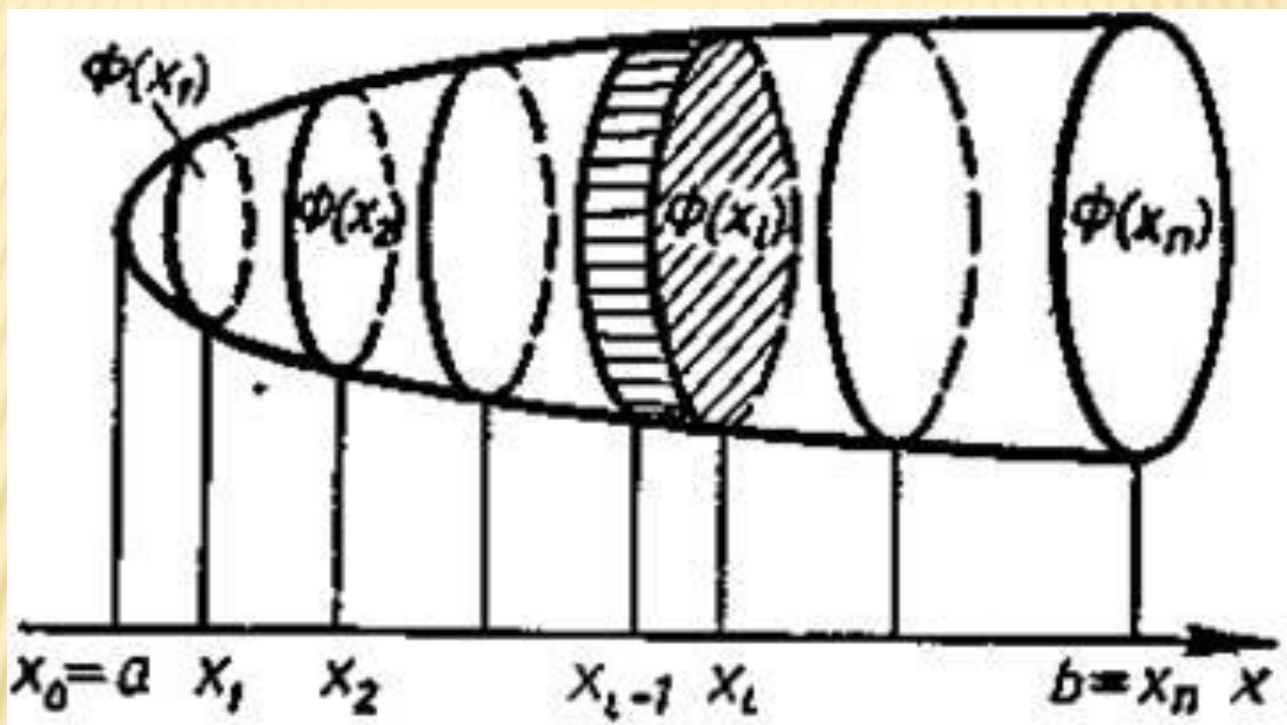


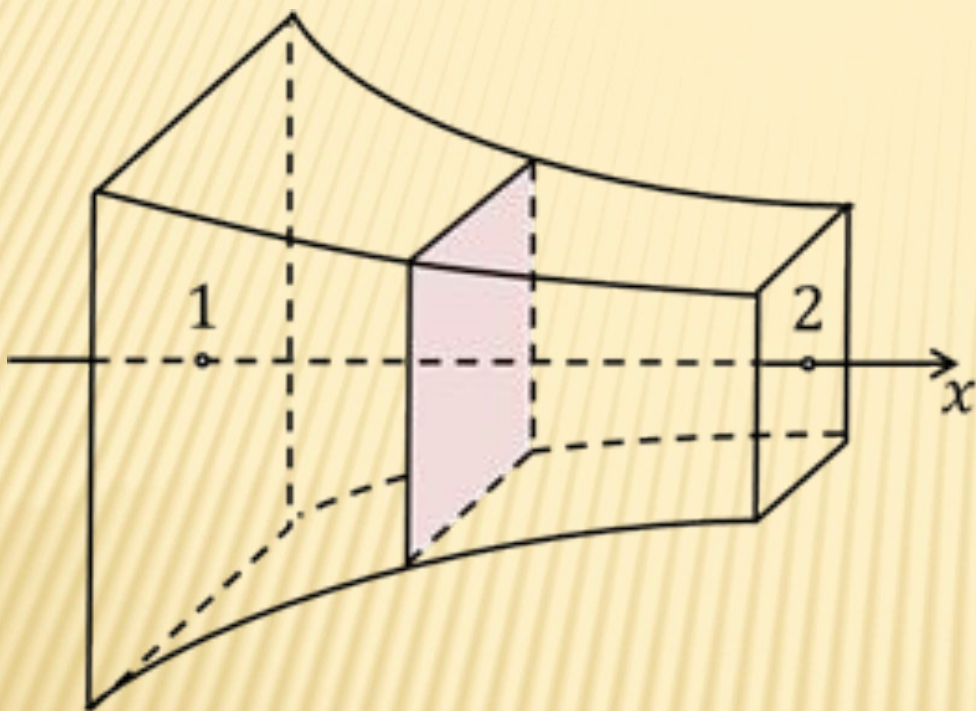
РИС. 1.

ТЕЛО МЕЖДУ ДВУМЯ ПАРАЛЛЕЛЬНЫМИ ПЛОСКОСТЯМИ

Объем тела можно найти как значение определенного интеграла:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

Найдем объем тела, сечением которого является квадрат со стороной $\frac{1}{x}$

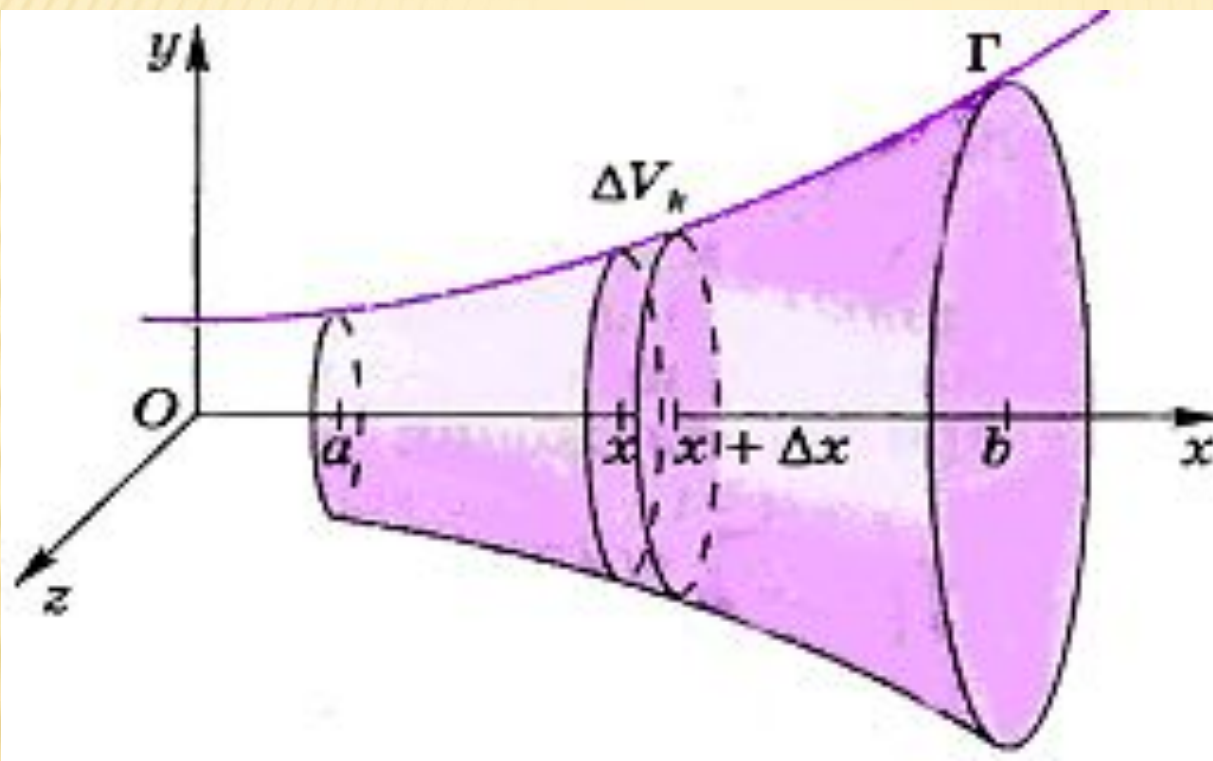


Воспользуемся формулой:

$$V = \int_a^b S(x) dx$$

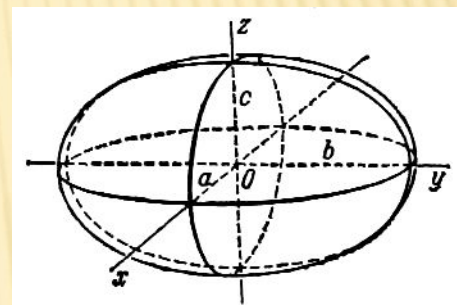
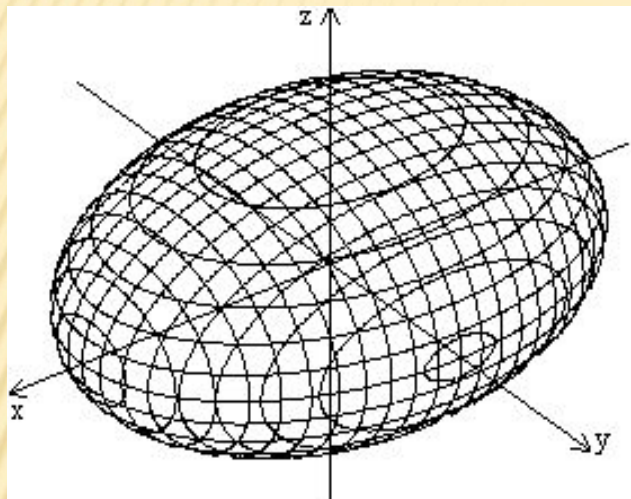
Ответ: 0,5 кубических единиц.

Вычисление объемов тел вращения

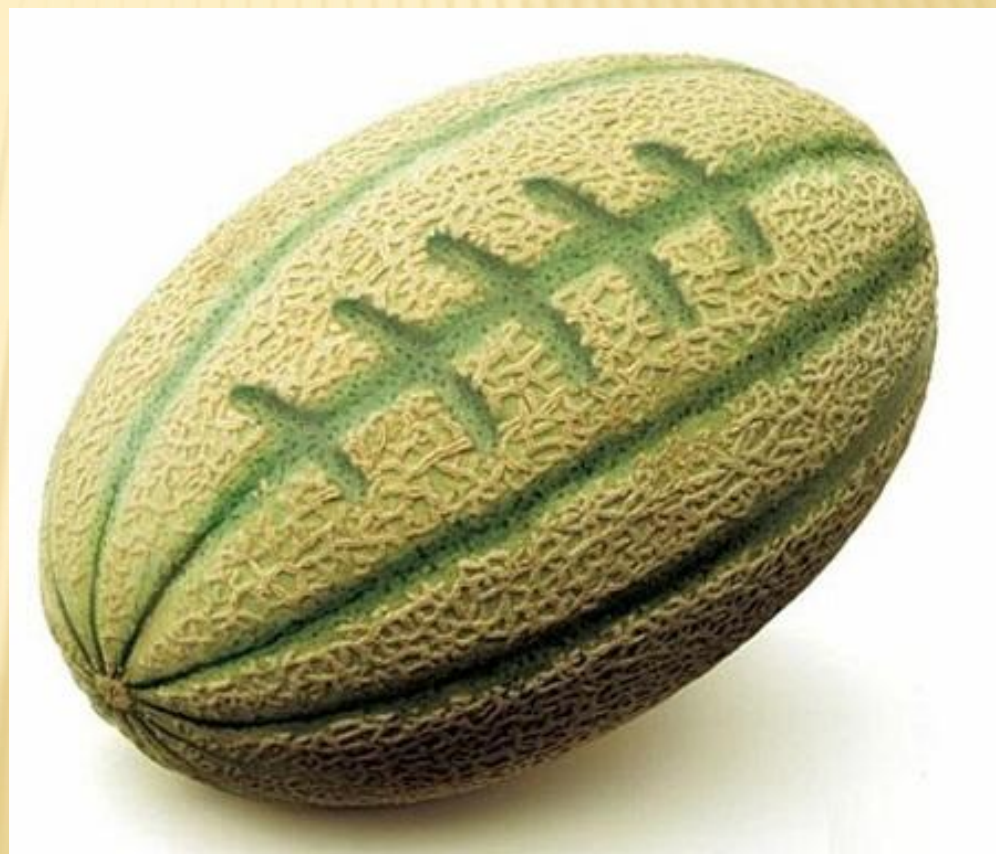


$$V = \pi \int_a^b R^2(x) dx$$

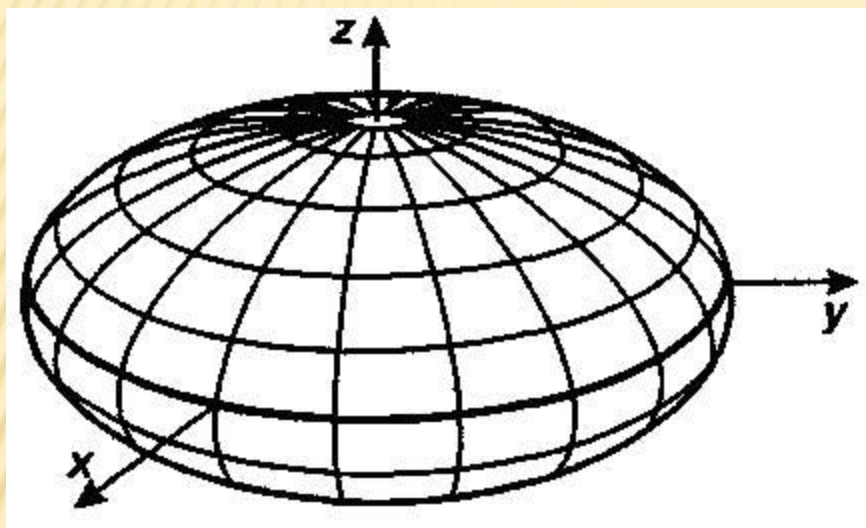
Эллипсоид вращения вокруг большей оси



$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot a^2 b$$



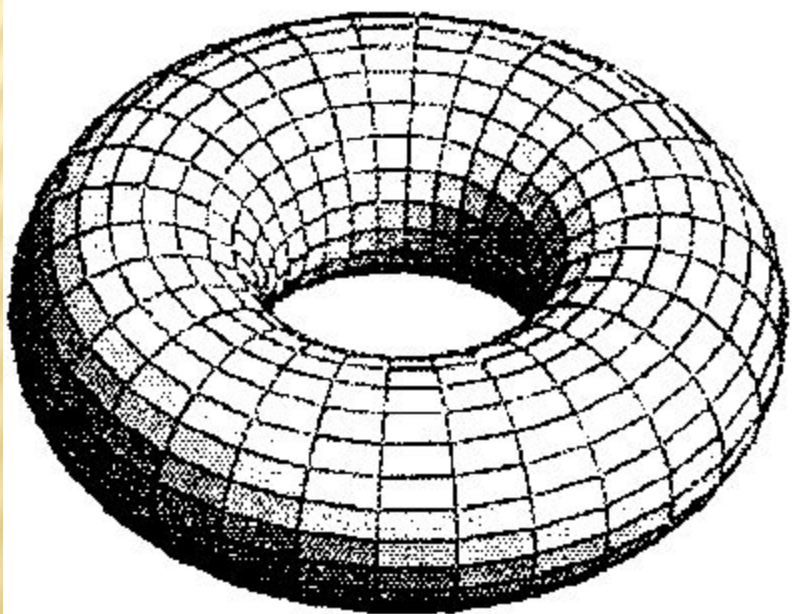
Эллипсоид вращения вокруг меньшей оси



$$V = \frac{4}{3} \pi \cdot b^2 a$$



Объем тора (тороида)



$$V = 2\pi^2 r^2 R$$

На следующем уроке мы рассмотрим нахождения объемов других тел вращения: конуса и усеченного конуса.

