КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА» КАК АППАРАТ ЭКОНОМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Пекарская Ольга Анатольевна
Стаценко Владимир Владимирович
2014

ОСНОВА И ПРАКТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ АНАЛИЗА И ОЦЕНКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Стохастические экономико-математические модели с наличием случайного фактора или риска, использующие сложный математический аппарат из теории вероятностей, математической статистики, методов оптимальных решений, теории игр.

Оценка финансовых рисков с помощью вероятностей соответствующих событий позволяет сравнивать финансовые риски между собой, выбирать наименее вероятные и управлять финансовыми рисками.

КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА»

Математическая модель:

Вероятностное пространство **(Ω ,*F*,*P*)**

Реализация неопределенности***:***

События ***A,*** означающие понесенные убытки, входящие в **σ**-алгебру ***F***

P(A) – вероятность понести финансовые убытки

КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА»

1. Неопределенность реализуется полностью различными событиями ***A***, входящими в σ-алгебру ***F*** , а ее численная оценка – вероятностями ***P(A)***.

2. Концепцию состояния мира целесообразно применять при анализе инвестиционных проектов, сопровождающихся финансовым риском.

ФАКТОРЫ, СОПОСТАВЛЯЕМЫЕ ИНВЕСТОРОМ

1. Получение более высокой прибыли.

2. Степень риска, которая реализуется при осуществлении данного проекта.

СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНВЕСТИЦИИ

Инвестиционный проект сроком на один год:

D – доход (убыток) от проекта

K – резервный капитал

η - случайная величина, характеризующая экономическую конъюктуру

$$\boxed{D = h(\eta, K)}$$

Функция $z = h(x, y)$ возрастает при росте аргумента x при фиксированном y.

Для каждого y существует обратная ей функция

$$x = h_y^{-1}(z) = \Psi(z,y),$$

являющаяся также строго возрастающей по аргументу z.

Пусть для каждого z, $\Psi(z,y)$ - строго убывающая функция по переменной y

Тогда случайное событие **A**, состоящее в том, что инвестор окажется без доходов, равносильно событию, что случайная величина η не превзойдет $h_y^{-1}(z)$

$$\boxed{A = \{D \le 0\} = \{\eta \le h_k^{-1}(0)\}}$$

Пусть случайная величина **η** имеет функцию распределения

$$F_\eta(x) = P\{\eta \le x\},\ \ x \in (-\infty, +\infty)$$

Тогда оценка финансового рынка убытков будет определяться как

$$\boxed{P(A) = P\{\eta \le h_k^{-1}(0)\} = F_\eta(h_k^{-1}(0)) = F_\eta(\Psi(0,K))}$$

Т.к. любая функция распределения является монотонно возрастающей функцией, то есть для любых

$\boldsymbol{x} < \boldsymbol{y}, \quad \boldsymbol{F}_\eta(\boldsymbol{x}) \leq \boldsymbol{F}_\eta(\boldsymbol{y})$,

а по нашему предположению $\boldsymbol{\Psi}(0,\boldsymbol{K})$ – убывающая функция по $\boldsymbol{K}$, вероятность риска $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A})$ убывает с ростом резервного капитала $\boldsymbol{K}$. Тем самым минимум риска в этом случае возникает тогда, когда резервный капитал максимален.

Если функция $\boldsymbol{\Psi}(0,\boldsymbol{K})$ не ограничена снизу, то при

$\boldsymbol{K} \to +\infty \quad \boldsymbol{\Psi}(0,\boldsymbol{K}) \to -\infty$, следовательно

$$\boxed{\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{F}_\eta(\boldsymbol{\Psi}(0,\boldsymbol{K})) \to 0.}$$

Последнее означает, что бесконечный резервный капитал определяет вероятность неполучения прибыли, равную нулю.

Следовательно, наличие бесконечно большого капитала полностью устраняет риск неполучения прибыли.

Модель разорения страховой компании

K – резервный капитал страховой компании, получаемый за счет начальных взносов за вычетом накладных расходов.
S – суммарный иск к страховой компании за счет выплат по договорам

D = K-S – доход страховой компании.

$$\boldsymbol{a = MS} \qquad \sigma = \sqrt{DS}$$

В данных формулах MS и DS соответственно мат.ожидание и дисперсия случайной величины S.

Модель разорения страховой компании

σ >0. Тогда случайная величина $\boldsymbol{\sigma}^{-1}(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{a})$ имеет стандартное гаусовское распределение.

Тогда распределение $\boldsymbol{\eta} = -\boldsymbol{\sigma}^{-1}(\boldsymbol{S} - \boldsymbol{a})$ выражается функцией Лапласа:

$$F_\eta(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$\boldsymbol{S} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{\sigma\eta} \quad | \quad \boldsymbol{D} = \boldsymbol{K} - \boldsymbol{a} + \boldsymbol{\sigma\eta} \mid \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{y}) = \boldsymbol{y} - \boldsymbol{a} + \boldsymbol{\sigma x}$$

Проверка

Для каждого **y** будет обратная функция

$$x = h_y^{-1}(z) = \Psi(z,y) = \frac{z + a - y}{\sigma}$$

Разорение наступит в ситуации, если доход D<0.

На основе предыдущих рассуждений, получаем оценку риска разорения страховой компании по формуле Лапласа:

$$\boxed{P(A) = F_\eta\big(\Psi(0,\mathrm{K})\big) = \Phi\left(\frac{a - K}{\sigma}\right)}$$

Спасибо за внимание!