

# **КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА» КАК АППАРАТ ЭКОНОМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ**

Пекарская Ольга Анатольевна  
Стаценко Владимир Владимирович  
2014

# ОСНОВА И ПРАКТИЧЕСКИЙ ИНСТРУМЕНТАРИЙ АНАЛИЗА И ОЦЕНКИ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ



Стохастические экономико-математические модели с наличием случайного фактора или риска, использующие сложный математический аппарат из теории вероятностей, математической статистики, методов оптимальных решений, теории игр.

Оценка финансовых рисков с помощью вероятностей соответствующих событий позволяет сравнивать финансовые риски между собой, выбирать наименее вероятные и управлять финансовыми рисками.

# КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА»



Математическая модель:

Вероятностное пространство  $(\Omega, \mathcal{F}, P)$

Реализация неопределенности:

События  $A$ , означающие понесенные убытки, входящие в  $\sigma$ -алгебру  $\mathcal{F}$

$P(A)$  – вероятность понести финансовые убытки

# КОНЦЕПЦИЯ «СОСТОЯНИЯ МИРА»



1. Неопределенность реализуется полностью различными случайными событиями  $A$ , входящими в  $\sigma$ -алгебру  $F$ , а ее численная оценка – вероятностями  $P(A)$ .

2. Концепцию состояния мира целесообразно применять при анализе инвестиционных проектов, сопровождающихся финансовым риском.

# ФАКТОРЫ, СОПОСТАВЛЯЕМЫЕ ИНВЕСТОРОМ



1. Получение более высокой прибыли.
2. Степень риска, которая реализуется при осуществлении данного проекта.

# СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИНВЕСТИЦИИ



Инвестиционный проект сроком на один год:

**D** – доход (убыток) от проекта

**K** – резервный капитал

**$\eta$**  - случайная величина, характеризующая экономическую конъюнктуру

$$D = h(\eta, K)$$

Функция  $z = h(x, y)$  возрастает при росте аргумента  $x$  при фиксированном  $y$ .

Для каждого  $y$  существует обратная ей функция

$$x = h_y^{-1}(z) = \Psi(z, y),$$

являющаяся также строго возрастающей по аргументу  $z$ .

Пусть для каждого  $z$ ,  $\Psi(z, y)$  - строго убывающая функция по переменной  $y$

Тогда случайное событие  $A$ , состоящее в том, что инвестор окажется без доходов, равносильно событию, что случайная величина  $\eta$  не превзойдет  $h_y^{-1}(z)$

$$A = \{D \leq 0\} = \{\eta \leq h_k^{-1}(0)\}$$

Пусть случайная величина  $\eta$  имеет функцию распределения

$$F_{\eta}(x) = P\{\eta \leq x\}, \quad x \in (-\infty, +\infty)$$

Тогда оценка финансового рынка убытков будет определяться как

$$P(A) = P\{\eta \leq h_k^{-1}(0)\} = F_{\eta}(h_k^{-1}(0)) = F_{\eta}(\Psi(0, K))$$

Т.к. любая функция распределения является монотонно возрастающей функцией, то есть для любых  $\mathbf{x} < \mathbf{y}$ ,  $F_{\eta}(\mathbf{x}) \leq F_{\eta}(\mathbf{y})$ , а по нашему предположению  $\Psi(0, \mathbf{K})$  – убывающая функция по  $\mathbf{K}$ , вероятность риска  $P(A)$  убывает с ростом резервного капитала  $\mathbf{K}$ . Тем самым минимум риска в этом случае возникает тогда, когда резервный капитал максимален.

Если функция  $\Psi(0, \mathbf{K})$  не ограничена снизу, то при

$\mathbf{K} \rightarrow +\infty$   $\Psi(0, \mathbf{K}) \rightarrow -\infty$ , следовательно

$$P(A) = F_{\eta}(\Psi(0, \mathbf{K})) \rightarrow 0.$$

Последнее означает, что бесконечный резервный капитал определяет вероятность неполучения прибыли, равную нулю.

Следовательно, наличие бесконечно большого капитала полностью устраняет риск неполучения прибыли.

# Модель разорения страховой компании



**K** – резервный капитал страховой компании, получаемый за счет начальных взносов за вычетом накладных расходов.

**S** – суммарный иск к страховой компании за счет выплат по договорам

**D = K-S** – доход страховой компании.

$$\alpha = MS$$

$$\sigma = \sqrt{DS}$$

В данных формулах  $MS$  и  $DS$  соответственно мат.ожидание и дисперсия случайной величины  $S$ .

# Модель разорения страховой компании

$\sigma > 0$ . Тогда случайная величина  $\sigma^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{a})$  имеет стандартное гауссовское распределение.

Тогда распределение  $\eta = -\sigma^{-1}(\mathbf{S} - \mathbf{a})$  выражается функцией Лапласа:

$$F_{\eta}(x) = \Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{a} - \sigma\eta \quad | \quad \mathbf{D} = \mathbf{K} - \mathbf{a} + \sigma\eta \quad | \quad h(x, y) = y - \mathbf{a} + \sigma x$$

# Проверка



Для каждого  $y$  будет обратная функция

$$x = h_y^{-1}(z) = \Psi(z, y) = \frac{z + a - y}{\sigma}$$

Разорение наступит в ситуации, если доход  $D < 0$ .

На основе предыдущих рассуждений, получаем оценку риска разорения страховой компании по формуле Лапласа:

$$P(A) = F_{\eta}(\Psi(0, K)) = \Phi\left(\frac{a - K}{\sigma}\right)$$

**Спасибо за внимание!**