

Контур с током в магнитном поле

Занятие 4.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

- **1. Магнитный момент контура с током**
- Магнитный момент контура с током – это вектор

$$\vec{p}_m = I \vec{n} S$$

1. Механический момент, действующий на контур с током в магнитном поле

Механический момент, действующий на замкнутый контур с током в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B} определяется выражением

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}]$$

. Величина механического момента равна

$$M = p_m B \sin \alpha$$

СПРАВОЧНЫЙ МАТЕРИАЛ

Элементарный заряд $e=1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Масса электрона $m=9,11 \cdot 10^{-31}$ кг.

Магнитная постоянная $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Плотность алюминия $\rho=2,6 \cdot 10^3$ кг/м.

1. Многовитковый плоский контур содержит 1000 витков тонкого провода. Контур имеет квадратное сечение со стороной, равной 10 см. Найти магнитный момент контура p_m , если по нему течет ток, равный 1 А.

1. Многовитковый плоский контур содержит 1000 витков тонкого провода. Контур имеет квадратное сечение со стороной, равной 10 см. Найти магнитный момент контура p_m , если по нему течет ток, равный 1 А.

Решение.

ДАНО:

$$N=1000$$

$$a=10 \text{ см}$$

$$I=1 \text{ А}$$

$$p_m = ?$$

Магнитный момент контура с током равен

$$p_m = NIS,$$

где $S=a^2$ – площадь контура.

Подставляя численные значения, найдем

$$p_m = NIa^2 = 10^3 \cdot 10^{-2} = 10 \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Ответ: $p_m = 10$
 $\text{А} \cdot \text{м}^2$

2. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Указать направления векторов моментов.

2. Электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите некоторого радиуса. Найти отношение магнитного момента p_m эквивалентного кругового тока к моменту импульса L орбитального движения электрона. Указать направления векторов магнитного момента

Решение.

$$S = \pi r^2$$

Дано: $p_m = IS$

$$L = mvr$$

$$p_m = \frac{1}{2} e v r$$

$$I = \frac{e}{T}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi r}{v}$$

$$\frac{p_m}{L} = - \frac{e}{2m}$$

$$I = \frac{ev}{2\pi r}$$

$$\frac{p_m}{L} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \text{ Кл} \cdot \frac{1}{\text{кг}} = 8,79 \cdot 10^9$$

Знак « $-$ » показывает, что векторы магнитного и механического моментов направлены в противоположные стороны.

3. По тонкому стержню длиной $l=1$ м равномерно распределен заряд $q=0,24$ мКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega=100$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня.

3. По тонкому стержню длиной $l=1$ м равномерно распределен заряд $q=0,24$ мКл. Стержень приведен во вращение с постоянной угловой скоростью $\omega=100$ рад/с относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Определить магнитный момент p_m , обусловленный вращением заряженного стержня.

Решение.

Дано:

$$q=0,24 \text{ мКл}$$

$$l=1 \text{ м}$$

$$\omega=100 \text{ рад/с}$$

$$dq = \frac{q dr}{l}$$

$$dI = \frac{dq}{T} = \frac{\omega q}{2\pi l} dr$$

$$dp_m = dIS = \pi r^2 \frac{\omega q}{2\pi l} dr$$

$$p_m = ?$$

$$p_m = \int_{-l/2}^{l/2} \pi \frac{\omega q}{2\pi l} r^2 dr = \frac{1}{6 \cdot l} \omega q r^3 \Big|_{-l/2}^{l/2} = \frac{1}{24} \omega q l^2$$

$$\text{Ответ: } p_m = 10^{-3}$$

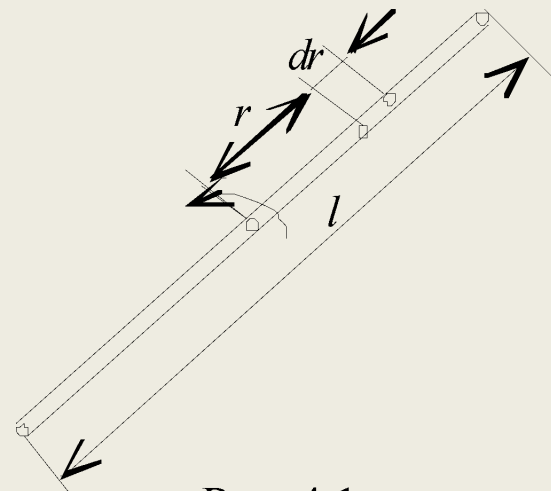


Рис. 4.1

4. Из проволоки длиной $l=20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2 , действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл. По контурам течет ток $I=2$ А. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha=45^\circ$ с направлением поля.

4. Из проволоки длиной $l=20$ см сделаны квадратный и круговой контуры. Найти вращающие моменты сил M_1 и M_2 , действующие на каждый контур, помещенный в однородное магнитное поле с индукцией $B=0,1$ Тл. По контурам течет ток $I=2$ А. Плоскость каждого контура составляет угол $\alpha=45^\circ$ с направлением поля.

Дано:

$$l=0,2 \text{ м}$$

$$B=0,1 \text{ Тл}$$

$$I=2 \text{ А}$$

$$\alpha=45^\circ$$

$$M_1 \text{ и } M_2 \text{ -?}$$

Решение.

$$M = p_m \cdot B \cdot \sin \beta,$$

β – угол между направлениями векторов магнитной индукции и магнитного момента p_m

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$M = p_m \cdot B \cdot \cos \alpha.$$

$$p_m = I \cdot S$$

$S=(l/4)^2$ – площадь квадратного контура;

$S=\pi l^2/(2\pi)^2$ – площадь кругового контура.

$$M_1 = IB(l/4)^2 \cos \alpha = 2 \cdot 0,1 \cdot (0,05)^2 \cdot (1/2) = 3,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$M_2 = IB^2 \cos \beta / (4\pi) = 2 \cdot 0,1 \cdot (0,2)^2 / (8 \cdot 3,14) = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ Н} \cdot \text{м}$$

5. На расстоянии $a=20$ см от длинного прямолинейного вертикального проводника на длинной упругой нити висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой $p_m=0,01$ А · м². Стрелка находится в плоскости, проходящей через проводник и нить. На какой угол ϕ повернется стрелка, если по проводнику пустить ток $I=30$ А? Постоянная кручения нити $C=2,5 \cdot 10^{-9}$ Н · м/град. Система экранирована от магнитного поля Земли.

5. На расстоянии $a=20$ см от длинного прямолинейного вертикального проводника на длинной упругой нити висит короткая магнитная стрелка, магнитный момент которой $p_m=0,01 \text{ А} \cdot \text{м}^2$. Стрелка находится в плоскости, проходящей через проводник и нить. На какой угол ϕ повернется стрелка, если по проводнику пустить ток $I=30 \text{ А}$? Постоянная кручения нити $C=2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м/град}$. Система экранирована от магнитного поля Земли.

Дано:

$$a=0,2 \text{ м}$$

$$p_m=0,01 \text{ А} \cdot \text{м}^2$$

$$I=30 \text{ А}$$

$$C=2,5 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м/град}$$

$$\phi=?$$

Решение.

$$M = p_m B \sin \alpha = C\phi$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos \phi = \frac{C}{p_m B} \phi$$

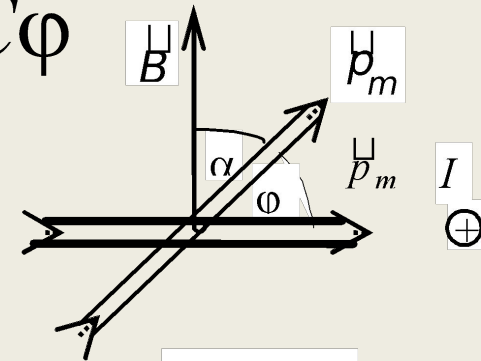


Рис. 4.2

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a} \quad \cos \phi = \frac{2\pi C a}{\mu_0 I p_m} \phi$$

$$\cos \phi = \frac{2,5 \cdot 10^{-9} \cdot 0,2}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 30 \cdot 10^{-2}} \phi = \frac{\phi}{120^\circ} \quad \phi = 60^\circ$$

6. Квадратная рамка с площадью поверхности $S=10^{-4}$ м² содержит $N=400$ витков тонкого провода. Рамка подвешена в магнитном поле на упругих нитях, проходящих через середины ее противоположных сторон. Плоскость рамки параллельна линиям индукции, величина которой $B=30$ мТл. Постоянная кручения C нитей равна 10 мкН · м/град. Определить, на какой угол повернется рамка вокруг нити, если через нее пропустить ток $I=1$ А?

6. Квадратная рамка с площадью поверхности $S=10^{-4}$ м² содержит $N=400$ витков тонкого провода. Рамка подвешена в магнитном поле на упругих нитях, проходящих через середины ее противоположных сторон. Плоскость рамки параллельна линиям индукции, величина которой $B=30$ мТл. Постоянная кручения C нитей равна 10 мкН·м/град. Определить, на какой угол повернется рамка вокруг нити, если через нее пропустить ток $I=1$ А?

Дано:

$$S=10^{-4} \text{ м}^2$$

$$N=400$$

$$B=0,03 \text{ Тл}$$

$$I=1 \text{ А}$$

$$C=10 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м/град}$$

$$\phi=?$$

Решение.

$$M = p_m B \sin \alpha = C\varphi$$

$$\alpha + \beta = 90^\circ$$

$$\cos \varphi = \frac{C}{NISB} \varphi$$

$$\cos \varphi = \frac{10 \cdot 10^{-6} \varphi}{400 \cdot 10^{-4} \cdot 30 \cdot 10^{-3}} = \frac{\varphi}{120^\circ}$$

$$\phi=60^\circ$$

7. Квадратная рамка со стороной длиной $a=1$ см, содержащая $N=200$ витков тонкого провода, подвешена в магнитном поле с индукцией $B=30$ мТл на упругих нитях, проходящих через середины ее противоположных сторон. Постоянная кручения C нитей равна 10 мкН·м/град. Ось вращения рамки совпадает с нитью. Определить, на какой угол повернется рамка, если через нее пропустить ток $I=1$ А? Магнитный момент, возникающий у рамки после включения тока, направлен против индукции внешнего магнитного поля.

7. Квадратная рамка со стороной длиной $a=1$ см, содержащая $N=200$ витков тонкого провода, подвешена в магнитном поле с индукцией $B=30$ мТл на упругих нитях, проходящих через середины ее противоположных сторон. Постоянная кручения C нитей равна 10 мкН·м/град. Ось вращения рамки совпадает с нитью. Определить, на какой угол повернется рамка, если через нее пропустить ток $I=1$ А? Магнитный момент, возникающий у рамки после включения тока, направлен против индукции внешнего магнитного поля.

Дано:

$$a=1 \text{ см}$$

$$N=200$$

$$B=0,03 \text{ Тл}$$

$$I=1 \text{ А}$$

$$C=10 \cdot 10^{-6} \text{ Н} \cdot \text{м/град}$$

$$\phi=?$$

Решение.

$$M = p_m B \sin \alpha = C\varphi$$

$$\alpha = (\pi - \varphi) \quad p_m = NIa^2$$

$$\sin \varphi = \frac{C}{NIBa^2} \varphi$$

$$\sin \varphi = \frac{10 \cdot 10^{-6}}{200 \cdot 30 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-4}} \varphi = \frac{\varphi}{60^\circ}$$

$$\phi=30^\circ$$

8. Катушка гальванометра, состоящая из $N=400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $a=3$ см и шириной $b=2$ см, подвешена на нити в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,1$ Тл. По катушке течет ток $I=0,1$ мкА. Найти вращающийся момент M , действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\phi=60^\circ$ с направлением магнитного поля.

8. Катушка гальванометра, состоящая из $N=400$ витков тонкой проволоки, намотанной на прямоугольный каркас длиной $a=3$ см и шириной $b=2$ см, подвешена на нити в однородном магнитном поле с индукцией $B=0,1$ Тл. По катушке течет ток $I=0,1$ мкА. Найти вращающийся момент M , действующий на катушку гальванометра, если плоскость катушки: а) параллельна направлению магнитного поля; б) составляет угол $\phi=60^\circ$ с направлением магнитного поля.

Дано:

$$N=400$$

$$a=3 \text{ см}$$

$$b=2 \text{ см}$$

$$B=0,1 \text{ Тл}$$

$$I=0,1 \text{ А}$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\phi=60^\circ$$

$$M_1 \text{ и } M_2 \text{ -?}$$

Решение.

$$M = p_m B \sin \alpha,$$

$$S = ab$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$M = p_m B = INabB$$

$$= 10^{-7} \cdot 400 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 = 2,4 \cdot 10^{-9} \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

$$\phi + \alpha = \pi/2, \quad \alpha = \pi/2 - \phi$$

$$M = p_m B \sin \alpha = INabB \cos \phi$$

$$= 10^{-7} \cdot 400 \cdot 6 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 0,5 = 1,2 \cdot 10^{-9}$$

$$\text{Н} \cdot \text{м}.$$

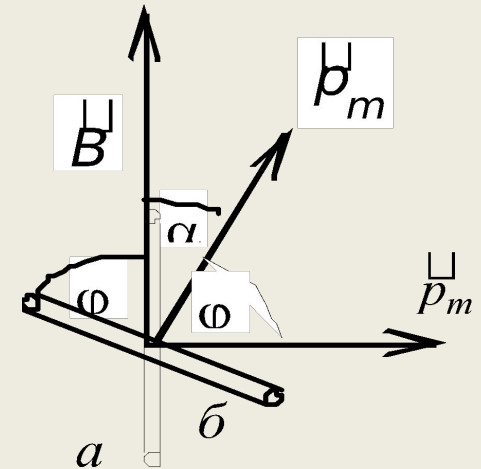


Рис. 4.3

9. Катушка гальванометра, состоящая из $N=600$ витков проволоки, подвешена на упругой длинной нити в магнитном поле напряженностью $H=160$ кА/м так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки $a=2,2$ см и ширина $b=1,9$ см. Какой ток I течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол $\phi=0,5^\circ$? Постоянная кручения материала нити $C=1,01 \cdot 10^{-8}$ Н · м/град.

9. Катушка гальванометра, состоящая из $N=600$ витков проволоки, подвешена на упругой длинной нити в магнитном поле напряженностью $H=160$ кА/м так, что ее плоскость параллельна направлению магнитного поля. Длина рамки катушки $a=2,2$ см и ширина $b=1,9$ см. Какой ток I течет по обмотке катушки, если катушка повернулась на угол $\phi=0,5^\circ$? Постоянная кручения материала нити $C=1,01 \cdot 10^{-8}$ Н·м/град.

Дано:

$$a=2,2 \text{ см}$$

$$b=1,9 \text{ см}$$

$$N=600$$

$$H=160 \text{ кА/м}$$

$$C=1,01 \cdot 10^{-8}$$

$$\text{Н} \cdot \text{м/град}$$

$$I=?$$

Решение.

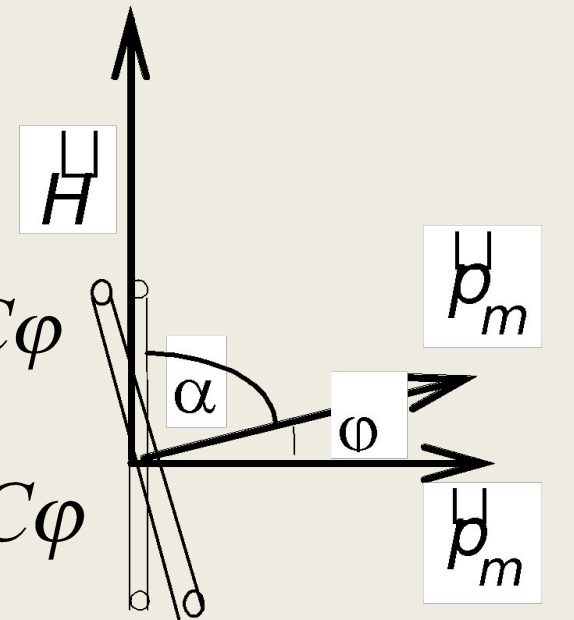
$$B = \mu_0 H$$

$$p_m = INab$$

$$M = p_m B \sin \alpha = C\phi$$

$$M = \mu_0 INHab \sin \alpha = C\phi$$

$$\alpha \approx 90^\circ \quad I = \frac{C\phi}{abN\mu_0 H}$$



$$I = \frac{10^{-8} \cdot 0,5}{2,2 \cdot 1,9 \cdot 10^{-4} \cdot 600 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 160 \cdot 10^3} = 1,26 \cdot 10^{-7} \text{ А.}$$

Дома: не решать 10 А, 2Б, 8Б – 10
Б.