Л.8. ПОДОБИЕ, АФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

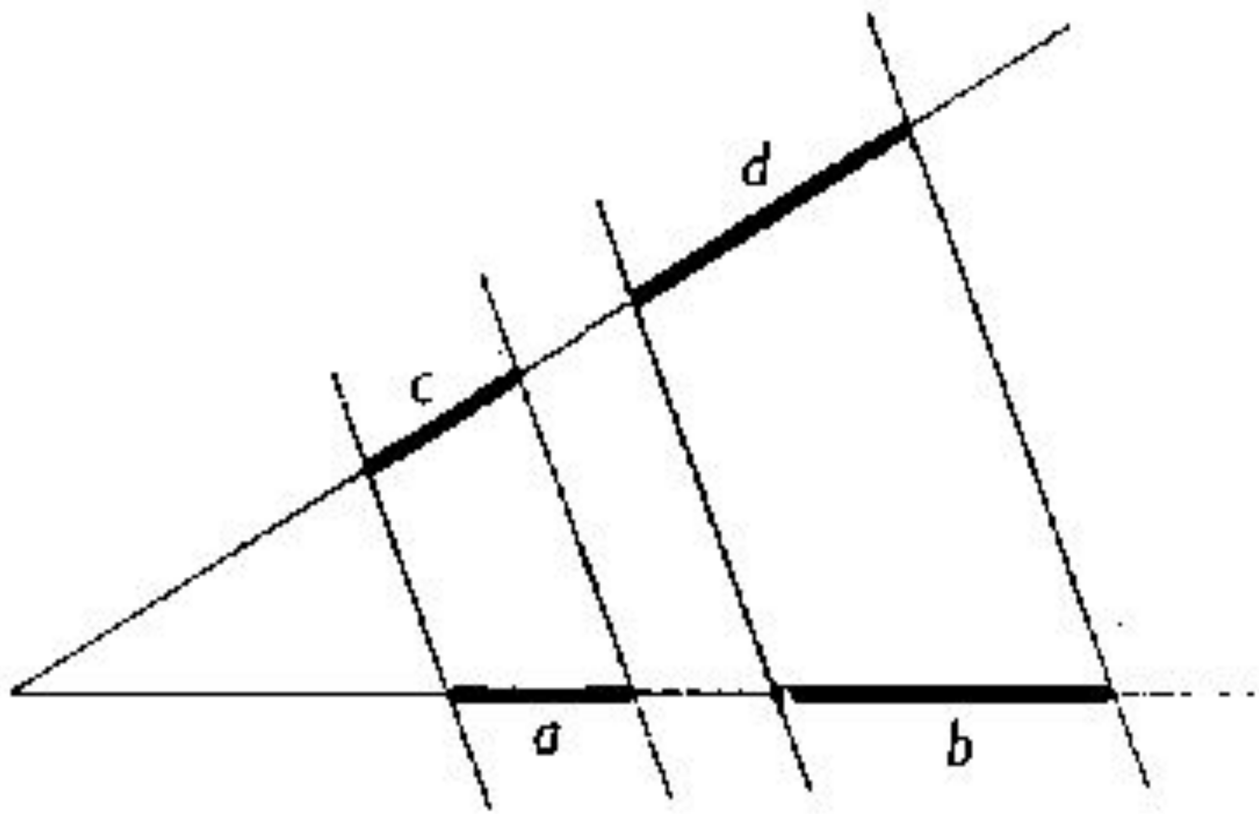
ПОДОБИЕ, ЦЕНТРАЛЬНОЕ ПОДОБИЕ

- **В отличие от преобразований, сохраняющих расстояния, которые изменяют лишь положение фигур (тел) в пространстве, преобразования подобия вызывают большие изменения.**
- **Преобразованием подобия мы называем такое преобразование, при котором отношение образа любого отрезка к самому отрезку постоянно. Это отношение называется коэффициентом подобия.**

- **Если коэффициент подобия больше 1, то говорят о подобном расширении, если меньше 1 — о сжатии. Преобразования, сохраняющие расстояния, являются частным случаем преобразований подобия, для них коэффициент подобия равен 1.Всякому углу преобразование подобия ставит в соответствие равный ему угол, то есть *сохраняет углы.***

Теорема о параллельных секущих :

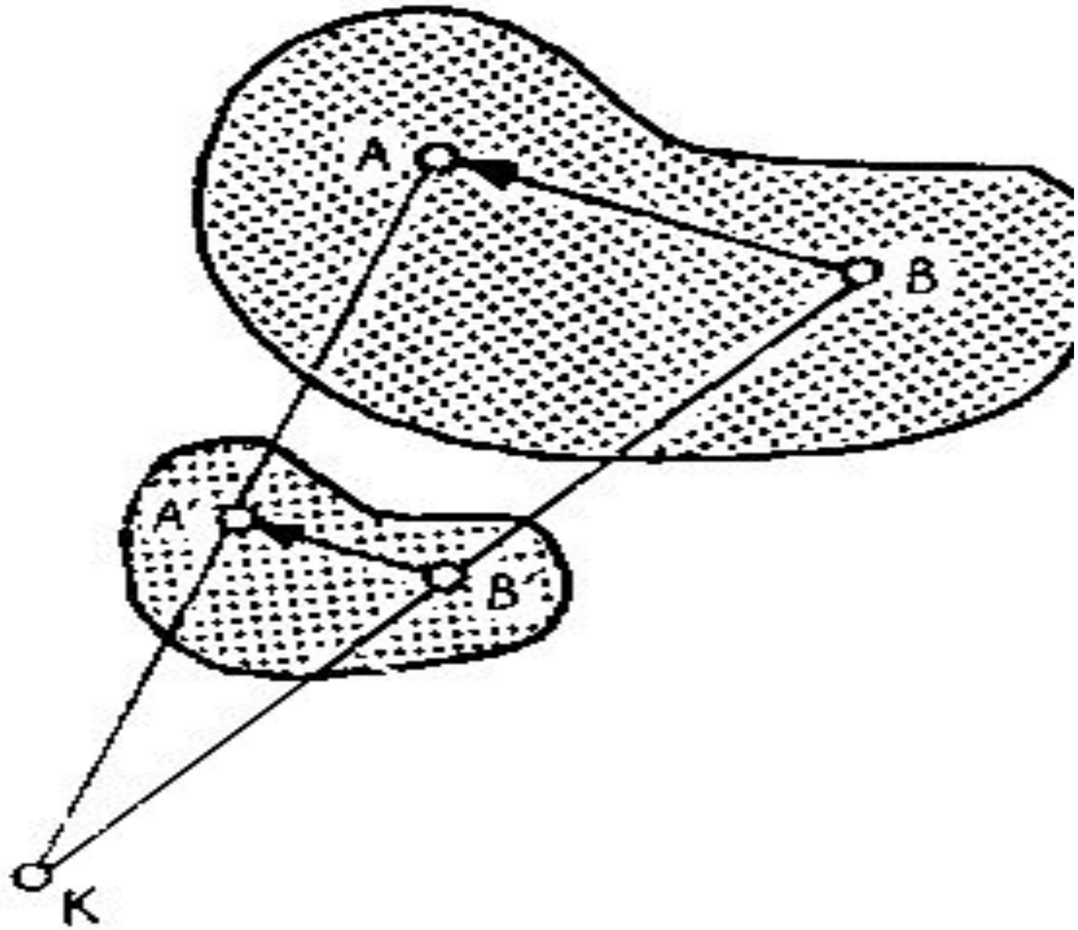
$$a : b = c : d$$



- **Две фигуры (тела) называются подобными, если существует преобразование подобия, переводящее одну из них в другую.**
- **Подобие обозначается знаком ~.**
- **В исследовании подобных фигур основную роль играет *теорема о параллельных секущих:* если стороны угла пересечь параллельными прямыми, то отношение отрезков, отсеченных на одной из сторон, равно отношению соответствующих отрезков на другой стороне угла.**

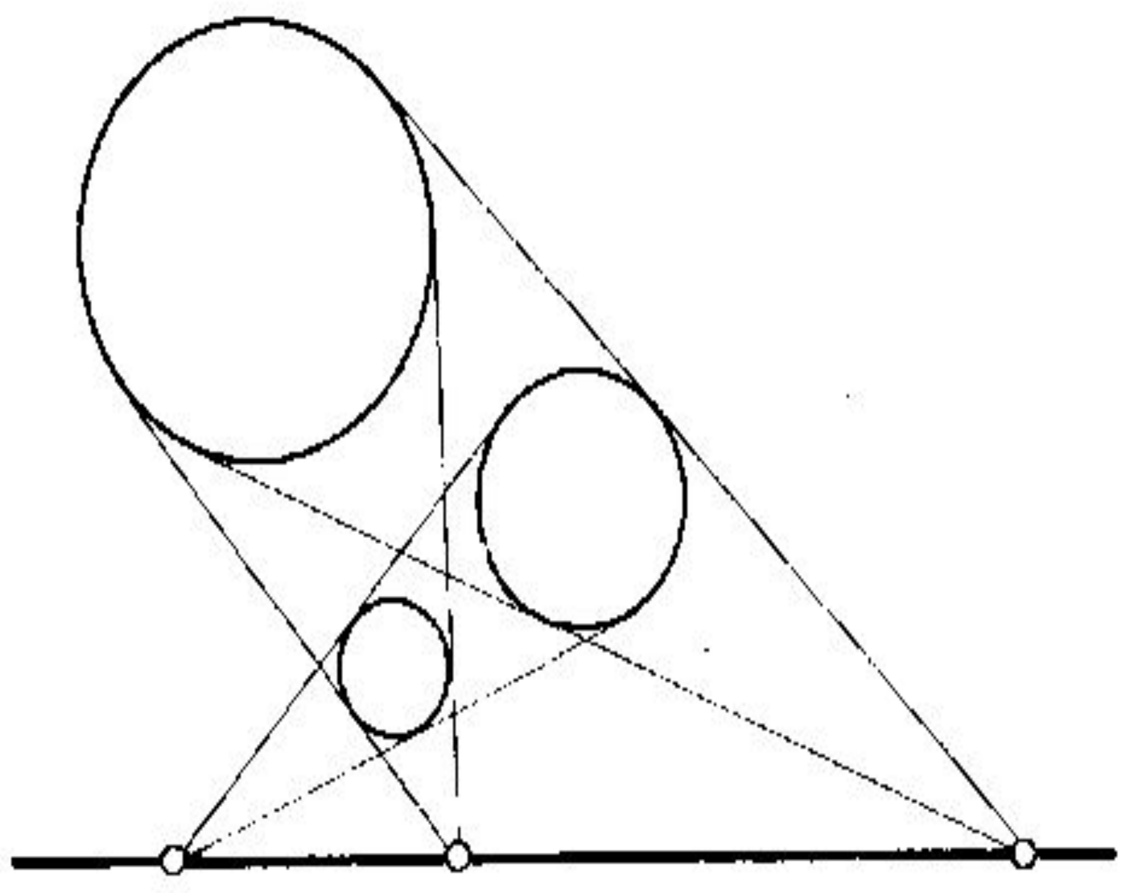
- **Если прямые, соединяющие точки с их образами при подобном преобразовании, пересекаются в одной точке, то говорят о центрально-подобном преобразовании (называемом также гомотетией).**
- **Центрально-подобное преобразование позволит всякую прямую в**
- **параллельную ей прямую или в саму себя.**

Центральное подобие



- **Последовательное выполнение двух центрально-подобных преобразований равносильно одному центрально-подобному преобразованию или параллельному переносу. Центры подобия трех фигур, каждые две из которых центрально-подобны, лежат на одной прямой.**

Внешние центры подобия трех окружностей лежат на одной прямой



- **Две окружности с разными радиусами имеют два центра подобия (внутренний и внешний). Таким образом, внешние центры подобия, соответствующие каждым двум из трех данных окружностей, лежат на одной прямой**

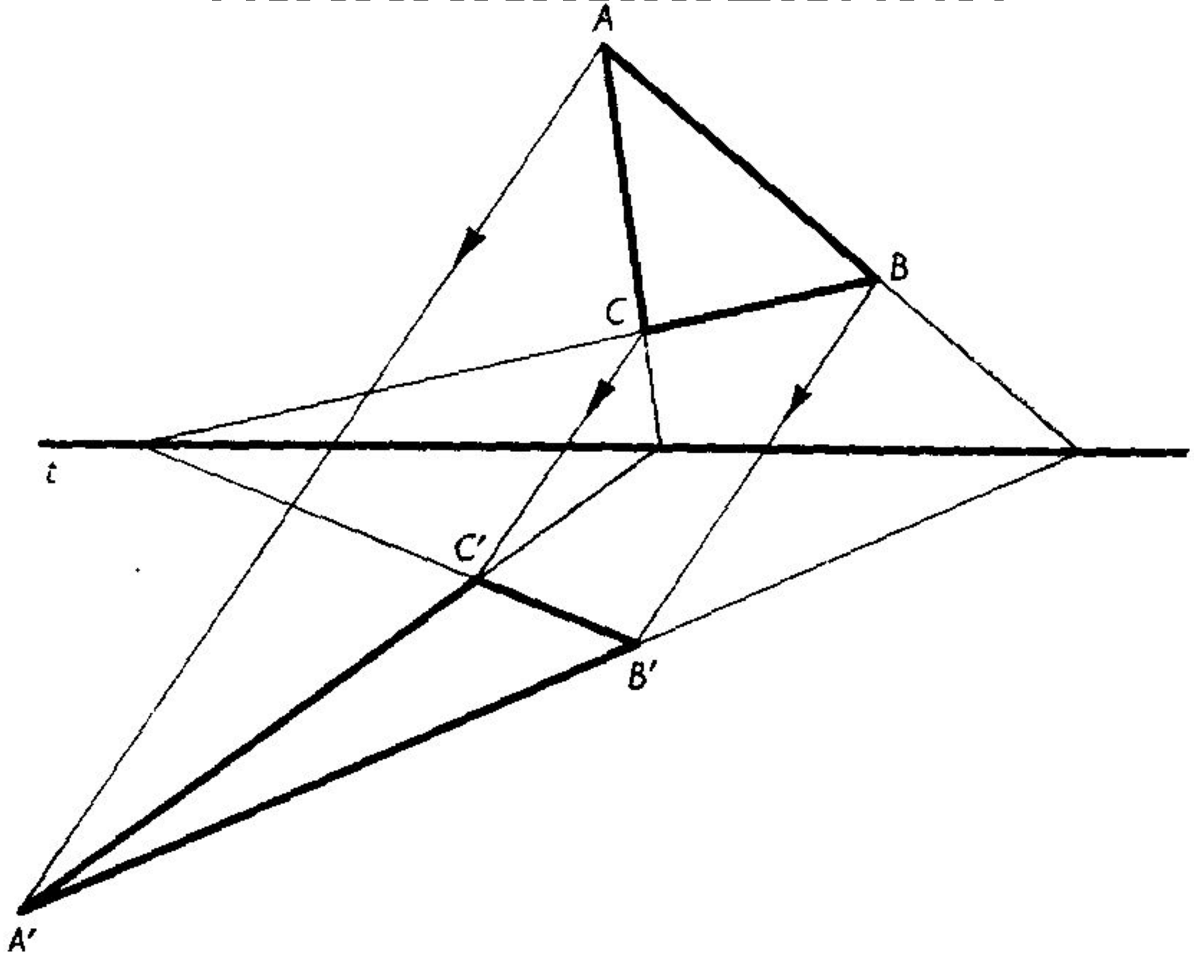
АФФИННЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

- **Одним из наиболее характерных свойств преобразований, сохраняющих расстояния, и преобразований подобия является тот факт, что при этих преобразованиях прямые переходят в прямые. Аналогичным свойством обладает, например, и проектирование плоскости на плоскость параллельно данному направлению:**

- **при этом каждой точке проектируемой плоскости ставится в соответствие одна из прямых некоторого пучка параллельных прямых; точка пересечения этой прямой со второй плоскостью и является образом исходной точки. Прямые пучка задают направление проектирования. Если они перпендикулярны плоскости образов, то говорят об ортогональной проекции.**

Преобразования, переводящие прямые в прямые, называются аффинными.

Треугольник и его образ при осевом аффинном преобразовании



- **Как частные случаи, аффинные преобразования включают в себя преобразования, сохраняющие расстояния и преобразования подобия. При аффинном преобразовании сохраняется параллельность прямых.**

- **Отсюда, в частности, следует, что образом параллелограмма при аффинном преобразовании также является параллелограмм. Аффинные преобразования сохраняют отношения длин отрезков, лежащих на одной прямой или на параллельных прямых, а также отношение площадей.**

- **В то же время при аффинном преобразовании не обязательно сохраняются углы и длины отрезков.**
- **Для любого аффинного преобразования существуют две взаимно перпендикулярные прямые, образы которых также являются взаимно перпендикулярными; направления, выбранные на этих прямых, называются главными направлениями аффинного преобразования.**