

Лекция №4

Решение уравнений,
неравенств, систем уравнений и
систем неравенств

Solve

Her
=0

$x^3 + 5x^2 - 6x + 7$ solve \rightarrow

$$\left[\begin{array}{l} \frac{5 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}}}{3} + \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{43}{9} \\ \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} \\ 9 \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} - 30 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} + 43 - 43i\sqrt{3} + 9i\sqrt{3} \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} \\ 18 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} \\ 9 \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} - 30 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} + 43 - 9i\sqrt{3} \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} + 43i\sqrt{3} \\ 18 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} \end{array} \right] = \begin{pmatrix} -6.159 \\ 0.579 - 0.895i \\ 0.579 + 0.895i \end{pmatrix}$$

$$x^3 + 5x^2 - 6x + 7 \left| \begin{array}{l} \text{solve} \\ \text{float,5} \end{array} \right. \rightarrow \begin{pmatrix} -6.1588 \\ 0.57938 - 0.89493i \\ 0.57938 + 0.89493i \end{pmatrix}$$

Given-Find

given

$$x^3 + 5x^2 - 6x + 7 = 0$$

$$\text{find}(x) \rightarrow \frac{5 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} + \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} + \frac{43}{9} + 9 \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} - 30 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} + 43}{1}$$

$$\left. \frac{\left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} + 9 \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} - 30 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}} + 43 - 9i \cdot \sqrt{3} \cdot \left(\frac{343667}{1458} - \frac{709 \cdot \sqrt{20517}}{486} \right)^{\frac{1}{3}} + 43i \cdot \sqrt{3}}{18 \cdot \left(\frac{709}{54} - \frac{\sqrt{20517}}{18} \right)^{\frac{1}{3}}} \right] = (-6.159 \quad 0.579 - 0.895i \quad 0.579 + 0.895i)$$

$$\text{find}(x) \text{ float}, 5 \rightarrow (-6.1588 \quad 0.57938 - 0.89493i \quad 0.57938 + 0.89493i)$$

- Если отказывается решать уравнение можно попробовать задать начальное приближение

Given-Minerr

```
x := -10
```

```
Given
```

$$x^3 + 5x^2 - 6x + 7 = 0$$

```
z := Minerr(x) = -6.159
```

- Умеет искать только один корень (не всегда выдает правильный ответ)
- Необходимо задать начальное приближение

Root

$$\underline{\underline{f(x)}} := x^3 + 5x^2 - 6x + 7$$

$$\underline{\underline{x}} := 0$$

$$\underline{\underline{r0}} := \text{root}(f(x), x) = -6.159$$

$$r1 := \text{root}(x^3 + 5x^2 - 6x + 7, x) = -6.159$$

- Умеет искать только один корень
- Необходимо задать начальное приближение

Root

$$f(x_1) := x_1^2 - 6x_1 + 3$$

$$x_1 := 0$$

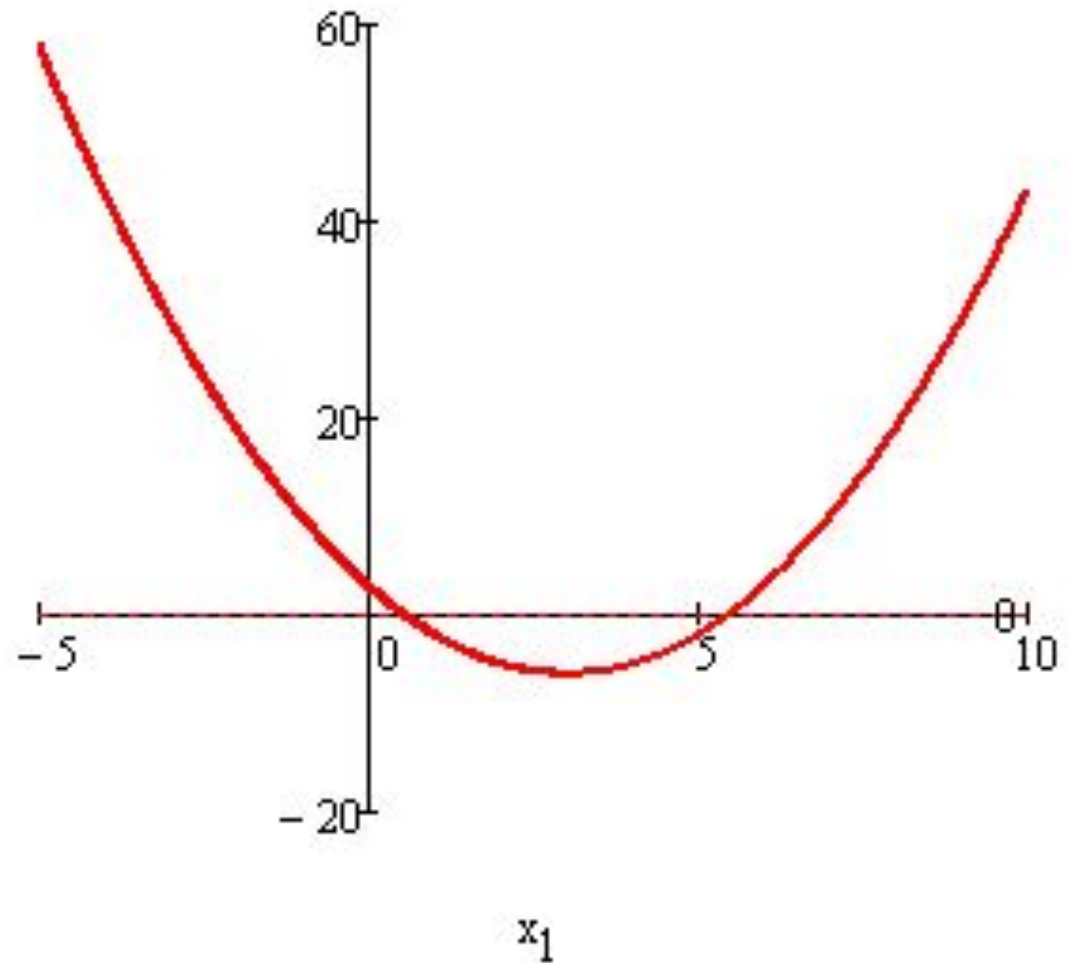
$$r1 := \text{root}(f(x_1), x_1) = 0.551$$

$$x_1 := 10$$

$$r2 := \text{root}(f(x_1), x_1) = 5.449$$

$$r3 := \text{root}(f(x_1), x_1, -1, 1) = 0.551$$

$f(x_1)$



Polyroots

$$v := \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(v) = \begin{pmatrix} -6.159 \\ 0.579 - 0.895i \\ 0.579 + 0.895i \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}\left(\begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -6.159 \\ 0.579 - 0.895i \\ 0.579 + 0.895i \end{pmatrix}$$

$$f(x) := x^3 + 5x^2 - 6x + 7$$

$$v_1 := f(x) \text{ coeffs} \rightarrow \begin{pmatrix} 7 \\ -6 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{polyroots}(v_1) = \begin{pmatrix} -6.159 \\ 0.579 - 0.895i \\ 0.579 + 0.895i \end{pmatrix}$$

Решение неравенств

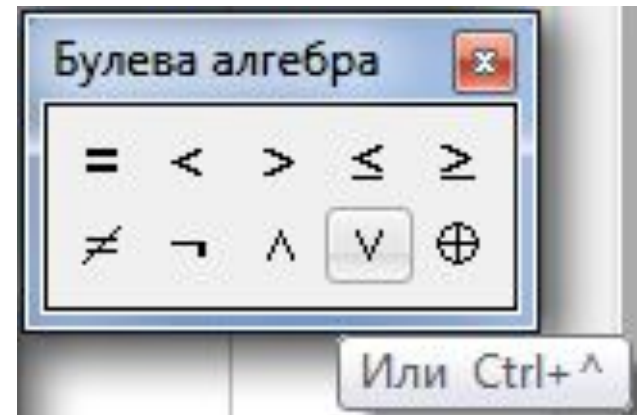
- Solve
- Given-Find

$$(x - 2) \cdot (x - 4) \geq 0 \text{ solve} \rightarrow x \leq 2 \vee 4 \leq x$$

given

$$(x - 2) \cdot (x - 4) \geq 0$$

$$\text{find}(x) \rightarrow x \leq 2 \vee 4 \leq x$$



Решение системы линейных алгебраических уравнений

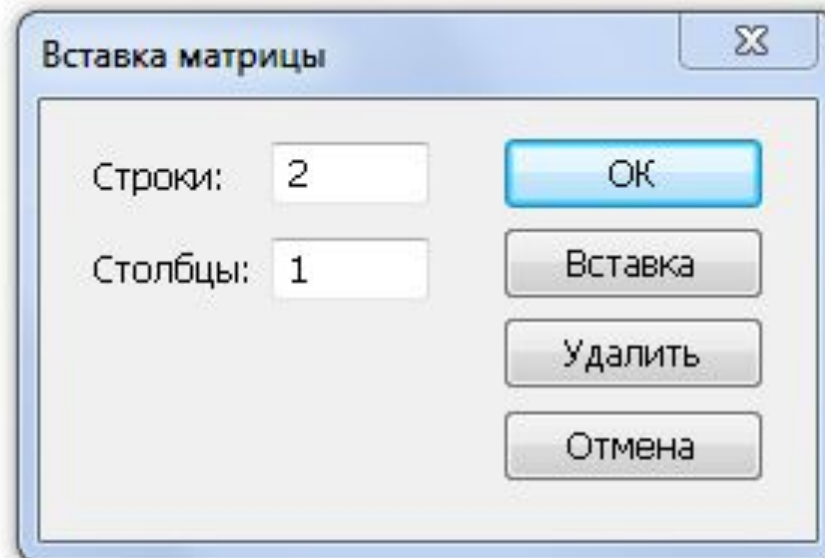
- Given-Find
- Given-Minerr
- Solve
- Isolve

Solve

- Добавить матрицу с один столбцом, а количество строк по количеству

ура
$$\begin{bmatrix} \sin(x_2 + 1) - x_1 - 1.2 = 0 \\ 2(x_1)^2 + x_2 - 2 = 0 \end{bmatrix} \left| \begin{array}{l} \text{solve, } x_1, x_2 \\ \text{float, 3} \end{array} \right. \rightarrow (-0.539 \ 1.42)$$

$\begin{pmatrix} \vdots \\ \vdots \end{pmatrix}$



Матричный способ

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b := \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$r_1 := A^{-1} \cdot b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Проверка решения

$$A \cdot r_1 - b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 7, \\ x - 3y + 2z = 5, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$$

Solve

$$A := \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & -3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$b := \begin{pmatrix} 7 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{lsolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 7, \\ x - 3y + 2z = 5, \\ x + y + z = 3. \end{cases}$$

Решение системы неравенств

- Given-Find
- Solve

```
x := 10    y := 10
```

```
Given
```

$$-x^2 + y + 1 = 0$$

$$x = 2y + 1$$

$$x < 0$$

$$\text{Find}(x, y) = \begin{pmatrix} -0.5 \\ -0.75 \end{pmatrix}$$