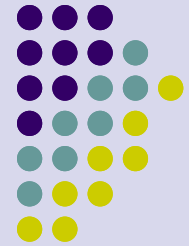
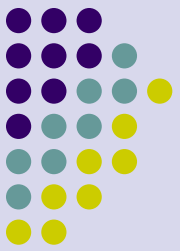


Лекція 5: Часові ряди. Різновиди моделей часових рядів.



Викладач: Маринич Т.О.

Типи даних в економетричному моделюванні

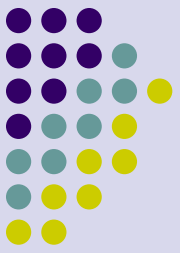


Для моделювання використовуються 2 типи даних:

- **Просторові дані** (*cross-sectional data*) – вибірка даних за якимось економічним показником в розрізі різних об'єктів (фірм, регіонів) у фіксований момент часу. Задача полягає у вивченні даних вибірки з метою розповсюдження отриманих взаємовідносин на велику генеральну сукупність.

Приклад: дані за обмінними курсами валют відділень різних банків у м. Суми на поточну дату

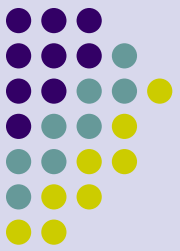
Типи даних в економетричному моделюванні



- **Часові (або динамічні) ряди** (*time series*) – це розташовані у хронологічному порядку значення того чи іншого показника.

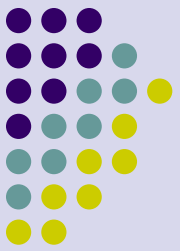
Приклад: щоденний обмінний курс долара до гривні на міжбанківському валютному ринку за останні 2 роки.

Типи даних в розрізі макроекономічних показників



- **Потокові показники** відображають передачу цінностей одними суб'єктами іншим. Вони вимірюються в одиницях за певний період часу (рік, місяць): ВВП, ВНП, національний дохід, споживчі видатки, інвестиції, заощадження тощо.
- **Показники запасів** – це економічні змінні, які відображають нагромадження та використання цінностей економічними суб'єктами. Вони обчислюються на певну дату (наприклад, на 31 грудня): капітал, державний борг, реальні грошові (касові) залишки.
- **Показники економічної кон'юнктури** – це змінні, пов'язані з коливаннями ділової активності: процентна ставка, норма доходності, рівень інфляції, обмінний курс.

Макроекономічні показники



У макроекономіці багато понять пов'язані між собою як *потоки і запаси*.

Наприклад, заощадження та багатство.

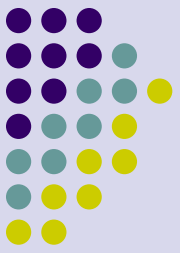
Заощадження (S) – потокова величина, частина поточного доходу, яка не спожита. Вона використовується для нагромадження фінансового багатства.

Багатство – обчислюється як запас на кінець поточного періоду ($W1$), або на кінець попереднього періоду ($W0$).

Приріст багатства дорівнює величині потоку заощаджень за поточний період:

$$W1 - W0 = S$$

Макроекономічні показники



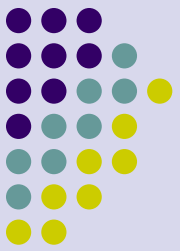
Інвестиції – це потік продукції протягом певного періоду, який спрямовується на підтримку або збільшення основного капіталу.

Капітал – нагромаджений запас машин, устаткування, виробничих приміщень, споруд. Запас капіталу на кінець поточного періоду позначається $K1$, на кінець попереднього періоду $K0$. Запас капіталу за поточний період збільшується (або зменшується) на величину чистих інвестицій.

Дефіцит бюджету – потокова величина, доходи держави утворюються з потоку податків, а видатки – це потік коштів на потреби держави і населення.

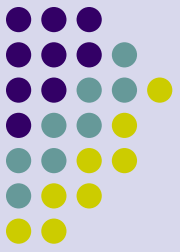
Державний борг – величина запасова. За бюджетного дефіциту «запас» державного боргу зростає, за бюджетного надлишку – скорочується.

Макроекономічні показники



Рахунок (баланс) поточних операцій (CA)— це потік, в якому відображається різниця між експортом та імпортом товарів і послуг країни.

Сальдо рахунку капіталу і фінансових операцій (CFA) визначає величину чистих зарубіжних активів (NA). Вони дорівнюють чистій сумі непогашених кредитів, взятих країною і виданих нею зарубіжним країнам. Якщо чисті зарубіжні активи є додатними, то країна вважається чистим кредитором зовнішнього світу, якщо ж вони від'ємні, то резиденти даної країни мають «запас» боргів, які повинні віддати іноземцям. Така країна називається боржником.



Види часових рядів

Часовий ряд можна записати у стислому вигляді: $y_t, t = 1, 2, \dots, n$

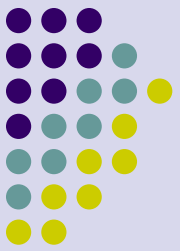
де t – рівновіддалені моменти спостережень (година, доба, місяць, квартал, рік тощо).

Під *довжиною* часового ряду розуміють час, що минув від першого до останнього моменту спостереження.

Складовими ряду спостережень є числові значення показника, які називаються *рівнями* ряду, та *моменти* або *інтервали часу*, до яких належать рівні.

Принциповою *відмінністю* часового ряду від *кросс-секційних даних* є :

- 1) рівні часового ряду не є незалежними;
- 2) рівні часового ряду неоднаково розподілені. Закон розподілу ймовірностей цих випадкових величин і, зокрема, їхні математичні сподівання та дисперсії, можуть залежати від часу.



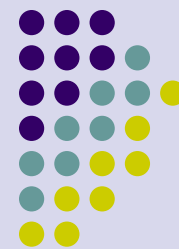
Види часових рядів

Процес може бути **неперервним**, наприклад, зміна температури повітря в даній місцевості, або **дискретним**, наприклад, випуск автомобілів автозаводом.

Абсолютна більшість всієї економічної інформації є дискретною, то будемо розглядати лише дискретні часові ряди. Залежно від того, як рівні ряду відображають стан явища, динамічні ряди за своїм видом можуть бути :

- *Моментними* – величини ряду характеризують явище на будь-який певний момент часу (обсяг виробництва на кінець календарного року).
- *Інтервальними* – рівні ряду визначають за певний період часу (число збиткових підприємств протягом року).

Види часових рядів



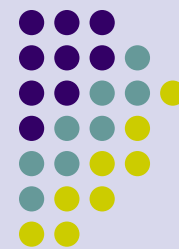
Для *моментних* часових рядів обчислюють різницю рівнів, яка характеризує зміну рівня за означений період часу.

Для *інтервальних* рядів використовують можливість додавання рівнів, в результаті чого отримують нагромаджені підсумки – характеристики за більш тривалий проміжок часу (наприклад, ВВП за квартал, півроку, рік) – *агреговані* часові ряди.

Розрізняють також похідний вид динамічних рядів – *динамічний ряд середніх величин*, який одержують внаслідок відповідної аналітичної обробки моментних та інтервальних рядів.

Величини, які вивчають в динаміці (рівні ряду), можуть бути представлені у вигляді *абсолютних* чисел, *відносних* (інтенсивні показники, співвідношення) та *середніх* величин.

Аналітичні показники ЧР



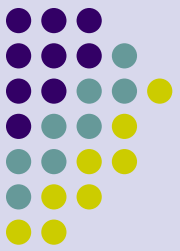
У процесі аналізу динаміки розраховують і використовують її аналітичні показники: *абсолютний приріст, темп зростання й приросту, а також абсолютне значення 1% приросту.*

Абсолютний приріст (Δi) – різниця між порівнюваним і базисним рівнями.

Темп зростання (T_z) – відношення двох рівнів (порівнюваного і базисного) у вигляді коефіцієнта, чи у %.

Темп приросту ($T_{пр}$) – відношення абсолютного приросту до рівня, що прийнятий за базу порівняння або різниця між темпом зростання (у %) і 100%; вимірює відносну швидкість зростання або зменшення.

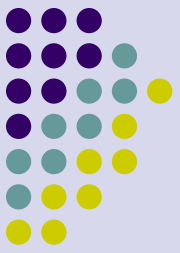
Аналітичні показники ЧР



Рівень, який зіставляється, називають *поточним* (y_i), а рівень, з яким зіставляють - *базисним* (y_0).

Можливі два варіанти зіставлення поточних рядів динаміки:

- 1) З одним і тим самим рівнем (постійна база порівняння (y_0), за яку можна обрати початковий або будь-який інший рівень) – отримують *базисні* показники;
- 2) З попереднім рівнем (y_{i-1}) – дістають *ланцюгові* показники динаміки.



Характеристики часового ряду

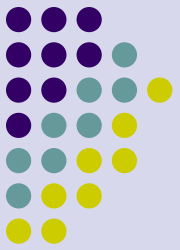
1. *Міри положення* (середнє, медіана, мода та ін.).
2. *Міри розсіювання* (дисперсія, середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації, розмах).
3. *Міри форми* (асиметрія, ексцес, моменти 3-го і 4-го порядку).

Найважливішими числовими характеристиками ЧР, що вказують на закону розподілу ВВ, є *математичне сподівання* і *дисперсія*.

Для нормального закону розподілу *середнє* є незсуненою оцінкою *математичного сподівання* з найменшою *дисперсією*.

В *Excel* оцінити статистичні характеристики ряду можна за допомогою пакету *Аналіз Даних* – інструмент «*Описова Статистика*» (або «*Descriptive statistics*»).

Характеристики ЧР: середнє



Середній рівень ряду – це показник, що узагальнює підсумки розвитку явища за одиничний інтервал або момент часу.

Методи розрахунку середнього рівня ряду динаміки залежать від його виду та величини інтервалу, що відповідає кожному рівню.

- Для інтервальних рядів з рівними періодами часу середній рівень розраховується наступним чином:

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

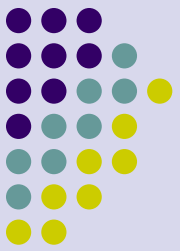
- У моментному ряді з рівними відрізками часу обчислюється як середня хронологічна:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1 + y_n}{2} + y_2 + \dots + y_{n-1}}{n-1}$$

- Для моментного ряду з нерівними інтервалами – арифметичної зваженої.

$$\bar{y} = \frac{\sum y_i t_i}{\sum t_i}$$

Методи оцінювання рівнів ЧР

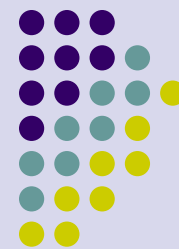


Для вимірювання коливань рівнів динамічного ряду використовують показники варіації: *розмах, стандартне (середньоквадратичне) відхилення, коефіцієнт варіації*.

Для знаходження відсутніх проміжних членів ряду використовують процедуру *інтерполяції* – знаходження показника в середині ряду на основі закономірності розвитку явища за період, що досліджується (за допомогою середнього абсолютного приросту або середнього темпу росту).

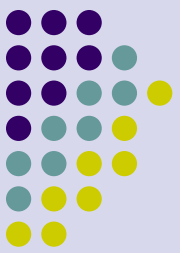
При прогнозуванні показників динаміки застосовують метод *екстраполяції тренда* – знаходження невідомих рівнів наприкінці чи на початку динамічного ряду (за межами наявних фактичних даних) на підставі аналітичних рівнянь тренда (математичних моделей).

Вимоги до часових рядів



Динамічні ряди мають відповідати таким вимогам:

- 1) рівні рядів повинні бути зіставними в часі, за територіями, об'єктами;
- 2) рівні ряду повинні бути однозначні за економічним змістом;
- 3) необхідно дотримуватися єдиної методології розрахунку показників динамічних рядів;
- 4) при визначенні середніх рівнів надійною буде вважатися характеристика ряду із більш-менш стабільними умовами розвитку. Якщо ці умови суттєво змінювалися протягом досліджуваного періоду, перевагу слід надати середнім, які розраховані по окремих періодах.



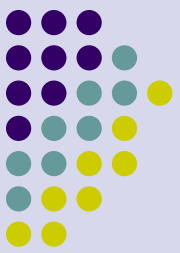
Структурні компоненти ЧР

В загальному випадку часовий ряд економічного показника ($y_t, t = 1, 2, \dots, n$) можна розкласти на чотири структурно утворюючі елементи: *тренд* (v_t), *сезонну компоненту* (s_t), *циклічну компоненту* (c_t), *випадкову компоненту* (ε_t).

$$y_t = v_t + s_t + c_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Реальні дані ЧР можуть представляти поєднання окремих функцій (елементів ЧР), однак завжди припускають обов'язкову наявність випадкової складової – ε_t , до якої можна віднести помилки вимірювання, випадкові збурення тощо.

.



Структурні компоненти ЧР

Будь-який часовий ряд можна представити як суму детермінованого та випадкового компонентів:

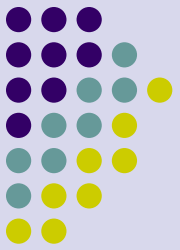
$$y_t = d_t + \varepsilon_t$$

Тренд, сезонна і циклічна компоненти не є випадковими і називаються *систематичними (або детермінованими) компонентами* ЧР.

$$d_t = tr_t + s_t + c_t$$

Складова частина ЧР, що залишається після вилучення з нього систематичних компонент, являє собою випадкову компоненту (залишки, помилки) ε_t .

Структурні компоненти ЧР



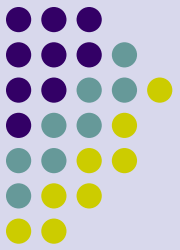
Моделі тренду й сезонності (тренд-сезонні) можуть відображати як відносно постійну сезонну хвилю (цикл) – це *адитивні моделі* (від англ. *add* - додавати)

$$y_t = v_t + s_t + c_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

так і динамічно змінювану залежно від тренду – *мультиплікативні моделі* (від англ. *multiple* - множити).

$$y_t = v_t \cdot s_t \cdot c_t \cdot \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Компоненти часового ряду



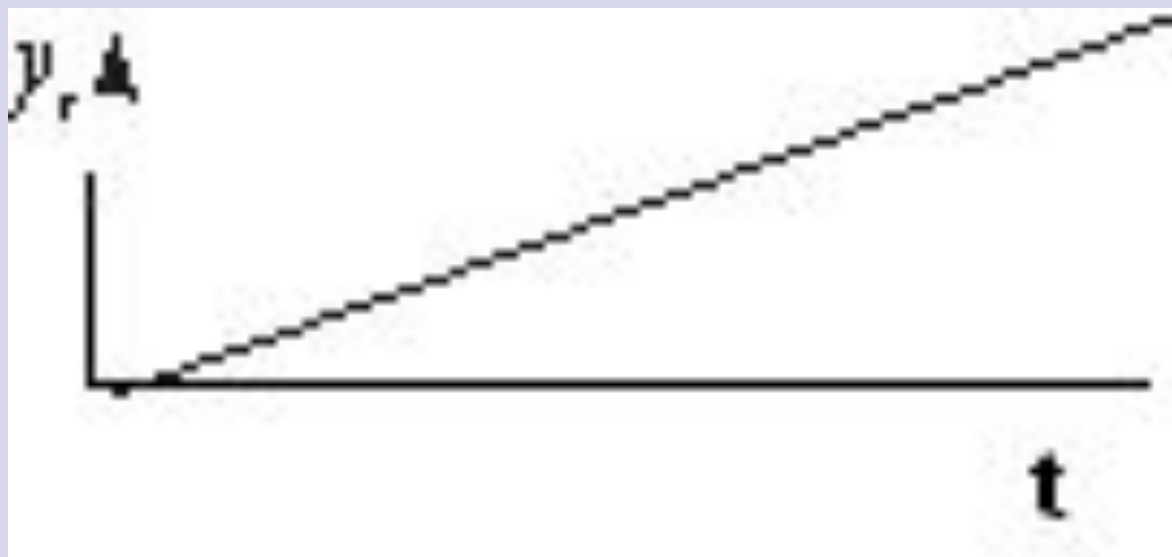
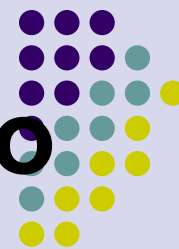
1) адитивні

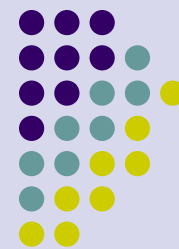
- модель тренду $y_t = v_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$;
- модель сезонності $y_t = s_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$;
- тренд-сезонна модель $y_t = v_t + s_t + \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$.

2) мультиплікативні

- модель тренду $y_t = v_t \cdot \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$;
- модель сезонності $y_t = s_t \cdot \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$;
- тренд-сезонна модель $y_t = v_t \cdot s_t \cdot \varepsilon_t, t=1,2,\dots,n$.

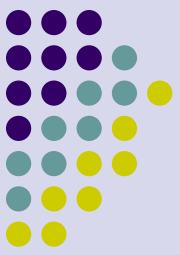
Головна компонента часового ряду – лінійний тренд





Сезонна компонента часового ряда





Структурні компоненти ЧР

Процес окремого обчислення функцій V_t , S_t , C_t і ε_t називають *фільтрацією компонент* часового ряду.

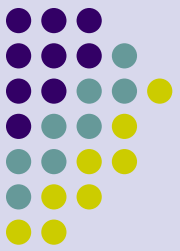
Процедура оцінювання детермінованої частини ЧР компонентами має назву згладжування часового ряду.

Як правило, одним з основних параметрів, від яких залежить детермінований компонент, є **час**.

Аналіз часового ряду починається з виділення **трендового компонента**, коли кожне наступне значення залежить від попереднього (типovým є зростання чи падіння протягом тривалого періоду часу).

Випадкові чинники не підлягають вимірюванню, але неминуче супроводжують будь-який економічний процес і визначають стохастичний характер його елементів.

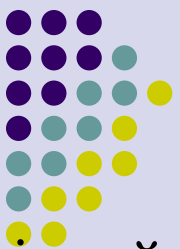
Вирівнювання часового ряду



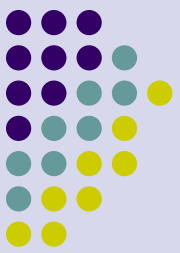
Виявлення основної тенденції називається в статистиці *вирівнюванням* часового ряду, а методи виявлення – методами вирівнювання, які поділяються на дві основні групи:

- *Згладжування*, чи механічне вирівнювання окремих членів ряду з використанням фактичних значень сусідніх рівнів (зведення ряду до однієї основи, метод усереднення по лівій та правій половині, метод укрупнення інтервалів, метод групової та ковзної середньої).
- *Вирівнювання з використанням кривої*, проведеної між конкретними рівнями таким чином, щоб вона відображала тенденцію, притаманну ряду, і одночасно звільнила його від незначних коливань (вирівнювання за методом найменших квадратів).

Вирівнювання часового ряду

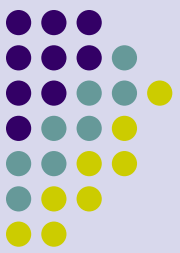


- *Метод усереднення по лівій та правій половині* (графічний метод). Ряд розподіляється на дві частини. Для кожної його половини знаходять середнє арифметичне значення і проводять через отримані точки лінію на графіку.
- *Метод укрупнення (збільшення) інтервалів*. Базується на збільшенні періодів часу, до яких відносяться рівні ряду. Наприклад, замість щоденних обчислюються щомісячні рівні.
- *Метод ковзної середньої*. Даний метод використовують при проведенні характеристики сезонних коливань. Проводиться заміна окремих рівнів ряду середніми значеннями, розрахованим з певного та сусідніх рівнів. Розраховують середній рівень для певного числа (частіше трьох) перших за порядком рівнів ряду, потім – середній рівень для аналогічного числа рівнів, але починаючи з другого, далі з



Вирівнювання часового ряду

- *Метод найменших квадратів.* Дана методика базується на математичному законі – через ряд емпіричних точок можна провести тільки одну пряму лінію, яка відповідає вимозі: сума квадратів відхилень фактичних даних від вирівняних буде найменшою. За даним методом визначається лінія, яка найбільше підходить для емпіричних даних та дає характеристику спрямованості досліджуваного явища.
- *Аналітичне вирівнювання (згладжування)* – найефективніший, але й більш складний метод. Надає можливість не тільки виявити тенденцію, а й кількісно її виміряти. В цьому разі фактичні рівні ряду замінюють теоретичними, розрахованими на основі рівняння регресії. Час розглядається як незалежна змінна, а рівні ряду виступають як функція цієї змінної $f(t)$.



Методи згладжування часового ряду

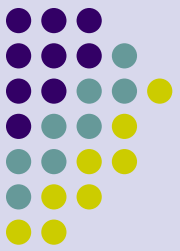
1. Метод усереднення (moving average)

Цей метод є одним з найпростіших, який дозволяє виділити тренд. Для застосування цього методу дослідник повинен мати доволі довгий ряд спостережень. Формально метод описується виразом:

$$S_t = \frac{1}{k} \sum_{j=-k_1}^{k_2} y_{t+j} \quad k = k_1 + k_2 + 1.$$

Більш гладкий тренд дозволяє виділити метод подвійного усереднення, яке двічі використовує усереднення часового ряду.

Методи згладжування часового ряду



2. Звичайне експоненціальне згладжування

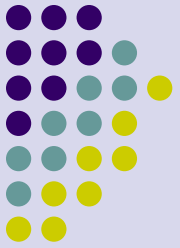
Найкраще цей метод зарекомендував себе, коли дані мають дуже гладкий, або навіть горизонтальний тренд. Нова послідовність будується за правилом:

$$S_1 = y_1,$$

$$S_t = \alpha y_t + (1 - \alpha)S_{t-1}, \quad t = \overline{2, T} \quad 0 < \alpha < 1.$$

Єдина вага α може обиратися кількома шляхами. Якщо обирається значення близьке до 1, то будуть більш важливими при прогнозуванні останні дані часового ряду, при виборі α близьким до 0, більш впливовими будуть минулі значення.

Методи згладжування часового ряду



3. Подвійне експоненціальне згладжування Брауна.

Цей метод будується аналогічно попередньому, тільки процес згладжування робиться двічі

4. Адаптивне згладжування

Цей метод дозволяє автоматично змінювати константу згладжування в процесі обрахунку. Нова послідовність будується за правилом:

$$S_{t+1} = \alpha_t y_t + (1 - \alpha_t) S_t,$$

де α_t змінюється з часом в залежності від похибки прогнозування:

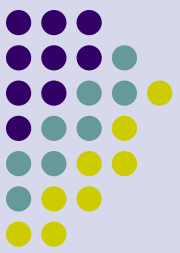
$$\alpha_t = \left| \frac{E_t}{M_t} \right|,$$

а

$$E_t = \beta (y_t - \hat{y}_t) + (1 - \beta) E_{t-1},$$

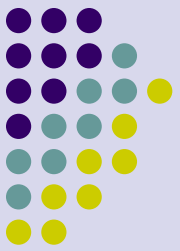
$$M_t = \beta |y_t - \hat{y}_t| + (1 - \beta) M_{t-1}.$$

Параметр β знаходиться у межах $(0; 1)$. Для випадкових похибок коефіцієнт α буде близьким до 0.5.



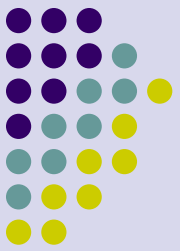
Стаціонарність ЧР

- Стохастичне моделювання відбувається, як правило, на підставі *стаціонарних випадкових процесів*.
- **Стаціонарний часовий ряд** у широкому сенсі це процес, для якого математичне сподівання та дисперсія існують і є сталими величинами, що не змінюються у часі, автокореляція між рівнями ряду відсутня (усі значення ряду коливаються навколо середнього і не залежать від своїх попередніх значень, тобто від часу).
- Інтуїтивно можна очікувати, що небагато часових рядів економічних показників будуть стаціонарними, оскільки зростаючі й спадні значення є головною їхньою рисою. Отже, в першому наближенні, часові ряди можна поділити на два класи - *стаціонарні та нестаціонарні*.



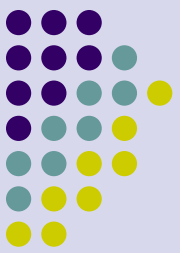
Стаціонарність ЧР

- За видом нестационарності часові ряди, що застосовують в економічній практиці, розподіляють на ряди типу: *TS*, *DS*, *тренд-сезонні*, *нелінійні*.
- *Часовий ряд типу TS (trend stationary process)*. До цього типу відносять нестационарні ЧР із *детермінованим поліноміальним трендом* $y_t = P_k(t) + \varepsilon_t$, де поліном $P_k(t)$ ступеня k від t , а ε_t - стаціонарний процес, який не обов'язково є білим шумом.
- *Білий шум (white noise)*. Білим шумом називають часові ряди, рівні яких мають середню=0, сталу дисперсію та нульову автокореляцію (коваріацію послідовних спостережень)
 $M(\varepsilon_t) = 0$ $D(\varepsilon_t) = \sigma^2$ $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t+r}) = 0$



Стаціонарність ЧР

- Для лінійного тренду $y_t = a + bt + \varepsilon_t$ перехід до стаціонарності може відбуватися:
 - шляхом виділення лінійного тренду. Наприклад, будують лінійну регресію за часом і розглядають стаціонарний залишок $y_t - \hat{y}_t$;
 - взяттям перших різниць: різниці двох суміжних рівнів часового ряду $\Delta^1 y_t = y_t - y_{t-1}$
- Часовий ряд типу DS (differencing stationary process). Це ряди без періодичної складової й тенденції зростання, але наявність тренду в дисперсії засвідчує їхню нестаціонарність.
Прикладом є випадкове блукання.



Стаціонарність ЧР

Тренд-сезонні часові ряди окрім тренду містять чітко виражені сезонні коливання, які, своєю чергою, спричиняють нестационарність.

Амплітуда сезонних коливань може зростати із часом і не обов'язково лінійно. Такі ряди характеризуються наявністю тренду в середньому значенні й дисперсії.

Нелінійні динамічні процеси. До цього типу відносять ЧР зі складною структурою, вони мають тренд і містять різні види коливань, зокрема сезонні та циклічні. Структуру таких рядів взагалі не можна описати за допомогою відомих функцій, оскільки для різних ділянок часового ряду набір цих функцій буде різним, що характерно для нелінійних динамічних процесів.