Лекція: «Вектори»

Викладач: Мальцев Олександр Михайлович

План

1. Основні визначення
2. Операції над векторами
3. Властивості векторів
4. Геометрична інтерпретація

Визначення

Вектором називають впорядкований набір чисел $\vec{a} = (a_1, a_2, ..., a_n)$

Скаляр – числова характеристика $\vec{0} = (0, 0, ..., 0)$

Нульовой вектор

Скалярний добуток векторів $(\vec{a}, \vec{b}) = a_1 b_1 + a_2 b_2 + ... + a_n b_n$

Довжина вектора $|\vec{a}| = \sqrt{(\vec{a}, \vec{a})} = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + ... a_n^2}$

Одиничний вектор – вектор довжини 1.

Операції над векторами

Сума: $\vec{a}+\vec{b}=(a_1+b_1, a_2+b_2, \ldots, a_n+b_n)$

Множення на скаляр: $k\vec{a}=(ka_1, ka_2, \ldots, ka_n)$

Лінійна комбінація:

$$\alpha_1\vec{x}_1+\alpha_2\vec{x}_2+\ldots+\alpha_n\vec{x}_n$$

Властивості векторів

Колінеарність – $\vec{a} = k\vec{b}$

Ортогональність – $\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 0$

Лінійна залежність:

$k\vec{x} + n\vec{y} = \vec{0}$, для k,n≠0 одночасно.

Базові задачі

1. Довести, що

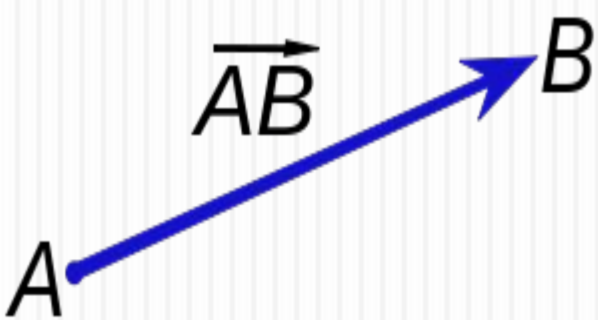
$$\left|\vec{a}+\vec{b}\right|^2+\left|\vec{a}-\vec{b}\right|^2=2\left(\left|\vec{a}\right|^2+\left|\vec{b}\right|^2\right)$$

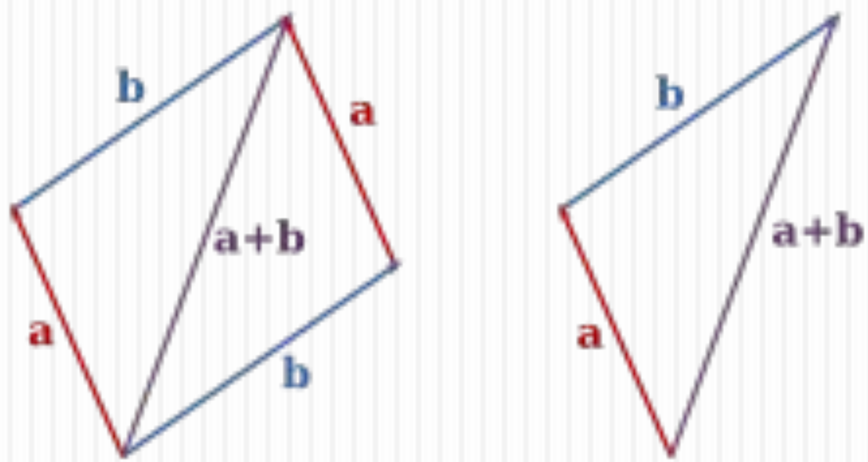
2. Довести, що коли вектори $\vec{a}-\vec{b}$ та $\vec{a}+\vec{b}$ ортогональні, то $\left|\vec{a}\right|=\left|\vec{b}\right|$

Геометрична інтерпретація

Вектор задає паралельний перенос на площині
Для додавання векторів використовують правило трикутника і правило паралелограма.
Для віднімання векторів користуються властивістю

$$\overrightarrow{AB} = -\overrightarrow{BA}$$





Геометрична інтерпретація

Колінеарність ненульових векторів означає їх паралельність.
Ортогональність ненульових векторів означає їх перпендикулярність.
Якщо два вектори **лінійно залежні**, то їх можна перенести на одну пряму.
Якщо два вектори **лінійно незалежні**, то множина всіх лінійних комбінацій цих векторів задає всі вектори на площині, а ці два вектори называють **базісом**.
Скалярний добуток:

$$\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\varphi$$

Базові задачі

1. Нехай AA_1 – медіана трикутника ABC.

   Довести, що $$\overrightarrow{AA_1} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)$$

2. Нехай $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$ і OA=OB=OC

   Доведіть, що ABC – правильний трикутник

Конец