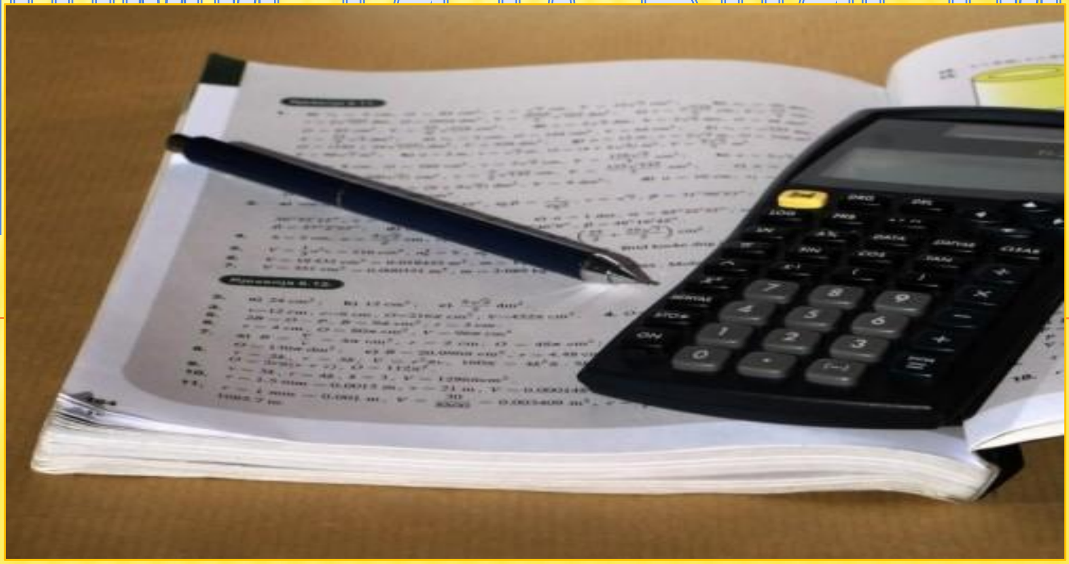
Логарифми та їх властивості



Підготувала:
студентка групи ЕФ-11
Білько Наталія

Логари́фм (від грец. *λόγος* — «слово», «відношення» і грец. *ἀριθμός* — «число») — математична операція обернена піднесенню до степеня

$$\log_a b$$

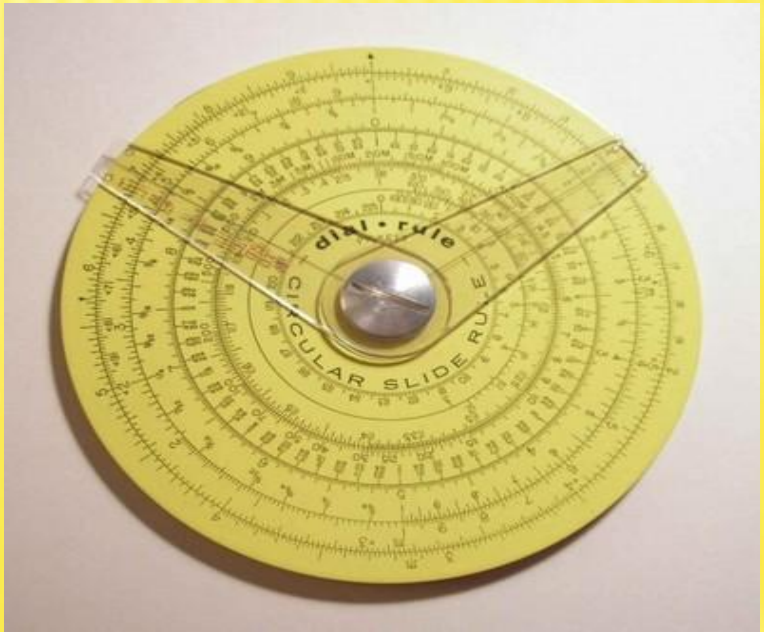
Логарифмом *додатного числа N за основою b називається показник степеня x, до якого потрібно піднести b, щоб отримати N .*

Позначення логарифма:

$$\log_b N = x$$

Цей запис рівнозначний наступному:

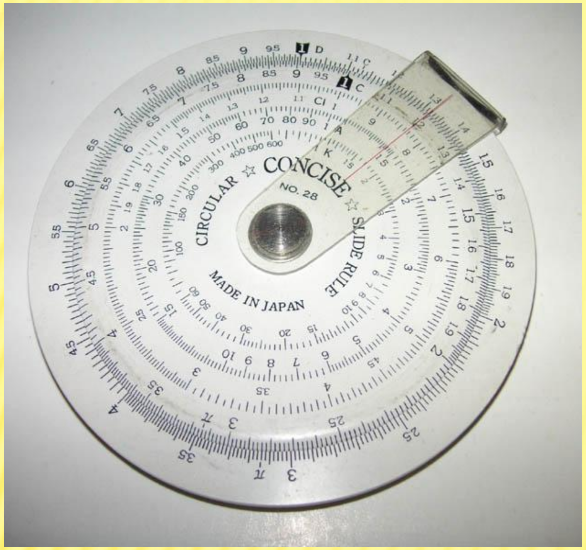
$$b^x = N.$$

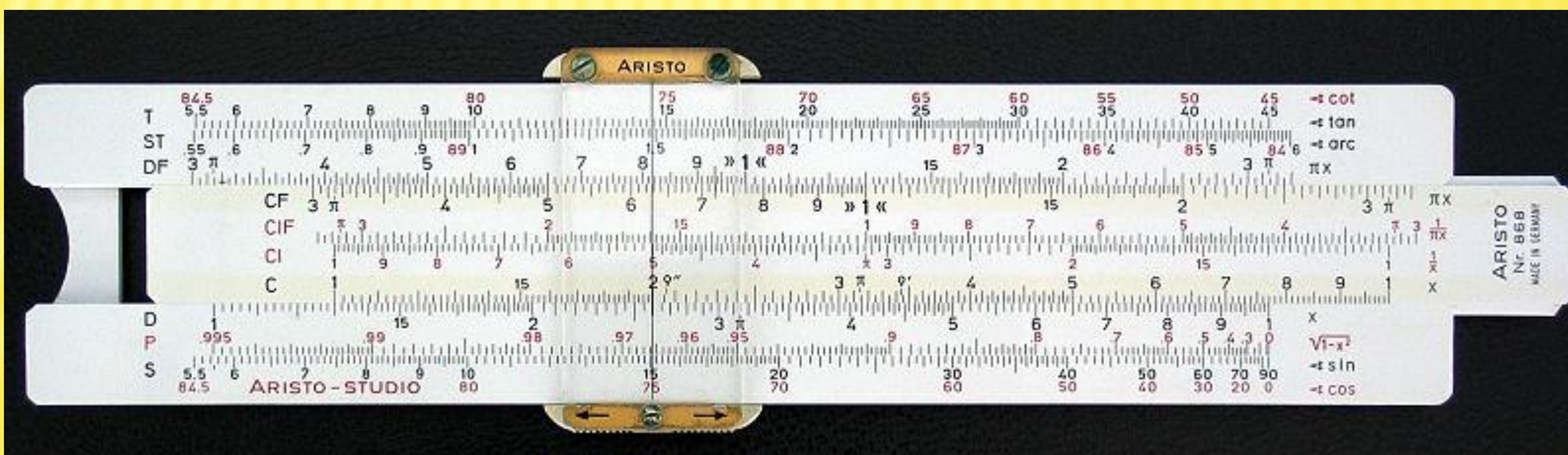


Логарифми були введені **Джоном Непером** на початку 17 століття як засіб спрощення розрахунків. Вони швидко почали застосовуватися вченими та інженерами для пришвидшення виконання обчислень використовуючи логарифмічні лінійки і таблиць логарифмів. Наприклад, можна значно спростити обчислення добутку використовуючи важливу властивість: логарифм добутку є сумою логарифмів множників:

$$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$$

Логарифмі́чна лінійка — аналоговий обчислювальний пристрій, що дозволяє виконувати кілька математичних операцій, основними з яких є множення і ділення чисел. Найпростіша логарифмічна лінійка складається з двох шкал у логарифмічному масштабі, що здатні пересуватися одна відносно одної. Складніші лінійки містять додаткові шкали і прозорий повзунок з кількома поділками. На зворотній стороні лінійки можуть знаходитися різні довідкові матеріали.



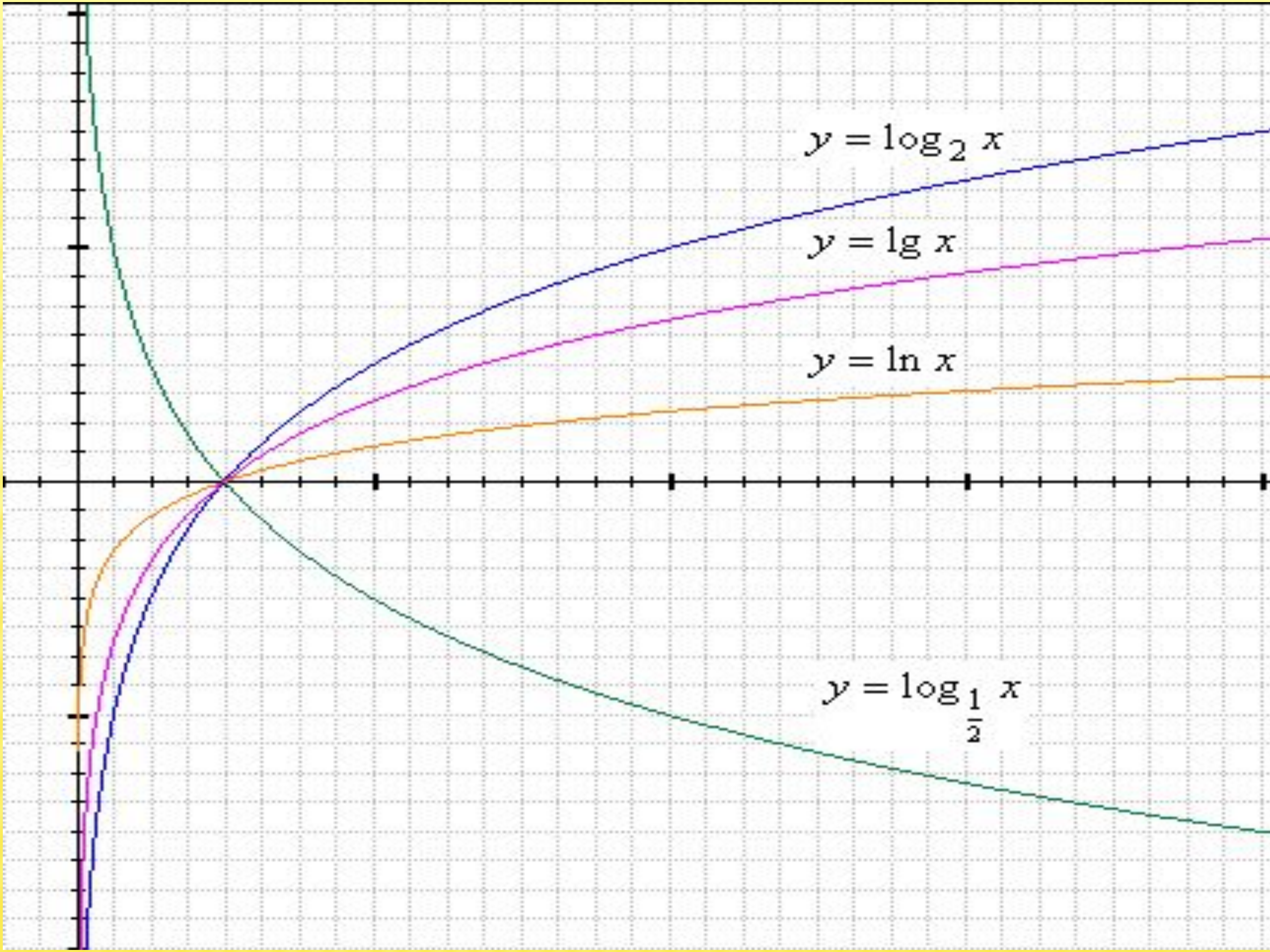


Позначення:

$x = \log_b a$ логарифм числа **a** за основою **b**

Існують особливі позначення для:

- натуральних логарифмів $\log_e a = \ln a$
- десяткових логарифмів $\log_{10} a = \lg a$
- двійкових логарифмів $\log_2 a = \operatorname{lb} a$



$y = \log_2 x$
$y = \lg x$
$y = \ln x$
$y = \log_{\frac{1}{2}} x$

Основні властивості логарифмів

Областю визначення функції є множина всіх додатних чисел

Областю значень функції є множина всіх дійсних чисел

Функції не є парною, а ні непарною

Якщо $b>1$, то функція зростаюча, і більшому значенню функції відповідає більше значення аргументу

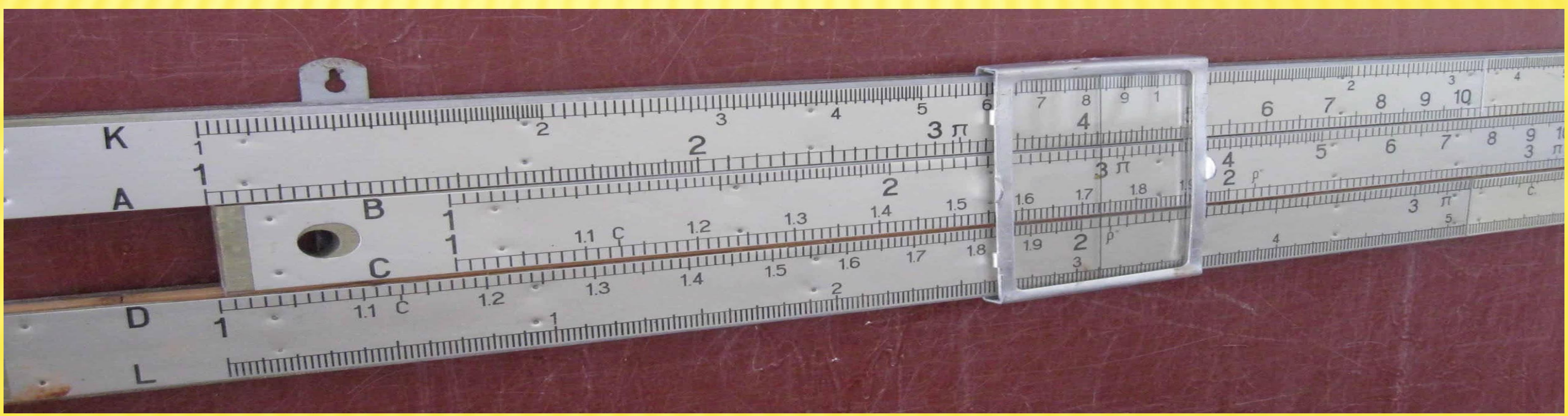
Якщо $0<b<1$, то функція спадна, і більшому значенню функції відповідає менше значення аргументу

$\log_b(xy) = \log_b(x) + \log_b(y)$	логарифм добутку двох чисел дорівнює сумі логарифмів цих чисел
$\log_b\left(\frac{x}{y}\right) = \log_b(x) - \log_b(y)$	логарифм частки двох чисел дорівнює різниці логарифмів цих чисел
$\log_b(x^p) = p \cdot \log_b(x)$	логарифм степеня
$\log_b \sqrt[p]{x} = \frac{1}{p} \log_b(x)$	логарифм кореня

Таблиця властивостей

Логарифмічна функція

<u>**Логарифмічна функція**</u> $y = \log_b x$ ставить у відповідність кожному значенню змінної її логарифм за наперед обраною основою b .



Властивості логарифмічної функції:

множина визначення логарифмічної функції $D = (0, +\infty)$

логарифмічна функція є монотонною, причому

є зростаючою, якщо $b > 1$

є спадною, якщо $0 < b < 1$

логарифмічні функції за різними основами є пропорційними

$$y = \log_b x$$

$$y = b^x$$

$$\frac{d \ln x}{dx} = \frac{1}{x}, \qquad \frac{d \log_b x}{dx} = \frac{1}{x \ln b}$$

$$\int \ln x \, dx = x(\ln x - 1) + C$$

$$\mathrm{li}(x) = \int_0^x \frac{dt}{\ln t}, \quad x \neq 1$$

функція є оберненою до показникової функції

похідна логарифмічної функції:

первісна логарифмічної функції:

спеціальна функція інтегральний логарифм:

розклад у ряд Тейлора

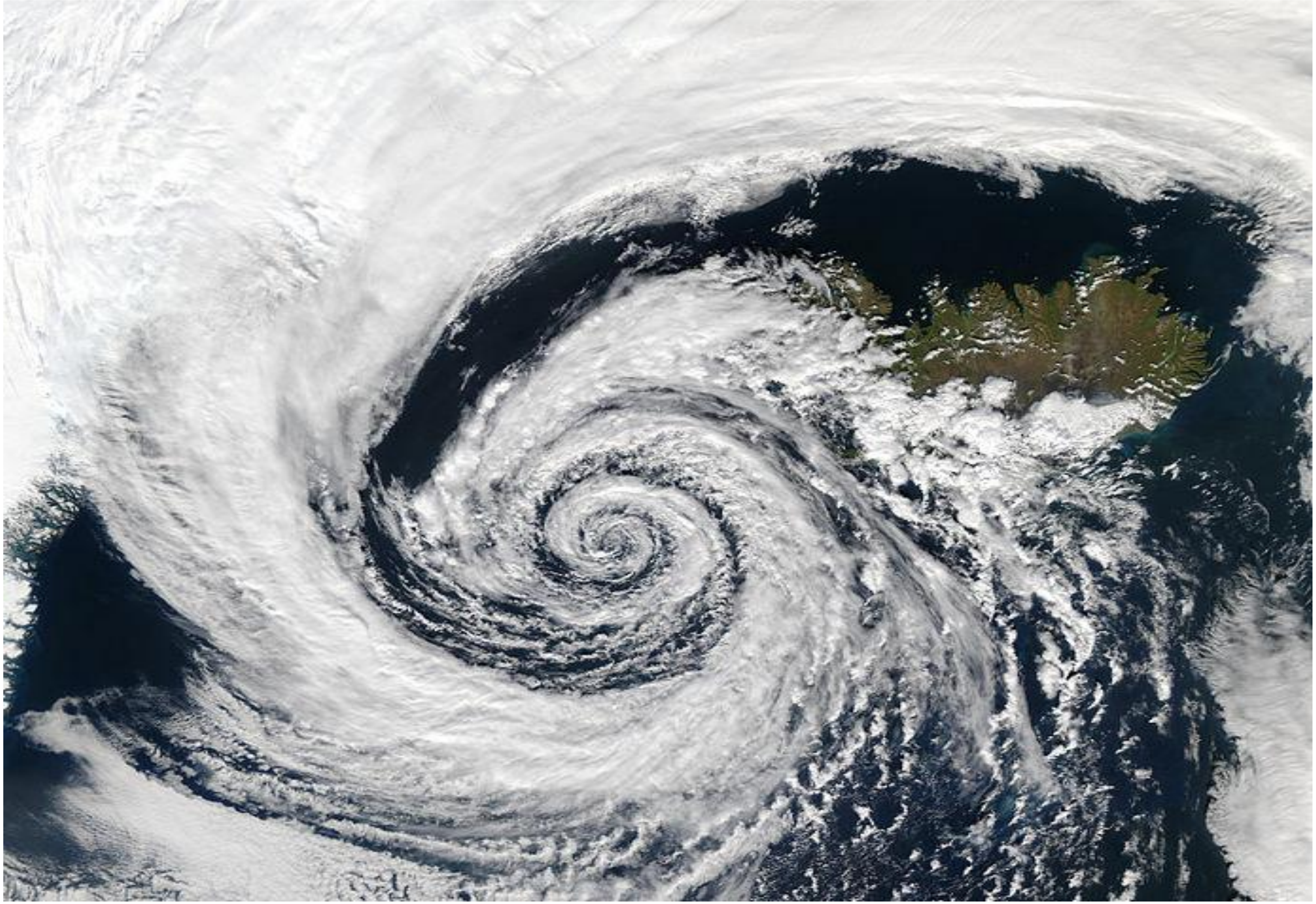
$$\ln(1+x)=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}}{n}x^n=x-\frac{x^2}{2}+\frac{x^3}{3}-\cdots$$

стала Ейлера—Маскероні

$$\gamma=\lim_{n\to\infty}\left[\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}\right)-\ln(n)\right]$$

Логарифми в природі

Мушля молюска Наутілуса за формою близька до логарифмічної спіралі



Область низького тиску над Ісландією

Спіральна галактика«Водоверть»

Дякую
за увагу!