

МАШИНА ТЬЮРИНГА

Введение

- Понятие алгоритма.

Алгоритм – это точное предписание, определяющее вычислительный процесс, идущий от варьируемых исходных данных к искомому результату (Марков А.А.)

- Свойства алгоритма:

- 1) Дискретность.
- 2) Определенность.
- 3) Результативность.
- 4) Массовость.

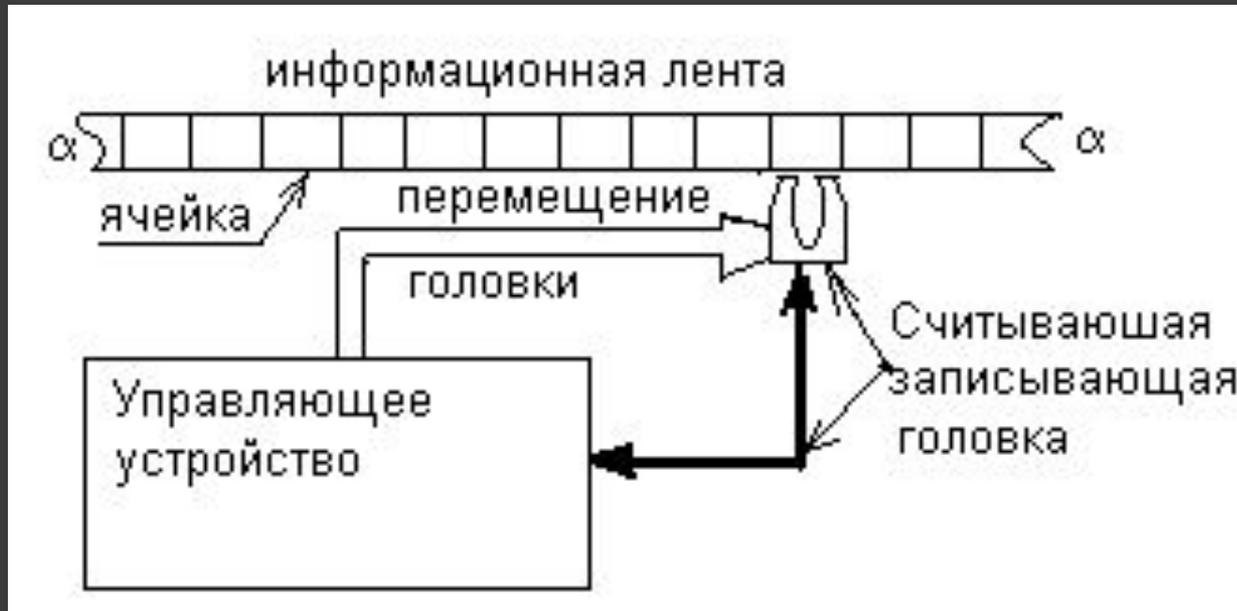
Математическая модель машины Тьюринга

Машина Тьюринга (МТ) – это математическая модель идеализированной цифровой вычислительной машины.

Устройство машины Тьюринга.

- 1) Лента.
- 2) Считывающая головка.
- 3) Устройство управления.
- 4) Внутренняя память.

Лента



В клетки в дискретный момент времени может быть записан только один символ (буква) из внешнего алфавита $A = \{\Lambda, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}\}$, $2 \leq n$.

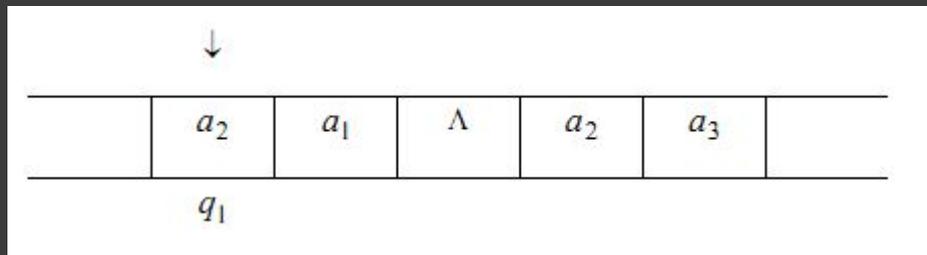
Пустая ячейка обозначается символом Λ , а сам символ Λ называется пустым, при этом остальные символы называются непустыми.

Считывающая головка

Головка может считывать содержимое ячейки и записывать в нее новый символ из алфавита A . В одном такте работы она может сдвигаться только на одну ячейку вправо (П), влево (Л) или оставаться на месте (Н).

Внутренняя память

Внутренняя память машины представляет собой некоторое конечное множество внутренних состояний $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_m\}$, $m \geq 1$. Будем считать, что мощность $|Q| \geq 2$. Два состояния машины имеют особое значение: q_1 – начальное внутреннее состояние (начальных внутренних состояний может быть несколько), q_0 – заключительное состояние или стоп-состояние (заклучительное состояние всегда одно). В каждый момент времени МТ характеризуется положением головки и внутренним состоянием.



Устройство управления

Выполняет следующие действия:

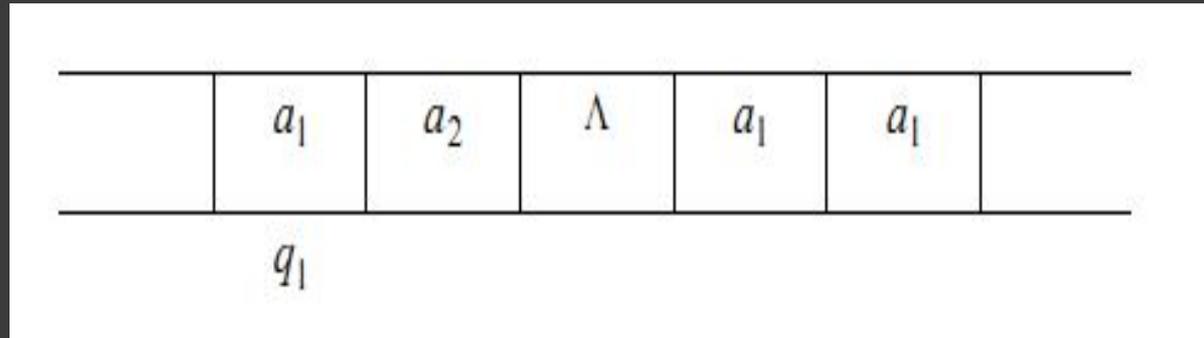
- 1) Изменяет считываемый в момент t символ a_i на новый символ a_j (в частности оставляет его без изменений, т. е. $a_i = a_j$);
- 2) Передвигает головку в одном из следующих направлений: Н, Л, П;
- 3) Изменяет имеющееся в момент t внутреннее состояние машины q_i на новое q_j , в котором будет машина в момент времени $t + 1$. Такие действия устройства управления называют командой, которую можно записать в виде:

$$q_i a_i \rightarrow a_j D q_j$$

Работа машины Тьюринга

- ◎ Работа машины полностью определяется заданием в первый (начальный) момент:
 - 1) Слова на ленте, т. е. последовательности символов, записанных в клетках ленты (слово получается чтением этих символов по клеткам ленты слева направо);
 - 2) Положения головки;
 - 3) Внутреннего состояния машины.

Если в начальный момент на ленте записано слово $a_1, a_2, \Lambda, a_1, a_1$ то начальная конфигурация будет иметь вид:



Работа машины Тьюринга состоит в последовательном применении команд, причем, применение той или команды определяется текущей конфигурацией. Так в приведенном выше примере должна применяться команда с левой частью $q_1 a_1$.

Результатом работы машины считается слово, которое будет записано на ленте в заключительной конфигурации, т. е. в конфигурации, в которой внутреннее состояние машины есть q_0 .

Примеры машины Тьюринга

Пример 1. Построить машину Тьюринга T_1 , которая применима ко всем словам с внешним алфавитом $\{a,b\}$ и делает следующее: любое слово x_1, x_2, \dots, x_n , где $x_i = a$ или $x_i = b$ ($i = 1, 2, \dots, n$) преобразует в слово x_2, \dots, x_n, x_1 т. е., начиная работать при слове x_1, x_2, \dots, x_n на ленте в начальной конфигурации, машина остановится, и в заключительной конфигурации на некотором участке ленты будет записано слово x_2, \dots, x_n, x_1 , а все остальные клетки ленты (если такие будут) окажутся пустыми.

Решение:

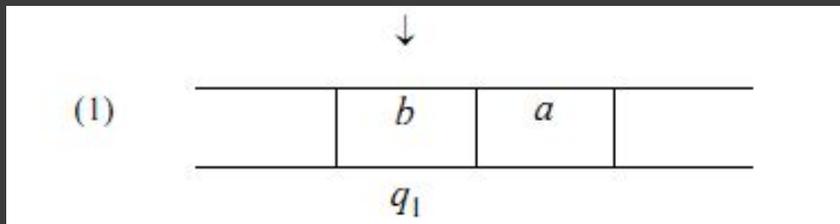
За внешний алфавит машины T_1 возьмем множество $A = \{\wedge, a, b\}$, а за внутренний – $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$.

Команды определим следующим образом:

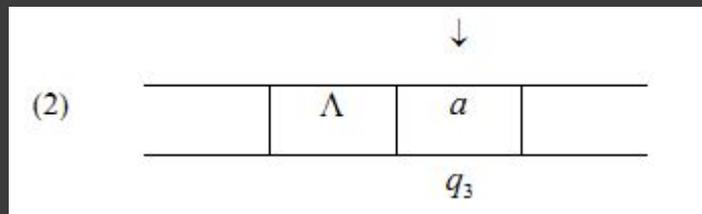
$q_1 a \rightarrow \wedge \Pi q_2$, $q_1 b \rightarrow \wedge \Pi q_3$, $q_i y \rightarrow \wedge \Pi \Pi_i$, где $y \in \{a, b\}$, $i = 2, 3$;

$q_2 \wedge \rightarrow a \Pi q_0$, $q_3 \wedge \rightarrow b \Pi q_0$

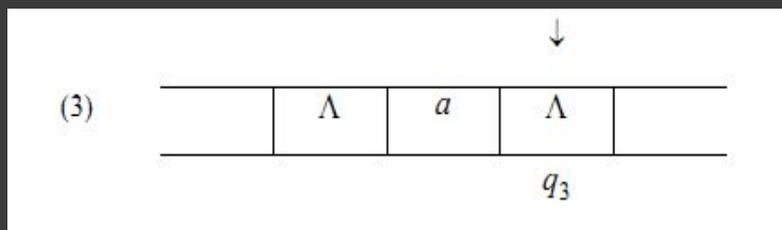
Рассмотрим работу машины T_1 над словом ba . В работе машины над словом ba начальная конфигурация имеет следующий вид:



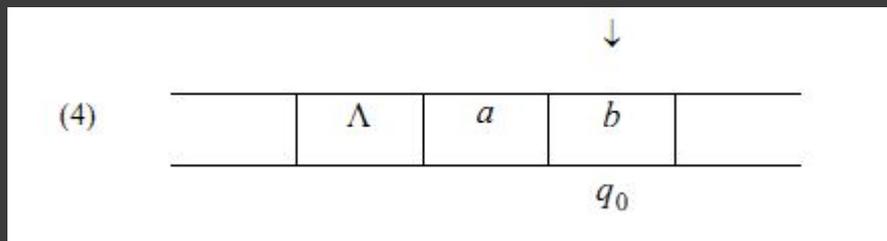
На первом шаге действует команда: $q_1b \wedge \Pi q_3$. В результате создается следующая конфигурация:



На втором шаге действует команда $q_3a \wedge \Pi q_3$ и на машине создается конфигурация:



Наконец, третий шаг обусловлен командой $q_3 \wedge \Pi q_0$. В результате чего создается конфигурация:

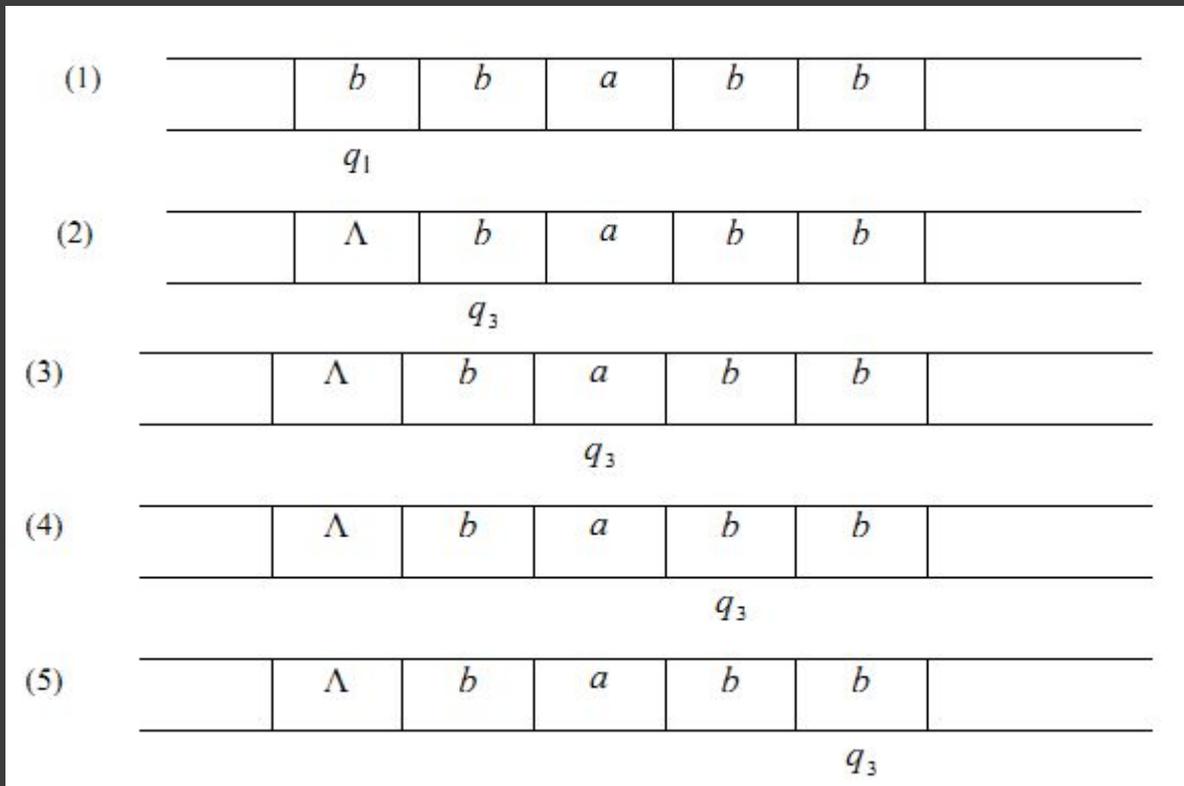


Эта конфигурация является заключительной, так как машина оказалась в состоянии остановки q_0 .

Таким образом, слово ba переработано в слово ab .

Пример 2. Применить машину Тьюринга T_1 из примера 1 к слову $bbabb$, исходя из начального положения, при котором в состоянии q_1 обозревается крайняя левая ячейка, в котором содержится символ этого слова.

Решение:



(6)		Λ	b	a	b	b	Λ	
								q_3
(7)		Λ	b	a	b	b	b	
								q_0

Более короткая запись этой последовательности конфигураций, т. е. процесса работы машины будет :

$$\begin{aligned}
 q_1 b b a b b &\Rightarrow \Lambda q_3 b a b b \Rightarrow \Lambda b q_3 a b b \Rightarrow \Lambda b a q_3 b b \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \Lambda b a b q_3 b \Rightarrow \Lambda b a b b q_3 \Lambda \Rightarrow b a b b b.
 \end{aligned}$$

Таким образом, слово $b b a b b$ переработано машиной в слово $b a b b b$.