

# МАШИНА ТЬЮРИНГА

# Введение

- Понятие алгоритма.

Алгоритм – это точное предписание, определяющее вычислительный процесс, идущий от варьируемых исходных данных к искомому результату (Марков А.А.)

- Свойства алгоритма:

- 1) Дискретность.
- 2) Определенность.
- 3) Результативность.
- 4) Массовость.

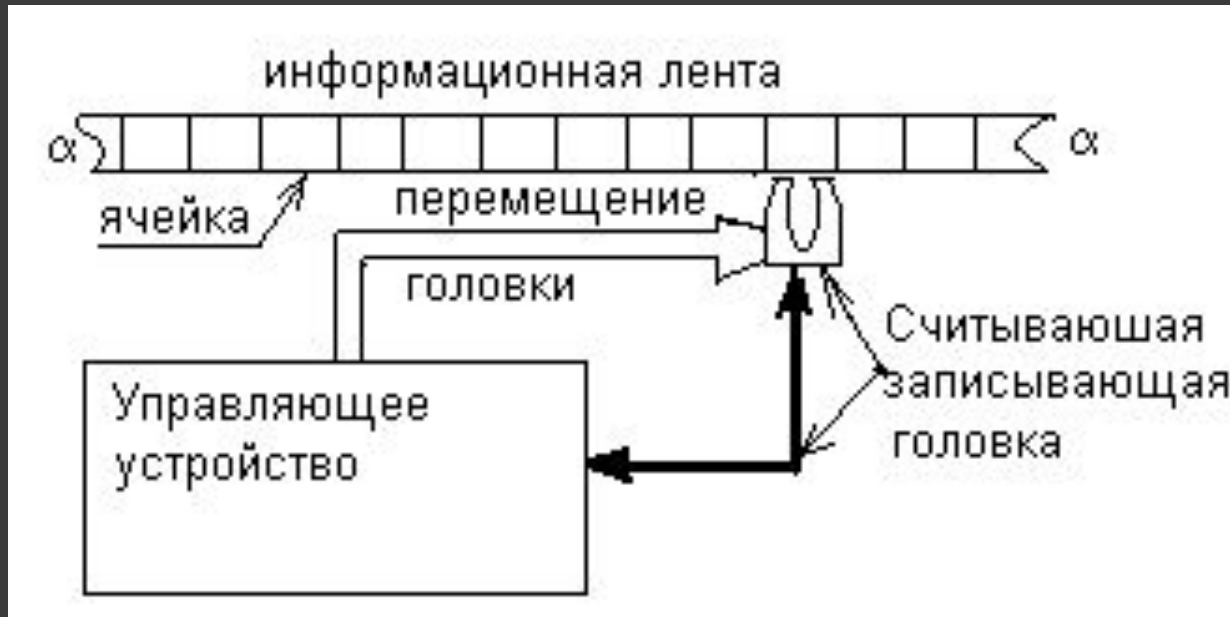
# Математическая модель машины Тьюринга

Машина Тьюринга (МТ) – это математическая модель идеализированной цифровой вычислительной машины.

Устройство машины Тьюринга.

- 1) Лента.
- 2) Считывающая головка.
- 3) Устройство управления.
- 4) Внутренняя память.

# Лента



В клетки в дискретный момент времени может быть записан только один символ (буква) из внешнего алфавита  $A = \{\Lambda, a_1, a_2, \dots, a_{n-1}\}$ ,  $2 \leq n$ .

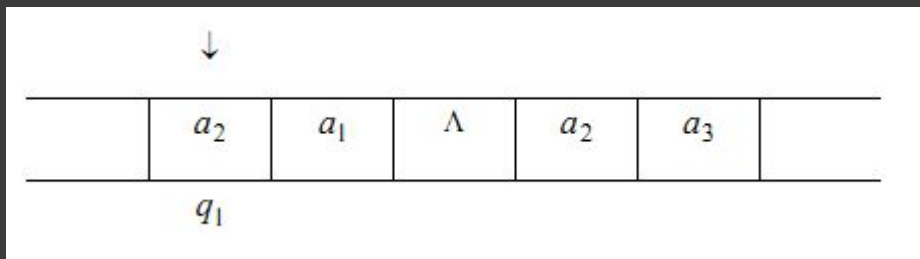
Пустая ячейка обозначается символом  $\Lambda$ , а сам символ  $\Lambda$  называется пустым, при этом остальные символы называются непустыми.

# Считывающая головка

Головка может считывать содержимое ячейки и записывать в нее новый символ из алфавита  $A$ . В одном такте работы она может сдвигаться только на одну ячейку вправо (П), влево (Л) или оставаться на месте (Н).

# Внутренняя память

Внутренняя память машины представляет собой некоторое конечное множество внутренних состояний  $Q = \{q_0, q_1, \dots, q_m\}$ ,  $m \geq 1$ . Будем считать, что мощность  $|Q| \geq 2$ . Два состояния машины имеют особое значение:  $q_1$  – начальное внутреннее состояние (начальных внутренних состояний может быть несколько),  $q_0$  – заключительное состояние или стоп-состояние (заклучительное состояние всегда одно). В каждый момент времени МТ характеризуется положением головки и внутренним состоянием.



# Устройство управления

Выполняет следующие действия:

- 1) Изменяет считываемый в момент  $t$  символ  $a_i$  на новый символ  $a_j$  (в частности оставляет его без изменений, т. е.  $a_i = a_j$ );
- 2) Передвигает головку в одном из следующих направлений: Н, Л, П;
- 3) Изменяет имеющееся в момент  $t$  внутреннее состояние машины  $q_i$  на новое  $q_j$ , в котором будет машина в момент времени  $t + 1$ . Такие действия устройства управления называют командой, которую можно записать в виде:

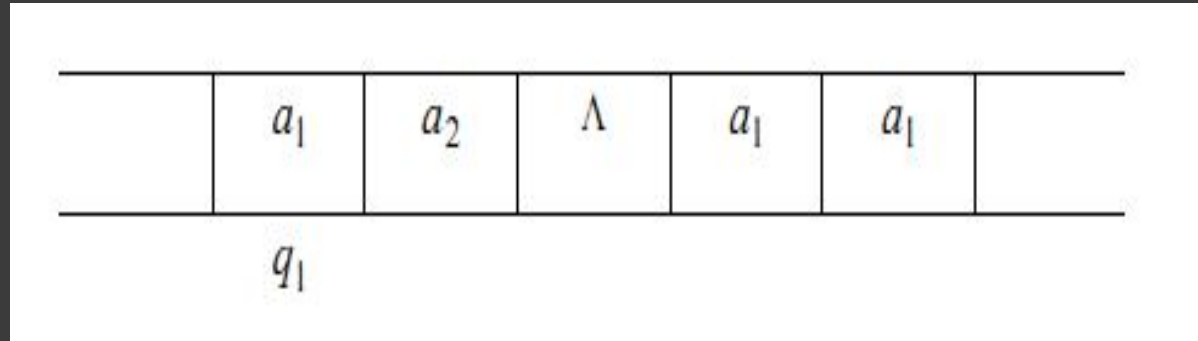
$$q_i a_i \rightarrow a_j D q_j$$

# Работа машины Тьюринга

- ◎ Работа машины полностью определяется заданием в первый (начальный) момент:
  - 1) Слова на ленте, т. е. последовательности символов, записанных в клетках ленты (слово получается чтением этих символов по клеткам ленты слева направо);
  - 2) Положения головки;
  - 3) Внутреннего состояния машины.



Если в начальный момент на ленте записано слово  $a_1, a_2, \Lambda, a_1, a_1$  то начальная конфигурация будет иметь вид:



Работа машины Тьюринга состоит в последовательном применении команд, причем, применение той или команды определяется текущей конфигурацией. Так в приведенном выше примере должна применяться команда с левой частью  $q_1 a_1$ .

Результатом работы машины считается слово, которое будет записано на ленте в заключительной конфигурации, т. е. в конфигурации, в которой внутреннее состояние машины есть  $q_0$ .

# Примеры машины Тьюринга

*Пример 1.* Построить машину Тьюринга  $T_1$ , которая применима ко всем словам с внешним алфавитом  $\{a,b\}$  и делает следующее: любое слово  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , где  $x_i = a$  или  $x_i = b$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) преобразует в слово  $x_2, \dots, x_n, x_1$  т. е., начиная работать при слове  $x_1, x_2, \dots, x_n$  на ленте в начальной конфигурации, машина остановится, и в заключительной конфигурации на некотором участке ленты будет записано слово  $x_2, \dots, x_n, x_1$ , а все остальные клетки ленты (если такие будут) окажутся пустыми.

## Решение:

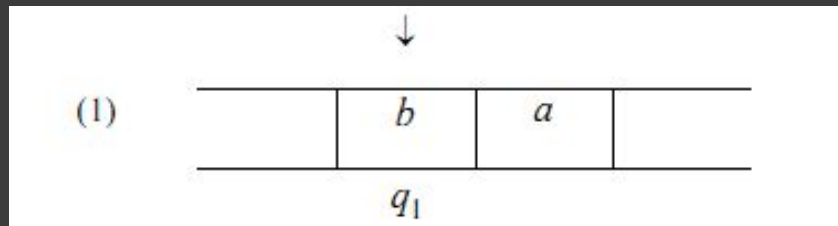
За внешний алфавит машины  $T_1$  возьмем множество  $A = \{\wedge, a, b\}$ , а за внутренний –  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$ .

Команды определим следующим образом:

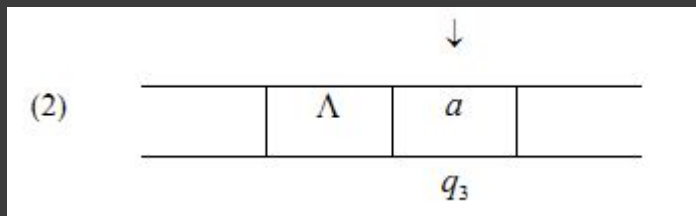
$q_1 a \rightarrow \wedge \Pi q_2$ ,  $q_1 b \rightarrow \wedge \Pi q_3$ ,  $q_i y \rightarrow \wedge \Pi \Pi_i$ , где  $y \in \{a, b\}$ ,  $i = 2, 3$ ;

$q_2 \wedge \rightarrow a \Pi q_0$ ,  $q_3 \wedge \rightarrow b \Pi q_0$

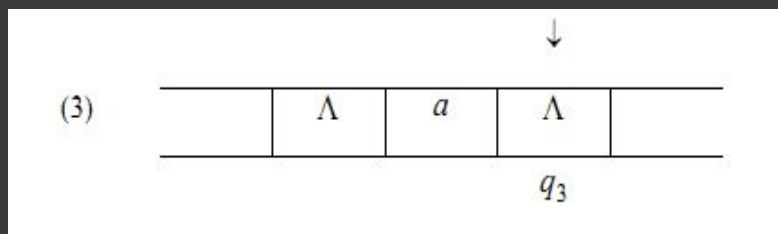
Рассмотрим работу машины  $T_1$  над словом  $ba$ . В работе машины над словом  $ba$  начальная конфигурация имеет следующий вид:



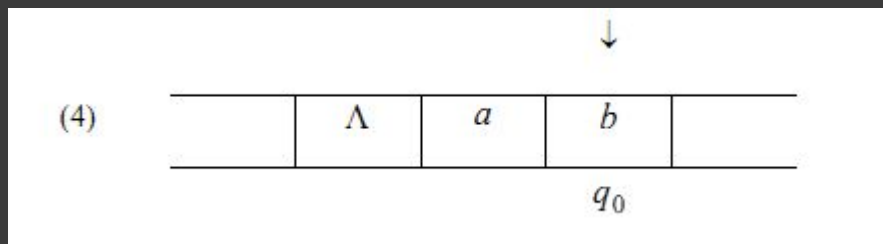
На первом шаге действует команда:  $q_1b \wedge \Pi q_3$ . В результате создается следующая конфигурация:



На втором шаге действует команда  $q_3a \wedge \Pi q_3$  и на машине создается конфигурация:



Наконец, третий шаг обусловлен командой  $q_3 \wedge \Pi q_0$ . В результате чего создается конфигурация:

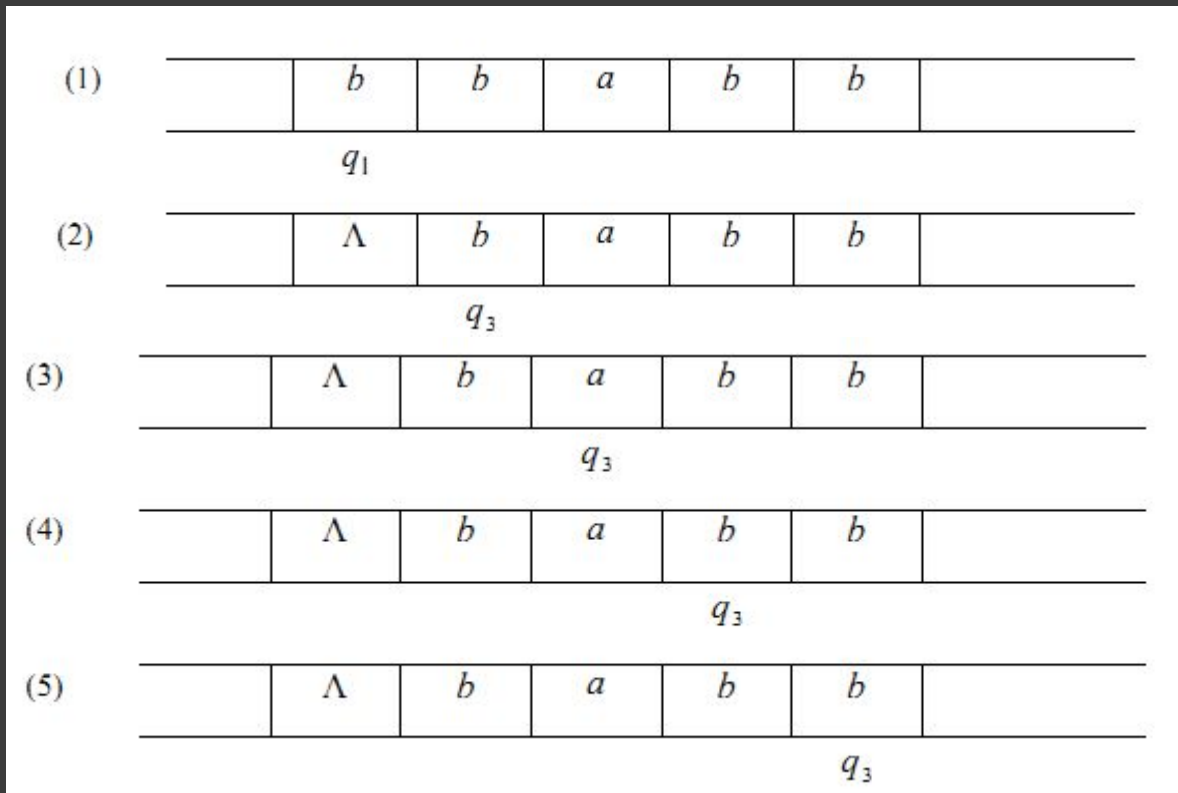


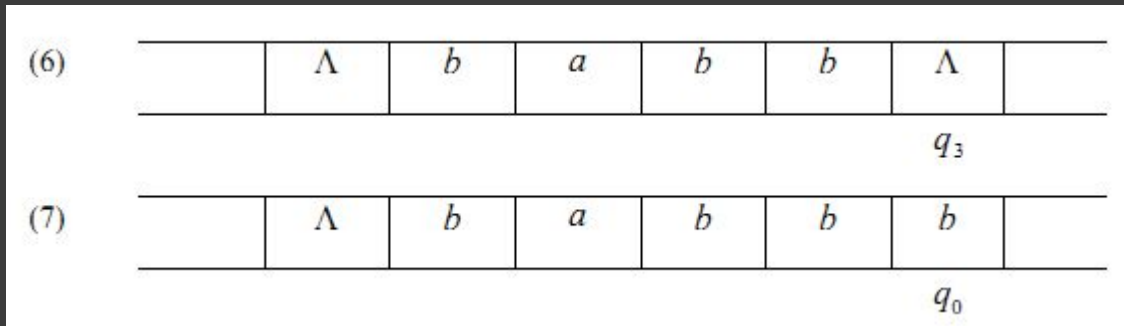
Эта конфигурация является заключительной, так как машина оказалась в состоянии остановки  $q_0$ .

Таким образом, слово  $ba$  переработано в слово  $ab$ .

*Пример 2.* Применить машину Тьюринга  $T_1$  из примера 1 к слову  $bbabb$ , исходя из начального положения, при котором в состоянии  $q_1$  обозревается крайняя левая ячейка, в котором содержится символ этого слова.

Решение:





Более короткая запись этой последовательности конфигураций, т. е. процесса работы машины будет :

$$\begin{aligned}
 q_1 b b a b b &\Rightarrow \Lambda q_3 b a b b \Rightarrow \Lambda b q_3 a b b \Rightarrow \Lambda b a q_3 b b \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \Lambda b a b q_3 b \Rightarrow \Lambda b a b b q_3 \Lambda \Rightarrow b a b b b.
 \end{aligned}$$

Таким образом, слово  $b b a b b$  переработано машиной в слово  $b a b b b$ .