

# Математические модели роботов

## Лекция 1.

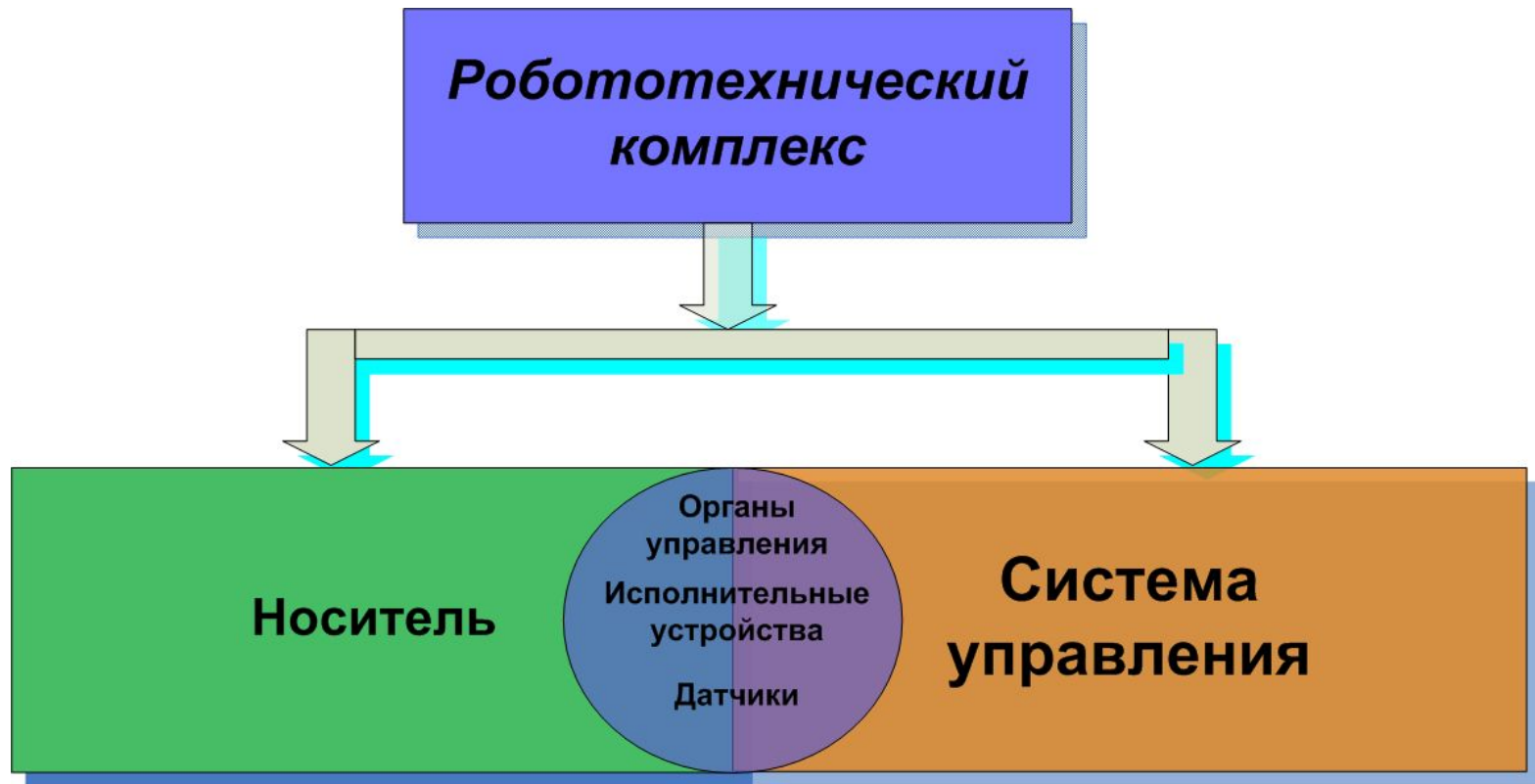
*Общее представление о  
математической модели  
роботизированного объекта*

# Два типа роботизированных объектов:

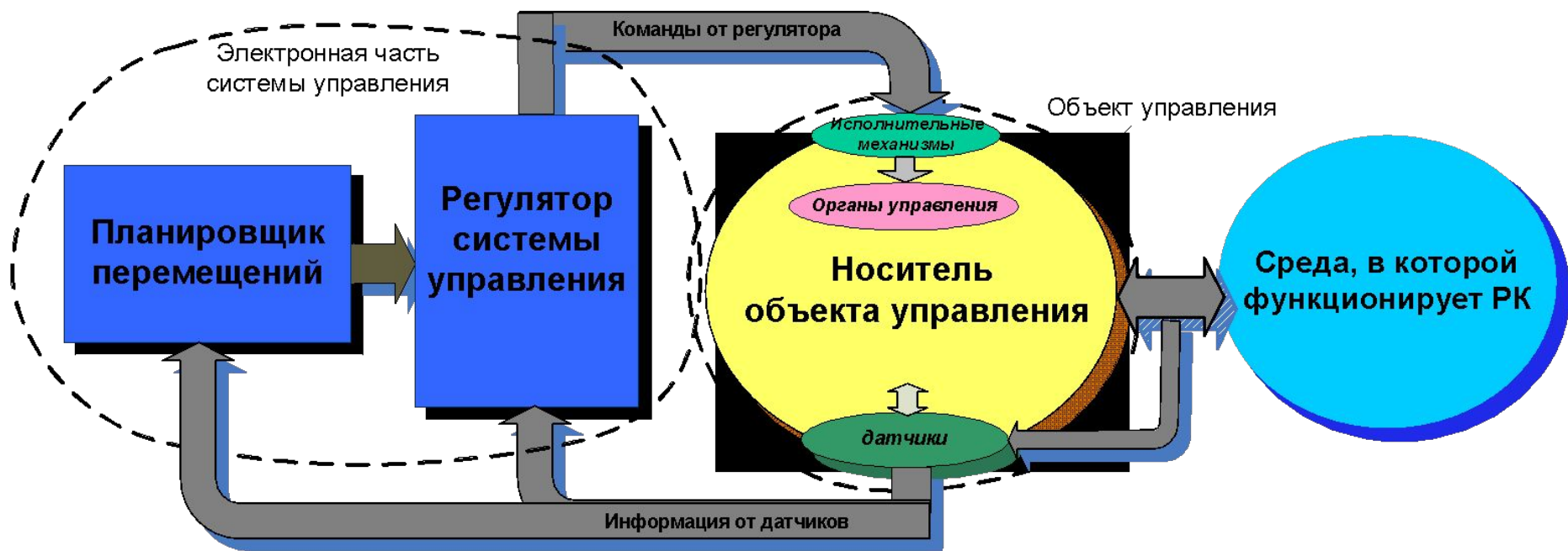
- 1. роботы на подвижных платформах (носителях): дирижабли, самолеты, ракеты, вертолеты, подводные аппараты;**
- 2. роботы манипуляторы.**



# Структура робототехнического комплекса



# Структурная схема системы «Носитель объекта управления + Среда функционирования + Система управления».



# Понятие состояния робототехнического комплекса

характеризует **взаимную ориентацию**  
РК относительно внешней среды и  
**взаимодействие** РК с ней в данный  
момент времени

Состояния (конфигурации) РК  
описываются обобщенными  
координатами системы  $\bar{q}$

Частью обобщенных координат система управления способна управлять; эти  
координаты называются управляемыми и обозначаются  $\bar{q}_{упр}$  причем  $\bar{q}_{упр} \subset \bar{q}$

минимальное число обобщенных  
координат  $n$ , достаточных для описания  
его функционирования

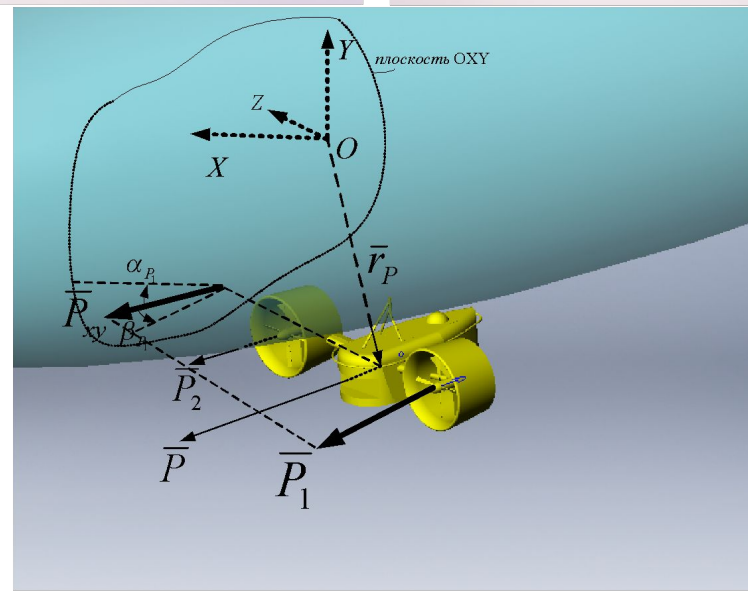
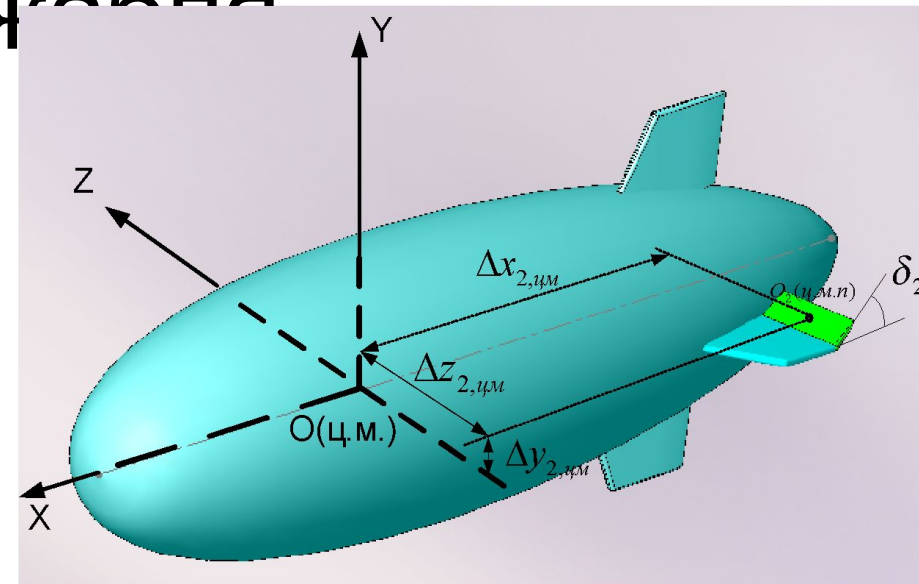
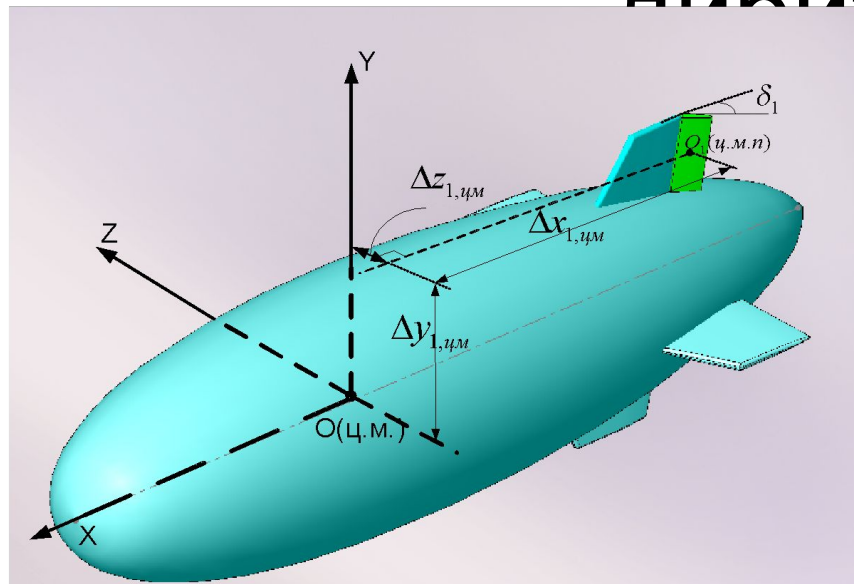
# *Управляемые координаты подвижных роботизированных комплексов*

В случае РК на дирижабельных, самолетных или вертолетных носителях к числу управляемых координат могут относиться:

- 1) углы отклонения рулей высоты, направления, элеронов;
- 2) частота вращения ротора двигателя;
- 3) общий шаг винта;
- 4) циклические шаги отклонения несущего винта (для вертолета)

# Примеры управляемых координат для роботизированного аппарата

Центр масс



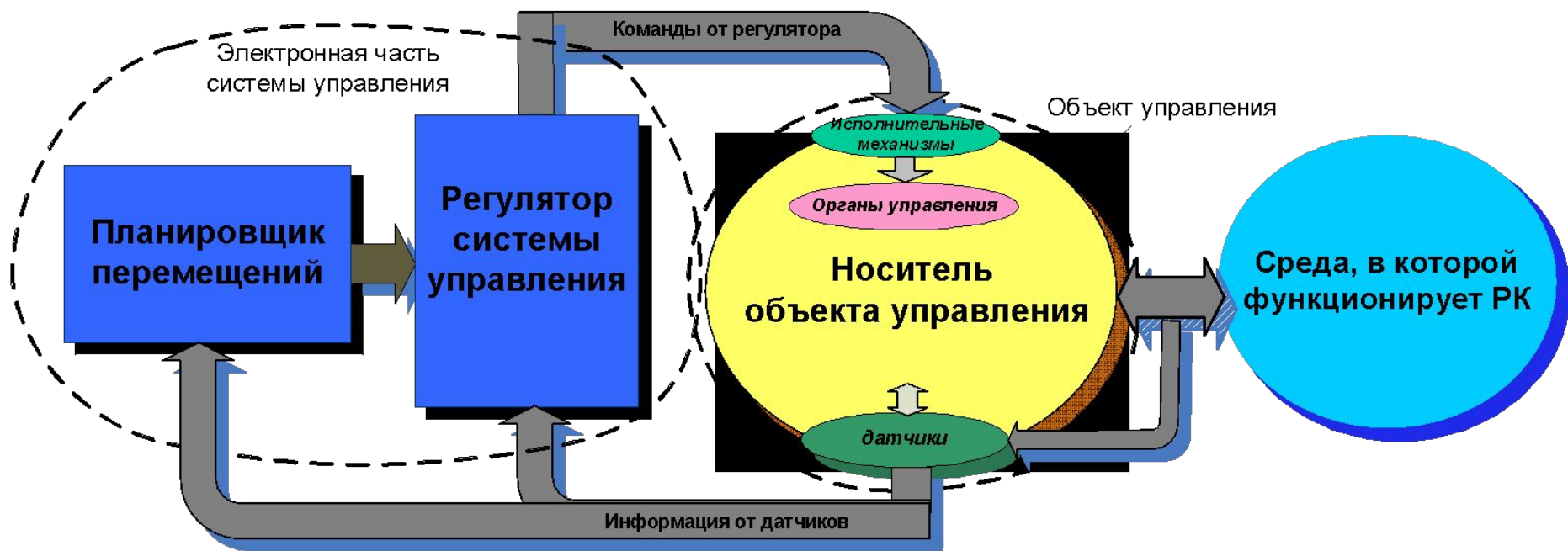
# Управляемые координаты роботов-манипуляторов

В случае манипуляционных роботов к числу управляемых координат относятся

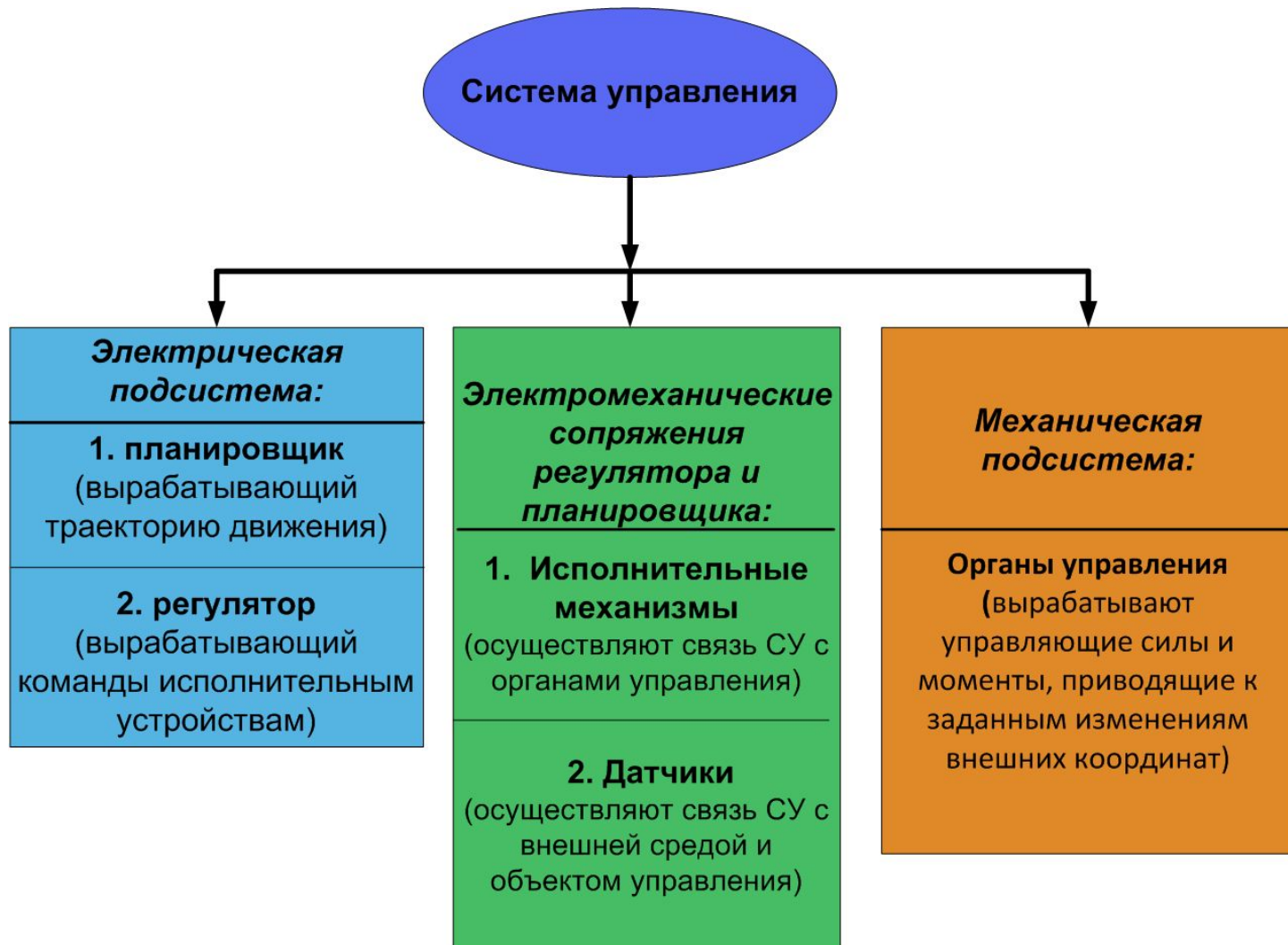
все обобщенные координаты манипулятора, характеризующие взаимную ориентацию его кинематических звеньев, т.е. для манипулятора  $\bar{q}_{упр} = \bar{q}$



# Структурная схема системы «Носитель объекта управления + Среда функционирования + Система управления».



# Состав системы управления объектом



# *Роль математической модели при синтезе системы управления объектом*

*Алгоритм работы системы управления основывается на понимании **ФИЗИКИ** взаимодействия объекта управления и внешней среды*

*и строится на соответствующей этому пониманию **МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ***

*объекта управления, функционирующего в данной среде*

*Для **синтеза СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ** объектом*

*необходимо точно представлять физику*

*происходящих процессов при функционировании РК и*

*отражать это в соответствующей точной и*

*корректной **математической модели** этого*

*функционирования*

# Конструкция обобщенной математической модели и её

## использование системой управления

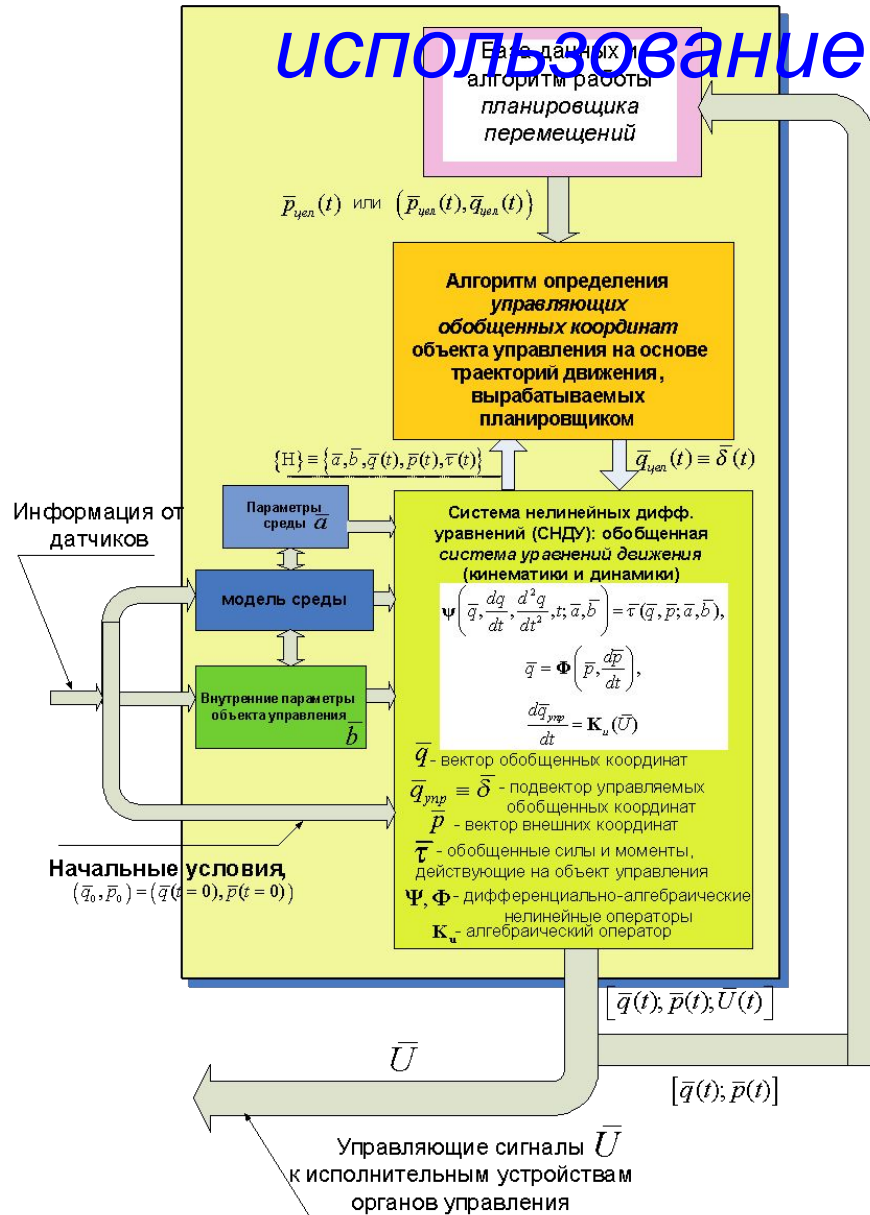
Определяющая система уравнений  
ММ:

$$\Psi \left( \bar{q}, \frac{d\bar{q}}{dt}, \frac{d^2\bar{q}}{dt^2}, t; \bar{a}, \bar{b} \right) = \bar{\tau}(\bar{q}, \bar{p}; \bar{a}, \bar{b}),$$

$$\bar{q} = \Phi \left( \bar{p}, \frac{d\bar{p}}{dt} \right),$$

$$\frac{d\bar{q}_{ynp}}{dt} = \mathbf{K}_u(\bar{U}),$$

$\bar{q}$  - вектор обобщенных координат  
 $\bar{q}_{ynp} \equiv \bar{\delta}$  - подвектор управляемых обобщенных координат  
 $\bar{p}$  - вектор внешних координат  
 $\bar{\tau}$  - обобщенные силы и моменты, действующие на объект управления  
 $\Psi, \Phi$  - дифференциально-алгебраические нелинейные операторы  
 $\mathbf{K}_u$  - алгебраический оператор



## и её использование системой

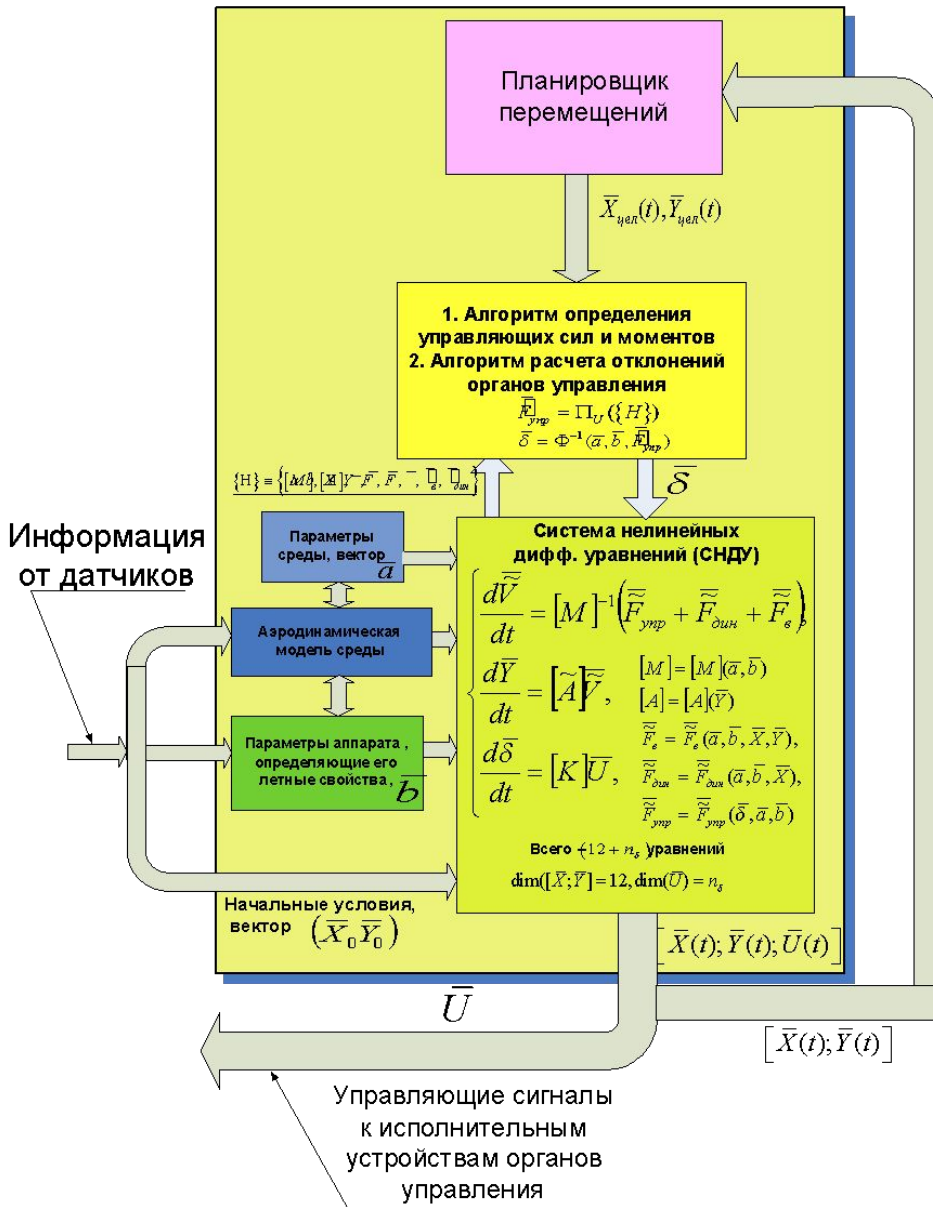
### Ключевые элементы ММ

#### летательного управляемого аппарата:

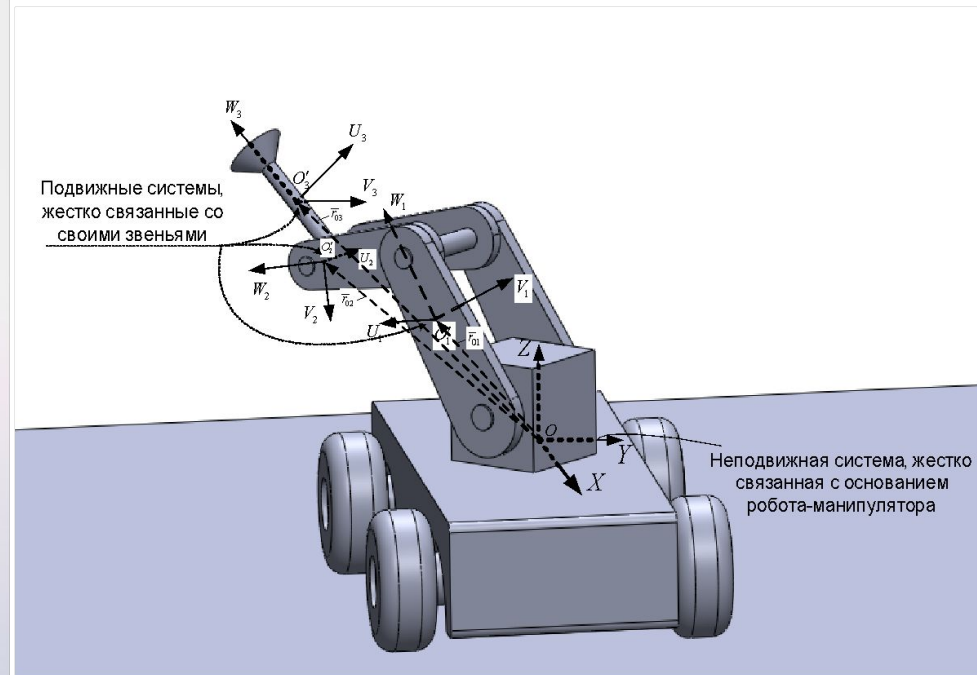
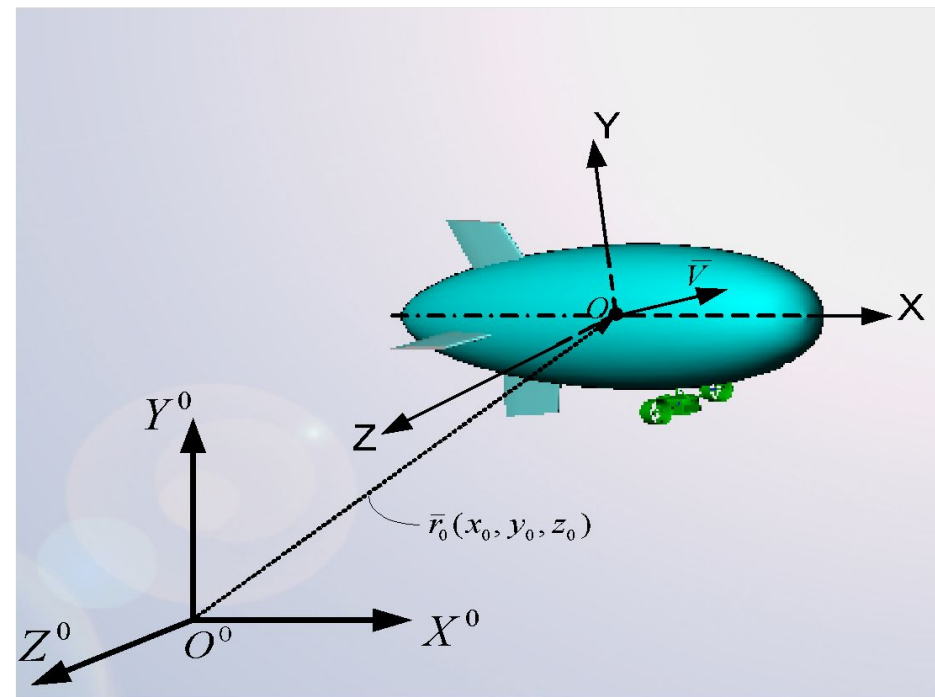
1) система нелинейных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{V}}{dt} = [M]^{-1} (\tilde{F}_{упр} + \tilde{F}_{дин} + \tilde{F}_s), \\ \frac{d\tilde{Y}}{dt} = [\tilde{A}] \tilde{V}, \\ \frac{d\tilde{\delta}}{dt} = [K] \tilde{U}, \end{cases}$$

- 2) величины, характеризующие ориентацию и взаимовлияние РК и внешней среды (координаты положения РК, скорости его движения, отклонения органов управления  $\tilde{\delta}$ );
- 3) Внутренние параметры РК  $\tilde{b}$  (масса, положение центра тяжести, тензор инерции и т.д.);
- 4) Внутренние параметры среды  $\tilde{a}$  (давление, плотность температура и



# Модель твердого тела – одна из особенностей математических моделей роботов



С каждым твердым телом в робототехнике жестко связывается собственная система координат, и положение твердого тела характеризуется радиусом-вектором начала связанной системы относительно базовой системы координат и ориентацией осей связанной системы относительно осей базовой; всего получается **6** независимых координат.