

Брянский государственный технический
университет

Лекция на тему:

Математический пакет MathCad.
Основы работы с системой
MathCad

Математические пакеты

Начиная с 90-х годов прошлого века, широкую известность приобрели так называемые *системы компьютерной математики* или *математические пакеты*.

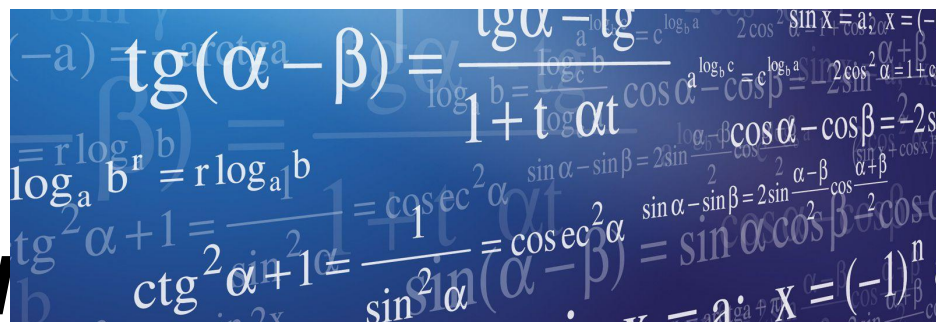
Программы такого рода являются составной частью САЕ-систем (систем автоматизации инженерных расчётов) и относятся к инженерным программам автоматизированного проектирования.



Математические пакеты

Наиболее популярными математическими пакетами являются:

- **Пакет Maple**
- **Пакет MatLab**
- **Пакет Mathcad**
- **Пакет Mathematica**



Основная информация

Система MathCAD – пакет, предназначенный, для проведения математических расчетов, который содержит текстовый редактор, вычислитель, графический процессор.

Фирма MathSoft Inc.(США) выпустила первую версию системы в 1986 г. Главная отличительная особенность системы MathCAD заключается в её входном языке, который максимально приближён к естественному математическому языку, используемому как в трактатах по математике, так и вообще в научной литературе. Используется принцип *WYSIWYG* (*What You See Is What You Get* - «что видите, то и получаете»).

Подсистемы MathCad

- **Текстовый редактор** служит для ввода и редактирования текстов. Текст может состоять из слов, математических выражений и формул. MathCAD использует общепринятую математическую символику.
- **Вычислитель** обеспечивает вычисления по математическим формулам и имеет большой набор функций.
- **Графический процессор** используется для построения графиков и трехмерных поверхностей.

Решаемые задачи

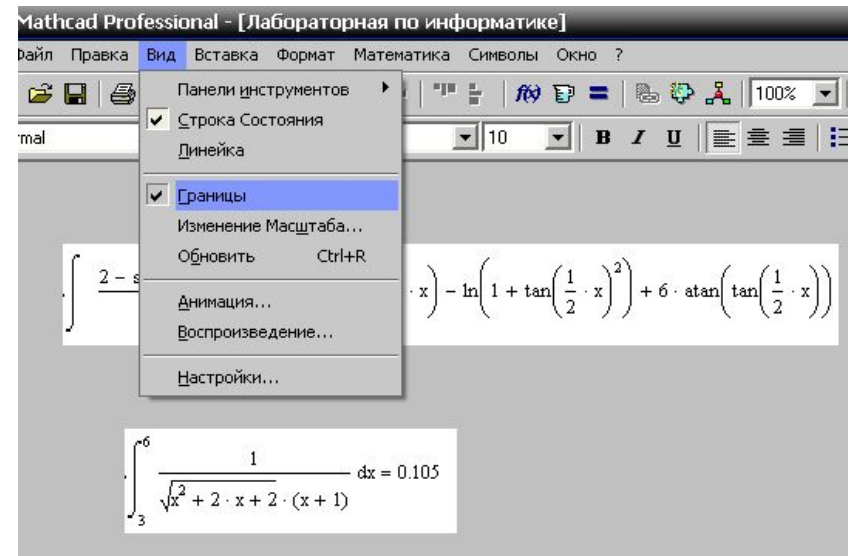
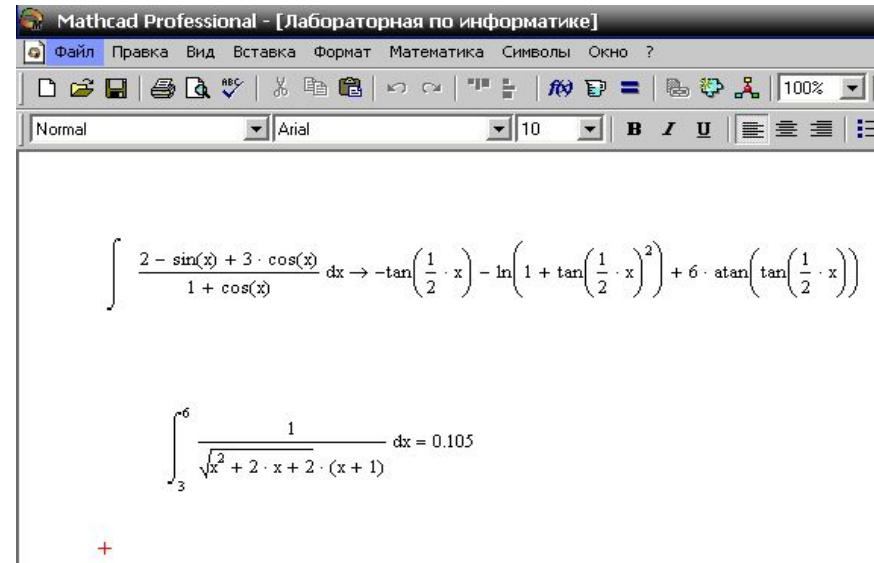
- подготовка научно-технической документации, содержащей текст и формулы в привычной для специалиста форме;
- вычисления результатов математических операций с константами, переменными и размерными физическими величинами;
- векторные и матричные операции;
- решение уравнений и систем уравнений;
- статистические расчеты и анализ данных;
- построение графиков;
- аналитические преобразования и аналитическое решение уравнений и систем;
- аналитическое и численное дифференцирование и интегрирование;
- решение дифференциальных уравнений.

Структура рабочего документа

Рабочий документ MathCad представляет собой совокупность областей. Область может располагаться в любом месте документа. Для создания новой области следует просто выполнить щелчок мышью на свободном месте документа.

MathCAD устанавливает направление выполнения вычислений и построения графиков документа «вправо-вниз».

Чтобы сделать видимыми границы областей, следует выбрать в меню Вид подменю **Границы**, в результате чего фоновым цветом будут отображены только имеющиеся области

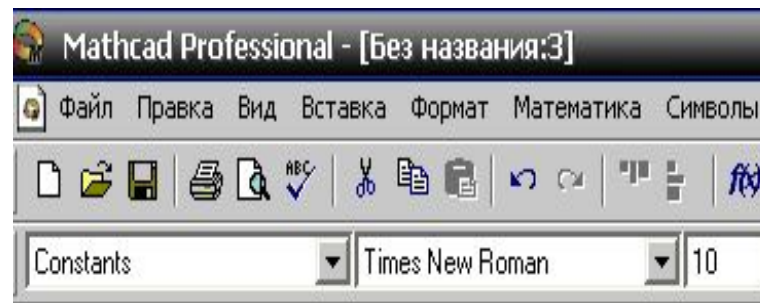


Средства редактирования

Визир предназначен для указания позиции в рабочем документе, в которой должна появиться очередная область.

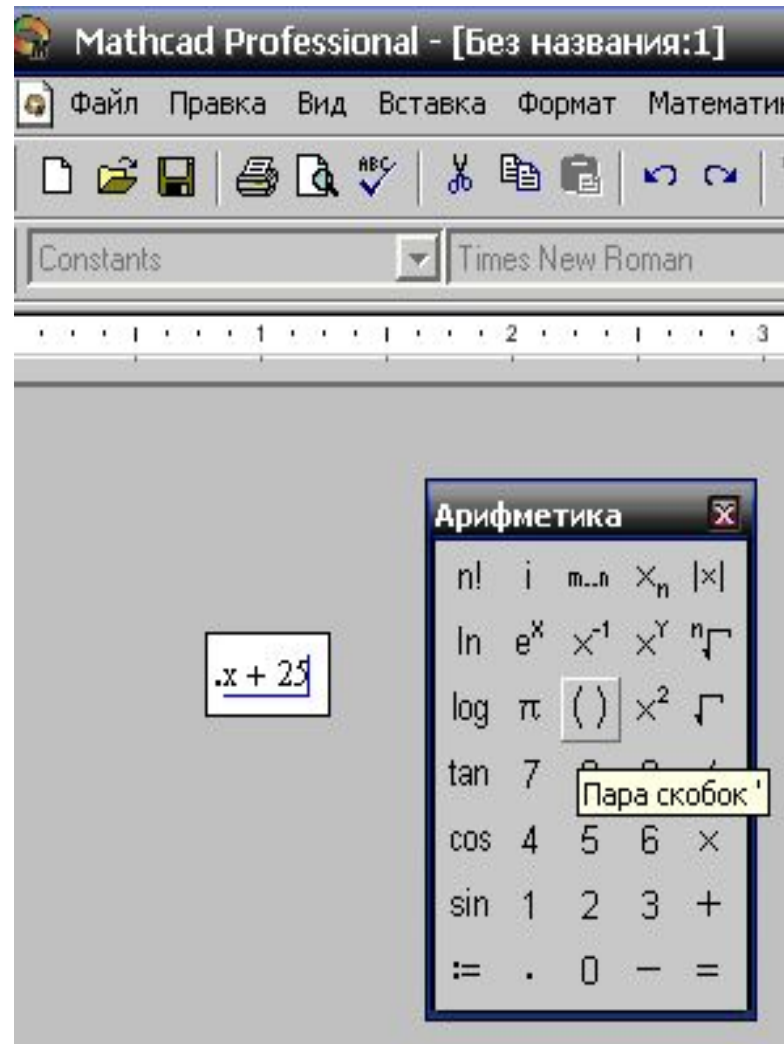
Маркер ввода в MathCad аналогичен подобному средству в любом текстовом редакторе.

Выделяющая рамка используется, во-первых, при копировании, перемещении и удалении частей математического выражения и, во-вторых, для вставки и удаления операторов.



Вставка операторов

Для вставки операторов, требующих только одного операнда необходимо выделить все выражение, которое должно быть в данном случае операндом, и нажать соответствующую комбинацию клавиш или кнопку на палитре символов. Подобным образом выполняется вставка скобок – выделив выражение, заключаемое в скобки, следует нажать **()**.

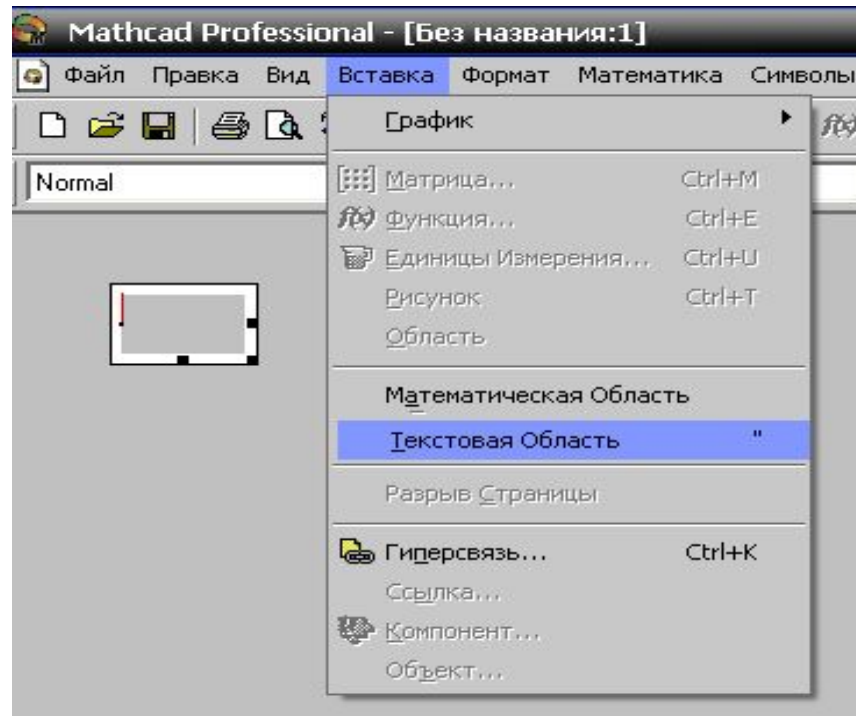


Примеры операторов

Оператор	Ввод	Назначение оператора
$X:=Y$	$X:Y$	Локальное присваивание X значения Y
$X\equiv Y$	$X\sim Y$	Глобальное присваивание X значения Y
$X=$	$X=$	Вывод значения X
$X+Y$	$X+Y$	Сложение X и Y
$X-Y$	$X-Y$	Вычитание Y из X
$X\cdot Y$	$X*Y$	Умножение X на Y
X/Y	X/Y	Деление X на Y
z^w	z^w	Возведение z в степень w
$n!$	$n!$	Вычисление факториала
B_n	$B[$	Ввод нижнего индекса n
$A_{n,m}$	$A[n,m$	Ввод двойного нижнего индекса
$A^{<n>}$	$A \text{ Ctrl}+6 n$	Ввод верхнего индекса (для векторов)

Текстовые области

Текстовые области в MathCad являются областями изменяемого размера, при этом информация, содержащаяся в них, при выполнении вычислений игнорируется. Как правило, текстовые области используются для отображения комментариев к математическим выражениям и графикам.



Для редактирования вводимого текста в MathCad используются те же принципы, что и в большинстве текстовых редакторов.

Простые вычисления в MathCad

Для выполнения простых вычислений, подобно калькулятору, достаточно набрать вычисляемое выражение со знаком = в конце его и нажать клавишу ввода ENTER .

После этого MathCad вычислит и выведет результат на экран

$$2 + 2 = 4$$

Переменные в MathCad

Переменная – ячейка памяти, в которую могут быть записаны различные значения. Имена переменных обычно состояются из следующих символов: латинские буквы, цифры, знак подчёркивания (), греческие буквы.

Mathcad различает в именах символы верхнего и нижнего регистра.

Для набора греческих цифр используется два варианта:

1. Напечатать римский эквивалент. Затем нажать Ctrl + G.
2. Щёлкнуть по соответствующему символу на палитре греческих символов. Чтобы открыть эту палитру, нажмите на кнопку, помеченную **$\alpha\beta$** на полосе кнопок под меню или откройте палитру в панели инструментов (Вид->Панели инструментов -> Греческий алфавит)



Переменные в MathCad

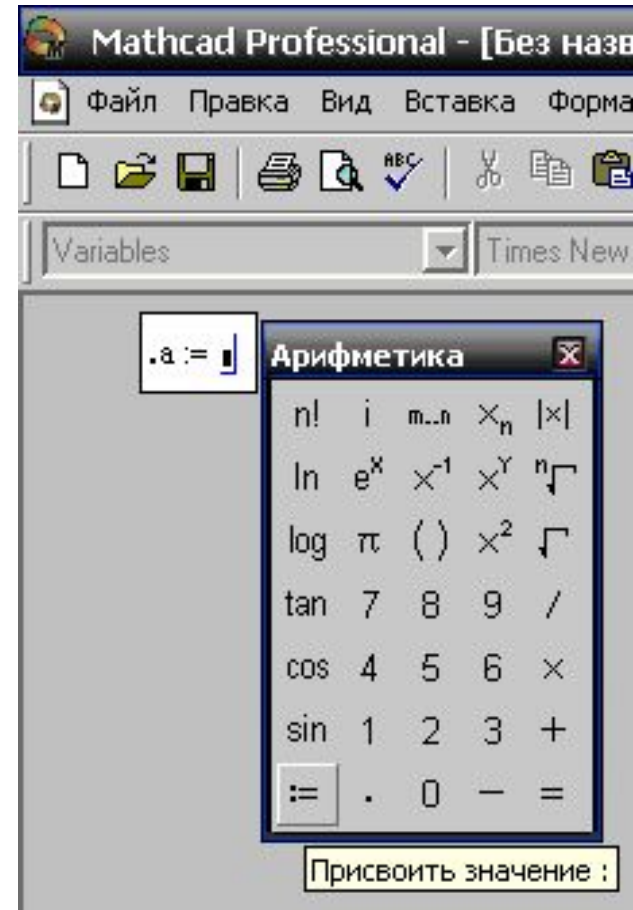
В MathCAD различают: локальные и глобальные переменные.

Локальные переменные вводятся:

Имя_переменной : выражение

Глобальные переменные вводятся:

*Имя_переменной ~
выражение*

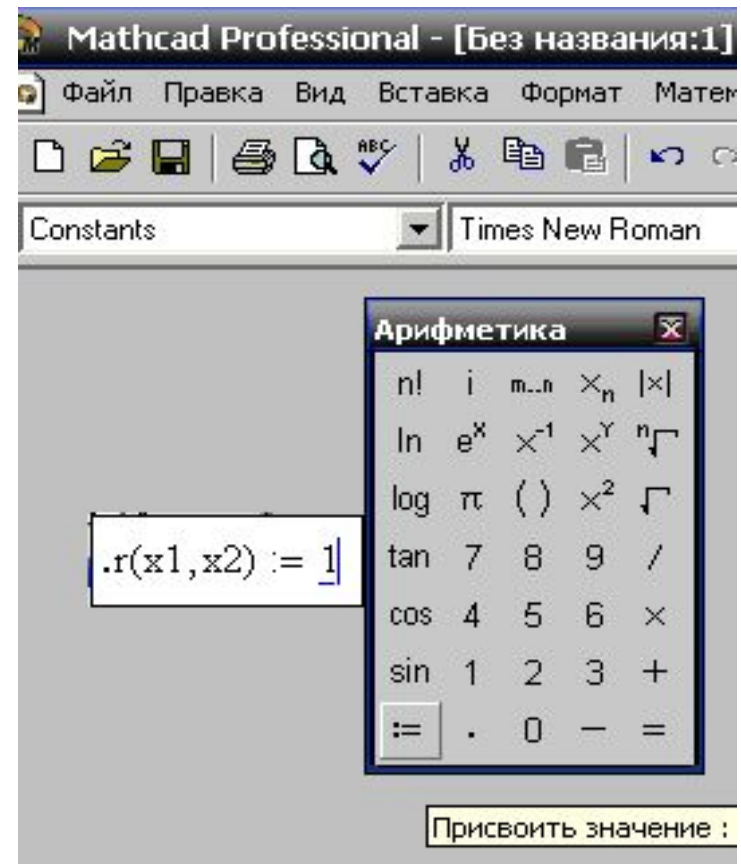


Предопределённые переменные

1. **$\pi = 3.14159\dots$** - Пи. В расчетах используется значение π с учётом 15 цифр после запятой. Чтобы напечатать π , используется комбинация [Ctrl]P.
2. **$e = 2.71828\dots$** - Основание натуральных логарифмов. В расчетах используется значение e с учётом 15 цифр после запятой.
3. **$A = 10^{307}$** Бесконечность. Чтобы напечатать ∞ , используется комбинация клавиш [Ctrl]Z.
4. **$\% = 0.01$** - Процент.
5. **$TOL = 10^{-3}$** - Допускаемая погрешность для различных алгоритмов аппроксимации.
6. **ORIGIN = 0** Начало массива. Определяет индекс первого элемента массива.

Функции в MathCad

Основное отличие ввода функций от ввода переменных состоит в том, что имя функции должно включать в себя список формальных аргументов-параметров, заключенный в скобки.



Общий вид объявления функции:

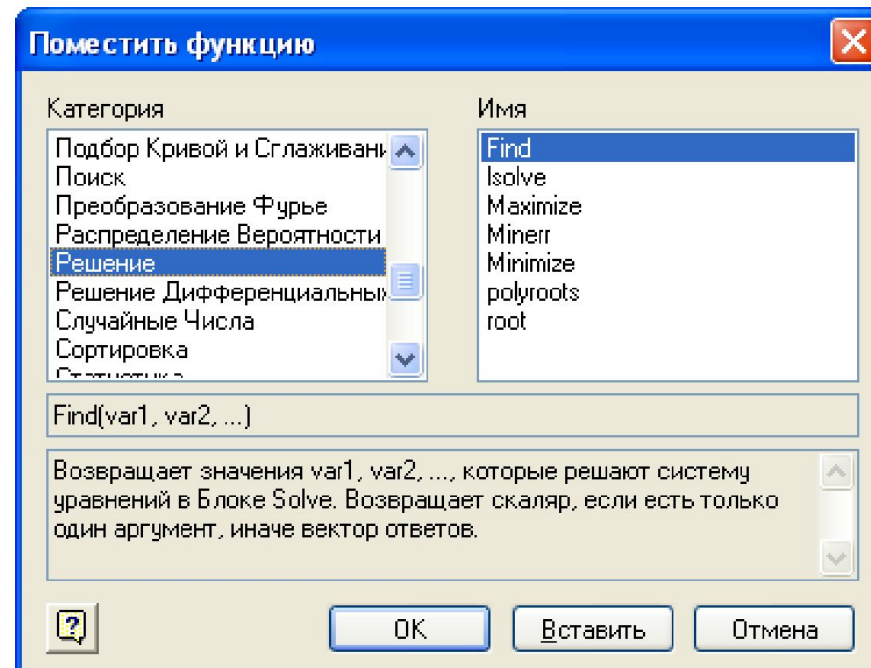
Имя_функции(Переменная1, Переменная2, ...) := Выражение

Встроенные функции

Для ввода встроенных функций используется команда меню Вставка → Функция или кнопка на панели инструментов со значком $f(x)$.

В выражениях можно использовать следующие математические функции:

- 1) Тригонометрические (аргумент в радианах): $\sin(x)$, $\cos(x)$, $\tan(x)$
- 2) Обратные тригонометрические (результат в радианах): $\text{asin}(x)$, $\text{acos}(x)$, $\text{atan}(x)$
- 3) Гиперболические: $\sinh(x)$, $\cosh(x)$, $\tanh(x)$
- 4) Обратные гиперболические: $\text{asinh}(x)$, $\text{acosh}(x)$, $\text{atanh}(x)$
- 5) Другие (десятичный и натуральный логарифмы, случайные числа)



Дискретные переменные

Ранжированная (дискретная) переменная – это переменная, которая принимает ряд значений при каждом ее использовании.

Например:

$x := 0..5$ (x принимает значения 1, 2, 3, 4, 5)

Для набора .. (двух точек) используется ;

Если необходимо задать дробный шаг используется следующая запись:

$z := 0,0.2..4$

Табулирование функции

- Табулирование функции $y=f(x)$ означает получение таблицы y при изменении x на заданном интервале с заданным шагом.

$$y(t) := \frac{\sin(t)}{t^2}$$

$$x := 0, 0.2 \dots 2$$

x =

0
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
2

y(x) =

0
4.967
2.434
1.568
1.121
0.841
0.647
0.503
0.39
0.301
0.227

Численные и символические методы

Mathcad - (Untitled 1)

Файл Правка Текст Математика Графика Символика Окно Книги ?

Символьное решение задачи о нахождении точки пересечения двух прямых

Given

$$x + 2 \cdot \pi \cdot y = a$$
$$4 \cdot x + y = b$$
$$\text{Find}(x, y) \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{-(a - 2 \cdot b \cdot \pi)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \\ \frac{(-b + 4 \cdot a)}{(-1 + 8 \cdot \pi)} \end{bmatrix}$$

автомат Стр 1

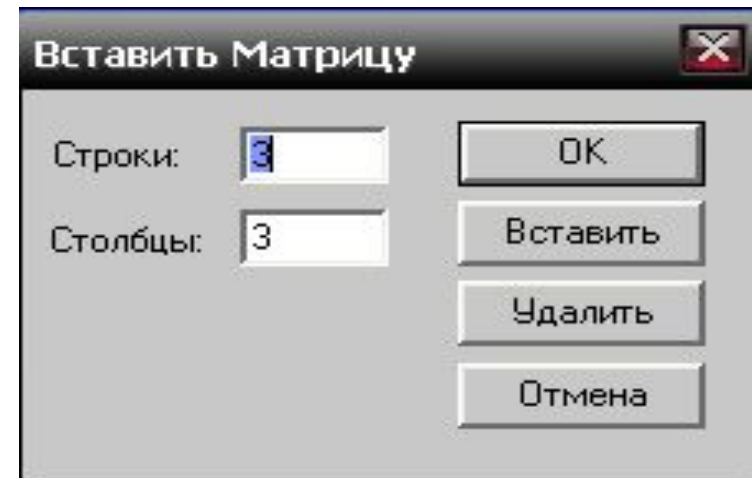
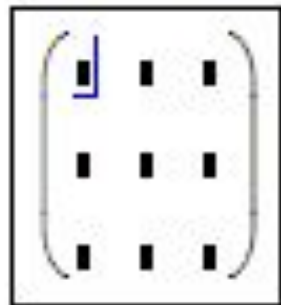
Интегрирование, дифференцирование, решение алгебраических уравнений, аппроксимация и т.д. в MathCAD может проводиться двумя методами: численно и символически. При использовании численного метода получается в результате число. При этом полученный результат является приближенным числом.

При использовании символического решения в результате получатся символическая формула.

Матрицы

В MathCad так же производятся вычисления над матрицами. Векторы и матрицы рассматриваются в программе как одномерные и двумерные массивы данных.

При создании матрицы указывается её размерность



Индексирование элементов

Нижняя индексация. Используется для изменения значений существующих элементов массива, для определения новых элементов и новых массивов. Для ввода нижнего индекса следует после ввода имени массива нажать кнопку \times_n на панели Матрицы, ввести в появившееся поле число или пару чисел.

Верхняя индексация. Осуществляется обращение ко всему столбцу матрицы. Для ввода верхнего индекса следует нажать кнопку n^{\wedge} на панели Матрицы.

$.C_{1,2} := 2$ $.C_{2,1} := 6$ $.C_{2,3} := 4$

$$.C := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 6 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$M := \begin{pmatrix} 10 & 21 & 12 \\ 1 & 65 & 15 \\ 2 & 3 & 58 \end{pmatrix}$$
$$M^{(2)} = \begin{pmatrix} 12 \\ 15 \\ 58 \end{pmatrix}$$

Индексирование элементов

Для работы с массивами MathCad предлагает большой набор векторных и матричных операторов. Особого внимания заслуживает тот факт, что во всех векторных операторах всегда имеется в виду вектор-столбец.

Некоторые из операторов можно вызвать, используя палитру матричных и векторных операций.

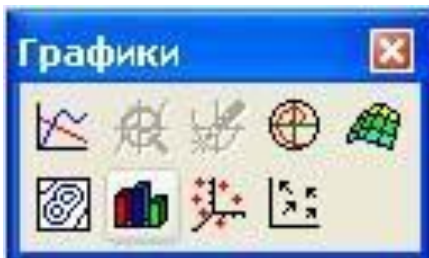


Ряд операций (таких, как сложение, возведение в степень и др.) можно выполнить с помощью палитры арифметических операций и символов.



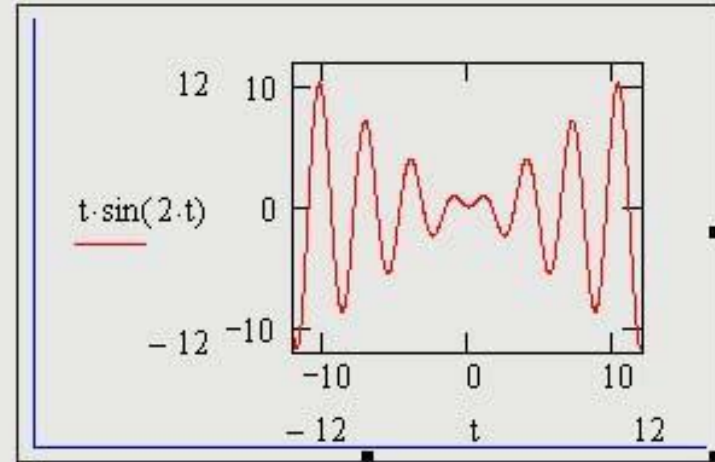
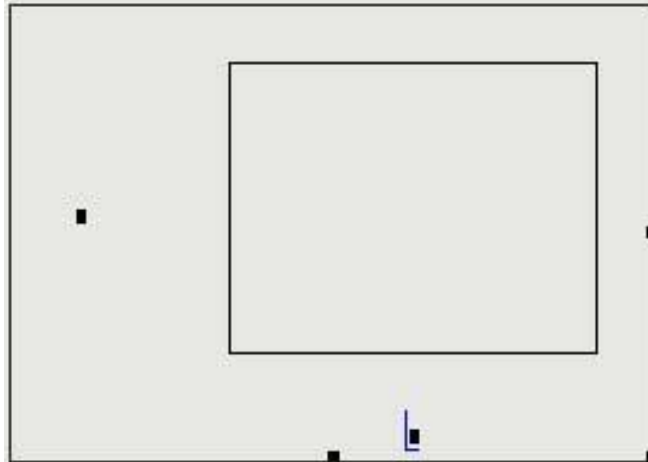
Построение графиков

Для построения графиков в Mathcad можно воспользоваться функцией **Вставка > График > Тип графика** или панелью инструментов **График**.
Поддерживаются следующие типы графиков:



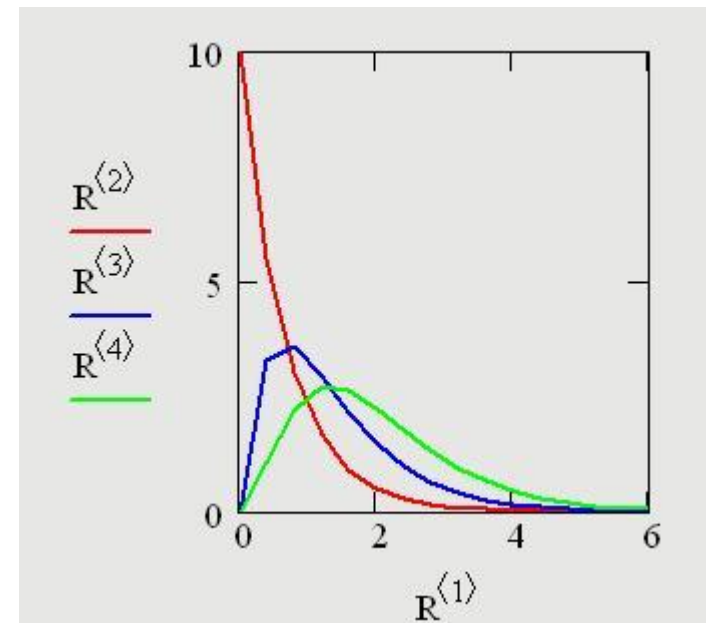
- двумерный ("X-Y график");
- в полярных координатах ("Полярный график");
- линии уровня ("Контурный график");
- столбчатая диаграмма ("3D панели");
- поверхность ("Поверхностный график");
- векторный ("Векторное поле").

Двумерный график



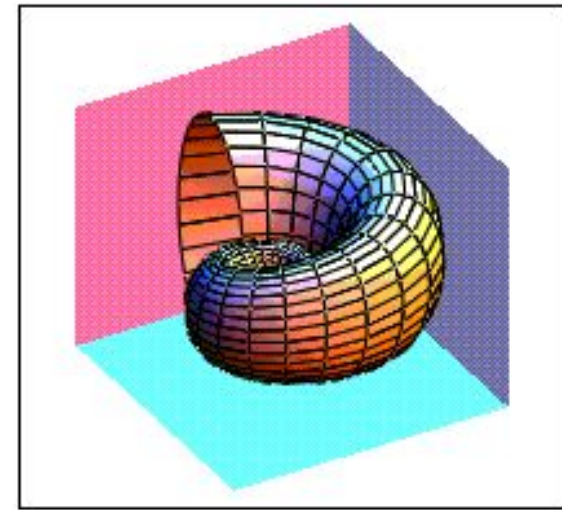
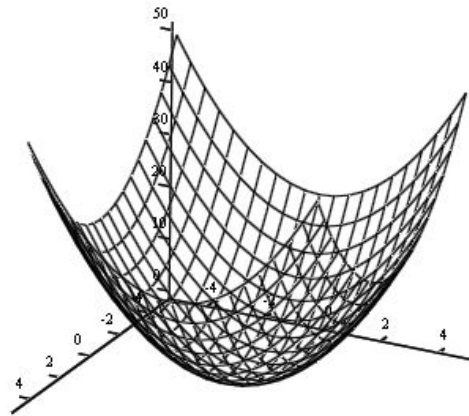
R =

	1	2	3	4
1	0	10	0	0
2	0.4	5.494	3.264	1.044
3	0.8	3.018	3.586	2.213
4	1.2	1.658	2.956	2.701
5	1.6	0.911	2.165	2.622
6	2	0.501	1.487	2.242
7	2.4	0.275	0.98	1.769
8	2.8	0.151	0.628	1.321
9	3.2	0.083	0.395	0.947
10	3.6	0.046	0.244	0.657
11	4	0.025	0.149	0.446
12	4.4	0.014	0.09	0.296
13	4.8	$7.562 \cdot 10^{-3}$	0.054	0.193
14	5.2	$4.155 \cdot 10^{-3}$	0.032	0.125
15	5.6	$2.283 \cdot 10^{-3}$	0.019	0.079
16	6	$1.254 \cdot 10^{-3}$	0.011	0.05

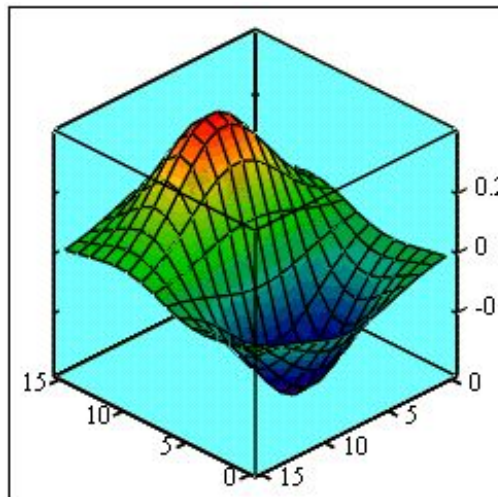


Другие виды графиков

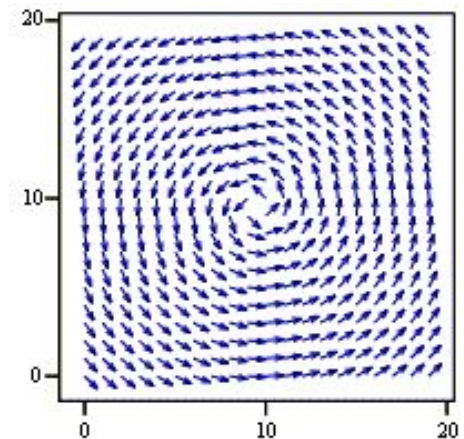
$$z(x,y) := x^2 + y^2$$



(x, y, z)



A

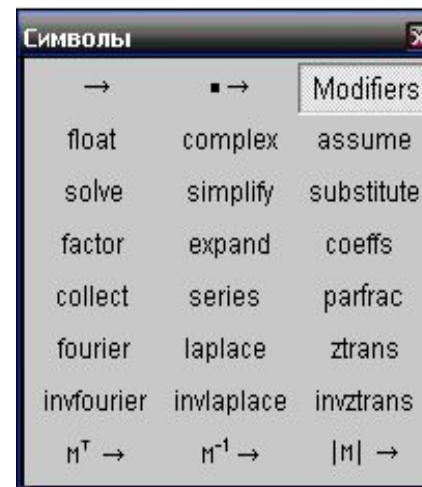
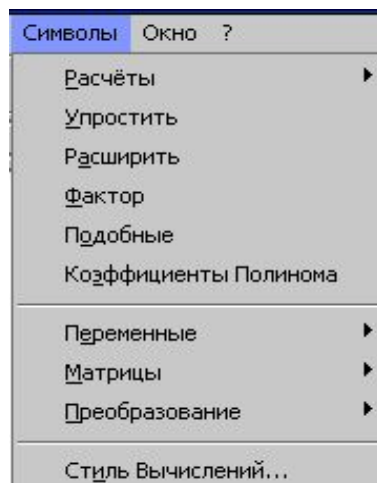


(v_x, v_y)

Прикладные символьные вычисления

Средства **символьной математики**, позволяют проводить математические выкладки в аналитической форме.

За символьные вычисления в MathCad отвечает меню **Символы** или панель **Символы**.



Замена переменных

Эта операция представляет собой замену в выражении каждого вхождения выделенной переменной на содержимое буфера обмена.

Для выполнения ее следует скопировать заменяющее выражение в буфер обмена, затем выделить переменную, которую требуется заменить, и нажать кнопку .

$x^2 + 2 \cdot x + 1$	$y - 1$
Замена x на $y-1$ дает	$(y - 1)^2 + 2 \cdot y - 1$
$\cos(y) + \sqrt{1 + y^2}$	$\sin(x)$
Замена y на $\sin(x)$ дает	$\cos(\sin(x)) + \sqrt{1 + \sin(x)^2}$

Упрощение выражений

Кнопка `simplify` выполняет алгебраические и тригонометрические упрощения выражения, заключенного в выделяющую рамку: сокращает общие множители, упрощает степени и корни, использует тригонометрические тождества.

$$\frac{(a^2 - 2 \cdot a \cdot b + b^2) \cdot (a + b)}{a^2 - b^2}$$

упрощается до $a - b$

Разложение по степеням

Кнопка `expand` разлагает в выражении, заключенном в выделяющую рамку, все степени и произведения сумм.

Синусы, косинусы, тангенсы сложного аргумента будут разложены, насколько это возможно, в выражения, содержащие синусы и косинусы одиночной переменной.

$$(x + y)^4 \quad \text{разложение по степеням дает} \quad x^4 + 4 \cdot x^3 \cdot y + 6 \cdot x^2 \cdot y^2 + 4 \cdot x \cdot y^3 + y^4$$

$$\cos(5 \cdot x) \quad \text{разложение по степеням дает} \quad 16 \cdot \cos(x)^5 - 20 \cdot \cos(x)^3 + 5 \cdot \cos(x)$$

Разложение на множители

Кнопка `factor` разлагает выражение в выделяющей рамке на множители.

Если выражение представляет собой целое число, оно будет разложено в произведение степеней простых чисел. В остальных случаях MathCad будет пытаться преобразовывать выражение в произведение.

$$a^2 - b^2 \quad \text{разложение на множители дает} \quad (a - b) \cdot (a + b)$$

$$600 \quad \text{разложение на множители дает} \quad (2)^3 \cdot (3) \cdot (5)^2$$

Приведение подобных

Для того, чтобы в выражении объединить члены, содержащие одинаковые степени выбранного подвыражения, следует заключить это подвыражение в выделяющую рамку и использовать кнопку `collect` .

$$\frac{1}{x-1} + \frac{x}{x+3} - \frac{2x}{x+2} \quad \text{разложение на множители дает} \quad \frac{-\left(2x^2 - 9x - 6 + x^3\right)}{\left((x-1) \cdot ((x+3) \cdot (x+2))\right)}$$

Разложение на элементарные дроби

При нажатии кнопки `parfrac` будет произведена попытка разложить выделенное выражение в сумму дробей, знаменатели которых будут линейными или квадратичными.

Эта команда может применяться только к тем выражениям, в котором все константы являются целыми или рациональными числами.

$$\frac{2x^2 - 3x + 1}{x^3 + 2x^2 - 9x - 18}$$

разложение на
элементарные
дроби дает

$$\frac{1}{(3 \cdot (x - 3))} + \frac{14}{(3 \cdot (x + 3))} - \frac{3}{(x + 2)}$$



Спасибо за внимание!