

Алгебра

9 клас

Матеріали до уроків

За підручником
«Алгебра. 9 клас»





Тема УРОКУ

**РОЗВ'ЯЗУВАННЯ
ЗАДАЧ ЗА ДОПОМОГОЮ
СИСТЕМ РІВНЯНЬ**

Розв'язування текстових задач складанням системи рівнянь з двома змінними

Умова задачі	Математична модель задачі
1. Сума двох чисел дорівнює 50, а їх добуток - 600. Знайдіть ці числа.	$\begin{cases} x + y = 50, \\ xy = 600. \end{cases}$
2. Периметр прямокутника дорівнює 100 м, а його площа – 600 м ² . Знайдіть розміри прямокутника.	$\begin{cases} 2x + 2y = 100, \\ xy = 600. \end{cases}$
3. Дротом завдовжки 400 м треба 4рази обгорнути прямокутну ділянку площею 0,06 га. Які розміри повинна мати ділянка?	$\begin{cases} xy = 600, \\ 4(2x + 2y) = 400. \end{cases}$

Приклад 1

Сума катетів a і b прямокутного трикутника дорівнює 23 см. Знайти катети трикутника, якщо його гіпотенуза c дорівнює 17 см.

За умовою задачі $a+b=23$.

За теоремою Піфагора:

$$a^2+b^2=17^2;$$

$$a^2+b^2=289.$$

Отже математичною моделлю задачі буде система рівнянь другого степеня відносно невідомих a та b :

$$\begin{cases} a+b=23 \\ a^2+b^2=289 \end{cases}.$$

Приклад 2

Знайти двозначне число, яке на 11 менше суми квадратів його цифр і на 5 більше їх подвоєного добутку.

Позначимо за x та y відповідно число десятків і одиниць шуканого числа.

Тоді це число дорівнює $10 \cdot x + y$.

За умовою задачі $10 \cdot x + y + 11 = x^2 + y^2$, і $10 \cdot x + y - 5 = 2 \cdot x \cdot y$.

Отже математичною моделлю задачі є система рівнянь другого степеня:

$$\begin{cases} 10 \cdot x + y + 11 = x^2 + y^2 \\ 10 \cdot x + y - 5 = 2 \cdot x \cdot y \end{cases} .$$

Задача.

По замкненій коловій доріжці завдовжки 400 м рухаються в одному напрямку два ковзанярі, які сходяться через кожні 4 хв. Визначте швидкість кожного ковзаняра, якщо перший з них пробігає коло на 12 с. швидше від другого.



Задача.

По замкненій коловій доріжці завдовжки 400 м рухаються в одному напрямку два ковзанярі, які сходяться через кожні 4 хв. Визначте швидкість кожного ковзаняря, якщо перший з них пробігає коло на 12 с. швидше від другого.

Ковзанярі	Відстань, м	Швидкість, м/хв	Час проходження одного кола, хв.
I	400	X	$400/x$
II	400	y	$400/y$



3 умови задачі маємо: $\frac{400}{y} - \frac{400}{x} = \frac{1}{5}$ ($12 \text{ c} = \frac{1}{5} \text{ хв}$)

За 4 хв перший ковзаняр пробігає $4x$ метрів, а другий – $4y$ метрів. Перший ковзаняр за цей час пробігає на 400 м (одне коло) більше від другого.

Отже, маємо ще одне рівняння: $4x - 4y = 400$, або $x - y = 100$.

Оскільки невідомі в обох рівняннях позначають одні й ті самі величини, складаємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{400}{y} - \frac{400}{x} = \frac{1}{5}, \\ x - y = 100, \end{cases} \quad \begin{cases} 2000(x - y) = xy, \\ x - y = 100, \end{cases}$$

Підставимо у перше рівняння системи замість $x-y$ число 100, отримуємо: $2000 \cdot 100 = xy$, або $xy = 200000$. Отже, маємо систему

Розв'язавши її способом підстановки, отримаємо $\begin{cases} xy = 200000, \\ x - y = 100, \end{cases}$:
 (500; 400) і (-400; -500).

Умову задачі задовольняє тільки додатний розв'язок системи.

Відповідь. Швидкість першого ковзаняра становить 500 м/хв., а другого – 400 м/хв.



Задача

Спортивний майданчик прямокутної форми має площу 840 кв. м. Якщо довжину майданчика зменшити на 5 м, а ширину – збільшити на 4 м, то отримаємо прямокутник, що має таку саму площу. Знайдіть розміри майданчика.



Довжина майданчика, м	Ширина майданчика, м	Площа майданчика
x	y	840
$x-5$	$y+4$	840

Задача

Один оператор набирає на комп'ютері за годину на 2 сторінки більше ніж другий, а обидва мали набрати по 80 сторінок. Скільки сторінок набрав за годину кожен оператор, якщо разом на всю роботу вони витратили 18 год.



Оператор	Набирає за 1 год.	Набирає за 18 год.
I	x ст.	$18x$ ст.
II	y ст.	$18y$ ст.

Нехай перший оператор працює швидше. Тоді, за умовою задачі: $x - y = 2$.

За 18 год. обидва набрали: $(18x + 18y)$ ст., що за умовою задачі дорівнює 80 ст.

Тобто: $18x + 18y = 80$.

Оскільки невідомі в обох рівняннях позначають одні і ті самі величини, то маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 18x + 18y = 80, \\ x - y = 2. \end{cases}$$

Задача

Відстань між двома залізничними станціями дорівнює 96 км. Швидкий поїзд долає її на $\frac{2}{3}$ год. швидше, ніж пасажирський. Знайдіть швидкість кожного поїзда, якщо відомо, що різниця швидкостей поїздів дорівнює 12 км/год.



Поїзд	Швидкість, км/год.	Час руху поїзда, год.
швидкий	x	$96/x$
пасажирський	y	$96/y$

За умовою задачі різниця швидкостей – 12 км/год., тобто: $x - y = 12$.

За умовою задачі різниця в часі $\frac{2}{3}$ год., тобто

$$\frac{96}{y} - \frac{96}{x} = \frac{2}{3}$$

Оскільки невідомі в обох рівняннях позначають одні і ті самі величини, то маємо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{96}{y} - \frac{96}{x} = \frac{2}{3}, \\ x - y = 12, \end{cases}$$

Задача

Мотоцикліст приїхав з міста А в місто В, віддалене від А на 120 км. Назад він вирушив з такою самою швидкістю, але через 1 год після виїзду був змушений зупинитися на 15 хв. Після зупинки він продовжував рух до А, збільшивши швидкість на 20 км/год. Якою була початкова швидкість мотоцикліста, якщо на дорогу від В до А він витратив стільки ж часу, як і на дорогу від А до В.



Маршрут	Шлях	Швидкість, км/год.	Час руху мотоцикліста, год.
Від А до В	120 км	x	$120/x$
Від В до А	120 км		

За умовою задачі за 1 год. руху з міста В до міста А мотоцикліст проїхав x км., залишилося після зупинки проїхати $(120 - x)$ км. із швидкістю y км/год, різниця швидкостей – 20 км/год., тобто: $y - x = 20$.

Час руху мотоцикліста з міста А в місто В: $120/x$ год, а з міста В в місто А: 1 год. + $(120-x)/y$ год., що за умовою задачі дорівнює $120/x$ год.

$$\frac{120}{x} = 1 + \frac{120 - x}{y}$$

Оскільки невідомі в обох рівняннях позначають одні і ті самі величини, то

маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{120}{x} = 1 + \frac{120 - x}{y}, \\ y - x = 20, \end{cases}$$

Домашнє завдання

- **§ 2 п.16** опрацювати, розв'язати задачі подані у презентації