

# **Механические колебания и волны**

# Колебания и волны

- **Колебания** — повторяющийся в той или иной степени во времени процесс изменения состояний системы около точки равновесия.
  - Например, при колебаниях маятника повторяются отклонения его в ту и другую сторону от вертикального положения; при колебаниях в электрическом колебательном контуре повторяются величина и направление тока, текущего через катушку.
- Колебания почти всегда связаны с попеременным **превращением энергии** одной формы проявления в другую форму.
- *Колебания* различной физической природы имеют много общих закономерностей и тесно взаимосвязаны с волнами. Поэтому исследованиями этих закономерностей занимается обобщённая теория колебаний и волн.  
**Принципиальное отличие от волн:** при колебаниях не происходит переноса энергии, это, так сказать,

# Классификация

## *ПО ФИЗИЧЕСКОЙ ПРИРОДЕ*

- **Механические** (звук, вибрация)
- **Электромагнитные** (свет, радиоволны, тепловые)
- **Смешанного типа** — комбинации вышеперечисленных

# Классификация

## *ПО ХАРАКТЕРУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ*

**Вынужденные** — колебания, протекающие в системе под влиянием внешнего периодического воздействия. Примеры: листья на деревьях, поднятие и опускание руки. При вынужденных колебаниях может возникнуть явление [резонанса](#): резкое возрастание амплитуды колебаний при совпадении [собственной частоты осциллятора](#) и частоты внешнего воздействия.

**Свободные (или собственные)** — это колебания в системе под действием внутренних сил, после того как система выведена из состояния равновесия (в реальных условиях свободные колебания всегда [затухающие](#)). Простейшими примерами свободных колебаний являются колебания груза, прикрепленного к пружине, или груза, подвешенного на нити.

# Классификация

## *ПО ХАРАКТЕРУ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДОЙ*

**Автоколебания** — колебания, при которых система имеет запас потенциальной энергии, расходуемой на совершение колебаний (пример такой системы — механические часы). Характерным отличием автоколебаний от свободных колебаний является, то что их амплитуда определяется свойствами самой системы, а не начальными условиями.

**Параметрические** — колебания, возникающие при изменении какого-либо параметра колебательной системы в результате внешнего воздействия.

**Случайные** — колебания, при которых внешняя или параметрическая нагрузка является случайным процессом.

# Классификация

**Гармонические колебания** — колебания, при которых физическая (или любая другая) величина изменяется с течением времени по синусоидальному или косинусоидальному закону.

# ***Механические колебания***

Наряду с поступательными и вращательными движениями тел в механике значительный интерес представляют и *колебательные движения*.

***Механическими колебаниями*** называют движения тел, повторяющиеся точно (или приблизительно) через одинаковые промежутки времени. Закон движения тела, совершающего колебания, задается с помощью некоторой периодической функции времени  $x = f(t)$ . Графическое изображение этой функции дает наглядное представление о протекании колебательного процесса во времени.

# Механические колебания

Примерами простых колебательных систем могут служить груз на пружине или математический маятник (рис. 1).

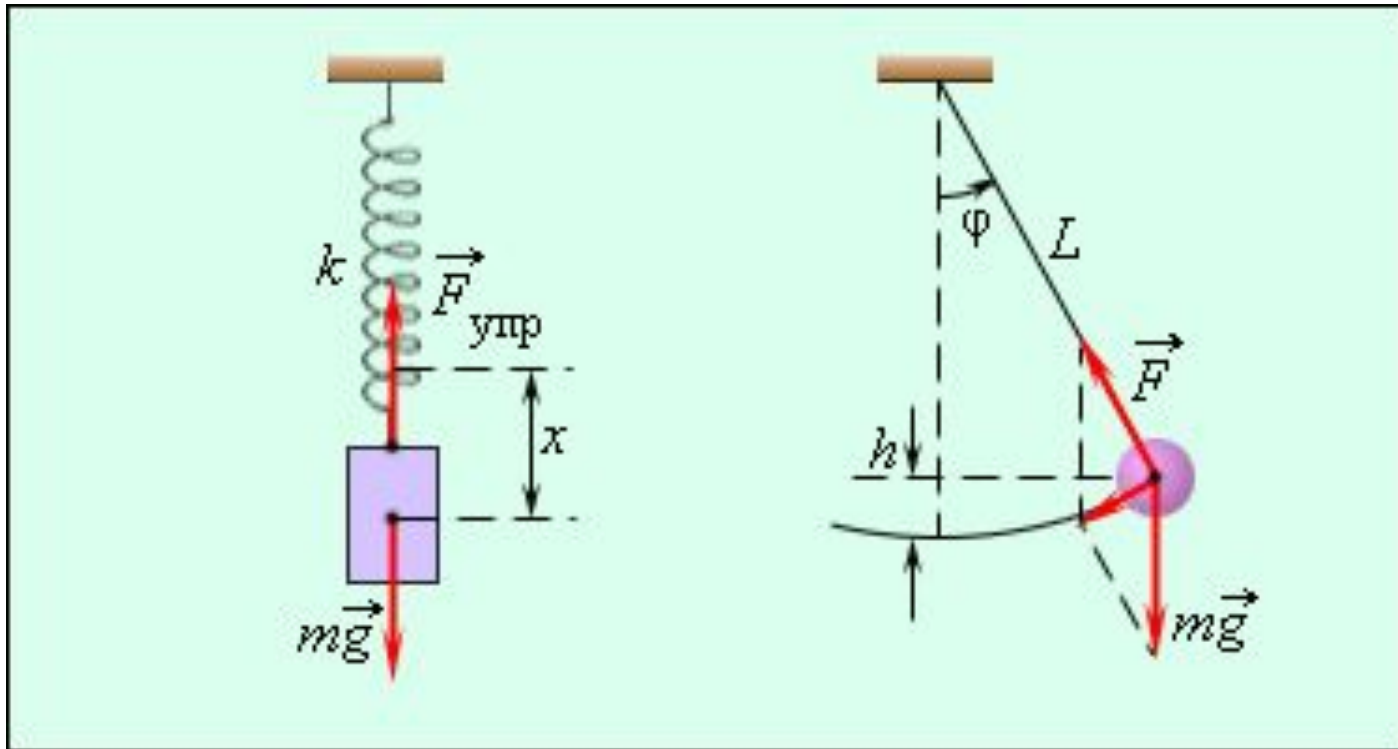


Рисунок 1. Механические колебательные системы



# Характеристики механических колебаний

Амплитуда — максимальное отклонение колеблющейся величины от некоторого усреднённого её значения для системы,  $A$  или  $x_m$  (**м**)

Период — промежуток времени, через который повторяются какие-либо показатели состояния системы (система совершает одно полное колебание),  $T$  (**с**)

Частота — число колебаний в единицу времени,  $f$  (**Гц, с<sup>-1</sup>**).

Период колебаний и частота — обратные величины:

$$T = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{T}$$

В круговых или циклических процессах вместо характеристики «частота» используется понятие

круговая (циклическая) частота  $\omega$  (**рад/с, с<sup>-1</sup>**), показывающая число колебаний за  $2\pi$  единиц времени

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

# *Характеристики механических колебаний*

Смещение — отклонение тела от положения равновесия. Обозначение  $X$ , Единица измерения метр.

Фаза колебаний — определяет смещение в любой момент времени, то есть определяет состояние колебательной системы.

# Механические колебания

- Простейшим видом колебательного процесса являются простые **гармонические колебания**, которые описываются уравнением

$$x = x_m \cos(\omega t + \varphi_0).$$

- Здесь  $x$  – смещение тела от положения равновесия,  $x_m$  – амплитуда колебаний, т. е. максимальное смещение от положения равновесия,  $\omega$  – **циклическая или круговая частота** колебаний,  $t$  – время. Величина, стоящая под знаком косинуса

$$\varphi = \omega t + \varphi_0$$

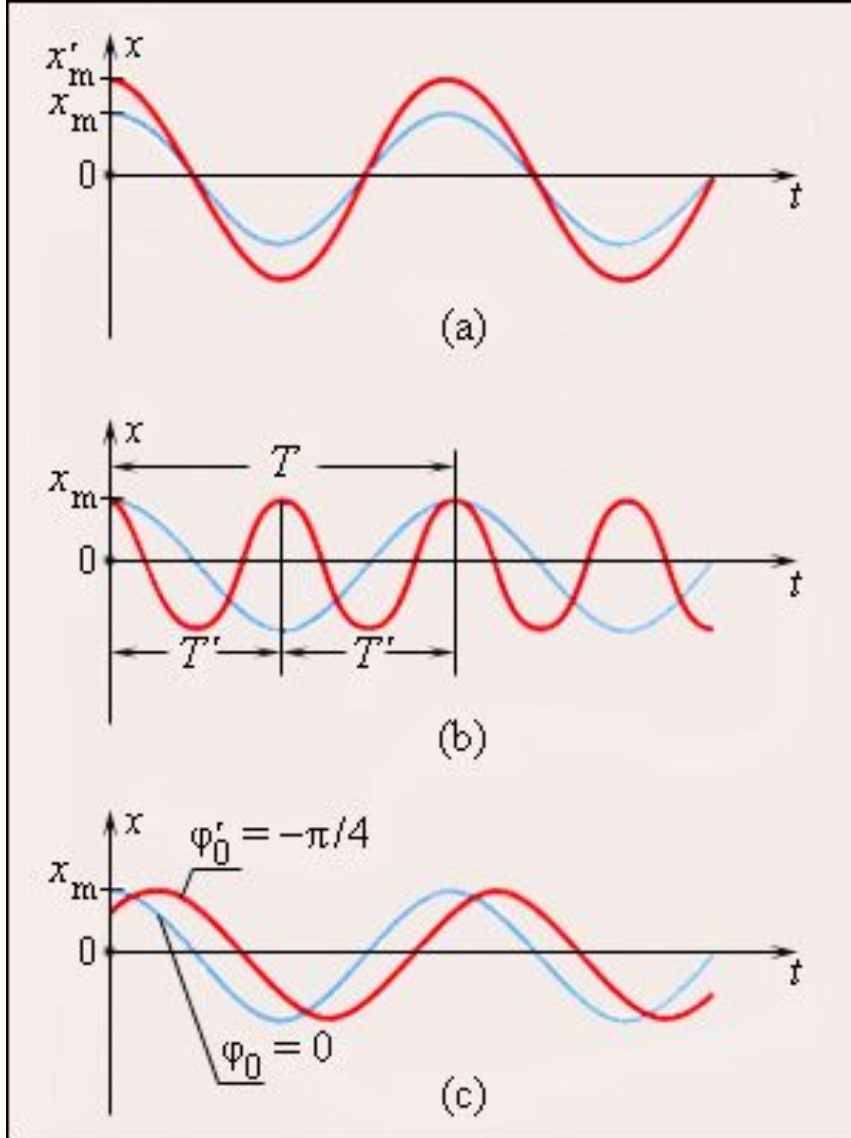
называется **фазой** гармонического процесса.

При  $t = 0$   $\varphi = \varphi_0$ , поэтому

$\varphi_0$  называют **начальной фазой**.

# Механические колебания

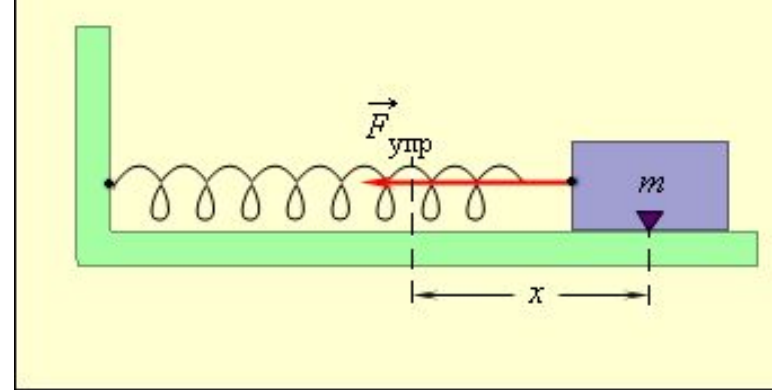
- Рис. 2. иллюстрирует изменения, которые происходят на графике гармонического процесса, если изменяются либо амплитуда колебаний  $x_m$ , либо период  $T$  (или частота  $f$ ), либо начальная фаза  $\varphi_0$ .



- Рисунок 2. Во всех трех случаях для синих кривых  $\varphi_0 = 0$ :
- a** – красная кривая отличается от синей **только** большей амплитудой ( $x'_m > x_m$ ); **b** – красная кривая отличается от синей **только** значением периода ( $T' = T / 2$ ); **c** – красная кривая отличается от

# Свободные колебания.

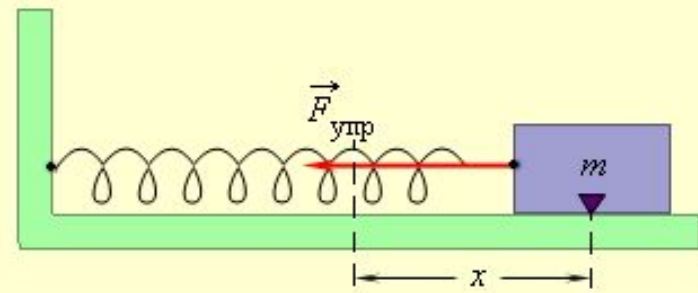
## Пружинный маятник



- **Свободные колебания** совершаются под действием внутренних сил системы после того, как система была выведена из положения равновесия.
- Для того, чтобы свободные колебания совершались по гармоническому закону, необходимо, чтобы сила, стремящаяся вернуть тело в положение равновесия, была пропорциональна смещению тела из положения равновесия и направлена в сторону, противоположную смещению:

$$F(t) = -kx(t) = -kA \cos(\omega t + \phi)$$

# колебания. Пружинный маятник

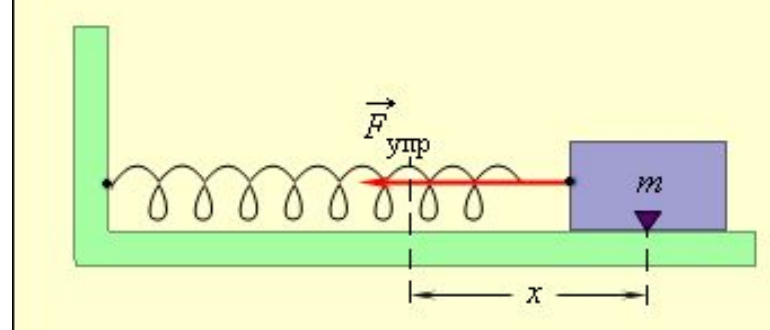


- В этом соотношении  $\omega$  – круговая частота гармонических колебаний. Таким свойством обладает упругая сила в пределах применимости [закона Гука](#):

$$F_{\text{упр}} = -kx.$$

- Силы любой другой физической природы, удовлетворяющие этому условию, называются **квазиупругими**.
- Таким образом, груз некоторой массы  $m$ , прикрепленный к пружине жесткости  $k$ , второй конец которой закреплен неподвижно (рис.), составляют систему, способную в отсутствие трения совершать свободные гармонические колебания. Груз на пружине называют **линейным гармоническим**

# Свободные колебания.



## Пружинный маятник

- Круговая частота  $\omega_0$  свободных колебаний груза на пружине находится из второго закона Ньютона:  $-kx = m\omega_0^2 x$ ,

откуда 
$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}.$$

- Частота  $\omega_0$  называется **собственной частотой** колебательной системы.
- Период  $T$  гармонических колебаний груза на пружине равен

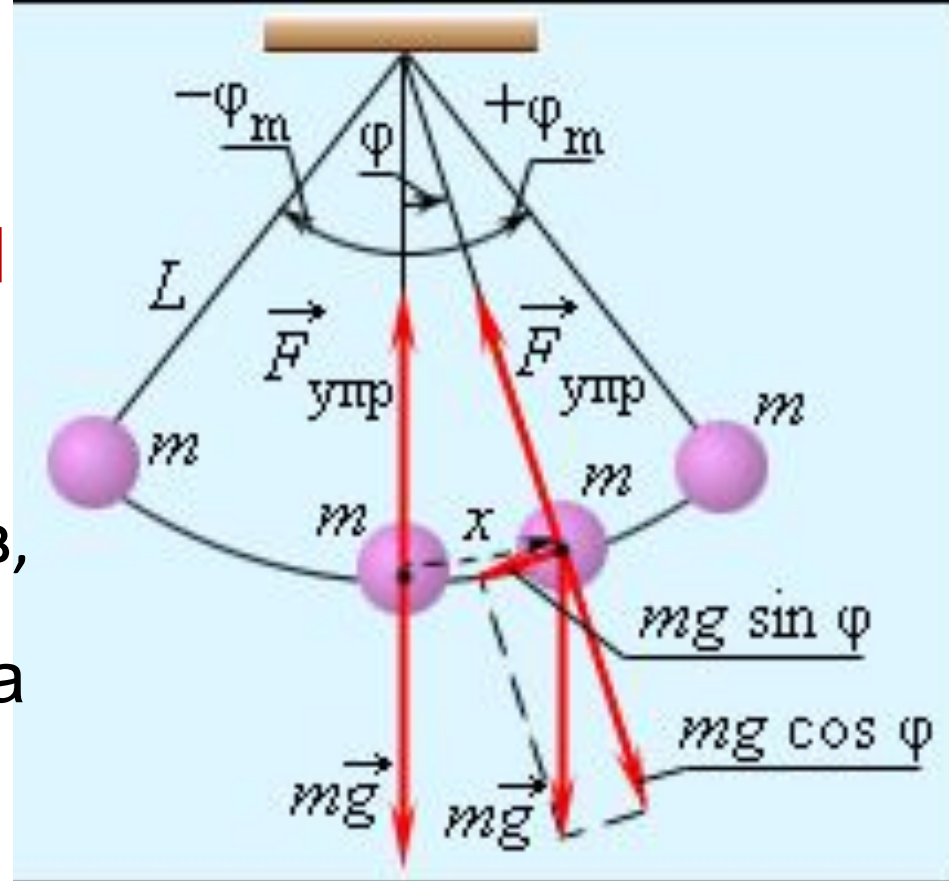
$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}.$$

# Свободные колебания. Математический

## маятник

- **Математическим маятником** называют тело небольших размеров, подвешенное на тонкой нерастяжимой нити, масса которой пренебрежимо мала по сравнению с массой тела.

В **положении равновесия**, когда маятник висит по отвесу, сила тяжести уравнивается силой натяжения нити. При отклонении маятника из положения равновесия на некоторый угол  $\varphi$  появляется касательная составляющая силы тяжести  $F_t = -mg \sin \varphi$  (рис.). Знак «минус» в этой формуле означает, что касательная составляющая направлена в сторону, противоположную отклонению





# **Свободные колебания. Математический маятник**

- **Только в случае *малых колебаний* математический маятник является гармоническим осциллятором, т. е. системой, способной совершать гармонические колебания. Практически такое приближение справедливо для углов порядка  $15\text{--}20^\circ$ ; при этом.**
- **Колебания маятника при больших амплитудах не являются гармоническими.**

# Свободные колебания. Математический маятник

- Формула

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}.$$

выражает **собственную частоту малых колебаний математического маятника.**

Тогда **период:**

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}.$$

*l* – длина нити, *g* – ускорение свободного падения

# Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

При свободных механических колебаниях кинетическая и потенциальная энергии изменяются периодически.

При **максимальном** отклонении тела от положения равновесия его скорость, а следовательно, и кинетическая энергия обращаются в нуль. В этом положении потенциальная энергия колеблющегося тела достигает максимального значения.

Для груза на горизонтально расположенной пружине потенциальная энергия – это энергия упругих деформаций пружины. Для

# Превращения энергии при свободных механических колебаниях

- Когда тело при своем движении проходит через **положение равновесия**, его скорость максимальна. В этот момент оно обладает максимальной кинетической и минимальной потенциальной энергией.
- Увеличение кинетической энергии происходит за счет уменьшения потенциальной энергии. При дальнейшем движении начинает увеличиваться потенциальная энергия за счет убыли кинетической энергии и т. д.
- Таким образом, при гармонических колебаниях происходит периодическое превращение кинетической энергии в потенциальную и наоборот.

# Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

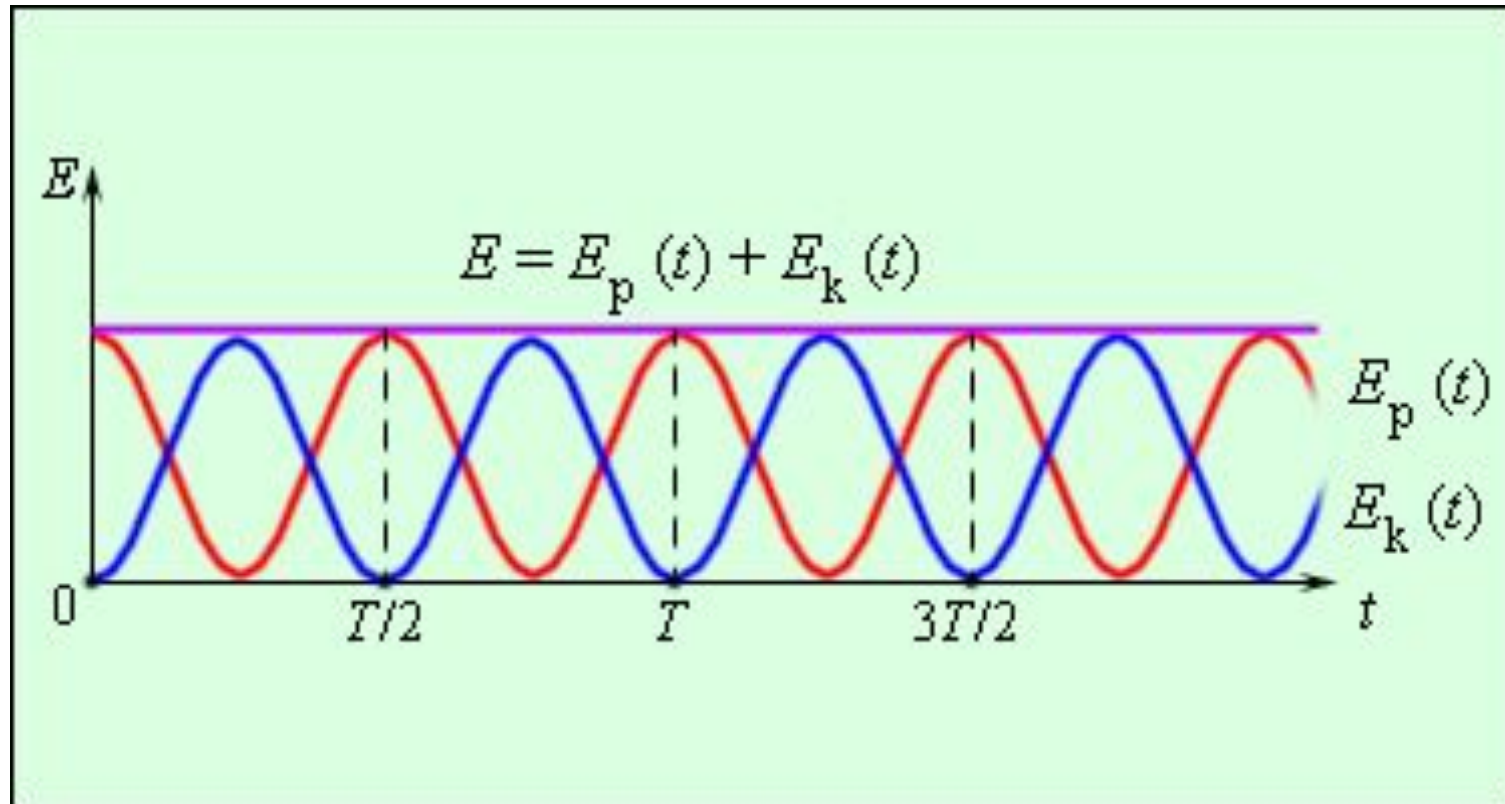


Рис. 4. Преобразования энергии при свободных колебаниях

# Преобразования энергии при свободных механических колебаниях

- В реальных условиях любая колебательная система находится под воздействием сил трения (сопротивления). При этом часть механической энергии превращается во внутреннюю энергию теплового движения атомов и молекул, и колебания становятся **затухающими**

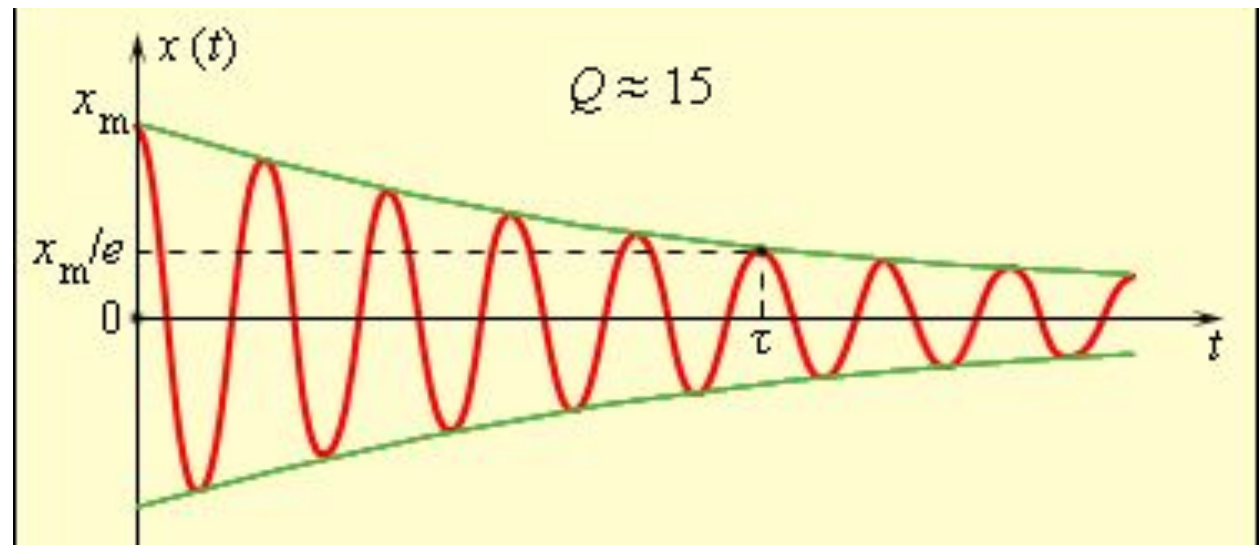


Рис. 4. Затухающие колебания

# Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- Колебания, совершающиеся под воздействием внешней периодической силы, называются **вынужденными**.
- В этом случае внешняя сила совершает положительную работу и обеспечивает приток энергии к колебательной системе. Она не дает колебаниям затухать, несмотря на действие сил трения.
- Периодическая внешняя сила может изменяться во времени по различным законам. Особый интерес представляет случай, когда внешняя сила, изменяющаяся по гармоническому закону с частотой  $\omega$ , воздействует на колебательную систему, способную совершать собственные колебания на некоторой частоте  $\omega_0$ .
- Если свободные колебания происходят на частоте  $\omega_0$ , которая определяется параметрами системы, то **установившиеся вынужденные колебания всегда происходят на частоте  $\omega$  внешней силы**.

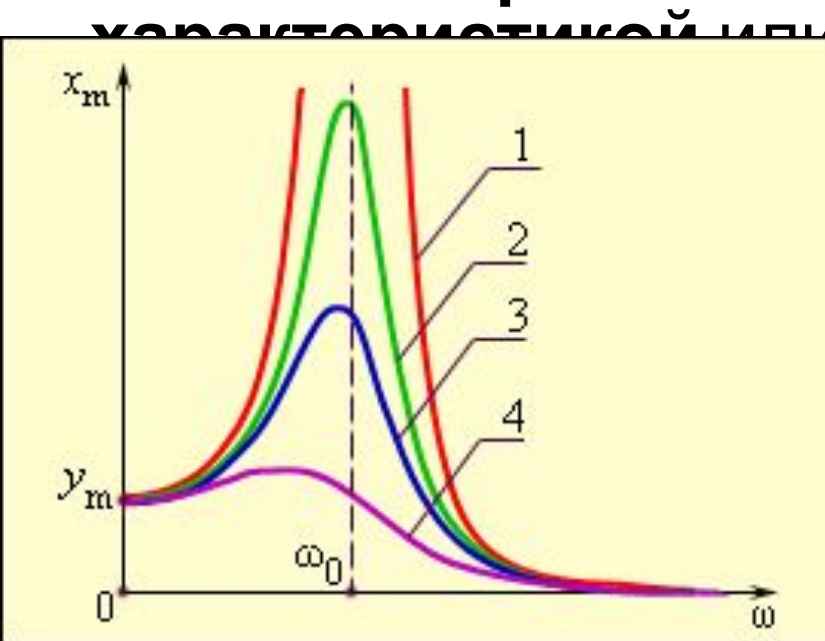
# Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- После начала воздействия внешней силы на колебательную систему необходимо некоторое время  $\Delta t$  для установления вынужденных колебаний. Время установления по порядку величины равно времени затухания  $\tau$  свободных колебаний в колебательной системе.
- В начальный момент в колебательной системе возбуждаются оба процесса – вынужденные колебания на частоте  $\omega$  и свободные колебания на собственной частоте  $\omega_0$ . Но свободные колебания затухают из-за неизбежного наличия сил трения. Поэтому через некоторое время в колебательной системе остаются только стационарные колебания на частоте  $\omega$  внешней вынуждающей силы.



# Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- Если частота  $\omega$  внешней силы приближается к собственной частоте  $\omega_0$ , возникает резкое возрастание амплитуды вынужденных колебаний. Это явление называется **резонансом**. Зависимость амплитуды  $x_m$  вынужденных колебаний от частоты  $\omega$  вынуждающей силы называется **резонансной**



резонансной кривой (рис. 5)

при различных уровнях затухания: 1 – колебательная система без трения; при резонансе

амплитуда  $x_m$  вынужденных колебаний неограниченно возрастает; 2, 3, 4 – реальные резонансные кривые для колебательных систем с

# Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

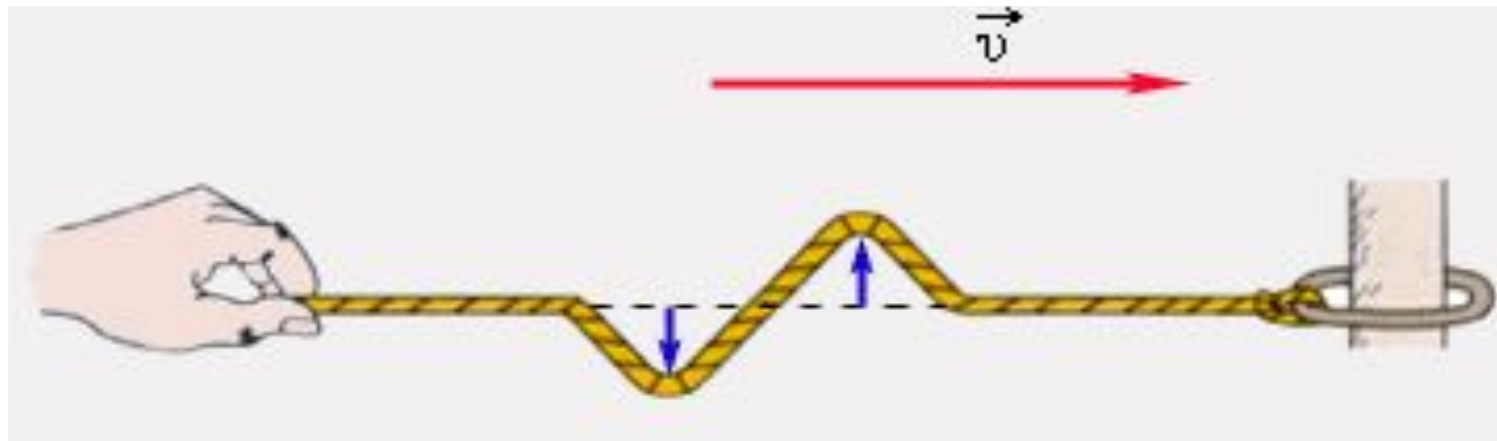
- При резонансе амплитуда  $x_m$  колебания груза может во много раз превосходить амплитуду  $y_m$  колебаний свободного (левого) конца пружины, вызванного внешним воздействием.
- В отсутствие трения амплитуда вынужденных колебаний при резонансе должна *неограниченно* возрастать.
- В реальных условиях амплитуда установившихся вынужденных колебаний определяется условием: работа внешней силы в течение периода колебаний должна равняться потерям механической энергии за то же время из-за трения. Чем меньше трение, тем больше амплитуда вынужденных колебаний при резонансе

# Вынужденные колебания. Резонанс. Автоколебания

- Вынужденные колебания – это **незатухающие** колебания. Неизбежные потери энергии на трение компенсируются подводом энергии от внешнего источника периодически действующей силы. Существуют системы, в которых незатухающие колебания возникают не за счет периодического внешнего воздействия, а в результате имеющейся у таких систем способности самой регулировать поступление энергии от постоянного источника.
- Такие системы называются **автоколебательными**, а процесс незатухающих колебаний в таких системах – **автоколебаниями**. В автоколебательной системе можно выделить три характерных элемента – колебательная система, источник энергии и устройство обратной связи между колебательной системой и источником. В качестве колебательной системы может быть использована любая механическая система, способная совершать собственные затухающие колебания (например, маятник настенных часов)

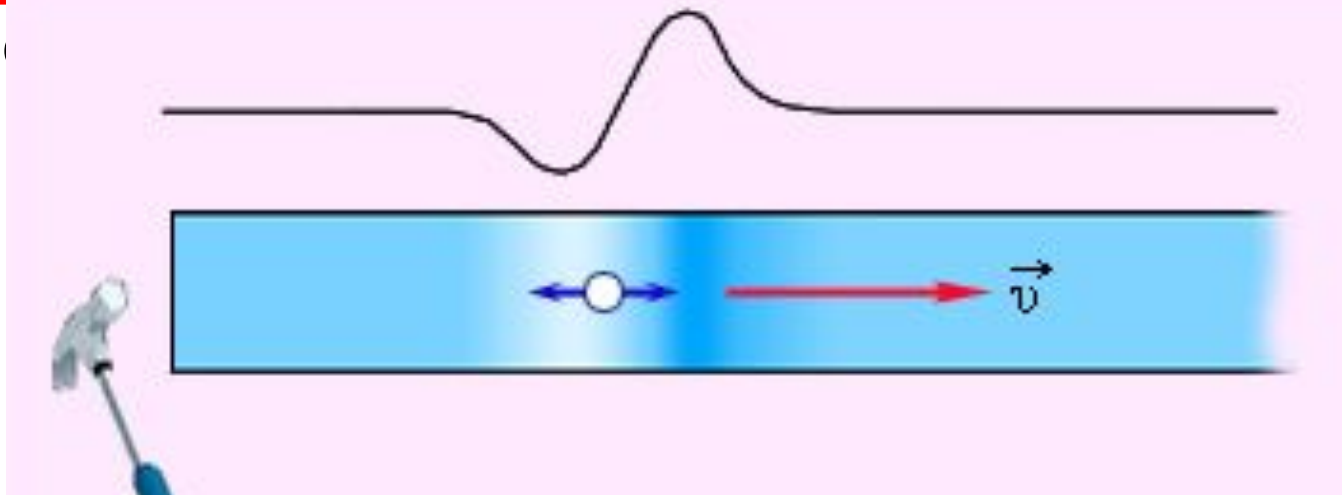
# Механические волны

- Если в каком-нибудь месте твердой, жидкой или газообразной среды возбуждены колебания частиц, то вследствие взаимодействия атомов и молекул среды колебания начинают передаваться от одной точки к другой с конечной скоростью. Процесс распространения колебаний в среде называется **волной**.
- **Механические волны** бывают разных видов.
- Если в волне частицы среды испытывают смещение в направлении, перпендикулярном направлению распространения, то волна называется **поперечной**. Примером волны такого рода могут служить волны, бегущие по натянутому резиновому жгуту (рис.) или по струне.



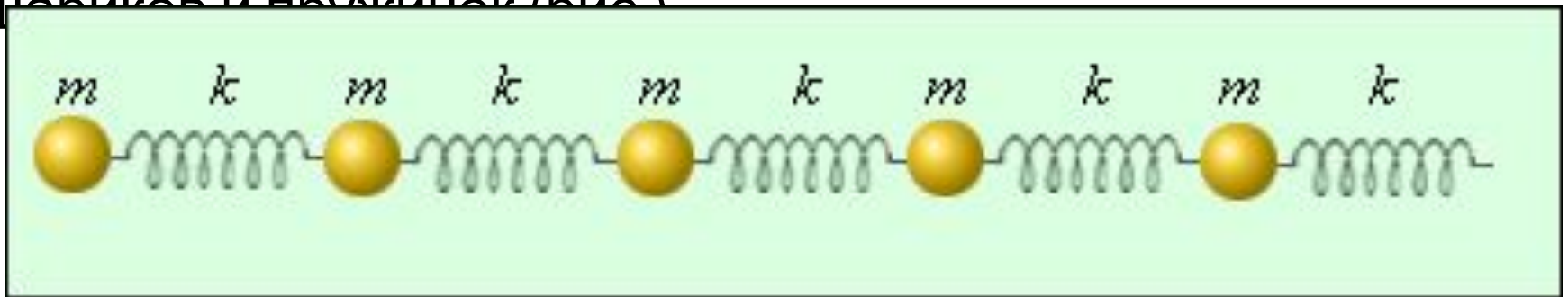
# Механические волны

- Если смещение частиц среды происходит в направлении распространения волны, то волна называется **продольной**. Волны в упругом стержне (рис.) или звуковые волны в газе являются примерами таких волн.
- Волны на поверхности жидкости имеют как поперечную, так и продольную компоненты.
- Как в поперечных, так и в продольных волнах **переноса вещества в направлении распространения волны не происходит**. В процессе распространения частицы среды лишь совершают колебания около положений равновесия. Однако **волны переносят энергию** колебаний от одной точки сре



# Механические волны

- Характерной особенностью механических волн является то, что они распространяются в материальных средах (твердых, жидких или газообразных). Существуют волны, которые способны распространяться и в пустоте (например, световые волны).
- Для механических волн **обязательно нужна среда**, обладающая способностью запасать кинетическую и потенциальную энергию. Следовательно, среда должна обладать **инертными и упругими свойствами**. В реальных средах эти свойства распределены по всему объему.
- Так, например, любой малый элемент твердого тела обладает массой и упругостью. В простейшей **одномерной модели** твердое тело можно представить как совокупность шариков и пружинок (рис.).



# Механические волны

- В этой модели инертные и упругие свойства разделены. Шарики обладают массой  $m$ , а пружинки – жесткостью  $k$ . С помощью такой простой модели можно описать распространение продольных и поперечных волн в твердом теле.
- В продольных волнах шарики испытывают смещения вдоль цепочки, а пружинки растягиваются или сжимаются. Такая деформация называется **деформацией растяжения или сжатия**. В жидкостях или газах деформация такого рода сопровождается **уплотнением или разрежением**.
- **Продольные механические волны могут распространяться в любых средах –**

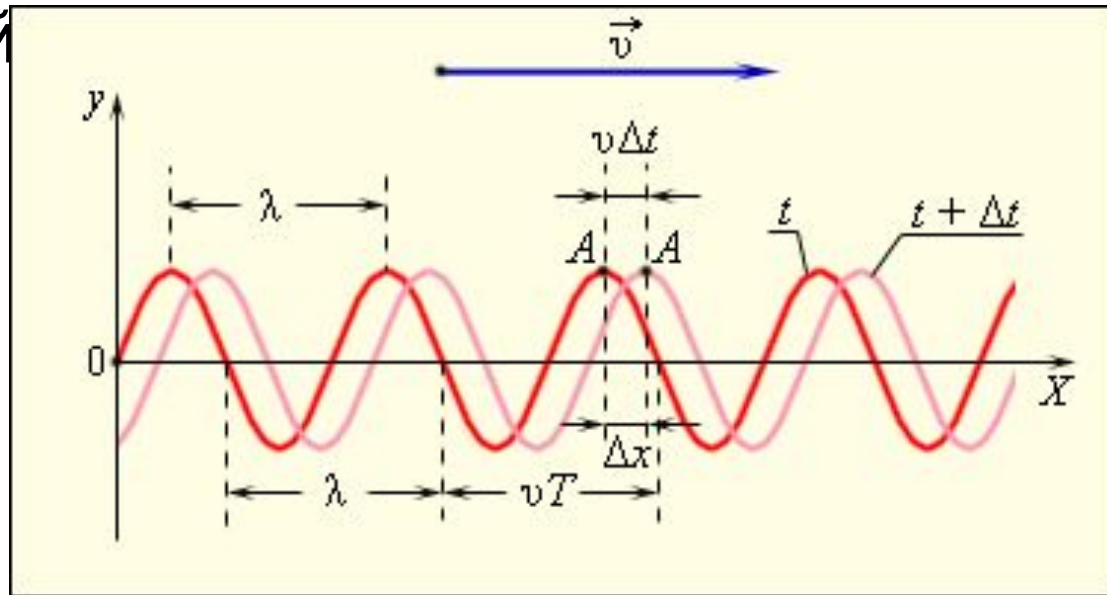
# Механические волны

- Если в одномерной модели твердого тела один или несколько шариков сместить в направлении, перпендикулярном цепочке, то возникнет деформация **сдвига**. Деформированные при таком смещении пружины будут стремиться возвратить смещенные частицы в положение равновесия. При этом на ближайшие несмещенные частицы будут действовать упругие силы, стремящиеся отклонить их от положения равновесия. В результате вдоль цепочки побежит поперечная волна.
- В **жидкостях и газах упругая деформация сдвига не возникает**. Если один слой жидкости или газа сместить на некоторое расстояние относительно соседнего слоя, то никаких касательных сил на границе между слоями не появится. Силы, действующие на границе жидкости и твердого тела, а также силы между соседними слоями жидкости всегда направлены по нормали к границе – это силы давления. То же относится к газообразной среде.
- Следовательно, **поперечные волны не могут существовать в жидкой или газообразной средах.**



# Механические волны

- Значительный интерес для практики представляют простые **гармонические или синусоидальные волны**. Они характеризуются **амплитудой**  $A$  колебания частиц, **частотой**  $f$  и **длиной волны**  $\lambda$ . Синусоидальные волны распространяются в однородных средах с некоторой



- «Моментальные фотографии» бегущей синусоидальной волны в момент времени  $t$  и  $t + \Delta t$