

# МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Исторически возникновение МКЭ связано с идеей применения хорошо разработанных процедур для расчета статически неопределимых стержневых систем к решению континуальных задач:

- Первоначально эта идея была высказана еще в 1933 году И.М. Рабиновичем;
- Возникновение метода конечных элементов связано с решением задач космических исследований в 1950-х годах:

- в 1963 году после того, как было доказано то, что его можно рассматривать как один из вариантов распространённого в строительной механике метода Рэлея — Ритца, который путём минимизации потенциальной энергии сводит задачу к системе линейных уравнений равновесия;

- в 1968 году было дано дополнительное теоретическое обоснование МКЭ, что позволило применять его при решении многих типов дифференциальных уравнений. Таким образом, метод конечных элементов превратился в общий метод численного решения дифференциальных уравнений или систем дифференциальных уравнений

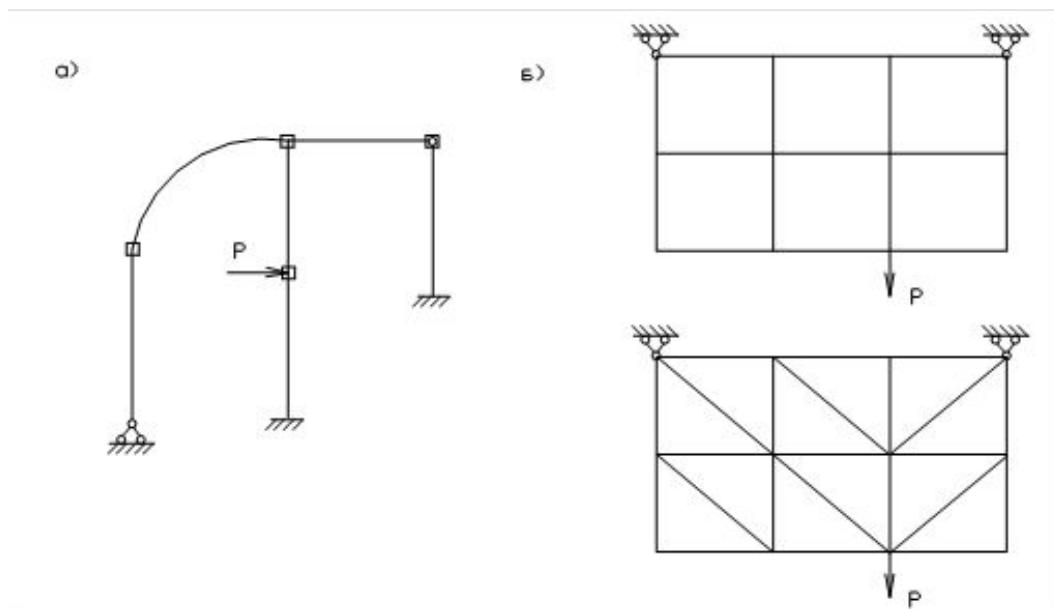
**Метод конечных элементов (МКЭ)** — численный метод решения задач прикладной физики. Метод широко используется для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, теплообмена, гидродинамики и электродинамики. Метод конечных элементов основан на мысленном представлении сплошного тела в виде совокупности отдельных конечных элементов, взаимодействующих между собой в конечном числе точек, которые в МКЭ принято называть узлами.

# МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

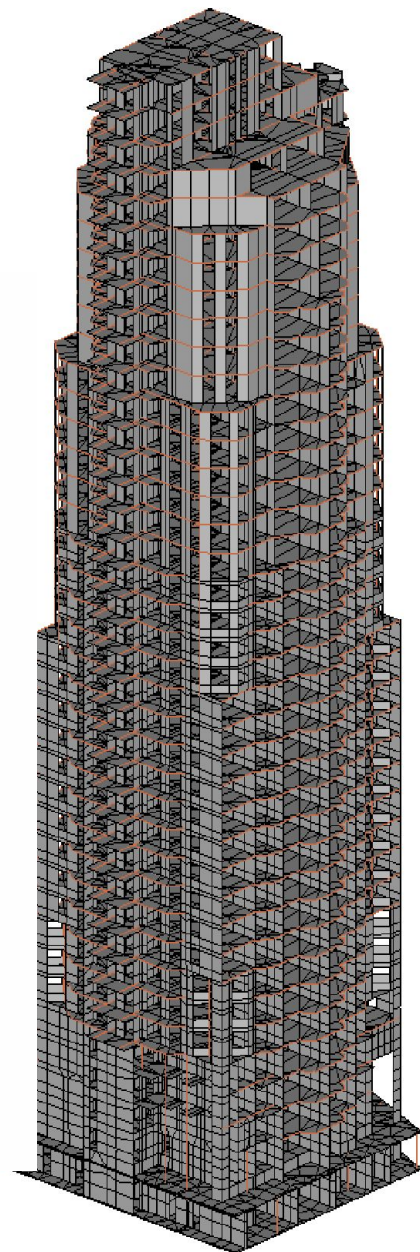
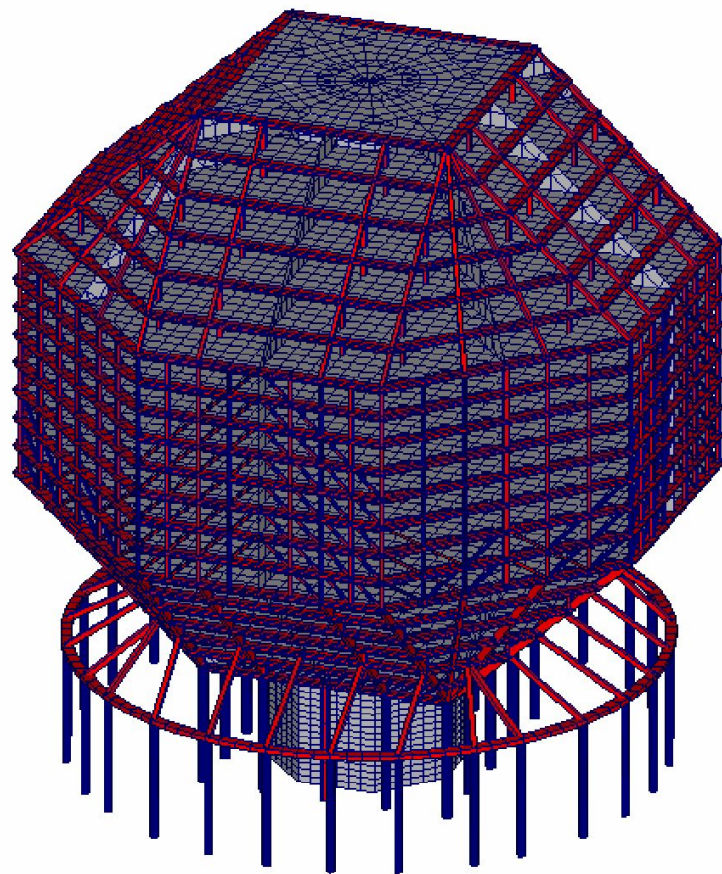
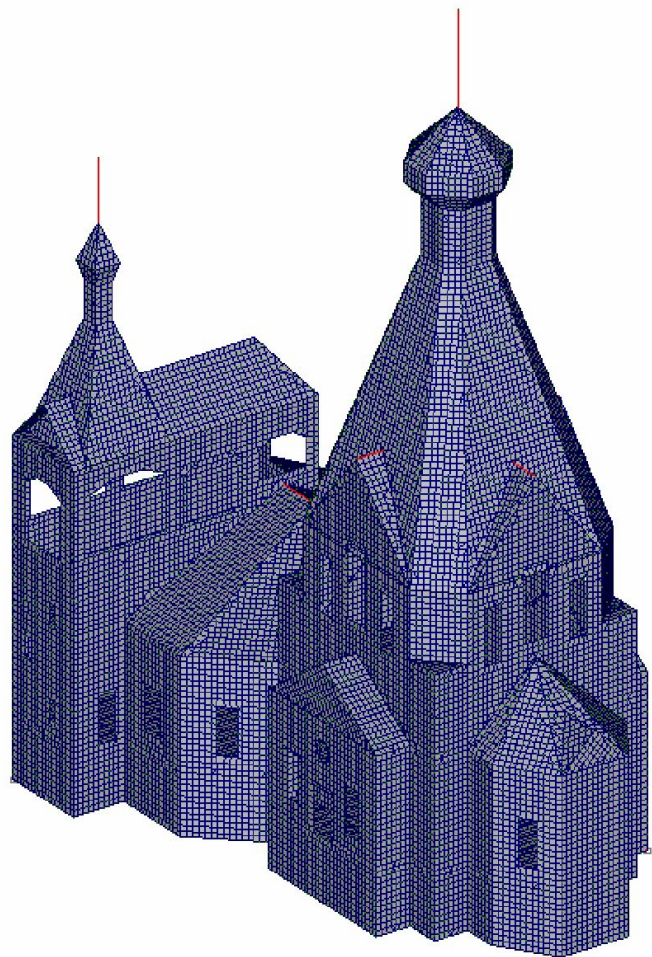
## Формирование расчетной схемы МКЭ

### А) дискретизация системы

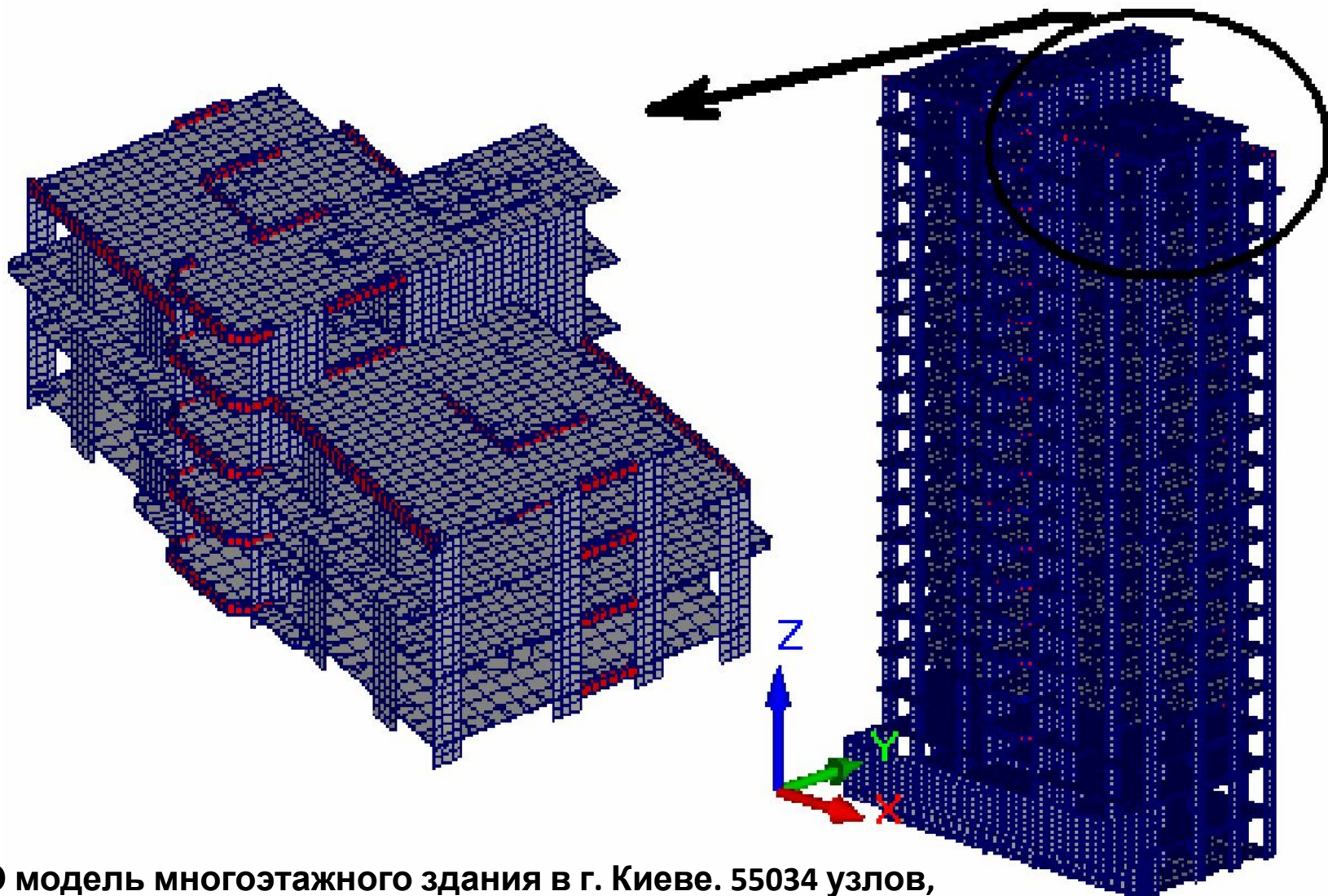
Система разбивается на простые конечные элементы (КЭ) напряженно-деформированное состояние которых исследуется заранее.



В качестве конечных элементов (КЭ) мы будем рассматривать прямолинейные стержни, имеющие постоянную жесткость по длине. Т.е. основную систему (дискретную модель) МКЭ получают, разбивая заданную систему на отдельные прямолинейные элементы, имеющие постоянную жесткость по длине. При наличии в системе криволинейных стержней или стержней с переменной жесткостью, их, с достаточной степенью точности, разбивают на участки, в пределах которых стержни считают прямолинейными, с усредненной постоянной

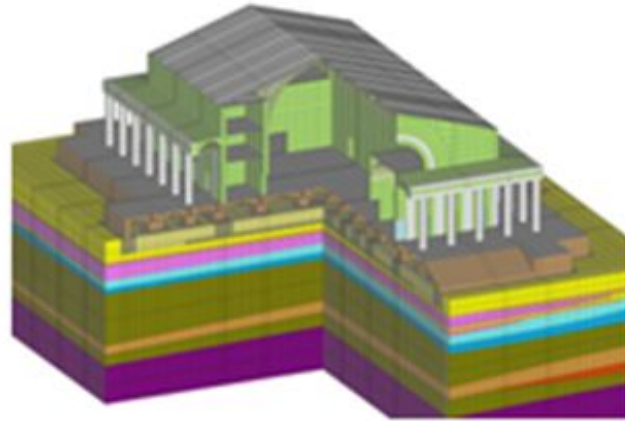


**Конечно-элементные схемы многоэтажных зданий**



**МКЭ модель многоэтажного здания в г. Киеве. 55034 узлов,  
63357  
конечных элементов, 326 838 уравнений**

**Конечно-элементные схемы многоэтажных зданий**



**Число степеней свободы КЭ, а в конечном итоге число неизвестных МКЭ, определяется количеством наложенных в узлах дополнительных связей.**

В узлах, где отдельные элементы соединяются между собой жестко, имеется три неизвестных перемещения, в шарнирных узлах – два. Следовательно, количество неизвестных МКЭ можно определить:

$$n = 3n_{\text{ж.уз.}} + 2n_{\text{ш.уз.}}$$

Каждый элемент является частью заменяемой среды, т.е. сплошное тело лишь условно делится на отдельные элементы конечных размеров. Выделенный элемент имеет те же физические свойства и геометрические характеристики, что и рассматриваемая конструкция в месте расположения элемента.

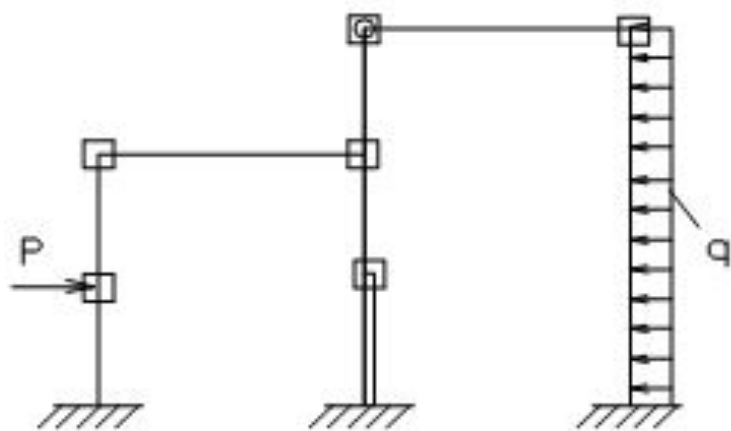
б) узловые сопряжения

Между собой КЭ могут соединяться жестко или с помощью шарнира. Точки соединения элементов в МКЭ называют узловыми или узлами.

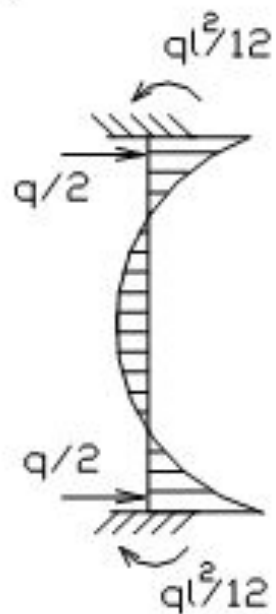
в) преобразование нагрузок

Кроме того, алгоритм МКЭ требует, чтобы все внешние нагрузки, действующие на сооружение, были приложены к узловым точкам ее дискретной модели. Поэтому, точки приложения сосредоточенных сил делают узловыми, а нагрузки распределенные по длине стержня, преобразуют к узловым

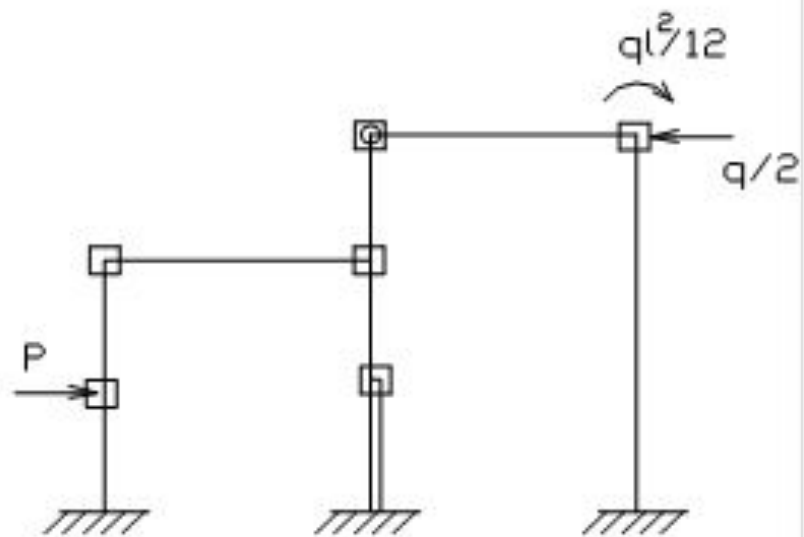
а)



б)



в)



Г) основное уравнение МКЭ и его порядок

Дискретная модель сооружения в целом, которая связывается с общей системой осей координат, характеризуется  $n$  параметрами перемещений  $Z_i$  и узловых силовых воздействий  $P_i$ , составляющих векторы

$$\{Z\} = \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ Z_n \end{bmatrix} \quad \{P\} = \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ P_n \end{bmatrix}$$

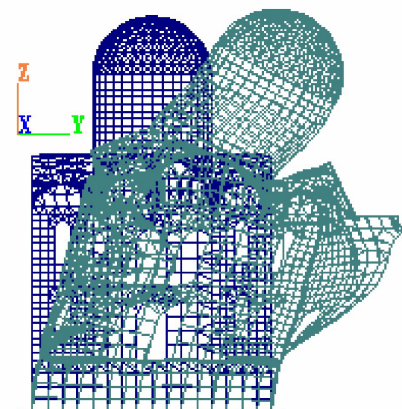
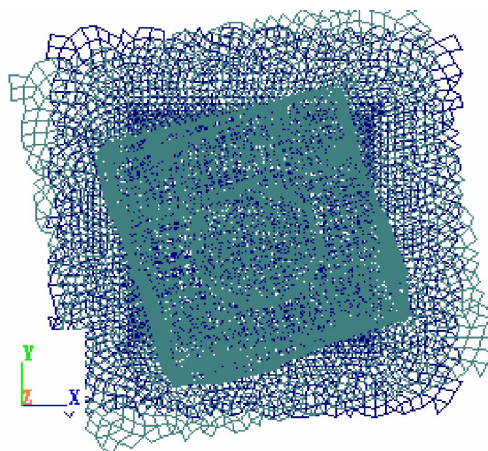
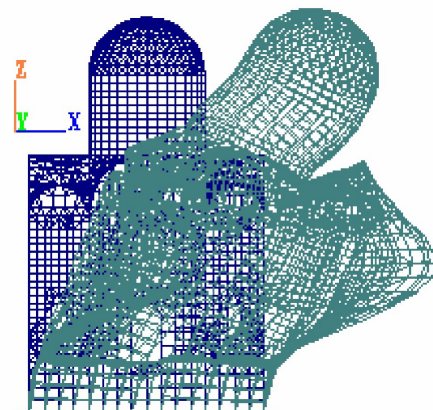
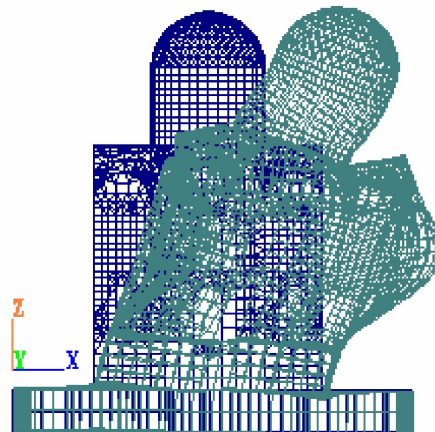
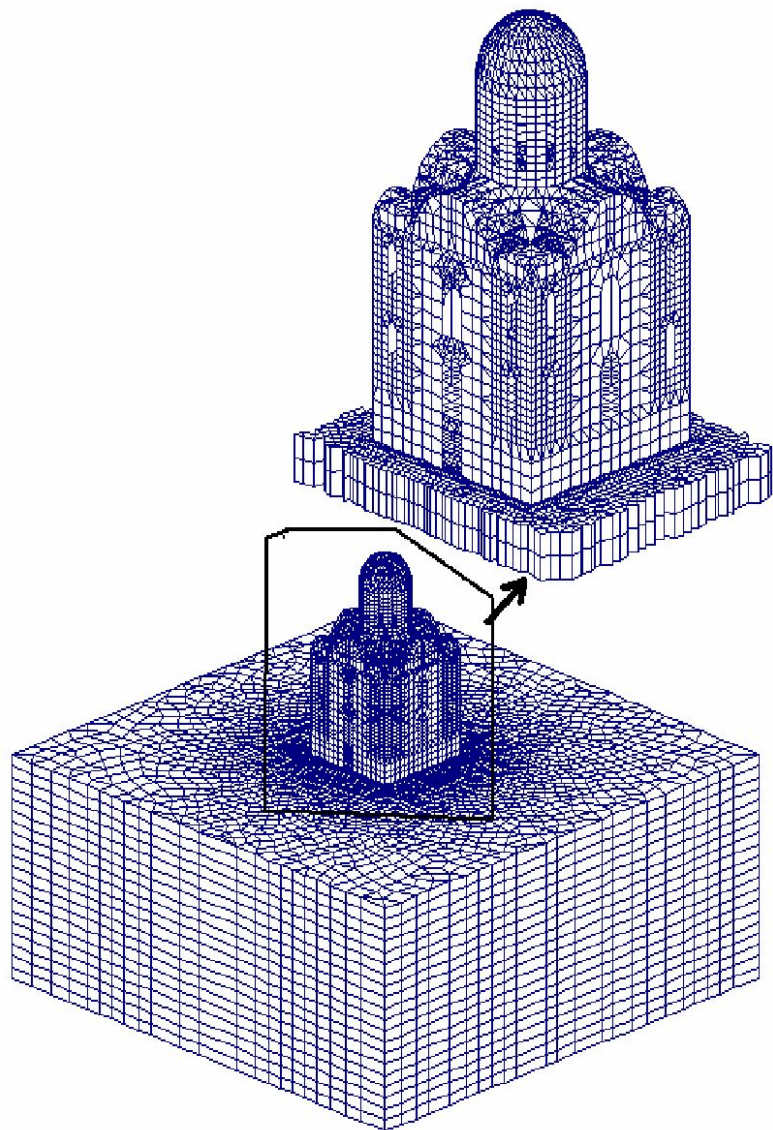
Каждый конечный элемент связан с местной системой осей координат и характеризуется своими параметрами узловых перемещений  $\{V\}$  и соответствующими узловыми усилиями  $\{S\}$ .

В разрешающем уравнении МКЭ

$$[r]\{Z\}=\{P\},$$

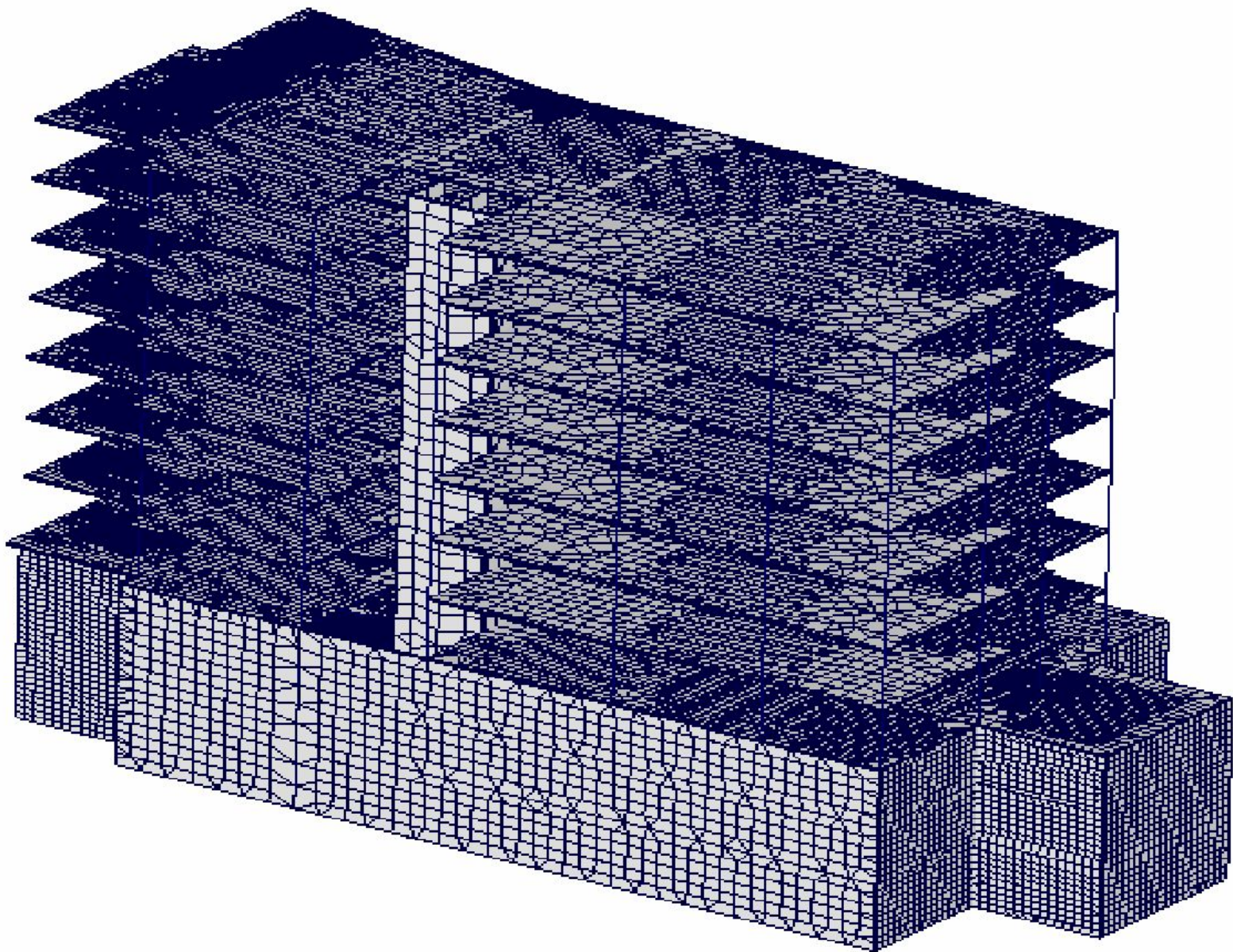
матрица  $[r]$ , которая называется матрицей жесткости сооружения в целом, формируется из матриц жесткости отдельных элементов.



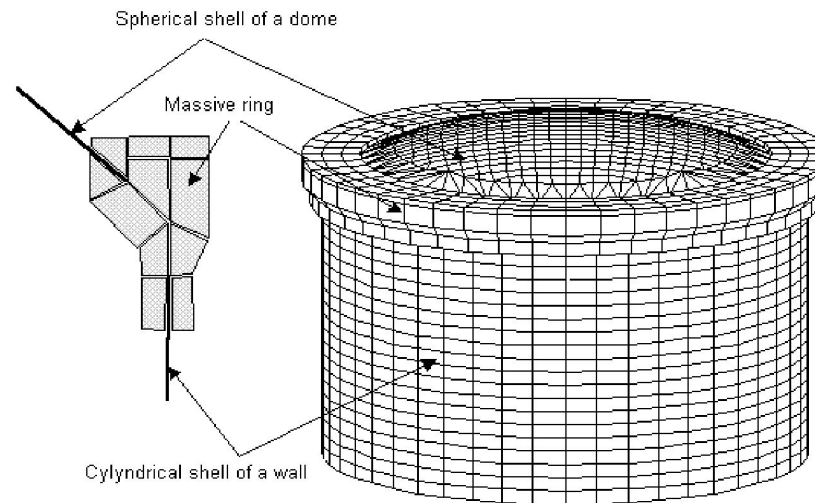


## Формы свободных колебаний

Конечно-элементная схема взаимодействия несущей конструкции с основанием

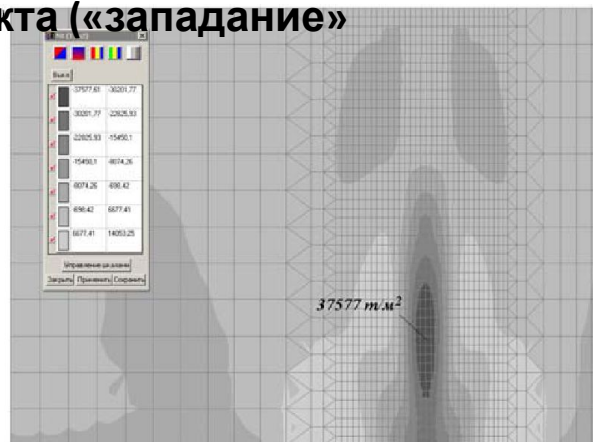
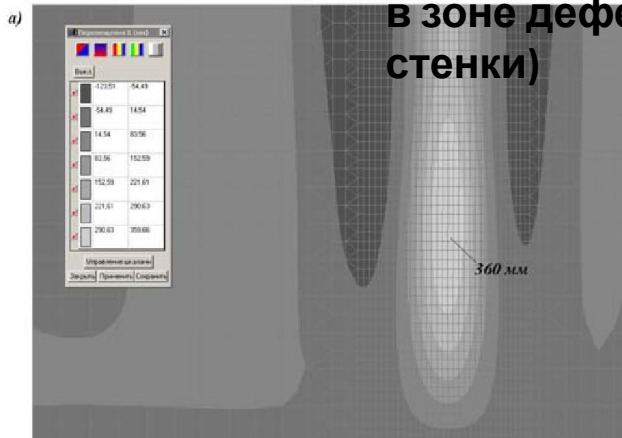


**Конечно-элементная схема взаимодействия несущей конструкции с основанием**

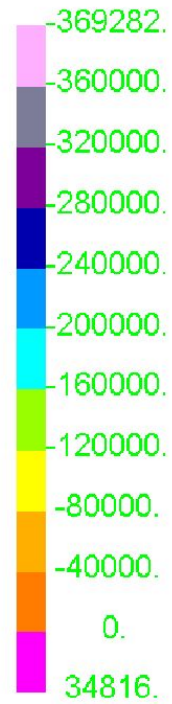
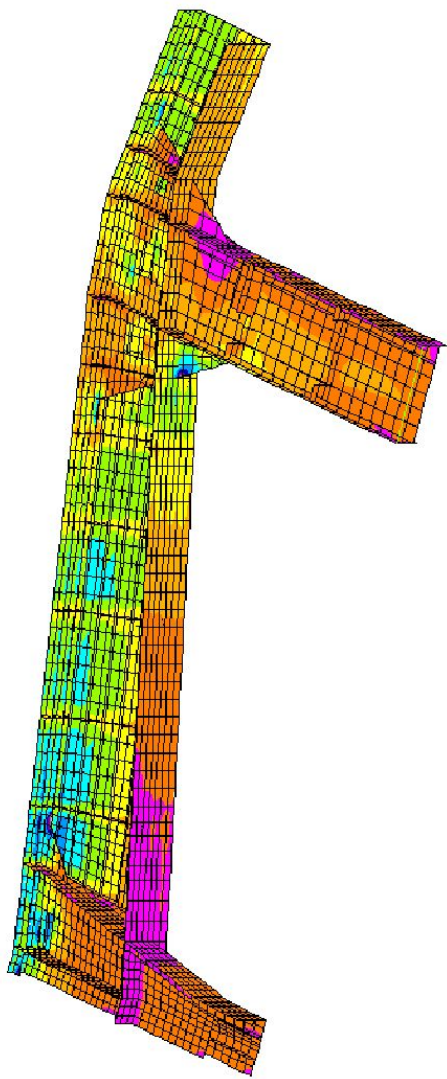


**Фрагмент стенки с полями напряжений в зоне дефекта («западание» стенки)**

**Стенка резервуара**



**Конечно-элементная схема конструкций оболочек**



**Схема пилона с полями напряжений в пластинчатых элементах**

**Конечно-элементная схема конструкций мостов**

**Системы анализа, основанные на методе и др. системами, основанными на методе конечных элементов являются:**

[ANSYS](#) (США) — универсальная система КЭ анализа с встроенным пре-/постпроцессором;

[FEM Models](#) - система конечно-элементного анализа, преимущественно для решения геотехнических задач. Расчетный инструмент, разработанный сотрудниками группы компаний "Геореконструкция", позволяющий выполнять сложные строительные расчеты методом конечных элементов. На сегодняшний день программный комплекс FEM-models признан всеми ведущими мировыми геотехниками и является лидером в нашей стране и мире в области совместных расчетов.

[SCAD](#) SCAD Office. SCAD Office включает следующие программы:

SCAD - вычислительный комплекс для прочностного анализа конструкций методом конечных элементов

КРИСТАЛЛ - расчет элементов стальных конструкций

АРБАТ - подбор арматуры и экспертиза элементов железобетонных конструкций

КАМИН - расчет каменных и армокаменных конструкций

ДЕКОР - расчет деревянных конструкций и др.

**ПК ЛИРА** — многофункциональный программный комплекс, предназначенный для проектирования и расчета машиностроительных и строительных конструкций различного назначения.

ЛИР-ВИЗОР — базовая система комплекса, в которой происходит построение расчётной схемы, проводятся все расчёты, а также обрабатываются и документируются результаты.

ЛИР-АРМ - базовая система комплекса, предназначенная для конструирования