

МЕТОД НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ

Выполнили студентки:

2-го курса, группы

122(б)

Кострикина Надежда
Николаевна

Копанева Виктория
Олеговна

Пусть зависимость между двумя переменными x и y выражается в виде таблицы, полученной опытным путем. Это могут быть результаты опыта или наблюдений, статической обработки материала и т.п.

x	x_1	x_2	...	x_i	...	x_n
y	y_1	y_2	...	y_i	...	y_n

Требуется наилучшим образом сгладить экспериментальную зависимость между переменными x и y , т.е. по возможности точно отразить общую тенденцию зависимости y от x , исключив при этом случайные отклонения, связанные с неизбежными погрешностями измерений или статических наблюдений. Такую сглаженную зависимость стремятся представить в виде формулы $y=f(x)$.

Пусть в качестве функции $y=f(x)$ взята линейная функция $y=ax+b$ и задача сводится к отысканию таких значений параметров a и b при которых функция

$$S = \sum (ax_i + b - y_i)^2$$

принимает наименьшее значение. Заметим, что ф-ция $S=S(a;b)$ есть ф-ция двух переменных a и b до тех пор, пока мы не нашли, а затем зафиксировали их «наилучшее» (по МНК) значения x_i, y_i – постоянные числа, найденные экспериментально.

Таким образом, для нахождения прямой, наилучшим образом согласованной с опытными данными, достаточно решить систему:

$$S(a;b) = \sum (y_i - (ax_i + b))^2$$

После алгебраических преобразований эта система принимает вид:

$$\begin{cases} (\sum x_i^2)a + (\sum x_i)b = \sum x_i y_i; \\ (\sum x_i)a + nb = \sum y_i. \end{cases}$$

ПРИМЕР

ОПРЕДЕЛИТЬ ПАРАМЕТРЫ ЛИНЕЙНОЙ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ОПЫТНЫМИ ДАННЫМИ x И y МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ. СДЕЛАТЬ ЧЕРТЕЖ.

x	-4,5	-3,6	-2,1	-1,7	-0,3	1,3	1,8	2,6	3,6	4,3
y	-0,85	-0,15	0,15	1,1	1,35	1,8	2,85	3	3,15	3,7

ДЛЯ ПОДСЧЕТА ВХОДЯЩИХ В СИСТЕМУ
КОЭФФИЦИЕНТОВ А И В СОСТАВИМ ТАБЛИЦУ:

i	X_i	X_i^2	Y_i	$X_i Y_i$
1	-4,5	20,25	-0,85	3,825
2	-3,6	12,96	-0,15	0,54
3	-2,1	4,41	0,15	-0,315
4	-1,7	2,89	1,1	-1,87
5	-0,3	0,09	1,35	-0,405
6	1,3	1,69	1,8	2,34
7	1,8	3,24	2,85	5,13
8	2,6	6,76	3	7,8
9	3,6	12,96	3,15	11,34
10	4,3	18,49	3,7	15,91
Σ	1,4	83,74	16,1	44,295

СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ ПРИНИМАЕТ ВИД:

$$\begin{cases} 44,295 = 83,74A + 1,4B \\ 16,1 = 1,4A + 10B \end{cases}$$

РЕШАЯ ЭТУ СИСТЕМУ ПОЛУЧИМ:

$$A = 0,5032$$

$$B = 1,5395$$

СЛЕДОВАТЕЛЬНО
ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ
ВЕЛИЧИНАМИ x И y
ВЫРАЖАЕТСЯ ПРИБЛИЖЕННОЙ
ФОРМУЛОЙ:

$$y = 0,5032x + 1,5395$$

Сделаем чертеж:

x	0	-3,06
y	1,539	0

$$0,5032x = -1,5395$$

$$x = -3,06$$

