

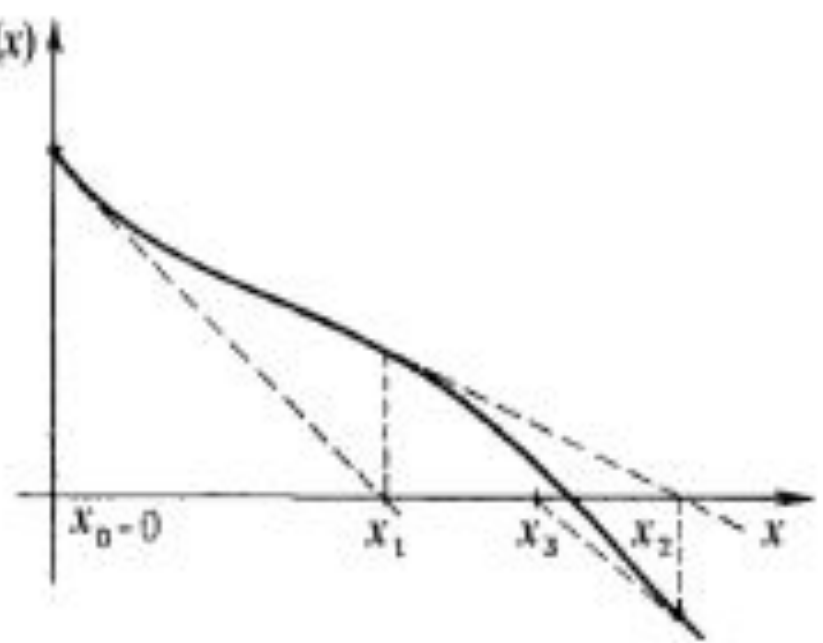
Метод Ньютона-Рафсона

Выполнила: Фертикова Елена,
гр. 53425/2

Цель: поиск решения уравнения $f'(x) = 0$

Алгоритм решения:

- Задаем x_0 , проводим в этой точке касательную к функции $f'(x)$.



- Находим точку пересечения касательной с осью O_x . Обозначаем эту точку x_1 .
- Продолжаем процедуру до тех пор, пока не выполнится критерий остановки $f'(x_k) \leq \varepsilon$.

- Ордината точек касательной описывается выражением:

$$f'(x_k) + f''(x_k)(x-x_k),$$

поэтому приравняв это выражение к нулю, найдем x_{k+1}

$$x_{k+1} = x_k - (f(x_k)/f'(x_k))$$

Пример №1

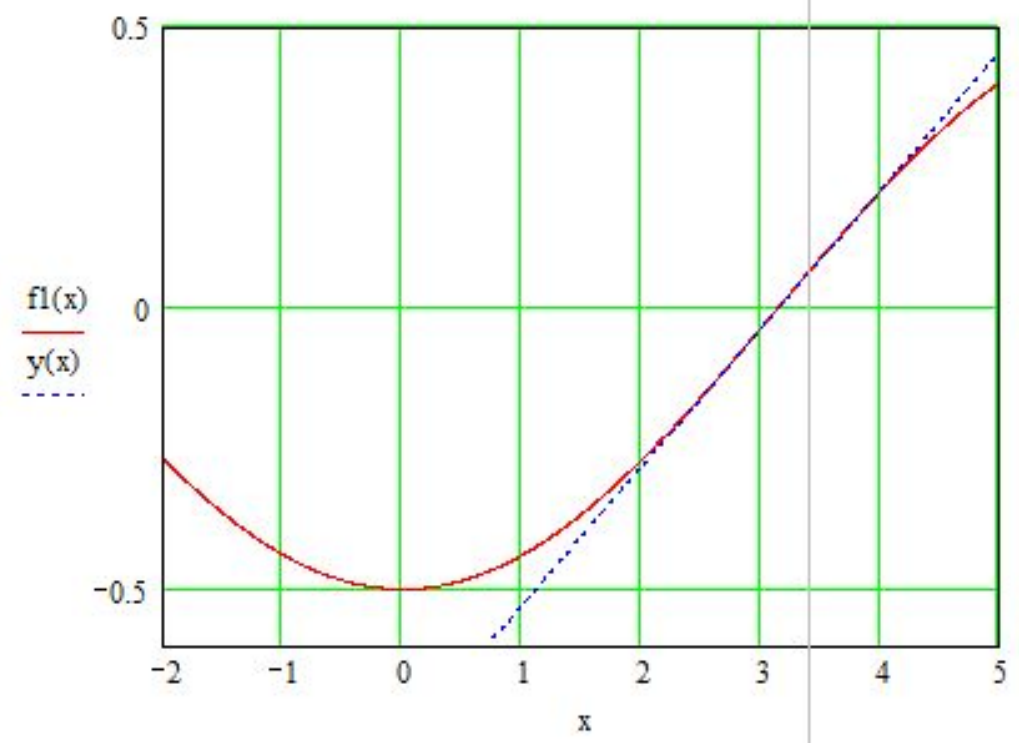
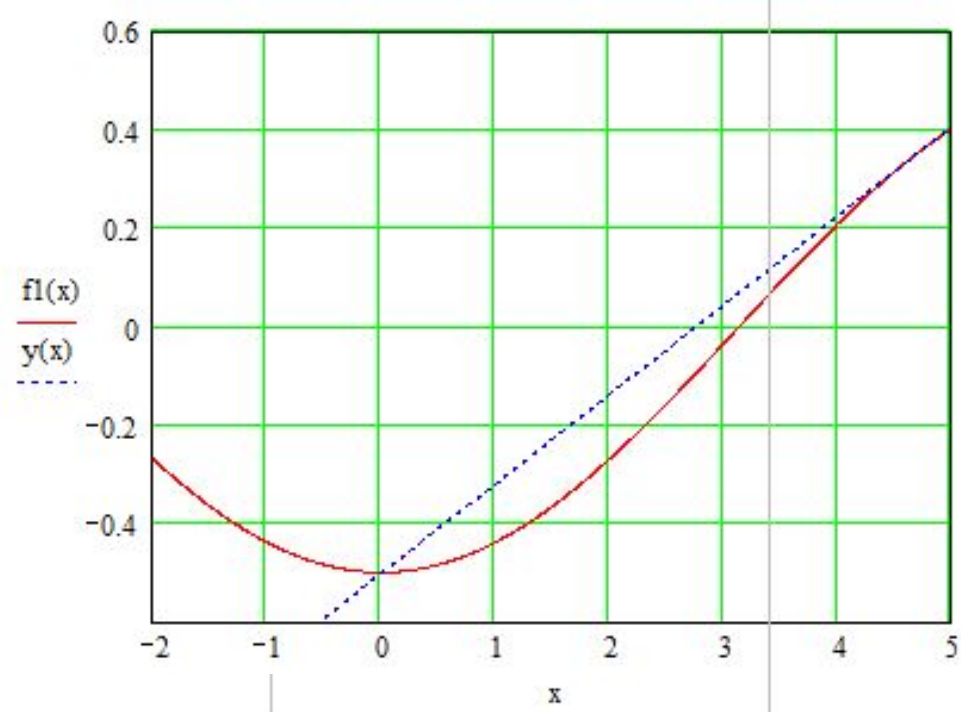
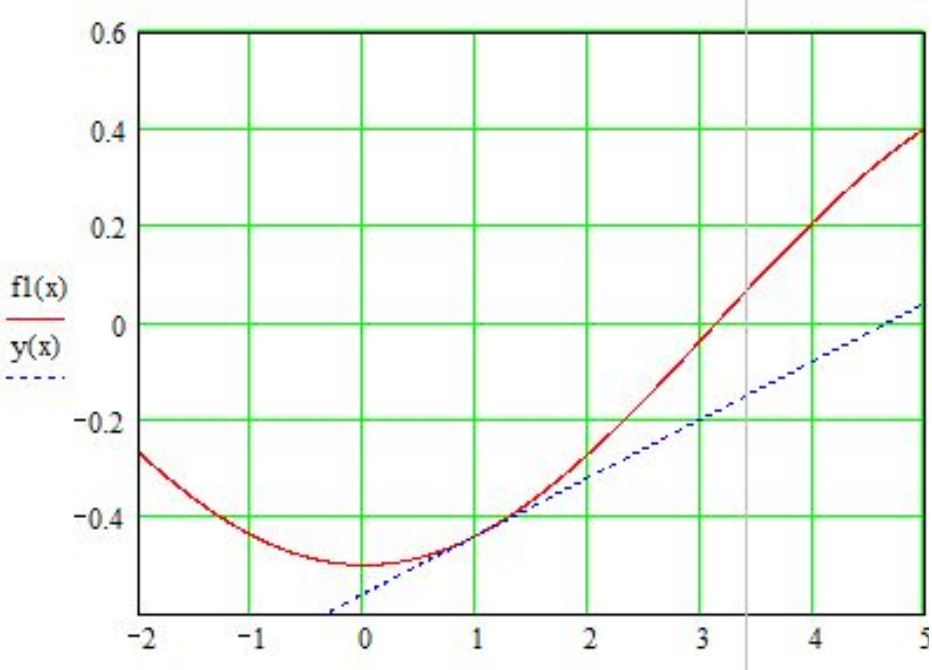
$$f = -\sin\left(\frac{x}{2}\right) + 1$$

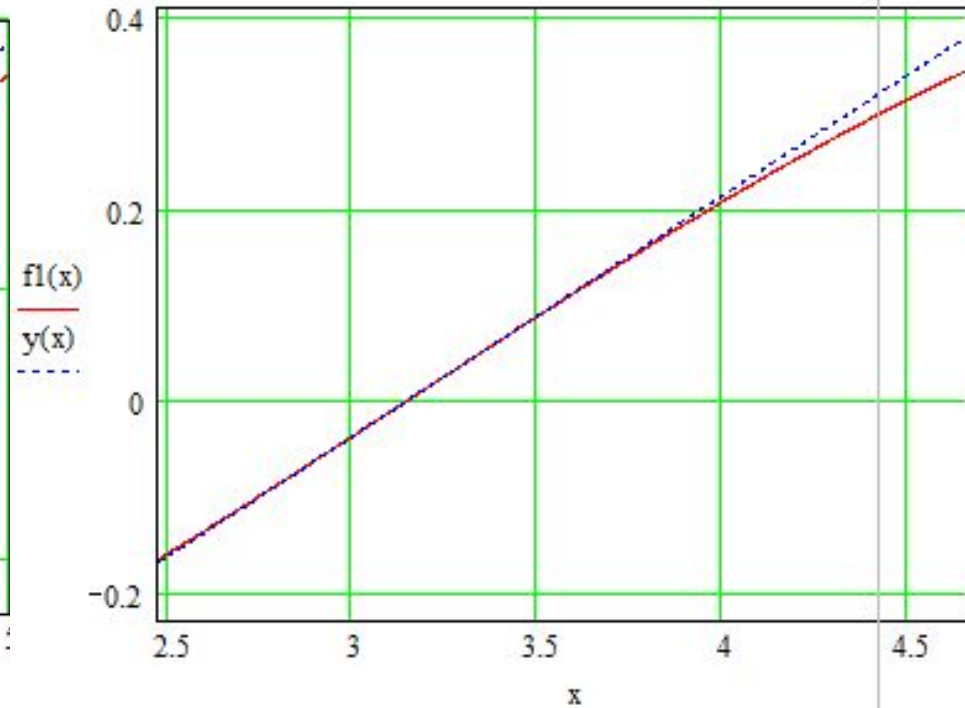
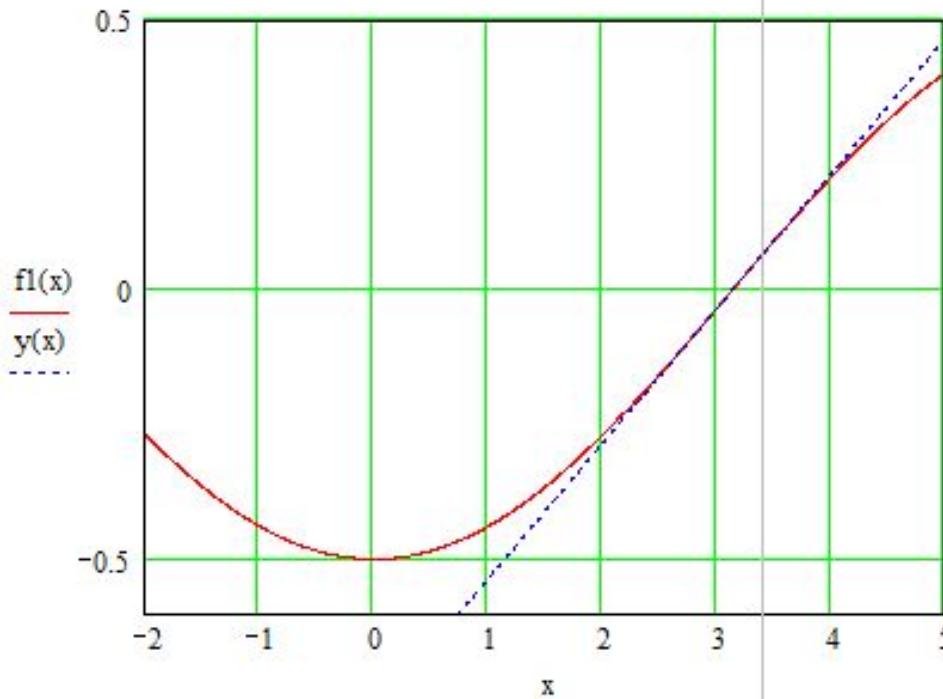
Выберем $x_0 = 1$ и найдем точку минимума для производной с погрешностью $\varepsilon = 1,3 \cdot 10^{-2}$.

Имеем

$$f' = -\frac{1}{2} \cos\left(\frac{1}{2}x\right), \quad f'' = \frac{1}{4} \sin\left(\frac{1}{2}x\right).$$

1. $f'(x_0) = -0,439$, $|f'| \geq \varepsilon$, поэтому продолжаем вычисления
 $f'' = 0,12$, $x_1 = 1 - (-0,439/0,12) = 4,658$.
2. $f'(x_1) = 0,344$, $|f'| \geq \varepsilon$, продолжаем вычисления
 $f'' = 0,182$, $x_2 = 2,786$.
3. $f'(x_2) = -0,093$, $|f'| \geq \varepsilon$, продолжаем вычисления
 $f'' = 0,246$, $x_3 = 2,786 - (-0,093/0,246) = \mathbf{3,146}$.
4. $f'(x_3) = \mathbf{0,0011}$, $|f'| \leq \varepsilon$.





Точность	Кол-во вычислений f'
$1,3 \cdot 10^{-2}$	5
$1,3 \cdot 10^{-3}$	5
$1,3 \cdot 10^{-3}$	6

Пример №2

$$f = -\sin(x^5) + 1$$

Выберем $x_0 = 1.2$ и найдем точку минимума для производной с погрешностью $\varepsilon = 8,233 \cdot 10^{-2}$.

$$f' = -5x^4 \cos(x^5), \quad f'' = 25x^8 \sin(x^5) - 20x^3 \cos(x^5)$$

1. $f'(1,2) = 8.233, |f'(1,25)| \geq \varepsilon.$

$$f''(1,25) = 92,779$$

$$x_1 = 1,2 - (8,233)/(92,779) = 1,111$$

2. $f'(1,111) = 0,926, |f'(1,017)| \geq \varepsilon$

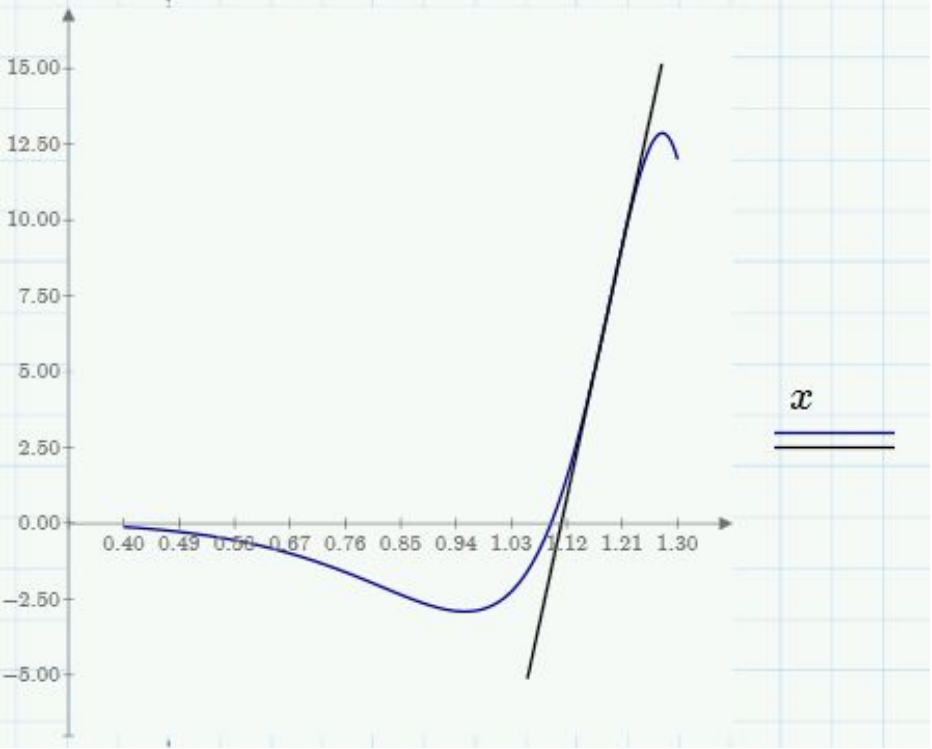
$$f''(1,017) = 60,934$$

$$x_2 = \mathbf{1,0958}$$

3. $f'(1,0958) = 0,0664, |f'(1,176)| \leq \varepsilon$

$f1(x)$

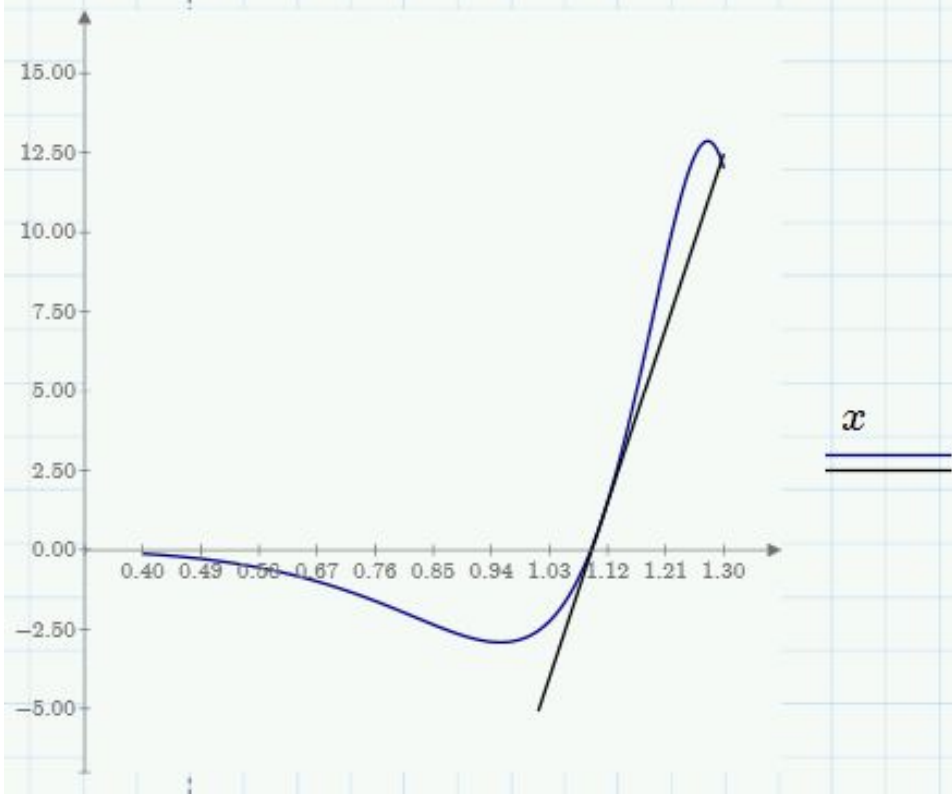
$y(x)$



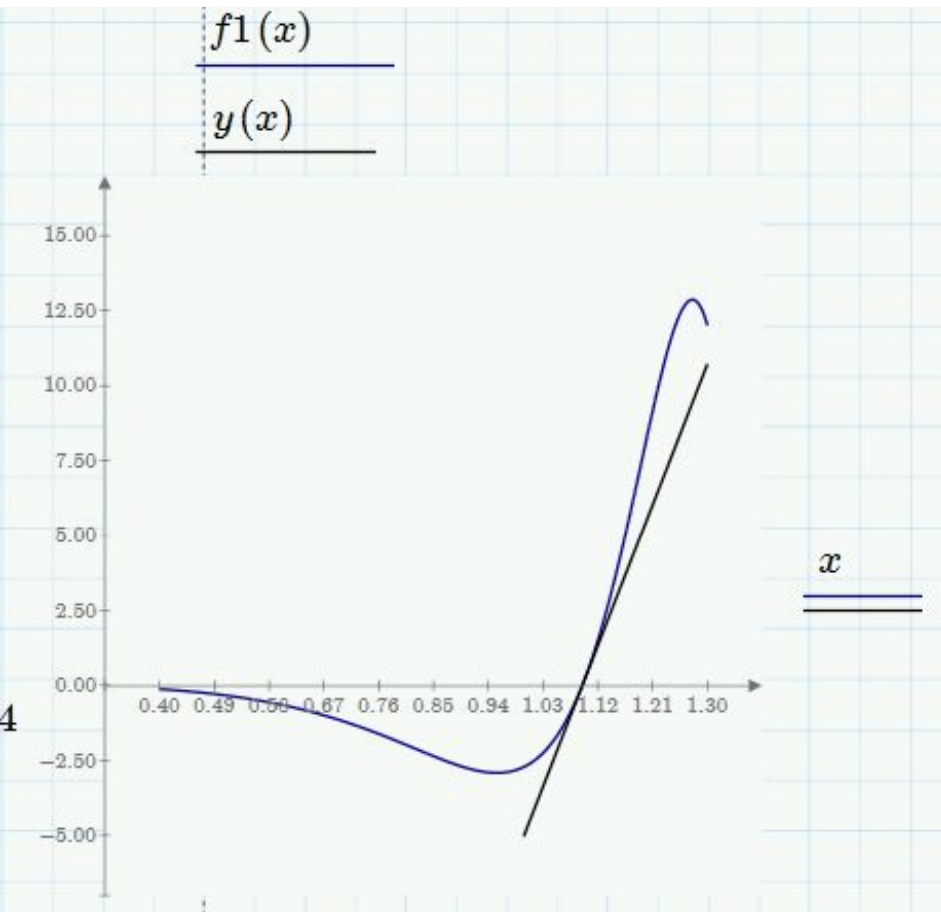
x

$f1(x)$

$y(x)$



x

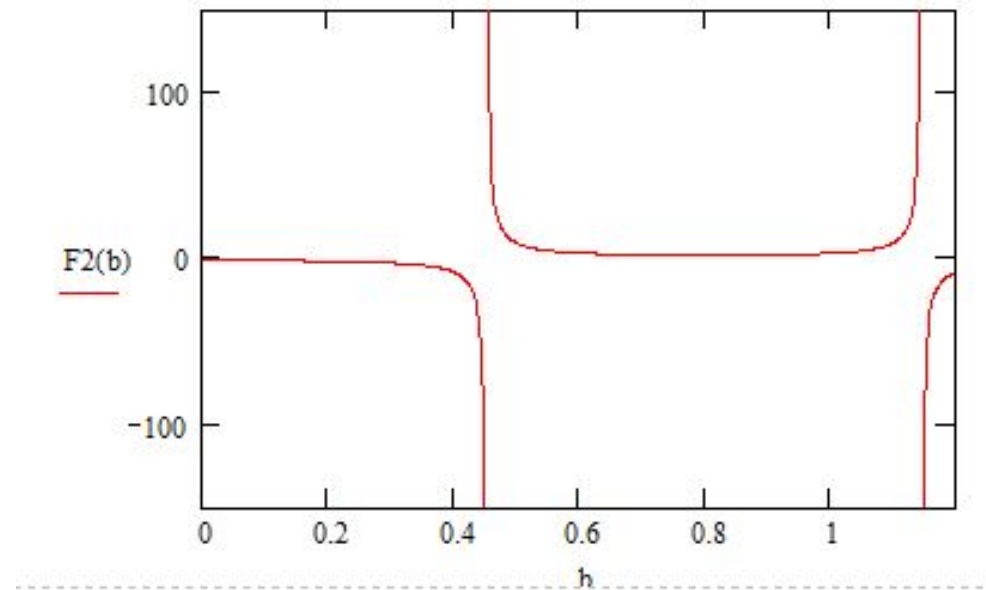


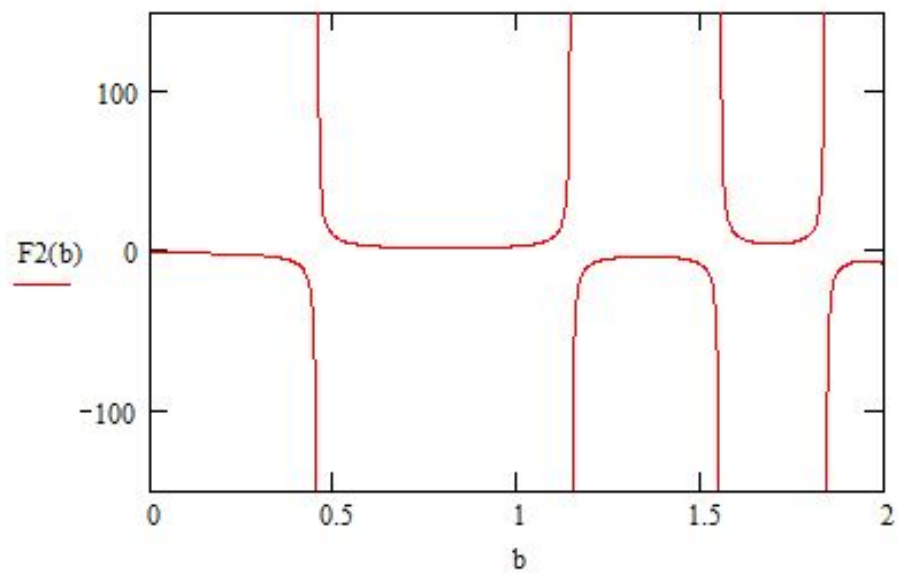
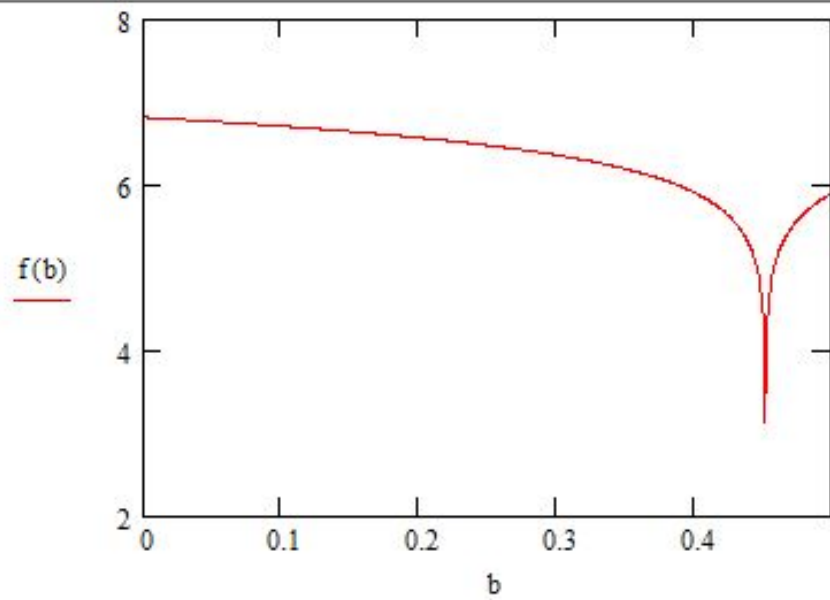
Точность	Кол-во вычислений f'
$8,233 \cdot 10^{-2}$	3
$8,233 \cdot 10^{-3}$	4
$8,233 \cdot 10^{-4}$	4

Пример №3

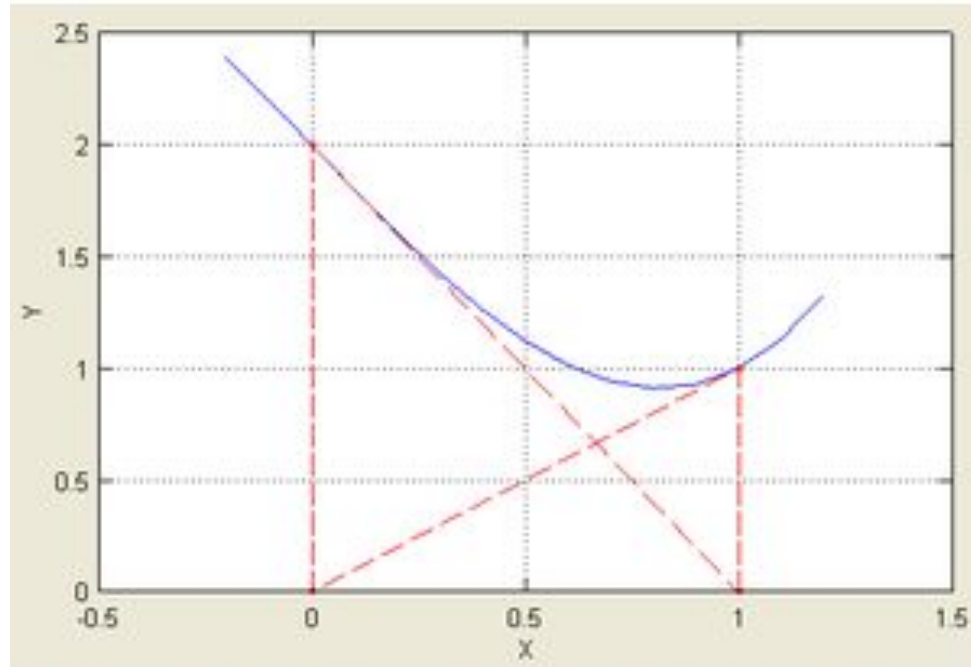
$$f = -\log|\tan(e^x)| + 7$$

$$f' = \frac{-1}{\tan(\exp x)} [1 + (\tan(\exp x))^2] \frac{\exp(x)}{\ln 10}$$





Пример №4



Метод множителей Лагранжа

Выводы:

1. Недостатки метода:
 - Малая область сходимости
 - Чувствителен к выбору начальной точки
2. Преимущества метода:
 - Быстрая сходимость