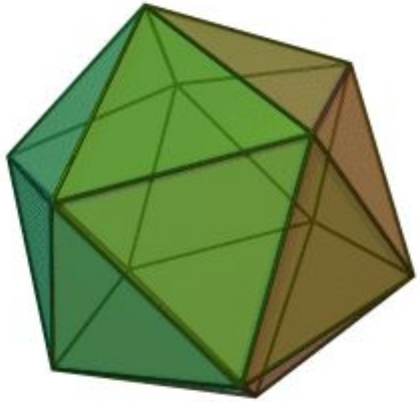
МЕТОДИКА ИЗУЧЕНИЯ МНОГОГРАННИКОВ

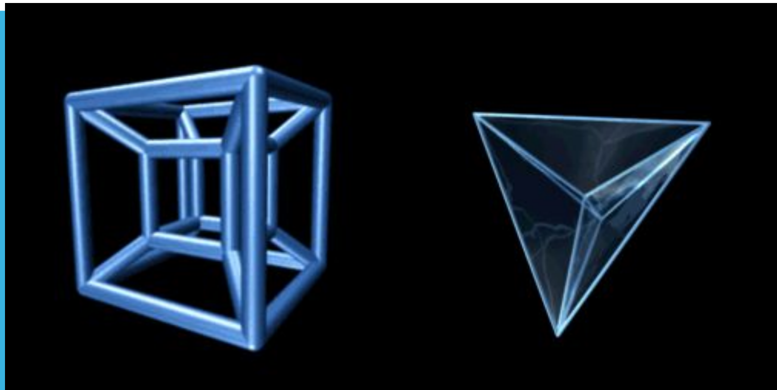
ВЫПОЛНИЛИ СТУДЕНТЫ 5 КУРСА К(П)ФУ ИМИМ
АЛЬДИВАНОВА А.В.
БУТЯКОВА М.А.
ДЕМЕНТЬЕВ А.Г.
УЛЬЯНОВ Р.В.

ЦЕЛЬ

- **Дать учащимся систематические сведения об основных видах многогранников**
- **Сформировать умения строить и читать чертежи**
- **Строить сечения многогранников**
- **Вычислять их площади и объем**
- **Решать задачи на вычисление и доказательства**



Изучение многогранников в курсе стереометрии следует связать с субъектным опытом учащихся, поскольку с большинством многогранников они знакомы.



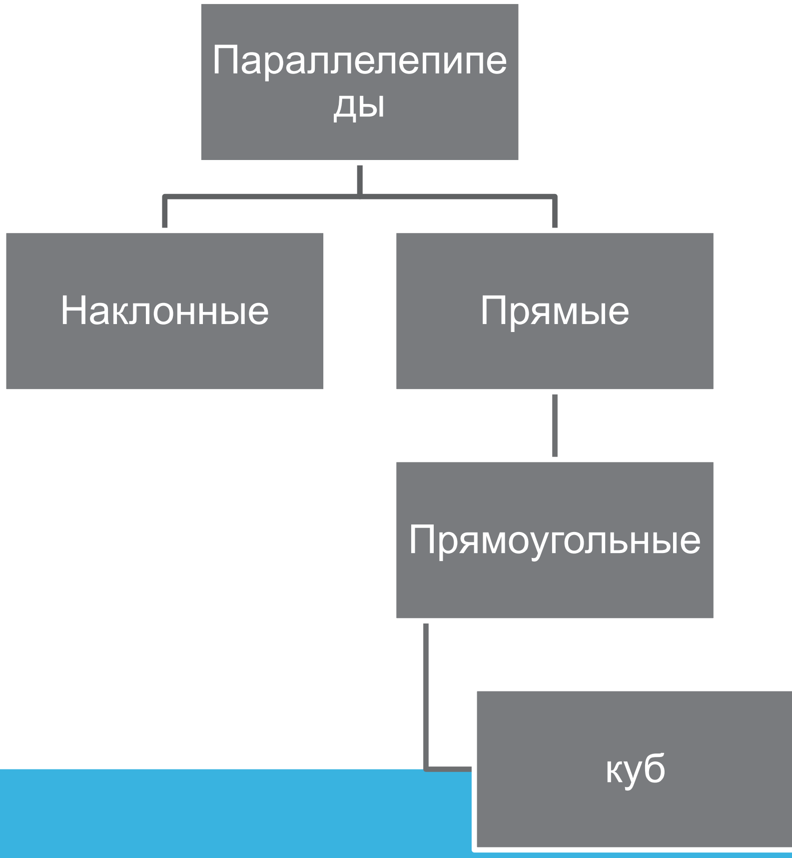
«Геометрия 10-11» Атанасяна Л.С.:

«Многогранник – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело».

«Геометрия 10-11» Погорелова А.В.:

«Многогранник – это такое тело, поверхность которого состоит из конечного числа плоских многоугольников»;

- Многогранники
  - Выпуклые
    - Призмы
      - Наклонные
      - Прямые
        - Параллелепипеды
        - Правильные призмы
    - Пирамиды
      - Произвольные
      - Правильные
  - Невыпуклые

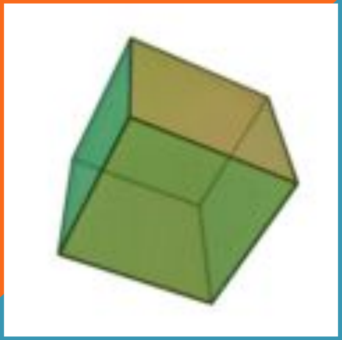


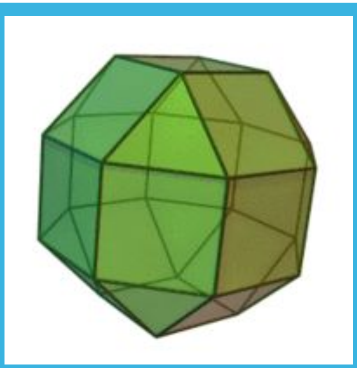
Для более глубокого понимания определения многогранников учащимся предлагается следующее:

1) Подразумевается конечная часть пространства, т.е. конечная в значении конечности её размеров, или по-другому можно сказать, ограниченная.

2) Многоугольники, ограничивающие многогранник, содержаться в нем. Многоугольники составляют его поверхность, так как другая сторона многогранника - это его внутренность. Отсюда можно сделать вывод - многогранник состоит из поверхности и внутренности. Это - описательное определение поверхности и внутренности.

3) Многогранник, и даже одна его внутренность, состоит из одного куска, или, по-другому можно сказать, связна: не выходя из многогранника.

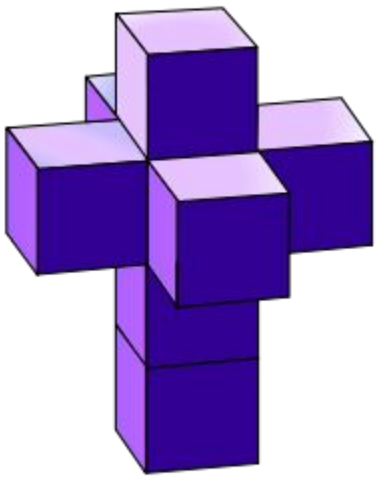


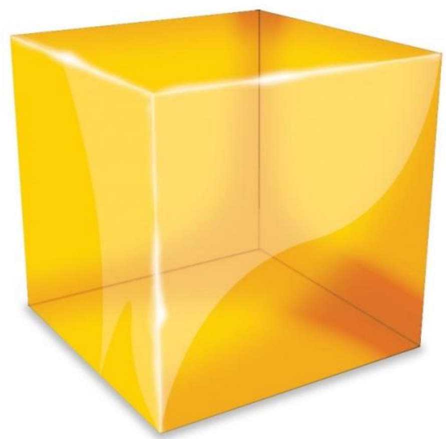


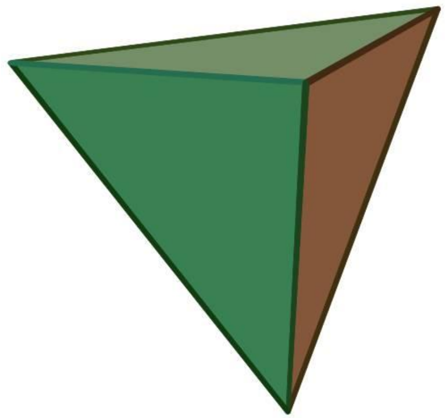
« Многогранники бывают **выпуклыми** и **невыпуклыми**. Многогранники называются **выпуклыми**, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани. В противном случае, многогранник **невыпуклый.**»

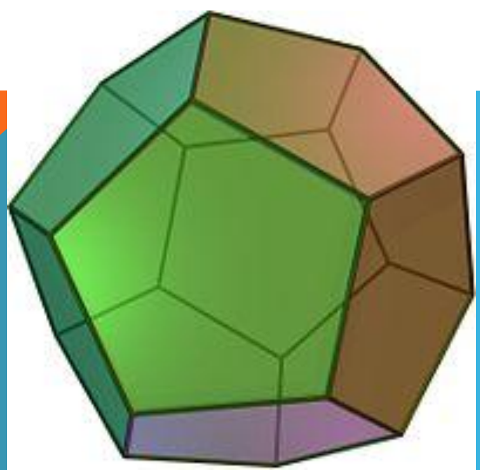
<u>Пример:</u>

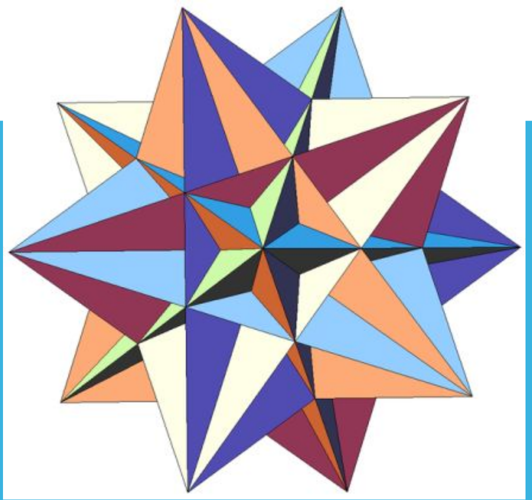
Определите тип многогранников:







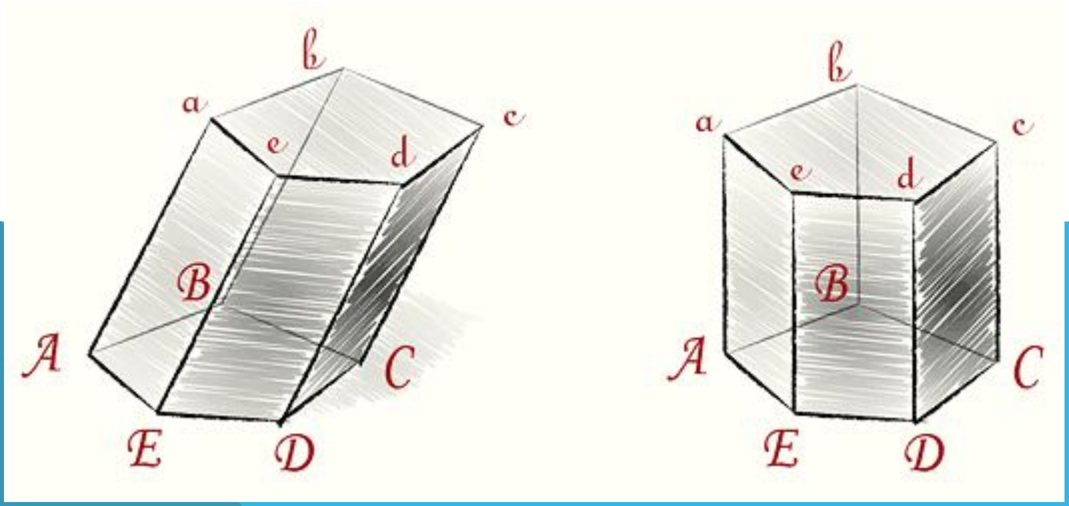




ВВОДИМ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

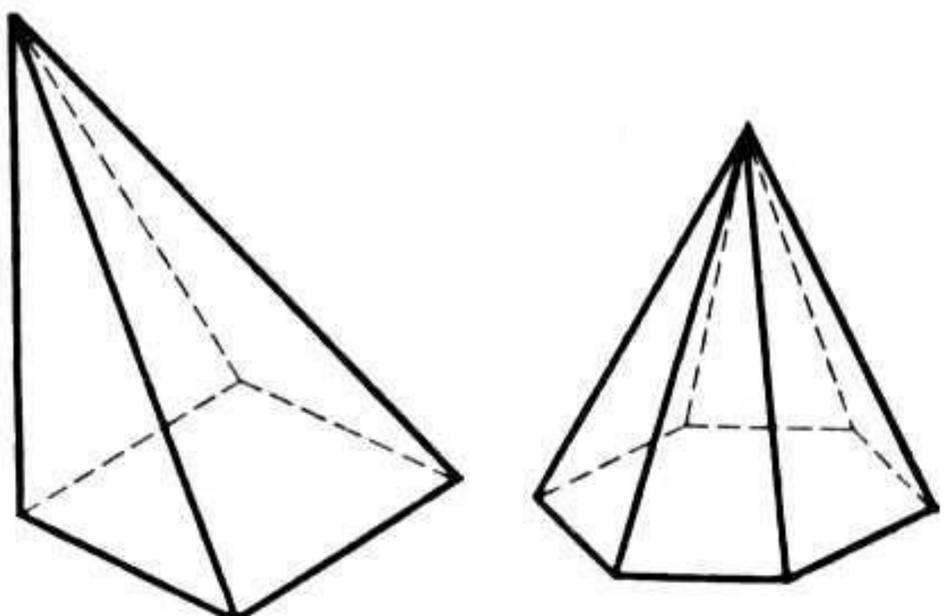
- Призма
  - Наклонная

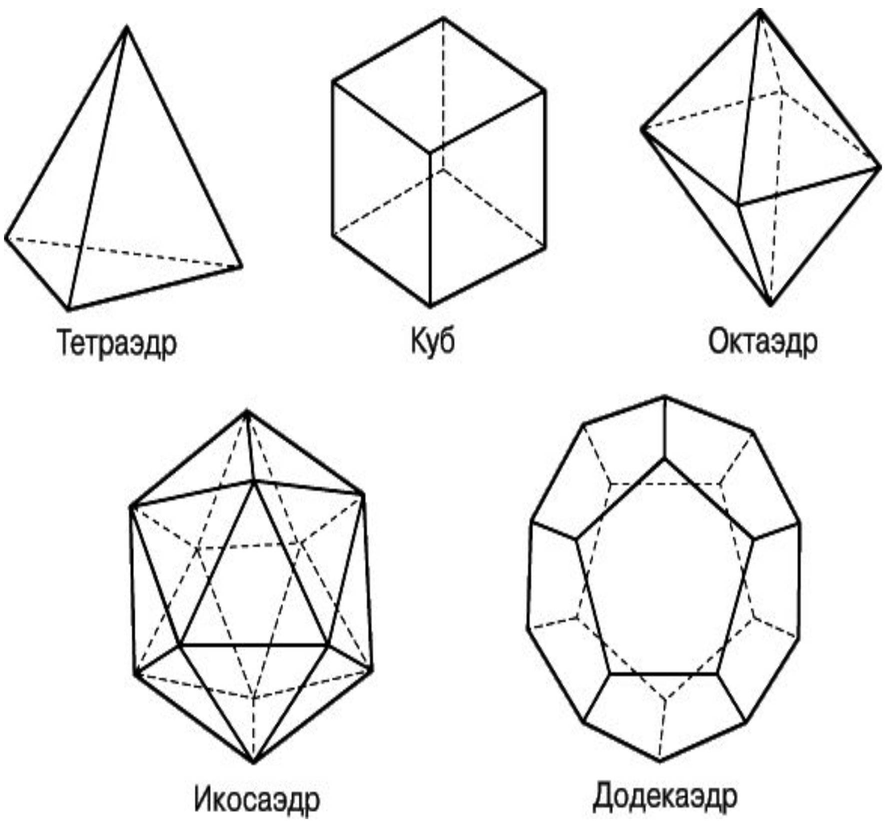
  - Прямая

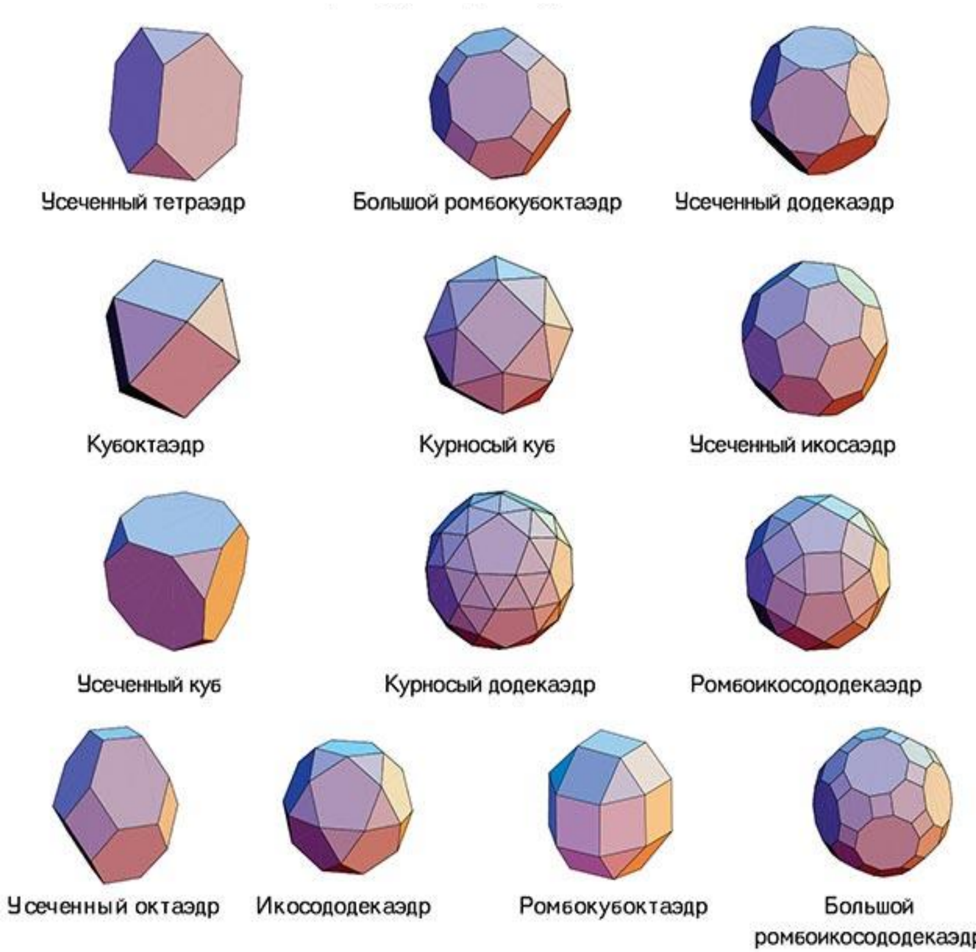


ВВОДИМ ОПРЕДЕЛЕНИЕ

- Пирамида
  - Прямая
  - Наклонная





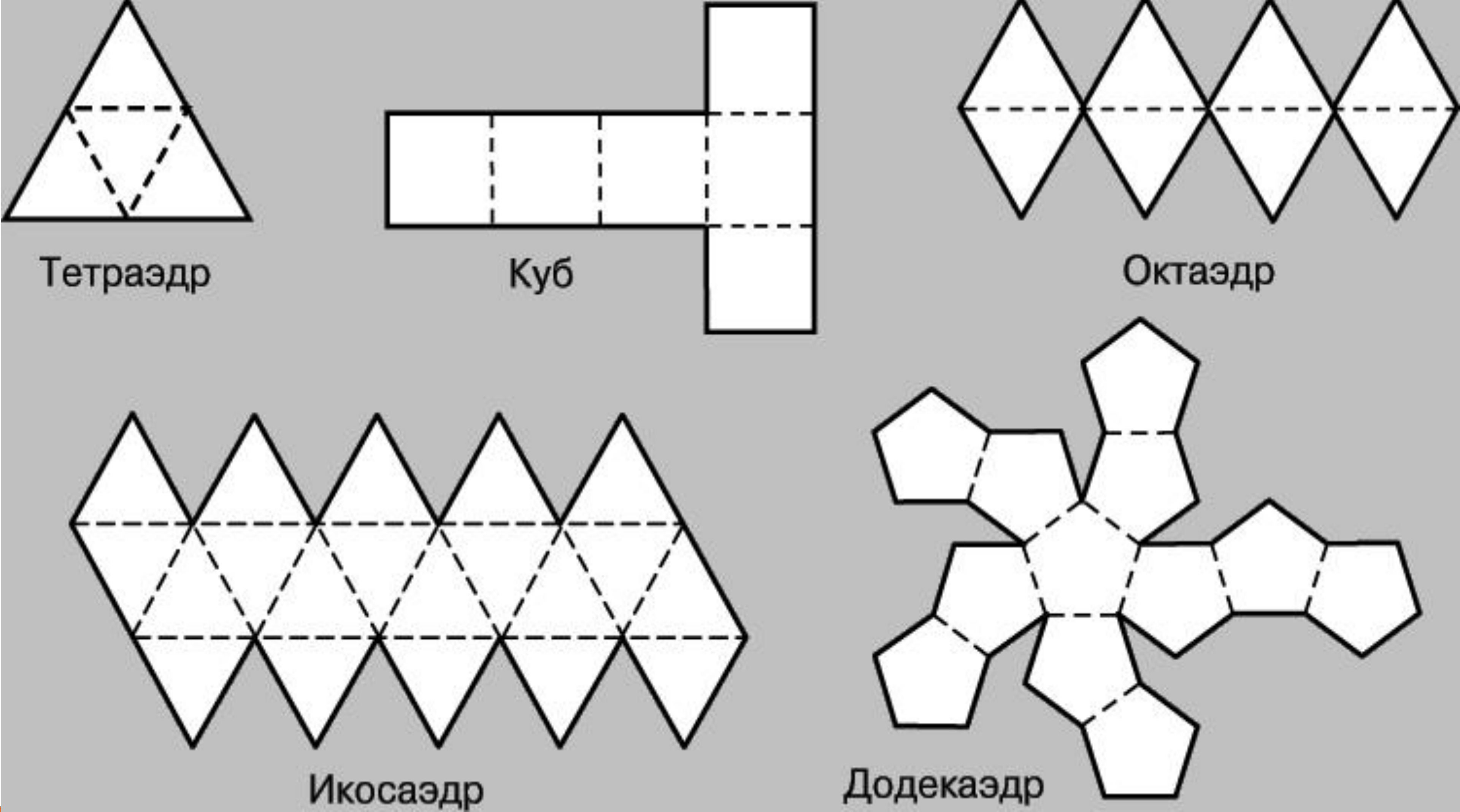


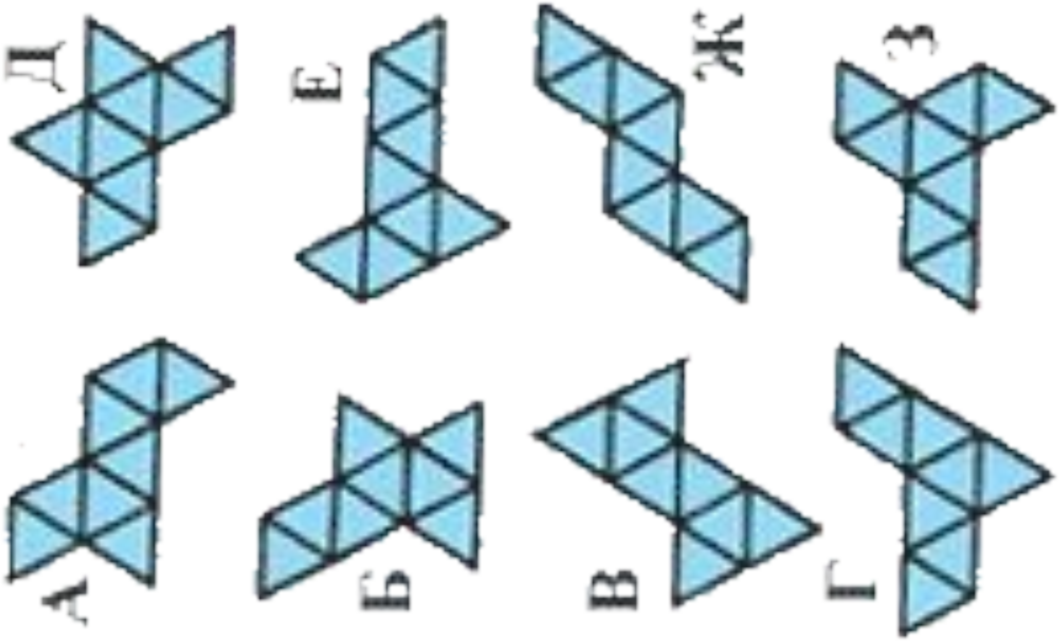
- Платоновы тела
- Архимедовы тела

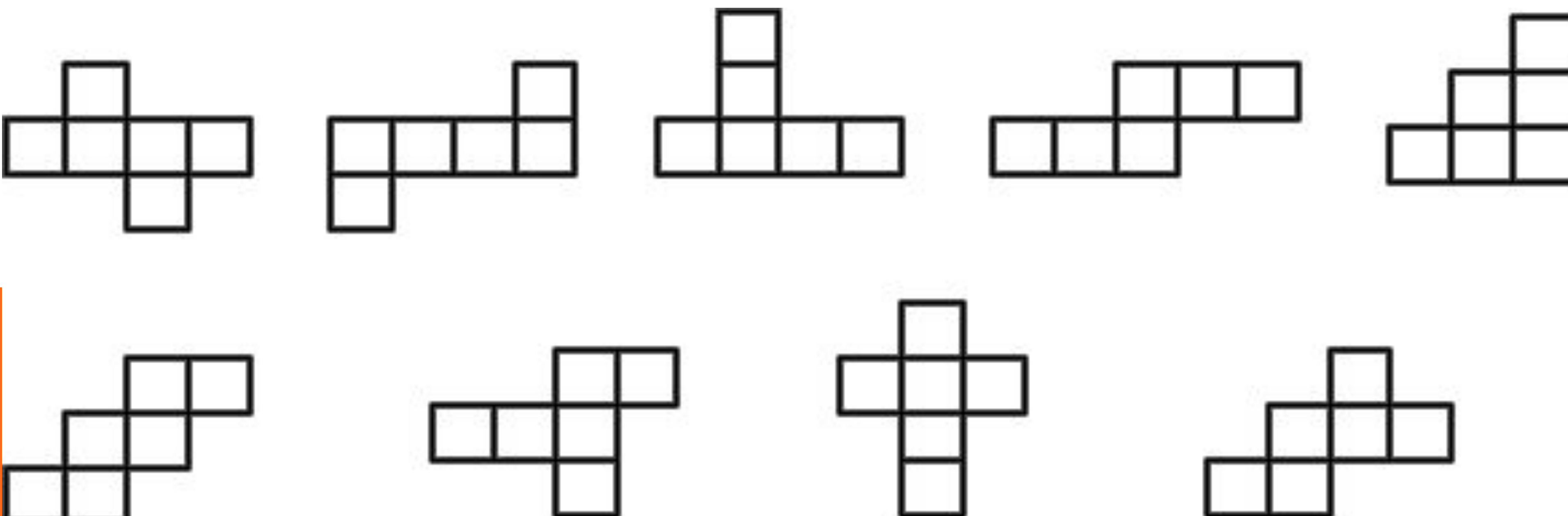
ПЛОЩАДЬ ПОВЕРХНОСТИ

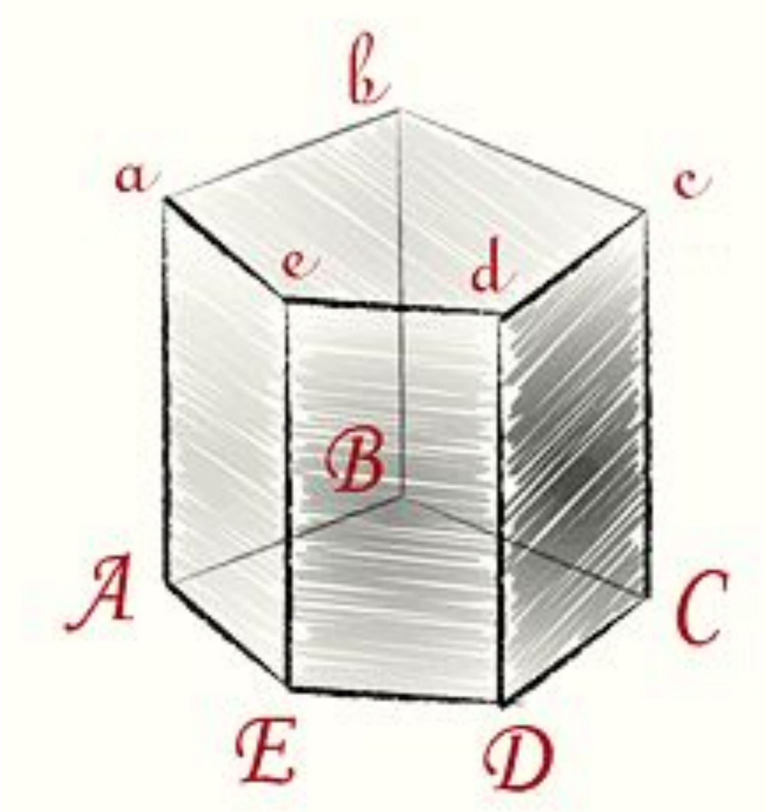
Вам необходимо завернуть коробку с подарком. Коробка имеет кубическую форму. Сторона коробки 20 см. Сколько оберточной бумаги вам потребуется?

Площадь поверхности многогранника это сумма площадей всех его граней.

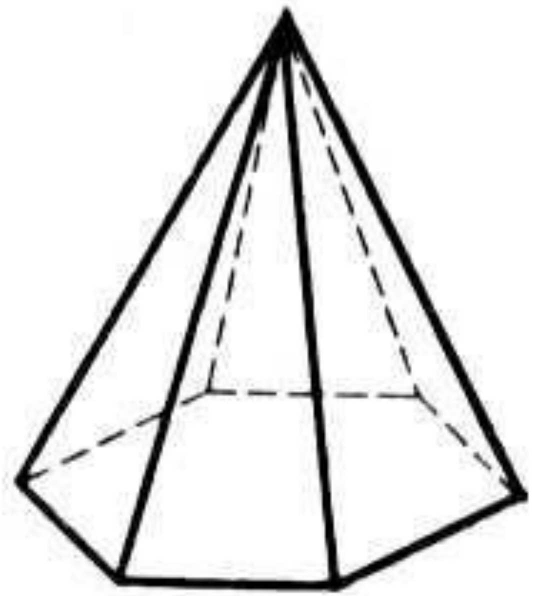

Тетраэдр
Куб
Октаэдр
Икосаэдр
Додекаэдр


Д
Е
Ж
З
А
Б
В
Г





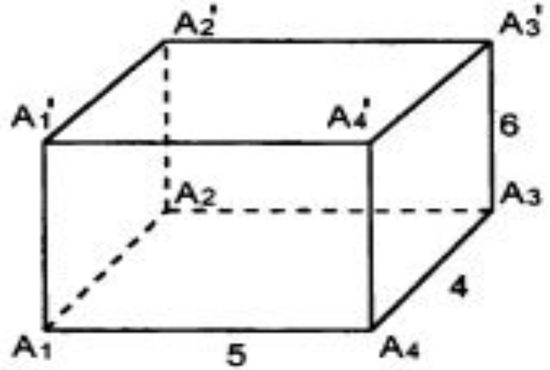
$S_{\text{пирамиды}}=S_{\text{бок.пов.}}+S_{\text{осн.}}$



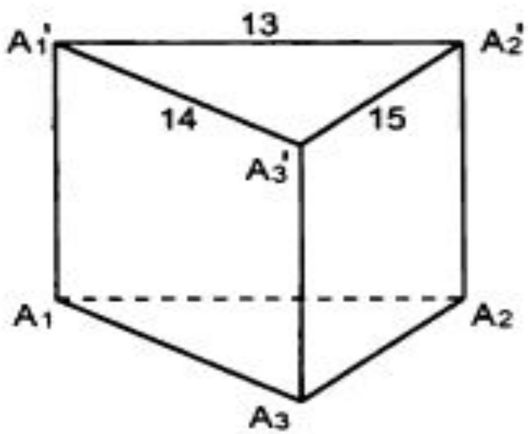
$S_{\text{призмы}}=S_{\text{бок.пов.}}+2S_{\text{осн.}}$

ЗАДАЧИ

$A_1A_2 \ldots A_nA_1'A_2' \ldots A_n'$ – прямая призма.

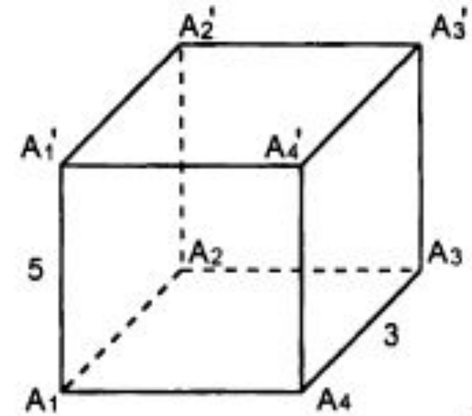


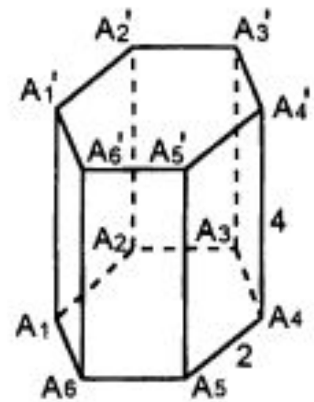
Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – прямоугольник.
Найти: 1) Sбок; 2) Sполн.

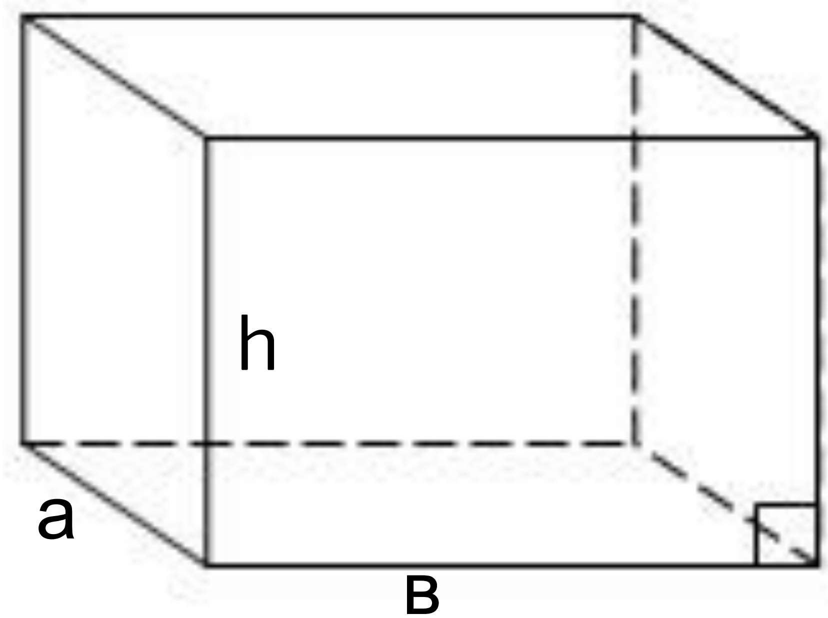


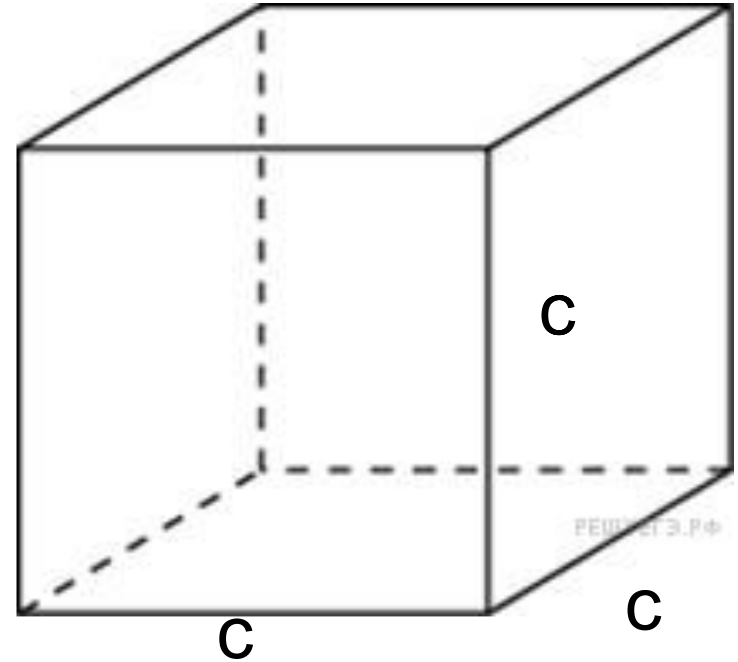
Дано: Sполн. = 378. **Найти** A_1A_1'.

$A_1A_2 \ldots A_nA_1'A_2' \ldots A_n'$ – правильная призма.
Найти: 1) площадь боковой поверхности призмы;
2) площадь полной поверхности призмы.









$$V=a*\text{в}*h$$

$$V=c*c*c$$

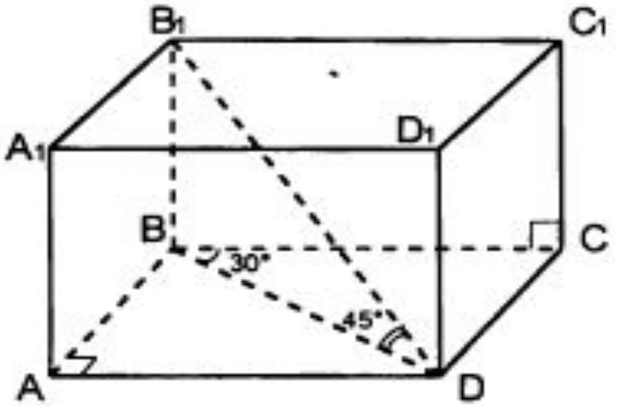
$$S_{\text{осн}}$$

$$V=S_{\text{осн}}*h$$

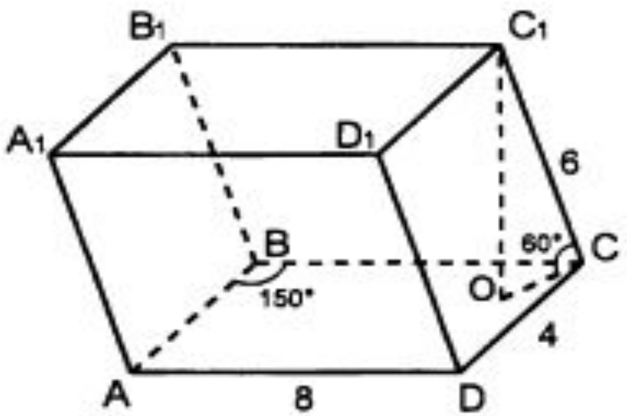
ЗАДАЧИ

$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – параллелепипед.

Найти объем параллелепипеда.

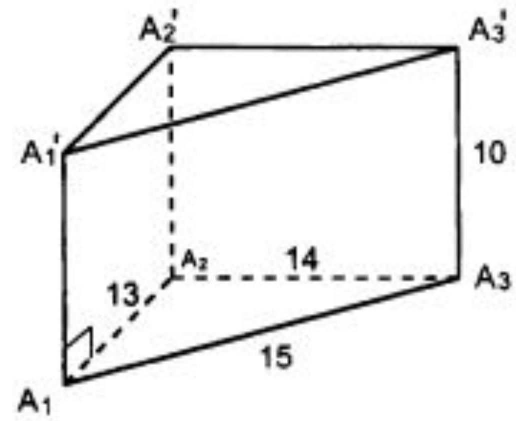


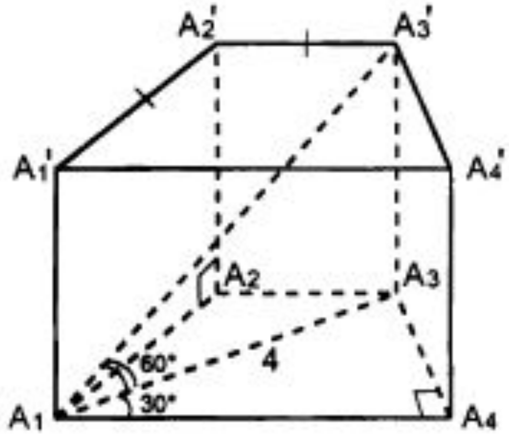
Дано: $B_1D = 10\sqrt{2}$.



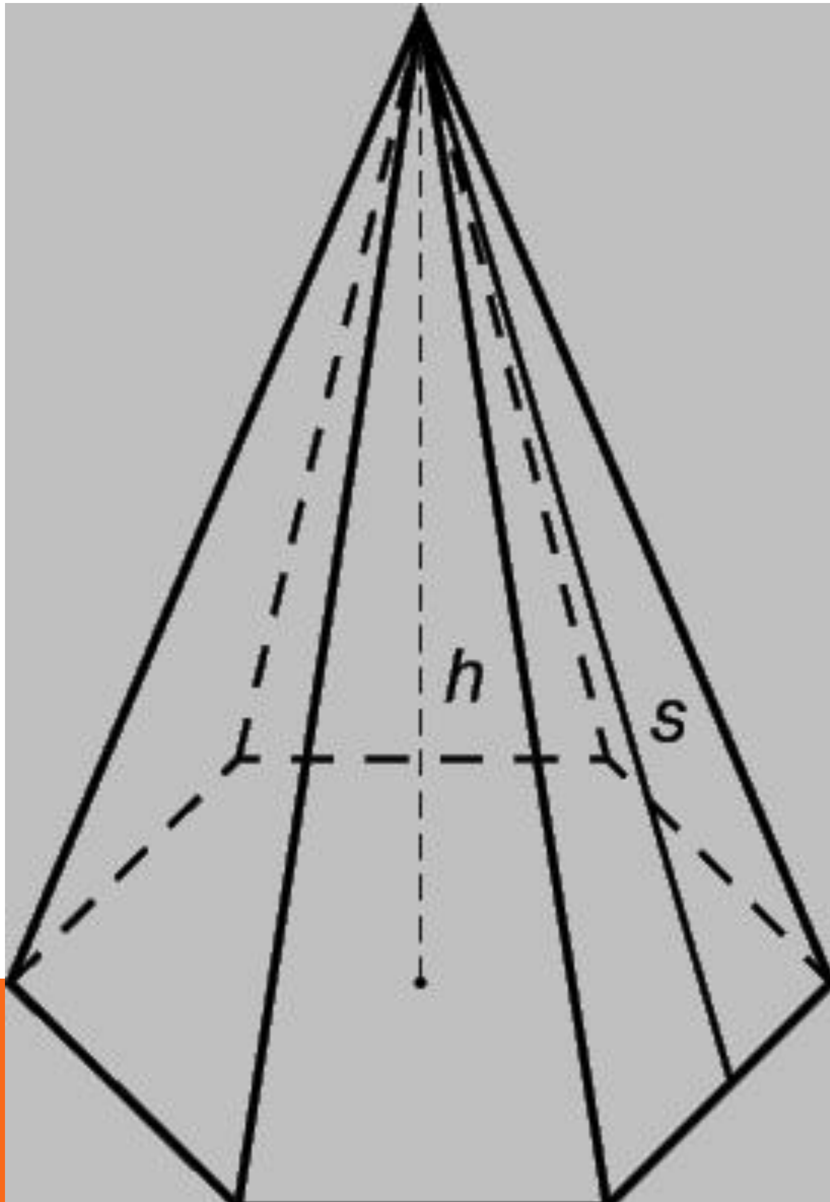
Дано: C_1O – высота параллеле-пипеда.

$A_1A_2 \ldots A_nA_1'A_2' \ldots A_n'$ – призма. Найти объем призмы.





Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – трапеция.



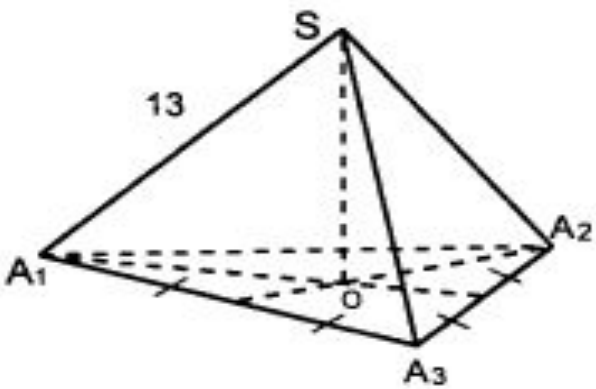
$$V = \frac{1}{3} * S * h$$

ЗАДАЧИ

$SA_1A_2...A_n$ – пирамида, SO – высота пирамиды.
Найти объем пирамиды.

<table>
<tr>
<td>

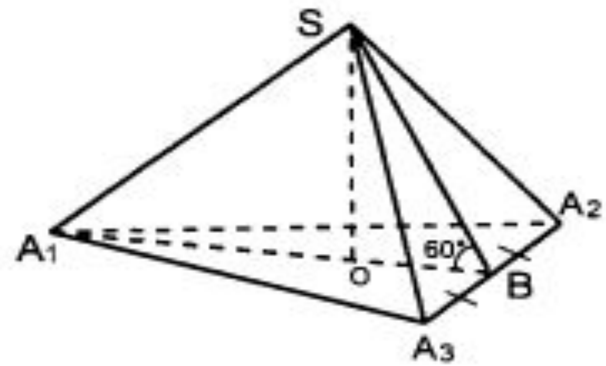
1



Дано: $\Delta A_1A_2A_3$ – правильный.
$A_1A_2 = 12\sqrt{3}$.

</td>
<td>

2



Дано: $A_1A_2 = A_1A_3 = 10$, $A_2A_3 = 12$.
O – центр окружности, вписанной в $\Delta A_1A_2A_3$.

</td>
</tr>
</table>

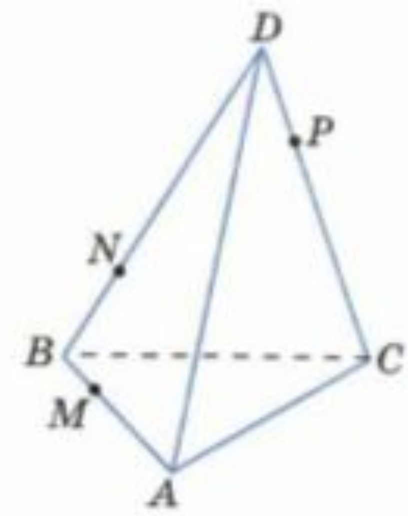
СЕЧЕНИЕ

Задача 2

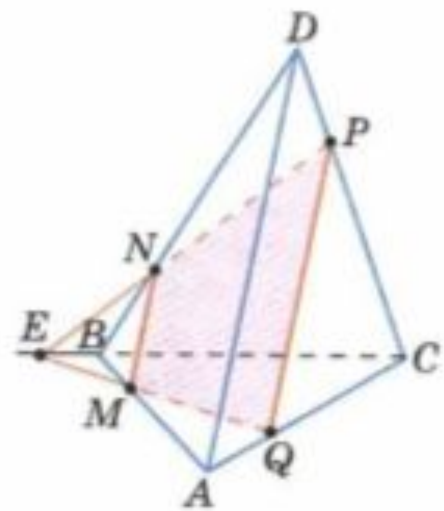
Точка M лежит на боковой грани ADB тетраэдра $DABC$ (рис. 41, *а*). Построить сечение тетраэдра плоскостью, проходящей через точку M параллельно основанию ABC.

Решение

Так как секущая плоскость параллельна плоскости ABC, то она параллельна прямым AB, BC и CA. Следовательно, секущая плоскость пересекает боковые грани тетраэдра по прямым, параллельным сторонам треугольника ABC (п. 6, утверждение 1^0). Отсюда вытекает следующий способ построения искомого сечения. Проведем через точку M прямую, параллельную отрезку AB, и обозначим буквами P и Q точки пересечения этой прямой с боковыми ребрами DA и DB (рис. 41, *б*). Затем через точку P проведем прямую, параллельную отрезку AC, и обозначим буквой R точку пересечения этой прямой с ребром DC. Треугольник PQR — искомое сечение.



а)



б)

Задача 3

На ребрах параллелепипеда даны три точки A, B и C. Построить сечение параллелепипеда плоскостью ABC.

Решение

Построение искомого сечения зависит от того, на каких ребрах параллелепипеда лежат точки A, B и C. Рассмотрим некоторые частные случаи. Если точки A, B и C лежат на ребрах, выходящих из одной вершины (см. рис. 39, *а*), нужно провести отрезки AB, BC и CA, и получится искомое сечение — треугольник ABC. Если точки A, B и C расположены так, как показано на рисунке 39, *б*, то сначала нужно провести отрезки AB и BC, а затем через точку A провести прямую, параллельную BC, а через точку C — прямую, параллельную AB. Пересечения этих прямых с ребрами нижней грани дают точки E и D. Остается провести отрезок ED, и искомое сечение — пятиугольник $ABCDE$ — построено.

Более трудный случай, когда данные точки A, B и C расположены так, как показано на рисунке 39, *в*. В этом случае можно поступить так. Сначала построим прямую, по которой секущая плоскость пересекается с плоскостью нижнего основания. Для этого проведем прямую AB и продолжим нижнее ребро, лежащее в той же грани, что и прямая AB, до пересечения с этой прямой в точке M. Далее через точку M проведем прямую, параллельную прямой BC. Это и есть прямая, по которой секущая плоскость пересекается с плоскостью нижнего основания. Эта прямая пересекается с ребрами нижнего основания в точках E и F. Затем через точку E проведем прямую, параллельную прямой AB, и получим точку D. Наконец, проводим отрезки AF и CD, и искомое сечение — шестиугольник $ABCDEF$ — построено.

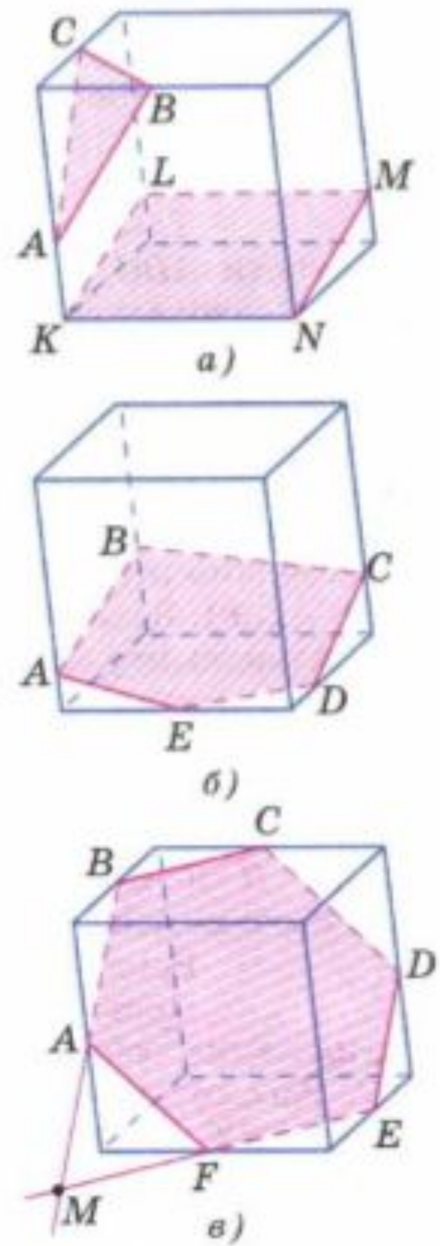
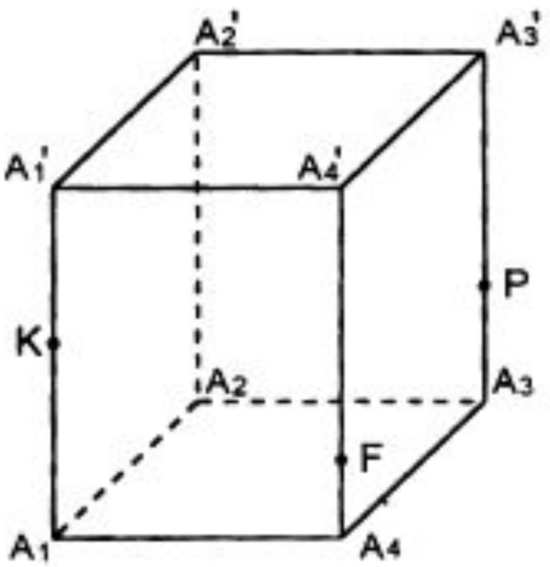


Рис. 39

ЗАДАЧИ

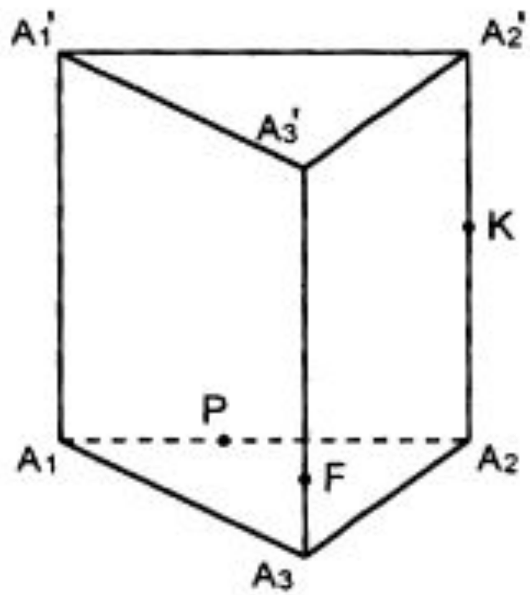
$A_1A_2\ldots A_nA_1'A_2'\ldots A_n'$ – призма. Построить сечение призмы плоскостью, проходящей через точки K, P и F.

1



Дано: $A_1A_2A_3A_4$ – параллелограмм.

2



СПАСИБО
ЗА
ВНИМАНИ
Е!