

*** Методы анализа основной тенденции (тренда) в рядах динамики**

Раднаев Ж.Н 3А02

*** Методы анализа основной тенденции в рядах динамики разделяются на две основные группы:**

- * Сглаживание или механическое выравнивание отдельных членов ряда динамики с использованием фактических значений соседних уровней.
- * Выравнивание с применением кривой, проведенной между конкретными уровнями таким образом, чтобы она отображала тенденцию, присущую ряду и одновременно освободила его от незначительных колебаний.

Пример.

**Покажем расчет скользящей средней за 3 и 4 месяца по
данным о товарных запасах торгового
объединения (табл 1).**

Месяцы	Товарные запасы, тыс. шт.	Трех-членные скользящие суммы	Трех-членные скользящие средние	Четырех-членные скользящие суммы	Трех-членные скользящие средние нецентри-рованные	Трех-членные скользящие средние центри-рованные
А	1	2	3	4	5	6
январь	13	-	-	-	-	-
февраль	15	-	13	-	-	-
март	11	39	14	-	13,8	14,4
апрель	16	42	15	55	15,0	14,9
май	18	45	16	60	14,8	15,8
июнь	14	48	17	59	16,8	17,0
июль	19	51	17	67	17,3	17,5
август	18	51	19	69	17,8	18,4
сентябрь	20	57	19	71	19,0	19,3
октябрь	19	57	20	76	19,5	20,1
ноябрь	21	60	21	78	20,8	-
декабрь	23	63	-	83	-	-

* Полиномы имеют следующий вид:

* полином первой степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1t$

* полином второй степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$

* полином третьей степени: $\bar{y}_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3$

* полином n-ой степени: $y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2 + \dots + a_nt^n$

* полином n-ой степени:

* Системы для расчета параметров полиномов невысоких степеней намного проще. Обозначим последовательные параметры полиномов как a_0, a_1, a_2 . Тогда системы нормальных уравнений для оценивания параметров прямой $y_t = a_0 + a_1 t$ примет вид:

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt \end{cases}$$

* Для параболы второго порядка ($y_t = a_0 + a_1t + a_2t^2$):

$$\begin{cases} na_0 + a_1 \sum t + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 + a_2 \sum t^3 = \sum yt \\ a_0 \sum t^2 + a_1 \sum t^3 + a_2 \sum t^4 = \sum yt^2 \end{cases}$$

* Решение системы (слайд 6)
относительно искомым параметров a_0 и
 a_1 дает:

$$a_0 = \frac{\sum y \sum t^2 - \sum t \sum yt}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$
$$a_1 = \frac{n \sum yt - \sum y \sum t}{n \sum t^2 - (\sum t)^2}$$

* В статической практике применяется упрощенный расчет параметров уравнений, который заключается в переносе начала координат в середину ряда динамики

$$\begin{cases} a_0 n = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

* Для параболы второго порядка:

$$\begin{cases} a_0 n + a_2 \sum t^2 = \sum y \\ a_1 \sum t^2 = \sum ty \\ a_0 \sum t^2 + a_2 \sum t^4 = \sum t^2 y \end{cases}$$

* При сглаживании ряда динамики по показательной кривой ($y_t = a \cdot b^t$) для определения параметров применяется метод наименьших квадратов к логарифмам исходных данных. Так, для нахождения параметров показательной функции необходимо решить следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} \sum \lg y = n \lg a + \lg b \sum t \\ \sum t \lg y = n \lg a \sum t + \lg b \sum t^2 \end{cases}$$

*Если , то параметры уравнения $\lg a_0$ и $\lg a_1$ находим по формулам:

$$\lg a = \frac{\sum \lg y}{n}, \lg b = \frac{\sum t \lg y}{\sum t^2}.$$

* Пример.

* Необходимо определить основную тенденцию ряда динамики поголовья коров в хозяйстве за 1995-2004 гг. по следующим данным (см. табл. 2).
Объем продаж (млн. руб.)

Годы	y	t	t ²	yt	
1995	36,3	-9	81	-326,7	37,45
1996	38,0	-7	49	-266,0	37,95
1997	38,3	-5	25	-191,5	38,45
1998	38,8	-3	9	-116,4	38,95
1999	40,1	-1	1	-40,1	39,45
2000	41,2	1	1	41,2	39,95
2001	41,6	3	9	124,8	40,45
2002	41,2	5	25	206,0	40,95
2003	40,5	7	49	283,5	41,45
2004	41,0	9	81	369,0	41,95
Итого	397,0	-	330	83,7	397,0

* Проиллюстрируем выравнивание по прямой.

Из данных таблицы 2. находим $\sum y = 397,0$;

* $\sum yt = 83,7$; $\sum t^2 = 330$.

$$a = \frac{397}{10} = 39,7; \quad b = \frac{83,7}{330} = 0,25.$$

* Отсюда

* Уравн $\bar{y}_t = 39,7 + 0,25t$ эй будет иметь вид:

По уравнению найдем расчетные значения выровненных рядов динамики.

* Полученное уравнение показывает, что объем продаж растет в среднем на 0,25 млн. руб. в год. Таким образом, величина параметра a_1 в уравнении прямой показывает среднюю величину абсолютного прироста выровненного ряда динамики.

* Сумма уровней эмпирического ряда ($\sum y_i$) полностью совпало с суммой расчетных значений выровненного ряда ($\sum \hat{y}_e$).

* Результаты произведенного аналитического выравнивания ряда динамики коров за 1995 - 2004 гг. и фактические данные отражены на рисунке 1.

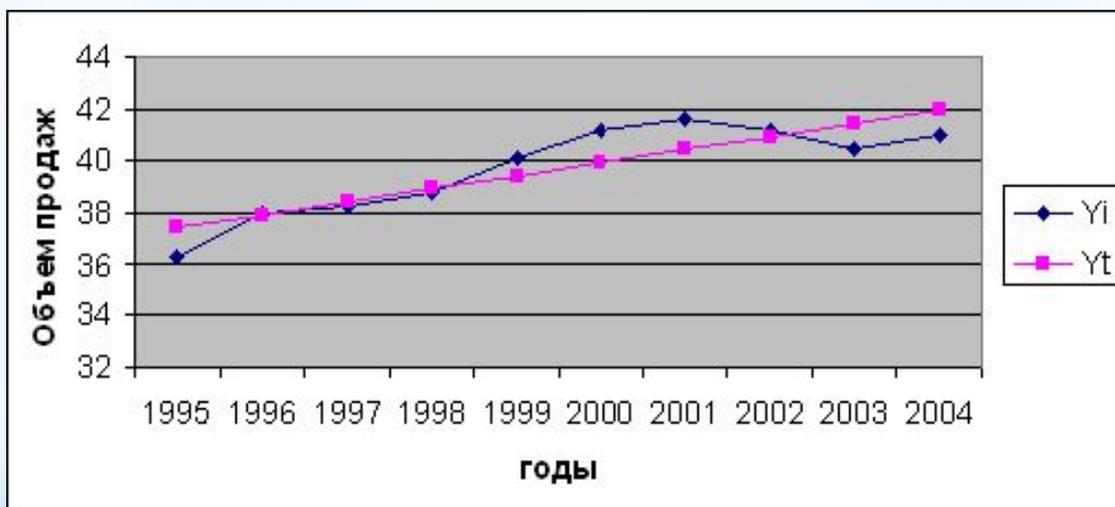


Рис. 1. Динамика объема продаж торговой компании за 1995-2004 гг.

*Спасибо за внимание.