Методы построения функции принадлежности

Методы построения функции принадлежности
Измерения

- Целью измерения является получение количественной информации о величине исследуемых объектов, под которыми понимаются реально существующие объекты (предметы, процессы, поля, явления и т.д.) материального мира, а также взаимодействия между ними.
- Задачи измерения могут быть как познавательными (изучение элементарных частиц, организма человека и т.д.), так и прикладными (управление конкретным технологическим процессом, контроль качества продукции). Получение и использование информации — характерное свойство кибернетических систем. Поэтому ***измерение** можно рассматривать как ту часть кибернетики, которая принимает в качестве объекта исследования предметы и явления окружающего мира, в качестве метода — эксперимент, а в качестве средства — измерительную технику.*

Методы построения функции принадлежности
Измерения

- Серьезной составной частью большинства научно-исследовательских работ являются измерения, позволяющие установить количественные соотношения и закономерности изучаемых явлений.
- "Надо измерять все измеримое и делать измеримым то, что пока не поддается измерению" (Галилео Галилей);
- "Наука начинается с тех пор, как начинают измерять; точная наука немыслима без меры" (Д.И.Менделеев);
- "Искусство измерения является могущественным орудием, созданным человеческим разумом для проникновения в законы природы" (Б.С.Якоби).
- Прогресс в области измерений способствовал и способствует многим новым открытиям, а достижения науки, в свою очередь, — совершенствованию методов и средств измерений (например, благодаря использованию лазеров, микроэлектроники и т.п.).

Методы построения функции принадлежности Измерения

- При проведении экспертиз важным условием успеха является возможность формализовать информацию, не поддающуюся количественному измерению, так, чтобы помочь принимающему решение выбрать из множества действий одно.
- Поэтому в вопросах, связанных с теорией измерений, основное место отводится понятию шкалы измерения.
- В зависимости от того, по какой шкале идет измерение, экспертные оценки содержат больший или меньший объем информации и обладают различной способностью к математической формализации.

Шкалы и размерности - виды

Измерение - процесс присвоения чисел характеристикам изучаемых объектов согласно определенному правилу.

Шкала - правило, в соответствии с которым объектам присваиваются числа.

Пять типов шкал измерений:

- **номинальная,**
- **порядковая,**
- **интервальная,**
- **относительная**
- **дихотомическая.**

Относительные и интервальные шкалы являются **числовыми**.

Номинальная шкала

- **Номинальная шкала** - шкала, содержащая только категории; данные в ней не могут упорядочиваться, с ними не могут быть произведены никакие арифметические действия

- Пример шкалы: *профессии, город проживания, семейное положение.*

- Применимы только операции: равно (=), не равно ().

Порядковая шкала

Порядковая шкала (ordinal scale) - шкала, в которой числа присваивают объектам для обозначения относительной позиции объектов, но не величины различий между ними.

- Измерения в порядковой шкале содержат информацию только о порядке следования величин, но не позволяют сказать "насколько одна величина больше другой", или "насколько она меньше другой".

- Пример такой шкалы: номер студента в рейтинге успеваемости (1-й, 23-й, и т.д.), при этом неизвестно, насколько один студент успешней другого, известен лишь его номер в рейтинге.

- Применимы только операции: равно (=), не равно (), больше (>), меньше (<).

Интервальная шкала

Интервальная шкала (interval scale) - шкала, разности между значениями которой могут быть вычислены, однако их отношения не имеют смысла.

- Эта шкала позволяет находить разницу между двумя величинами, обладает свойствами номинальной и порядковой шкал, а также позволяет определить количественное изменение признака.
- Пример шкалы: возраст от 35 до 39 лет, от 40 до 45. Нельзя сказать, что второй диапазон во столько-то раз выше.
- Применимы операции: равно (=), не равно (), больше (>), меньше (<), операции сложения (+) и вычитания (-).

Относительная шкала

Относительная шкала - шкала, в которой есть определенная точка отсчета и возможны отношения между значениями шкалы.

Пример шкалы: цена на картофель в супермаркете выше в 1,2 раза, чем цена на рынке.

Для этой шкалы применимы операции: равно (=), не равно (), больше (>), меньше (<), операции сложения (+) и вычитания (-), умножения (*) и деления (/).

Дихотомическая шкала

Дихотомическая шкала - шкала, содержащая только две категории.

- Пример такой шкалы: пол (мужской и женский).

Использования разных шкал для измерений свойств различных объектов

Множество измерений свойств различных объектов			
Номер объекта	**Профессия (номинальная шкала)**	**Средний бал (интервальная шкала)**	**Образование (порядковая шкала)**
1	слесарь	22	среднее
2	ученый	55	высшее
3	учитель	47	высшее

Методы измерений

- **Ранжирование**. При ранжировании эксперт располагает объекты в порядке предпочтения, руководствуясь одним или несколькими показателями сравнения.
- **Парная оценка или метод парных сравнений** представляет собой процедуру установления предпочтений объектов при сравнении всех возможных пар.
- **Непосредственная оценка** представляет собой процедуру приписывания объектам числовых значений по шкале интервалов. Эквивалентным объектам приписывается одно и то же число. Этот метод может быть осуществлен только при полной информированности экспертов о свойствах объектов. Вместо числовой оси может использоваться балльная оценка.
- **Последовательное сравнение** включает в себя ранжирование и непосредственную оценку.

Методы проведения групповой экспертизы

- очные и заочные;
- индивидуальные и коллективные;
- с обратной связью и без обратной связи.

- При очном методе проведения экспертизы эксперт работает в присутствии организатора исследования.
- При коллективном методе проведения экспертизы поставленная проблема решается сообща, "за круглым столом".
- При индивидуальном — каждый эксперт оценивает проблему, исходя из личного опыта и убеждений.
- Экспертиза с обратной связью (метод Дельфы) предусматривает проведение нескольких туров опроса и анонимное анкетирование. После каждого тура экспертные оценки обрабатываются, и результаты обработки сообщаются экспертам.
- Метод без обратной связи предусматривает один тур опроса при получении удовлетворительных результатов.

Особенности методов построения функции принадлежности

- Для теории нечетких множеств основополагающим понятием является понятие нечеткого множества, которое характеризуется функцией принадлежности. Посредством нечеткого множества можно строго описывать присущие языку человека расплывчатые элементы, без формализации которых нет надежды существенно продвинуться вперед в моделировании интеллектуальных процессов.
- Но основной трудностью, мешающей интенсивному применению теории нечетких множеств при решении практических задач, является то, что функция принадлежности должна быть задана вне самой теории и, следовательно, ее адекватность не может быть проверена средствами теории.
- В каждом существующем в настоящее время методе построения функции принадлежности формулируются свои требования и обоснования к выбору именно такого построения.

Особенности методов построения функции принадлежности

- Л.Заде предложил оценивать степень принадлежности числами из отрезка [0,1] . Фиксирование конкретных значений при этом носит субъективный характер.
- С одной стороны, для экспертных методов важным является характер измерений (первичный или производный) и тип шкалы, в которой получают информацию от эксперта и которая определяет допустимый вид операций, принимаемых к экспертной оценке.
- С другой стороны, имеются два типа свойств: те, которые можно непосредственно измерить, и те, которые являются качественными и требуют попарного сравнения объектов,

Методы построения функции принадлежности Прямые методы

Прямые методы определяются тем, что эксперт непосредственно задает правила определения значений функции принадлежности, характеризующей данное понятие. Эти значения согласуются с его предпочтениями на множестве объектов U следующим образом:

1. для любых $u_1, u_2 \in U$, $\mu_A(u_1) < \mu_A(u_2)$ тогда и только тогда, если u_2 предпочтительнее u_1, т.е. в большей степени характеризуется понятием A ;
2. для любых $u_1, u_2 \in U$, $\mu_A(u_1) = \mu_A(u_2)$ тогда и только тогда, если u_1 и u_2 безразличны относительно понятия A .

Примеры *прямых методов*: непосредственное задание функции принадлежности таблицей, формулой, перечислением. Заде обосновывает назначение *прямого метода* следующим образом: "По своей природе оценка является приближением. Во многих случаях достаточна весьма приблизительная характеризация набора данных, поскольку в большинстве основных задач, решаемых человеком, не требуется высокая точность. Человеческий мозг использует допустимость такой неточности, кодируя информацию, достаточную для решения задачи, элементами нечетких множеств, которые приближенно описывают исходные данные. Поток информации, поступающий в мозг через органы зрения, слуха, осязания и др., суживается таким образом в тонкую струйку информации, необходимой для решения поставленной задачи с минимальной степенью точности".

Методы построения функции принадлежности
Косвенные методы

В ***косвенных методах*** значения функции принадлежности выбираются таким образом, чтобы удовлетворять заранее сформулированным условиям. Экспертная информация является только исходными данными для дальнейшей обработки. Дополнительные условия могут налагаться как на вид получаемой информации, так и на процедуру обработки. Примерами дополнительных условий могут служить следующие: функция принадлежности должна отражать близость к заранее выделенному эталону; объекты множества U являются точками в параметрическом пространстве; результатом процедуры обработки должна быть функция принадлежности, удовлетворяющая условиям интервальной шкалы; при попарном сравнении объектов, если один объект оценивается в α раз сильнее, чем другой, то второй объект оценивается только в $1/\alpha$ раз сильнее, чем первый, и т.д.

Прямые методы для одного эксперта

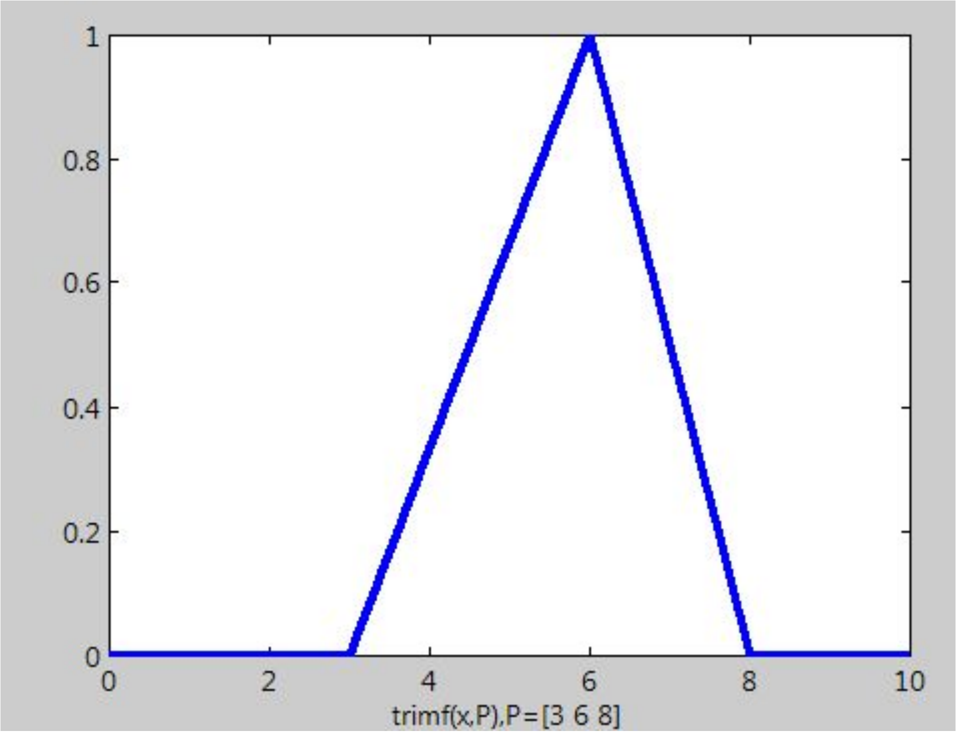
- Прямые методы для одного эксперта состоят в непосредственном задании функции, позволяющей вычислять значения.
- Используются, как правило, для измеримых понятий, таких как скорость, время, давление, температура и т.д.

Построение функции принадлежности на непрерывном множестве точек

- Выбор вида функции принадлежности и их параметров определяется в большей степени опытом, интуицией и другими субъективными факторами лица, принимающего решение. В следующей таблице приведены некоторые простейшие функции принадлежности, которые можно предложить эксперту.

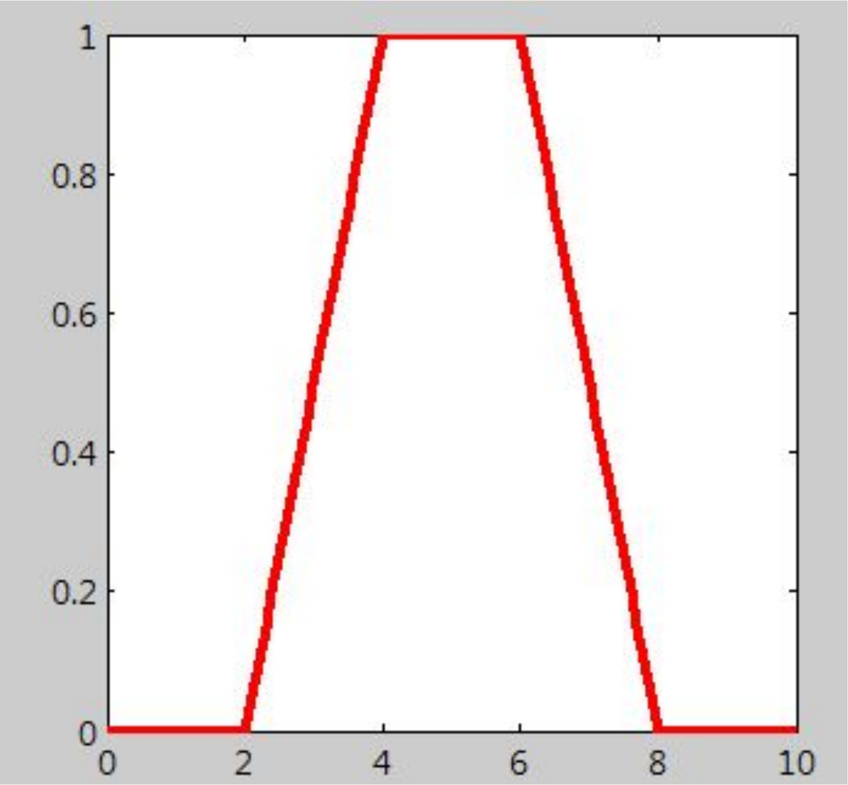
Типовые формы кривых
1. Треугольная (trimf)

$$f(x,a,b,c)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b,\\ \dfrac{c-x}{c-b}, & b\le x\le c\\ 0, & x>c\end{cases}$$



Типовые формы кривых
2. Трапециевидная (trapmf)

$$f(x,a,b,c)=\begin{cases}0, & x<a\\ \dfrac{x-a}{b-a}, & a\le x\le b,\\ 1, & b<x\le c,\\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c<x\le d\\ 0, & x>d\end{cases}$$

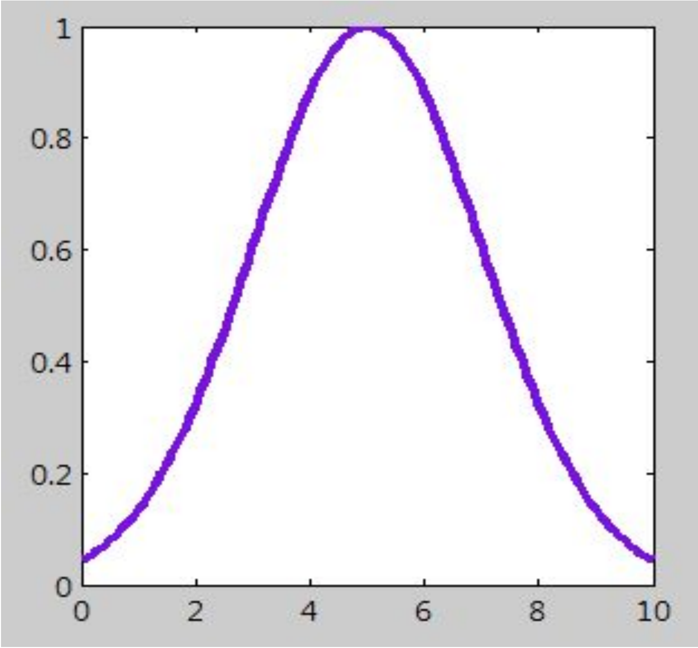


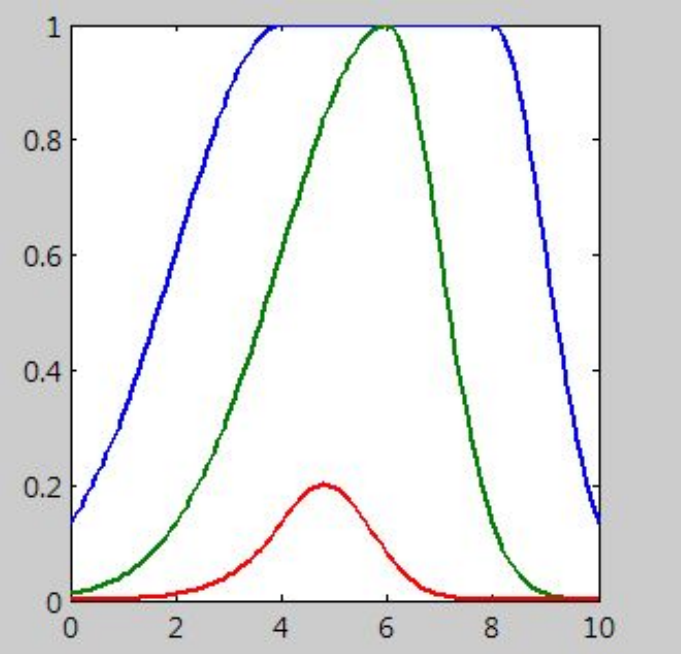
Типовые формы кривых
3. Гаусса (gaussmf, gauss2mf)

$$f(x,\sigma,c)=e^{\frac{-(x-c)^2}{2\sigma^2}}$$

```
y=gaussmf(x,[2 5]);
plot(x,y)
```

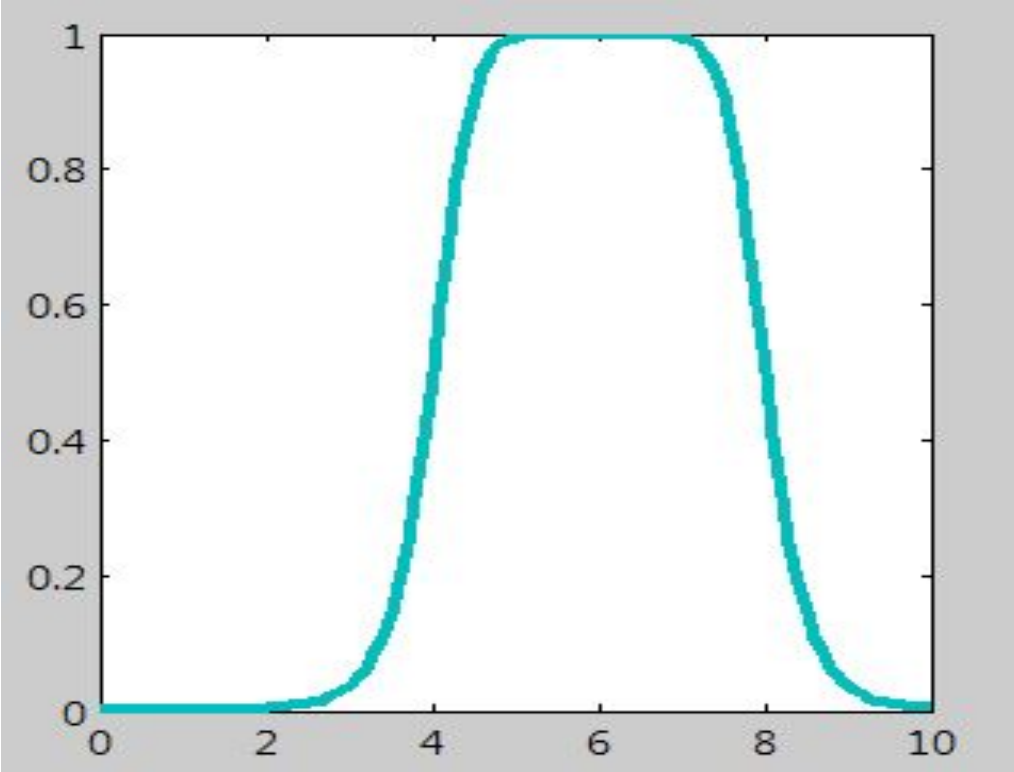
```
x=(0:0.1:10)';
y1=gauss2mf(x,[2 4 1 8]);
y2=gauss2mf(x,[2 6 1 6]);
y3=gauss2mf(x,[2 8 1 4]);
plot(x, [y1 y2 y3])
```





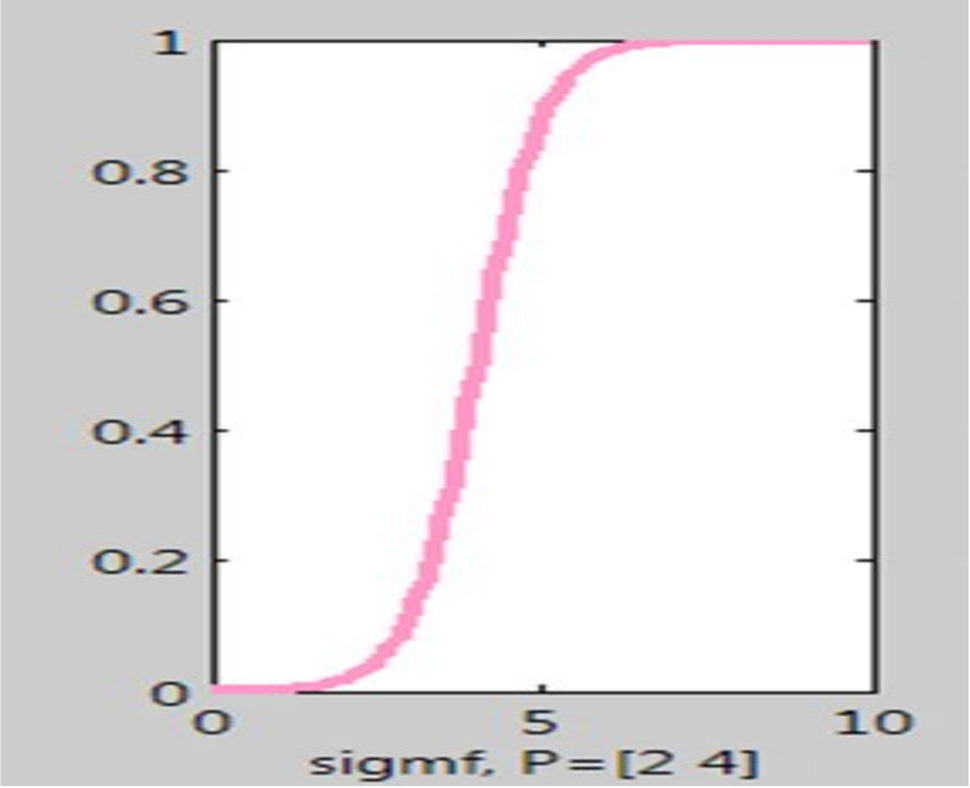
Типовые формы кривых
4. «Обобщенный колокол» (gbellmf)

$$f(x,a,b,c) = \frac{1}{1+\left|\frac{x-c}{a}\right|^{2b}}$$



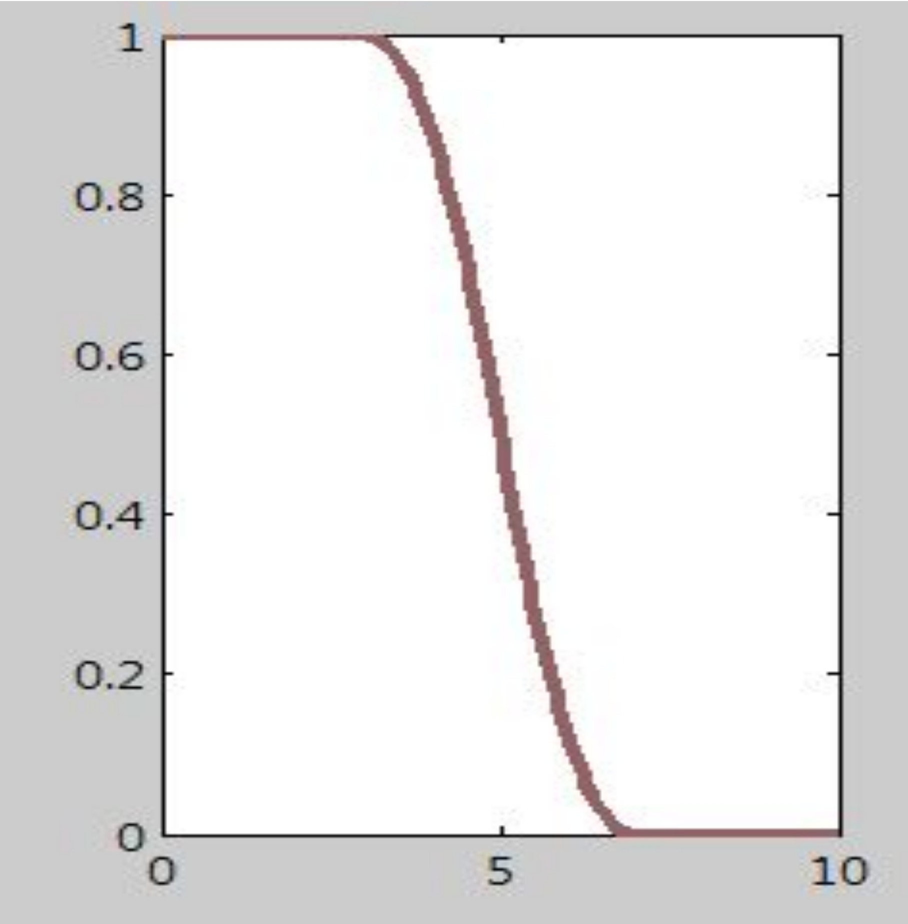
Типовые формы кривых
5. Сигмоидные (sigmf, dsigmf, psigmf)

$$f(x,a,c) = \frac{1}{1+e^{-a(x-c)}}$$



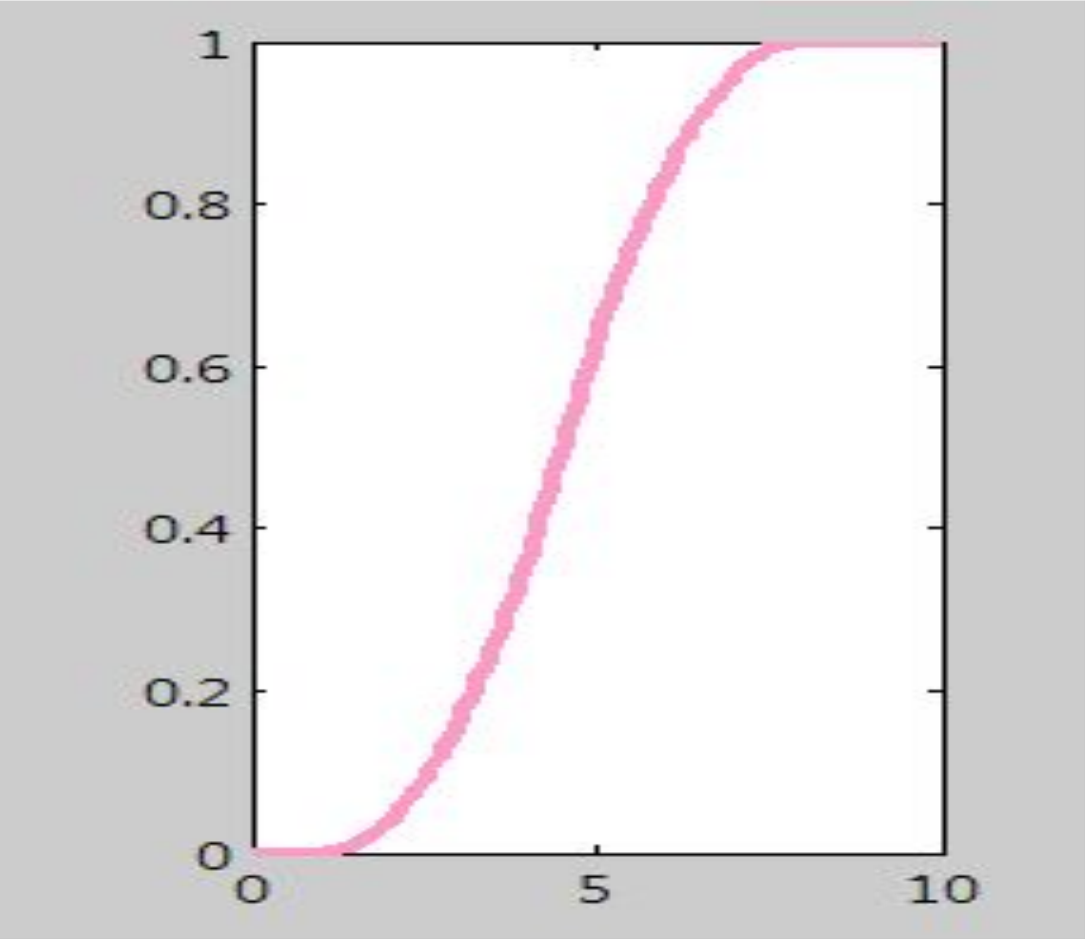
Типовые формы кривых
6. Z- функция (zmf)

```
subplot(1,3,1);
y=zmf(x,[3 7]);
plot(x,y)
```

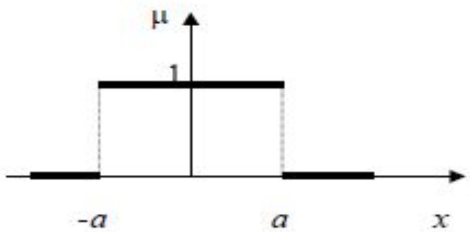
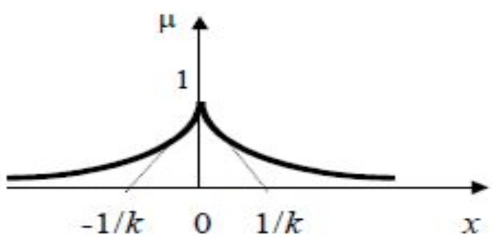
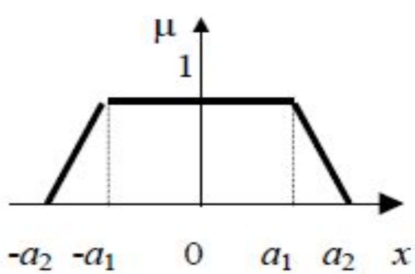


Типовые формы кривых
7. S-функция (smf)

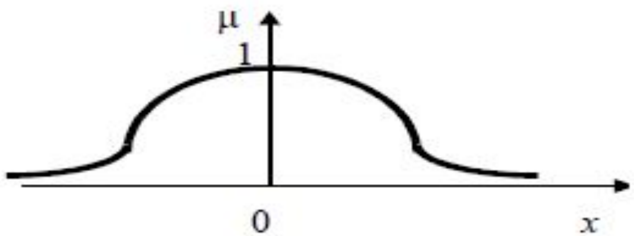
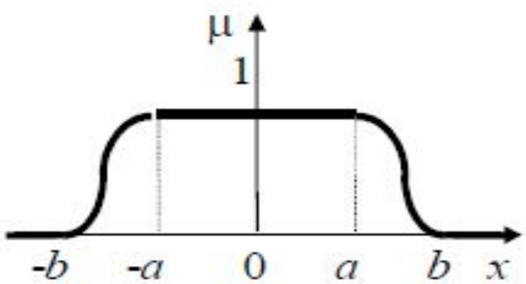
```
subplot(1,3,3);
y=smf(x,[1 8]);
plot(x,y)
```



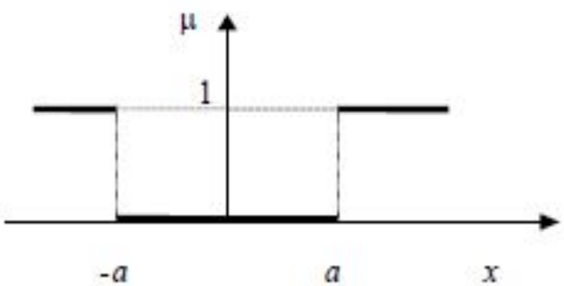
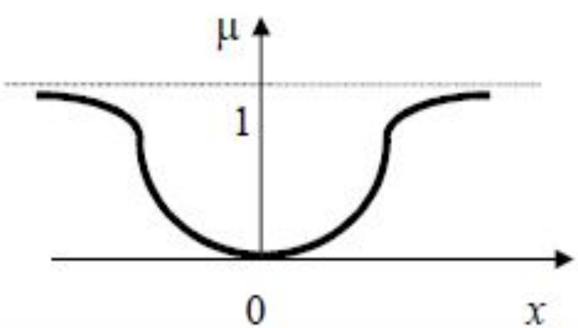
Построение функции принадлежности на непрерывном множестве точек

График	Функция
Функции степеней принадлежности утверждения "величина $\lvert x \rvert$ малая"	
	$\mu(x) = \begin{cases} 0, -\infty < x < -a \\ 1, -a \le x \le a \\ 0, a < x < \infty \end{cases}$
	$K > 1$ $\mu(x) = \begin{cases} e^{kx}, -\infty < x \le 0 \\ e^{-kx}, 0 \le x < \infty \end{cases}$
	$\mu(x) = \begin{cases} 0, -\infty < x \le -a_2 \\ \dfrac{a_2 + x}{a_2 - a_1}, -a_2 \le x \le a_1 \\ 1, -a_1 \le x \le a_1 \\ \dfrac{a_2 - x}{a_2 - a_1}, a_1 \le x < \infty \end{cases}$

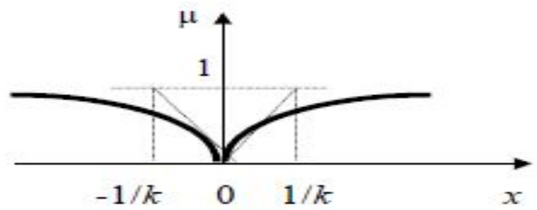
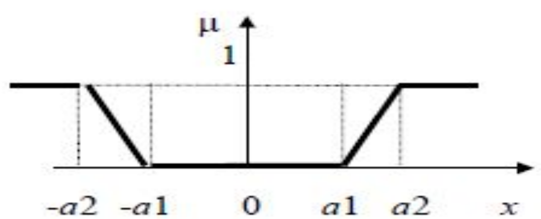
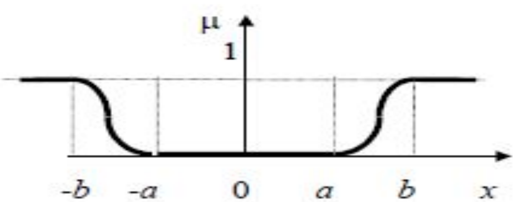
Построение функции принадлежности на непрерывном множестве точек

График	Функция
Функции степеней принадлежности утверждения "величина $\lvert x \rvert$ малая"	
	$\mu(x) = \dfrac{1}{1 + kx^2}\ ;\ k > 1$
	$\mu(x) = \begin{cases} 0; -\infty < x \le -b \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{b-a}\left(x + \frac{a+b}{2}\right); \\ -b \le x \le -a \\ 1; -a \le x \le a \\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{b-a}\left(x - \frac{a+b}{2}\right); \\ a \le x \le b \\ 0; b \le x < \infty \end{cases}$

Построение функции принадлежности на непрерывном множестве точек

График	Функция
Функции степеней принадлежности утверждения "величина $\lvert x \rvert$ большая"	
	$\mu(x) = \begin{cases} 1; -\infty \le x < -a \\ 0; -a \le x \le a \\ 1; a < x \le \infty \end{cases}$
	$k > 1$ $\mu(x) = \dfrac{kx^2}{1+kx^2} = \dfrac{1}{1+\dfrac{1}{kx^2}}$

Построение функции принадлежности на непрерывном множестве точек

График	Функция
Функции степеней принадлежности утверждения "величина $\lvert x\rvert$ большая"	
	$k > 1$ $\mu(x) = \begin{cases} 1 - e^{kx}; -\infty < x \le 0 \\ 1 - e^{-kx}; 0 \le x < \infty \end{cases}$
	$\mu(x) = \begin{cases} 1; -\infty < x < -a_2 \\ -\dfrac{x + a_1}{a_2 - a_1}; -a_2 \le x \le -a_1 \\ 0; -a_1 x \le a_1 \\ \dfrac{x - a_1}{a_2 - a_1}; a_1 \le x \le a_1 \\ 1; a_2 \le x < \infty \end{cases}$
	$\mu(x) = \begin{cases} 1; -\infty < x \le -b \\ \dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\sin\dfrac{\pi}{b - a}(x + \dfrac{a + b}{2}); \\ -b \le x \le -a \\ 0; -a \le x \le a \\ \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2}\sin\dfrac{\pi}{b - a}(x - \dfrac{a + b}{2}); \\ a \le x \le b \\ 1; b \le x < \infty \end{cases}$

Метод семантических дифференциалов

- (предложен Осгудом)
- Практически в любой области можно получить множество шкал оценок, используя следующую процедуру:

1. определить список свойств, по которым оценивается понятие (объект);
2. найти в этом списке полярные свойства и сформировать полярную шкалу;
3. для каждой пары полюсов оценить, в какой степени введенное понятие обладает положительным свойством.

- Совокупность оценок по шкалам была названа **профилем понятия**. Следовательно, вектор с координатами, изменяющимися от 0 до 1, также называется профилем. Профиль есть нечеткое подмножество положительного списка свойств или шкал.

Многомерная функция принадлежности

- В том случае, когда набор *нечетких множеств* $A_i,\ i = \overline{1,n}$ в U соответствует n различным свойствам рассматриваемого объекта, каждый элемент $x \epsilon U$ характеризуется вектором значений принадлежности $(\mu_1(x), \mu_2(x), \dots, \mu_n(x))$, выражающим степень соответствия этим свойствам. Таким образом, строится функция $\mu: U \to [0,1]^n$.

Пример. В задаче распознавания лиц можно выделить следующие шкалы:

X1	**Высота лба**	**Низкий-широкий**
X2	**Профиль носа**	**Горбатый-курносый**
X3	**Длина носа**	**Короткий-длинный**
X4	**Разрез глаз**	**Узкие-широкие**
X5	**Цвет глаз**	**Темные-светлые**
X6	**Форма подбородка**	**Остроконечный-квадратный**
X7	**Толщина губ**	**Тонкие-толстые**
X8	**Цвет лица**	**Смуглое-светлое**
X9	**Очертание лица**	**Овальное-квадратное**

Задайте каждый для себя свою функцию принадлежности.

Пример. Способ вычисления частичной принадлежности друг другу строгих множеств.

Способ вычисления частичной принадлежности друг другу строгих множеств. Пусть покрытием K обычного множества U является любая совокупность обычных подмножеств $\{A_1, \ldots, A_k\}$ множества U таких, что $A_i \neq \varnothing, \quad A_1 \cup \ldots \cup A_k = U$. В крайнем случае, когда для любых i, j $(i \neq j)$, $A_i \cap A_j = \varnothing$, имеет место разбиение U. Предположим, что имеется $B \subseteq U$, тогда B может рассматриваться как нечеткое подмножество K с функцией принадлежности

$$\mu_B(A_i) = \frac{|A_i \cap B|}{|A_i \cup B|},$$

где $|A|$ — мощность множества A.

Пример.

Пример. Пусть $U=\{1,2,\ldots,9\}$, $K=\{\{1,2,3,5\}$, $\{3,6,9\}$, $\{2,4,8\}$, $\{1,3,7\}$, $\{2,3,8\}\}=\{A_1,A_2,A_3,A_4,A_5\}$, $B=\{2,3,5,8,9\}$. Тогда, рассматривая B как нечеткое подмножество K, можно написать

$$B=\left\{\langle A_1,{}^1\!/_3\rangle,\ \langle A_2,{}^1\!/_3\rangle,\ \langle A_3,{}^1\!/_3\rangle,\ \langle A_4,{}^1\!/_7\rangle,\ \langle A_5,{}^3\!/_5\rangle\right\}.$$

Пример. Решение задачи многоцелевой оптимизации

Любое решение задачи многоцелевой оптимизации можно рассматривать как нечеткое подмножество значений целевой функции следующим образом. Пусть $f_1, \ldots, f_k$ – целевые функции, где $f_i : R^n \to R$, и пусть требуется решить задачу $f_i \to \max$ для всех i. Пусть $f_i^* < \infty$ – максимальное значение функции f_i и $C = \{f_1, \ldots, f_k\}$ – множество целевых функций, тогда любое значение x в области определения f_i можно рассматривать как нечеткое множество на C с вектором значений принадлежности

$$\mu_x = \langle \mu_1, \ldots, \mu_k \rangle, \quad \text{где } \mu_i = \frac{f_i^* - f_i(x)}{f_i^*}.$$

Построение функций принадлежности на счетном множестве на основе экспертных оценок (групповые прямые методы)

- Пусть имеется m экспертов, часть которых на вопрос о принадлежности элемента $x \in X$ нечеткому множеству A отвечает положительно. Обозначим их число через n1. Другая часть экспертов ($n2 = m - n1$) отвечает на вопрос отрицательно.
- Тогда функция принадлежности принимается $\mu A(x) = n1/(n1 + n2)$.

Косвенные методы для одного эксперта

- В обыденной жизни мы часто сталкиваемся со случаями, когда не существует элементарных измеримых свойств и признаков, которые определяют интересующие нас понятия, например, красоту, интеллектуальность. Бывает трудно проранжировать степень проявления свойства у рассматриваемых элементов. Так как степени принадлежности рассматриваются на данном реальном множестве, а не в абсолютном смысле, то интенсивность принадлежности можно определять, исходя из попарных сравнений рассматриваемых элементов.
- Среди *косвенных методов* определения функции принадлежности наибольшее распространение получил *метод парных сравнений*.

Косвенные методы построения функции принадлежности на счетном множестве на основе количественного парного сравнения степеней принадлежности

Результатом опроса эксперта является матрица M = || mij ||, i, j = 1, …, n, где n – число точек, в которых сравниваются значения функции принадлежности. Число mij показывает, во сколько раз, по мнению эксперта, степень принадлежности μA(xi) больше μA(xj).
При этом эксперт оперирует понятиями, представленными в таблице (9 балльная шкала Саати).

Смысл	Mij
отсутствие преимущества μ(xi) над μ(xj)	1
слабое преимущество μ(xi) над μ(xj)	3
существенное преимущество μ(xi) над μ(xj)	5
явное преимущество μ(xi) над μ(xj)	7
абсолютное преимущество μ(xi) над μ(xj)	9
промежуточные сравнительные оценки	2, 4, 6, 8

Косвенные методы построения функции принадлежности на счетном множестве на основе количественного парного сравнения степеней принадлежности

- Эта матрица обладает следующими свойствами:
- она диагональная
- ее элементы, которые симметричны относительно главной диагонали, связаны зависимостью: $M_{ij} = {}^{1}/_{M_{ji}}$
- она транзитивна, т.е. $M_{ik} * M_{kj} = M_{ij}$
- Наличие этих свойств приводит к тому, что при известных элементах одной строки матрицы легко определить элементы всех других строк.
- Если известна k-я строка, т.е. элементы M_{ki}, $i = \overline{1,n}$, то

$$M_{ij} = \frac{M_{kj}}{M_{ki}}$$

Косвенные методы построения функции принадлежности на счетном множестве на основе количественного парного сравнения степеней принадлежности

- Далее, определить значение функции принадлежности μA в точках x1, x2, …, xn можно, используя формулу:

$$\mu_A(x_i) = \frac{m_{ij}}{\sum_{i=1}^{n} m_{ij}}, \quad \mu_A(x_i) = \frac{\sum_{j=1}^{n} M_{ij}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n} M_{ij}}$$

- где j – произвольный столбец матрицы M.

Косвенные методы для группы экспертов. Определение функции принадлежности на основе интервальных оценок (метод Шера)

- Пусть интервал $[x_{ji}, x'_{ji}]$ отражает мнение i -го эксперта, $i > 1$, $(i = \overline{1, m})$ о значении j -го ($j = \overline{1, n}$) признака оцениваемого понятия . Тогда полным описанием этого понятия i-м экспертом является гиперпараллелепипед $\theta_i = [x_{1i}, x'_{1i}] \times \ldots \times [x_{ni}, x'_{ni}]$
- Далее приводится процедура, позволяющая вычислять коэффициенты компетентности экспертов, а также сводить исходную "размытую" функцию (усредненные экспертные оценки) к характеристической функции неразмытого, четкого множества.

Косвенные методы для группы экспертов. Определение функции принадлежности на основе интервальных оценок (метод Шера)

1. Рассматривая для каждого признака j все интервалы, предложенные экспертами, находим связанное покрытие их объединения, состоящее из непересекающихся интервалов, концами которых являются только концы исходных интервалов:
$$[x_{jk}, x'_{jk}], \qquad j = 1, \ldots, n, \quad k = 1, \ldots, m_j - 1.$$
2. Образуем на основе полученных покрытий непересекающиеся гиперпараллелепипеды:
$$T_k = [x_{ik}, x'_{ik}] \times \ldots \times [x_{nk}, x'_{nk}], \qquad k = 1, \ldots, m'.$$
3. Вычисляем для $x \in T_k$.
$$\varphi_i(x) = \begin{cases} 1, & \text{если } T_k \cap \theta_i \neq \varnothing, \\ 0, & \text{если } T_k \cap \theta_i = \varnothing. \end{cases}$$
4. Полагаем номер итерации $l = 1$.
5. Вводим коэффициенты компетентности
$$\{\lambda_i^l\}_{i=1}^m = \{1/m\}_{i=1}^m.$$
6. Вычисляем приближение функции принадлежности при нормированных λ_i, т.е. $\sum \lambda_i^l = 1$:
$$f^l(x) = \sum_{i=1}^m \varphi_i(x)\lambda_i^l, \qquad x \in T_k, \quad k = 1, \ldots, m'.$$

Косвенные методы для группы экспертов. Определение функции принадлежности на основе интервальных оценок (метод Шера)

7. Вычисляем функционал рассогласования мнения i -го эксперта с мнением экспертного совета на l -й итерации:

$$\delta_i^l = \sum_{\substack{x \in T_k \\ k=1,\dots,m'}} [f^l(x) - \varphi_i(x)]^2, \qquad i = 1, \dots, m.$$

8. Вычисляем $\Delta = \sum_{i=1}^{m} 1/\delta_i^l$.

9. Присваиваем $l = l + 1$.

10. Вычисляем $\lambda_i^l = \Delta/\delta_i^{l-1}$.

11. Если величина $\max|\lambda_i^{l-1} - \lambda_i^l|$ близка к нулю, то вычисления прекращаем и приближением функции принадлежности считаем $f(x) = \mu_S(x)$, в противном случае возвращаемся к шагу 6.