Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б.Н.Ельцина

Методы прогнозирования нагрузок и электропотребления

Обзор методов прогнозирования нагрузок и электропотребления

Характеристика методов прогнозирования нагрузок и электропотребления

Условия прогнозирования

- Сроки прогнозирования - от 1-2 до 20-30 лет
- Территориальность - от отдельных потребителей до ОЭС

Показатели прогнозирования

- Годовое электропотребление Wг
- Годовой максимум нагрузки Pг max
- Графики нагрузок характерных суток
- Основные параметры графиков нагрузок
- Годовой график суточных максимумов

Многообразие условий и показателей прогнозирования определяют многообразие методов прогнозирования

Методы прогнозирования

Методы «прямого счета»

Нормативный метод

Технологический метод

Метод анализа заявок потребителей

Математические модели прогнозирования

Регрессионные модели

Факторно-регрессионные модели

Экономико-статистические

Эконометрические методы)

Нормативный метод

Основа - **нормы расхода энергии по основным видам продукции и секторам экономики**

Результат - **прогноз максимальной нагрузки и электропотребления**

Применение - **крупные территориальные единицы (узлы сети и энергорайоны)**

Технологический метод

Основа - **нормы расхода энергии по видам продукции, учет: энергосбережения, эффективного использования энергии, обоснования режимов работы электроприемников и рациональных видов энергоносителей**

Результат - **прогноз максимальной нагрузки и электропотребления**

Применение - **отдельные предприятия**

Метод обработки заявок потребителей

Основа – заявки потребителей на мощность, энергию

Результат - прогноз максимальной нагрузки и электропотребления

Применение - отдельные районы и узлы сети

Недостаток – снижение эффективности метода по мере увеличения количества потребителей и укрупнения территориального подразделения

Математические модели прогнозирования

Математические модели прогнозирования - аналитические зависимости между Y и X

Моделируемый показатель Y
(электропотребление, нагрузка, показатель баланса и т.д.)

Вектор независимых параметров X
(время, народно-хозяйственные параметры и т.д.)

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

Математические модели прогнозирования

Основа – статистические выборочные совокупности моделируемых показателей и независимых параметров

Результат - прогноз максимальной нагрузки и электропотребления

Применение – от отдельных энергоузлов до ОЭС

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !

Построение математических моделей прогнозирования нагрузок и электропотребления

Математические модели прогнозирования

Этапы построения математических моделей прогнозирования

1. Отбор информативных и независимых параметров

2. Выдвижение гипотезы о виде модели

3.Точечная оценка коэффициентов регрессионной модели

4. Проверка состоятельности гипотезы о виде модели

5. Интервальная оценка коэффициентов модели

6. Прогнозирование по регрессионной модели

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Отбор информативных и независимых параметров

Используемый метод - корреляционный анализ

Содержание – установление корреляционных связей между:

- показателем Y и вектором параметров $\overline{X}$;
- параметрами $x_i, x_j;\ i, j = 1, \ldots, n\ ;\ i \neq j$.

Отбор информативных и независимых параметров

Исходная статистическая совокупность размера *N*

Вектор прогнозируемого показателя

Матрица независимых параметров

$$\vec{Y} = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_k \\ \vdots \\ y_N \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1i} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2i} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{ki} & \cdots & x_{kn} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Ni} & \cdots & x_{Nn} \end{vmatrix}$$

Отбор информативных и независимых параметров

Коэффициенты парной корреляции r_{yx_i} **и** $r_{x_i x_j}$

$$r_{y\,x_i} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N}\left[x_{k\,i} - M(x_i)\right]\cdot\left[y_k - M(y)\right]}{N \cdot S_{x_i} \cdot S_y} = \frac{\sum\limits_{k=1}^{N} Z_{x_{k\,i}} \cdot Z_{y_k}}{N}$$

Практическое условие значимости коэффициентов корреляции

$$r_{yx_i} \geq r_{кр} \approx 0,8 \qquad r_{x_i x_j} \geq r_{кр} \approx 0,5$$

Отбор информативных и независимых параметров

Математические ожидания $M(x_i)$ и $M(y)$

$$M(x_i) = \frac{\sum_{k=1}^{N} x_{ki}}{N} \qquad M(y) = \frac{\sum_{k=1}^{N} y_k}{N}$$

Несмещенные оценки дисперсий $S^2(x_i)$ и $S^2(y)$

$$S_{x_i}^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N}\left[x_{k\,i} - M(x_i)\right]^2}{N-1} \qquad S_y^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N}\left[y_k - M(y)\right]^2}{N-1}$$

Отбор информативных и независимых параметров

Матрица коэффициентов парной корреляции R

$$
\mathbf{R} = \begin{bmatrix}
r_{x_1x_1} & r_{x_1x_2} & \cdots & r_{x_1x_i} & \cdots & r_{x_1x_n} & r_{x_1y} \\
 & r_{x_2x_2} & \cdots & r_{x_2x_i} & \cdots & r_{x_2x_n} & r_{x_2y} \\
 & & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & r_{x_ix_i} & \cdots & r_{x_ix_n} & r_{x_iy} \\
 & & & & \vdots & \vdots & \vdots \\
 & & & & & r_{x_nx_n} & r_{x_ny} \\
 & & & & & & r_{yy}
\end{bmatrix}
$$

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Выдвижение гипотезы о виде регрессионной модели

$$y = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n$$

Используемый метод - анализ (графический, аналитический, привлечение экспертов) статистической совокупности

$$y = f(x_1; x_2, \ldots, x_n)$$

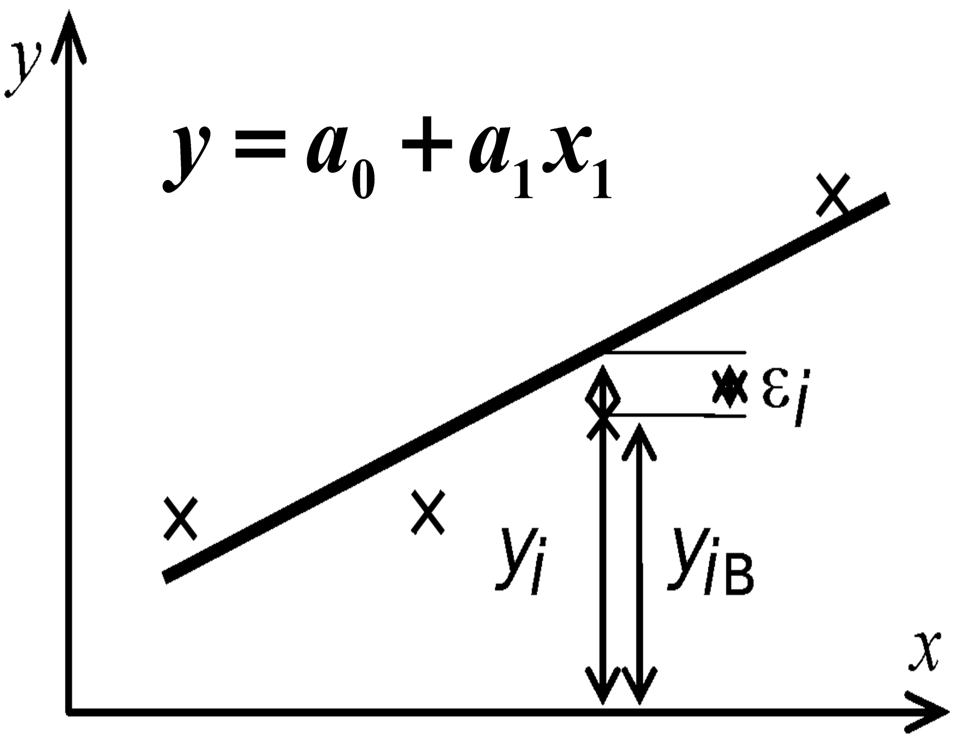
Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Точечная оценка коэффициентов регрессионной модели

Основа - метод наименьших квадратов

$$y = a_0 + a_1 x_1$$



Обозначения переменных:

y_{iB} - выборочное значение прогнозируемого показателя;

y_i - оценка по модели прогнозируемого показателя;

ε_i - ошибка моделирования.

$$\varepsilon_B = y_{ii} - y$$

Точечная оценка коэффициентов регрессионной модели

Сущность метода наименьших квадратов

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{N} \left(y_{i\,\text{в}} - y_i \right)^2 \to \min$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_0} = 0$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial a_1} = 0$$

$$a_1 = \frac{\sum_{k=1}^{N} \left[x_k - M(x) \right] \left[y_k - M(y) \right]}{\sum_{k=1}^{N} \left[x_k - M(x) \right]^2}$$

$$a_0 = M(y) - a_1 M(X)$$

Точечная оценка коэффициентов регрессионной модели

Построение многомерных регрессионных моделей

$$\overline{\mathrm{Y}}_{\mathrm{B}} = \mathrm{X}\overline{\mathrm{A}} + \overline{\mathrm{E}} \Rightarrow \overline{\mathrm{A}} = \left(\mathrm{X}^t\mathrm{X}\right)^{-1}\mathrm{X}^t\overline{\mathrm{Y}}_{\mathrm{B}}$$

$$\overline{\mathrm{Y}}_{\mathrm{B}} = \begin{vmatrix} y_{1\mathrm{B}} \\ y_{2\mathrm{B}} \\ \vdots \\ y_{N\mathrm{B}} \end{vmatrix} \quad \mathrm{X} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nn} \end{vmatrix} \quad \overline{\mathrm{A}} = \begin{vmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{vmatrix} \quad \overline{\mathrm{E}} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{vmatrix}$$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2 = \mathrm{E}^t\mathrm{E} = \left(\mathrm{Y}_{\mathrm{B}} - \mathrm{AX}\right)^t\left(\mathrm{Y}_{\mathrm{B}} - \mathrm{AX}\right) \to \min$$

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Проверка состоятельности гипотезы о виде модели

Анализ адекватности модели

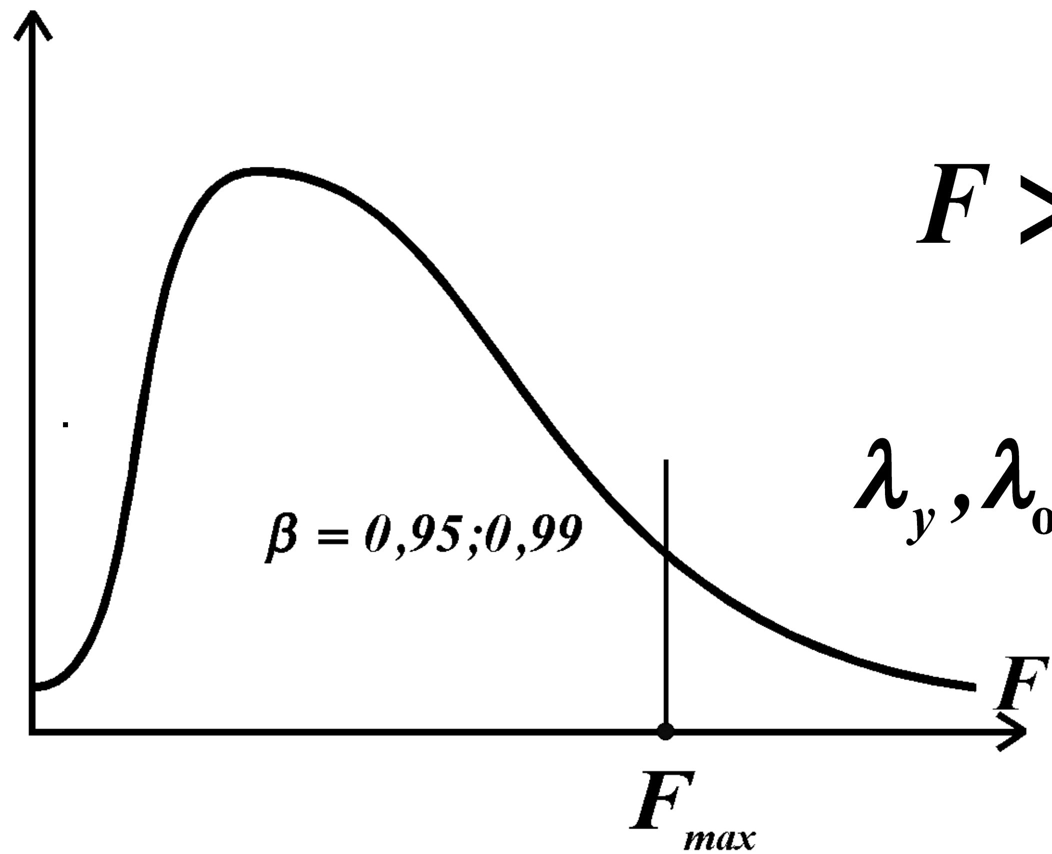
Модель адекватна $\Rightarrow$ $S_y^2 \gg S_{\text{ош}}^2$

$$S_{\text{ош}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2}{N - n} \qquad S_y^2 = \frac{\sum_{k=1}^{N} \left[y_k - M(y) \right]^2}{N - 1}$$

Метод сравнения $\Rightarrow$ Оценка по статистическому критерию Фишера

Проверка адекватности модели

Распределение Фишера



Модель адекватна

$$F >> F_{max}(\beta, \lambda_y, \lambda \quad)$$

$\lambda_y, \lambda_{ош}$ – число степеней свободы дисперсий $S_y^2, S_{ош}^2$

$$F = \frac{S_y^2}{S_{ош}^2}$$

Проверка отсутствия авторегрессии

Авторегрессия – взаимозависимость ошибок соседних наблюдений

Метод проверки → Оценка по статистическому критерию Дарбина-Ватсона D

$$D = 2 \cdot \left(1 - \frac{\sum_{i=2}^{N} \varepsilon_i \cdot \varepsilon_{i-1}}{\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i^2} \right)$$

Авторегрессия отсутствует

$$1{,}5 \le \mathrm{D} \le 2{,}5$$

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Интервальная оценка коэффициентов регрессионной модели

Ошибка коэффициента a_i $\Rightarrow$ $$S_{a_i} = S_{\text{ош}} \sqrt{\left(X^t X\right)^{-1}_{ii}}$$

Интервальная оценка Коэффициента a_i $\Rightarrow$ $$\left| \pm \Delta a_i \right| \le S_{a_i} \tau_{max}$$

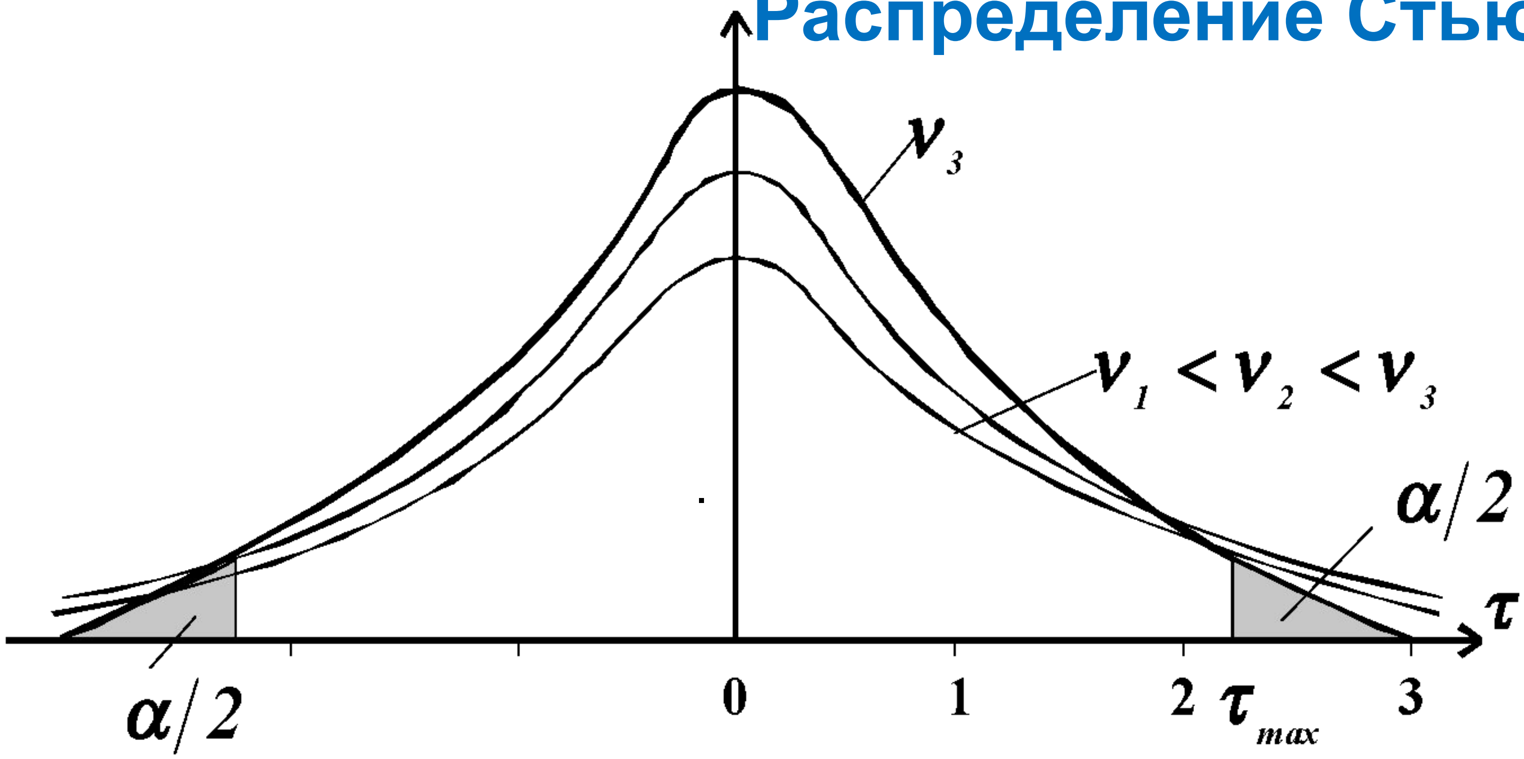
$$Y = \sum_{i=1}^{n} \left(a_i \pm \Delta a_i\right) x_i$$

$$\tau = \frac{a_i}{S_{a_i}}$$

Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Интервальная оценка коэффициентов регрессионной модели

Распределение Стьюдента



Этапы формирования математических моделей прогнозирования

Прогнозирование по регрессионной модели

- Точечные оценки прогнозируемого показателя

$$Y_j = \sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij}$$

$j = N+1, \ldots, T$ прогнозный период

x_{ij} - прогнозные значения параметра i

$$i = 1, 2, \ldots, n$$

Интервальные оценки прогнозируемого показателя

$$S_j = S_{\text{ош}} \sqrt{1 + \mathbf{X}_j \left(\mathbf{X}^t \mathbf{X}\right)^{-1} \mathbf{X}_j^t},$$

$$S_j = S_{\text{ош}} \sqrt{1 + \begin{bmatrix} x_{j1} & x_{j2} & \dots & x_{jn} \end{bmatrix} \cdot \left[\left(\mathbf{X}^t \mathbf{X}\right)^{-1}\right] \cdot \begin{bmatrix} x_{j1} \\ x_{j2} \\ . \\ x_{jn} \end{bmatrix}}$$

Интервальная оценка

$$\left| Y_j \pm \Delta Y_j \right| \leq \tau_{max} S_j$$

Максимальное значение доверительного интервала прогнозируемого показателя Y

$$\Delta Y_j = S_j \tau_{max} \qquad \beta = 0{,}95 \div 0{,}99$$

$$\nu = N - n$$

.

Авторегрессионные модели прогнозирования

$$D<1,5 \text{ и } D>2,5$$

Наличие

АВТОРЕГРЕССИИ

$$y_t = a_0 + a_1 y_{(t-1)} + a_2 y_{(t-2)} + \dots + a_n y_{(t-n)}$$

$$t = n+1, n+2, \dots N+n$$

Формирование модели

$$
\mathbf{Y}_{в} = \left|\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \\ \hdashline y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \vdots \\ y_N \\ \hdashline \vdots \\ y_{N+n} \end{array}\right|
\begin{array}{l} \left.\vphantom{\begin{array}{c} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \vdots \\ y_N \end{array}}\right\} N \\ \left.\vphantom{\begin{array}{c} \vdots \\ y_{N+n} \end{array}}\right\} n \end{array}
$$

$$
\begin{array}{cc}
 & \begin{array}{cccccc} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_{n-1} & a_n \end{array} \\
\mathbf{X} = & \left|\begin{array}{cccccc}
1 & - & - & \cdots & - & - \\
1 & y_1 & - & \cdots & - & - \\
1 & y_2 & y_1 & \cdots & - & - \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & y_{n-1} & y_{n-2} & \cdots & y_1 & \\
\hdashline
1 & y_n & y_{n-1} & \cdots & y_2 & y_1 \\
1 & y_{n+1} & y_n & \cdots & y_3 & y_2 \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & y_{N-n-1} & y_{N-n} \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
1 & y_{N+n-1} & y_{N+n-2} & \cdots & y_{N+1} & y_N
\end{array}\right|
\end{array}
$$

N (brace on the left of the rows from y_n to y_{N+n-1})

Пример

$$Y_в = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \\ y_5 \\ y_6 \\ y_7 \\ y_8 \\ \hline y_9 \\ y_{10} \end{vmatrix}$$

$$X = \begin{array}{l} \quad\begin{array}{ccc} a_0 & a_1 & a_2 \end{array} \\ \left.\begin{vmatrix} 1 & - & - \\ 1 & y_1 & - \end{vmatrix}\right\} n = 2 \\ \hline \left.\begin{vmatrix} 1 & y_2 & y_1 \\ 1 & y_3 & y_2 \\ 1 & y_4 & y_3 \\ 1 & y_5 & y_4 \\ 1 & y_6 & y_5 \\ 1 & y_7 & y_6 \\ 1 & y_8 & y_7 \\ 1 & y_9 & y_8 \end{vmatrix}\right\} N = 8 \end{array}$$

$$y_t = a_0 + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2}$$

1-й шаг прогноза:

$$y_{t+1} = a_0 + a_1 y_t + a_2 y_{t-1} + \dots + a_n y_{t-(n-1)}$$

2-й шаг прогноза:

$$y_{t+2} = a_0 + a_1 y_{t+1} + a_2 y_t + \dots + a_n y_{t-(n-2)}$$

$$\dots$$

m–й шаг прогноза:

$$y_{t+m} = a_0 + a_1 y_{t+m-1} + a_2 y_{t+m-2} + \dots + a_n y_{(t+m)-n}$$

Учет изменения тенденций при прогнозировании

Учет изменения тенденций в регрессионных моделях

$$y_{\text{в}\,j} = a_0 + a_1 x_{j1}, \qquad j = 1,\dots,N$$

$$a_{0j} = b_0' + b_1' t_j;$$

$$a_{1j} = b_0'' + b_1'' t_j.$$

$$\Downarrow$$

$$y_{\text{в}\,j} = b_0' + b_1' t_j + b_0'' x_{j1} + b_1'' t_j x_{j1}$$

Вектор выборочных значений прогнозируемого показателя $\mathbf{Y}_{\text{в}}$, матрица $\mathbf{X}$, вектор коэффициентов модели $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{Y}_{\text{в}} = \begin{vmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_N \end{vmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{vmatrix} 1 & 1\cdot t_1 & x_{11} & x_{12}\cdot t_1 \\ 1 & 1\cdot t_2 & x_{21} & x_{21}\cdot t_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1\cdot t_j & x_{j1} & x_{j1}\cdot t_j \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1\cdot t_N & x_{N1} & x_{N1}\cdot t_N \end{vmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{vmatrix} b'_0 \\ b'_1 \\ b''_0 \\ b''_1 \end{vmatrix}$$

Многомерный случай

$$y_j = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i x_{ij}$$

$$j = 1, \ldots, N$$

$$\mathbf{Y}_{\text{в}} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_j \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1n} & t_1 & x_{11}t_1 & \cdots & x_{1n}t_1 \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2n} & t_2 & x_{21}t_2 & \cdots & x_{2n}t_2 \\ 1 & x_{31} & \cdots & x_{3n} & t_3 & x_{31}t_3 & \cdots & x_{3n}t_3 \\ & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \cdots & x_{Nn} & t_N & x_{N1}t_N & \cdots & x_{Nn}t_N \end{bmatrix}$$

Учет изменения тенденций в авторегрессионных моделях

$$y_t = a_0 + \sum_{i=1}^{n} a_i y_{t-i} \qquad t = n+1, \ldots, N+n$$

$$a_0 = b_{00} + b_{10} t,$$

$$\vdots$$

$$a_i = b_{0i} + b_{1i} t, \text{ где } i = 1, 2, \ldots, n,$$

$$y_t = b_{00} + b_{10} t + \sum_{i=1}^{n} b_{0i} y_{t-i} + \sum_{i=1}^{n} b_{1i} y_{t-i} t$$

Вектор выборочных значений прогнозируемого показателя $\mathbf{Y}_{\text{в}}$, матрица $\mathbf{X}$, вектор коэффициентов модели $\mathbf{A}$:

$$\mathbf{A}^t = \begin{bmatrix} b_{00} & b_{01} & b_{02} & \cdots & b_{0n} & b_{10} & b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Y}_{\text{в}} = \begin{vmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \\ y_{n+1} \\ y_{n+2} \\ \vdots \\ y_N \\ \vdots \\ y_{N+n} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{X} = \begin{vmatrix} 1 & - & - & \cdots & - & t_1 & - & \cdots & - \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{n-1} & y_{n-2} & \cdots & - & t_n & y_{n-1}t_n & \cdots & - \\ 1 & y_n & y_{n-1} & \cdots & y_1 & t_{n+1} & y_n t_{n+1} & \cdots & y_1 t_{n+1} \\ 1 & y_{n+1} & y_n & \cdots & y_2 & t_{n+2} & y_{n+1}t_{n+2} & \cdots & y_2 t_{n+2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & y_{N-n} & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{N-1} & y_{N-2} & \cdots & \vdots & t_N & y_{N-1}t_N & \cdots & y_{N-n}t_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & y_{N+n-1} & y_{N+n-2} & \cdots & y_N & t_{N+n} & y_{N+n-1}t_{N+n} & \cdots & y_N t_{N+n} \end{vmatrix}$$

Модели прогнозирования с дисконтированием

Система нормальных уравнений

$$\mathbf{X}^t\mathbf{B}_D\mathbf{X}\bar{\mathbf{A}} = \mathbf{X}^t\mathbf{B}_D\bar{\mathbf{Y}}_B$$

$$\bar{\mathbf{B}} = \begin{vmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_t \\ \vdots \\ \beta_N \end{vmatrix} \qquad \mathbf{B}_D = \begin{vmatrix} \beta_1 & & & & \\ & \ddots & & & \\ & & \beta_t & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & \beta_N \end{vmatrix}$$

β_t - коэффициент дисконтирования

Модели прогнозирования с дисконтированием

$$\mathbf{X}_\beta^t \mathbf{X}_\beta \mathbf{A} = \mathbf{X}_\beta^t \mathbf{Y}_\beta$$

$$\mathbf{Y}_\beta = \begin{vmatrix} y_{\text{В}1}\sqrt{\beta_1} \\ \vdots \\ y_{\text{В}t}\sqrt{\beta_t} \\ \vdots \\ y_{\text{В}N}\sqrt{\beta_N} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{X}_\beta = \sqrt{\mathbf{B}_D} \cdot \mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_{11}\sqrt{\beta_1} & x_{12}\sqrt{\beta_1} & \cdots & x_{1n}\sqrt{\beta_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{t1}\sqrt{\beta_t} & x_{t2}\sqrt{\beta_t} & \cdots & x_{tn}\sqrt{\beta_t} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1}\sqrt{\beta_N} & x_{N2}\sqrt{\beta_N} & \cdots & x_{Nn}\sqrt{\beta_N} \end{vmatrix}$$

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н.Ельцина

Прогнозирование в иерархических системах

Условие согласования

$$\sum_{i=1}^{m} y_{i_t} = y_{\Sigma_t} \qquad t = t_{N+1}, \ldots, t_T$$

$y_{\Sigma t}$ - прогнозируемое значение показателя для объединенной энергосистемы

y_{i_t} - прогнозируемое значение показателя для *i*-той энергосистемы

Согласование прогнозов

$$M(y_i) = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j$$

$$i = 1,2,\ldots,m$$

$$M(y_\Sigma) = \sum_{j=1}^{n} a_{\Sigma j} x_j$$

Система ограничений

$$a_{\Sigma\ j} = \sum_{i=1}^{m} a_{ij} \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\mathbf{Y}_i = \begin{vmatrix} y_{i1} \\ y_{i2} \\ \vdots \\ y_{ik} \\ \vdots \\ y_{iN} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{Y}_\Sigma = \begin{vmatrix} y_{\Sigma 1} \\ y_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ y_{\Sigma k} \\ \vdots \\ y_{\Sigma N} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{E}_i = \begin{vmatrix} \varepsilon_{i1} \\ \varepsilon_{i2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{ik} \\ \vdots \\ \varepsilon_{iN} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{E}_\Sigma = \begin{vmatrix} \varepsilon_{\Sigma 1} \\ \varepsilon_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\Sigma k} \\ \vdots \\ \varepsilon_{\Sigma N} \end{vmatrix}$$

$\mathbf{Y}_i$ $\mathbf{Y}_\Sigma$ - **векторы выборочных значений показателей для отдельных энергосистем и объединения ;**

$\mathbf{E}_i$ $\mathbf{E}_\Sigma$ - **векторы ошибок моделирования.**

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1j} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2j} & \cdots & x_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{k1} & x_{k2} & \cdots & x_{kj} & \cdots & x_{kn} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nj} & \cdots & x_{Nn} \end{vmatrix}$$

- матрица параметров $\mathbf{X}$

$$\mathbf{A}_i = \begin{vmatrix} a_{i1} \\ a_{i2} \\ \vdots \\ a_{in} \end{vmatrix} \qquad \mathbf{A}_\Sigma = \begin{vmatrix} a_{\Sigma 1} \\ a_{\Sigma 2} \\ \vdots \\ a_{\Sigma n} \end{vmatrix}$$

$\mathbf{A}_i, \mathbf{A}_\Sigma$ **- векторы коэффициентов моделей для энергосистем *i* и их объединения.**

$$\mathbf{Y}_i = \mathbf{X}\mathbf{A}_i + \mathbf{E}_i, i = 1,2,\ldots,m;$$
$$\mathbf{Y}_\Sigma = \mathbf{X}\mathbf{A}_\Sigma + \mathbf{E}_\Sigma,$$

$$\Downarrow$$

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{Y}_i - \mathbf{X}\mathbf{A}_i, i = 1,2,\ldots,m;$$
$$\mathbf{E}_\Sigma = \mathbf{Y}_\Sigma - \mathbf{X}\mathbf{A}_\Sigma.$$

Функция ошибок моделирования

$$\Phi = \sum_{i=0}^{m}\sum_{k=1}^{N}\varepsilon_{ik}^{2} = \sum_{i=1}^{m}\left(Y_i - XA_i\right)^t\left(Y_i - XA_i\right) + \left(Y_\Sigma - XA_\Sigma\right)^t\left(Y_\Sigma - XA_\Sigma\right)$$

С учётом ограничений

$$\Phi = \sum_{i=1}^{m}\left(Y_i - XA_i\right)^t\left(Y_i - XA_i\right) + \left(Y_\Sigma - X\sum_{i=1}^{m}A_i\right)^t\left(Y_\Sigma - X\sum_{i=1}^{m}A_i\right) \rightarrow min$$

$$\frac{\partial\Phi}{\partial a_i} = 0; \quad \Rightarrow \quad \left(\mathbf{X}^t\mathbf{X}\right)\left(\mathbf{A}_i + \sum_{i=1}^{m}\mathbf{A}_i\right) = \mathbf{X}^t\left(\mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_\Sigma\right)$$

$$i = 1, 2, \ldots, m$$

Для системы $i = 1$ $$\mathbf{MA}_1 = \mathbf{X}^t\mathbf{Y}_1 - \mathbf{Z}_\Sigma$$

$$\mathbf{M}(\mathbf{A}_i - \mathbf{A}_1) = \mathbf{X}^t(\mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_1)$$

$$(m+1)\mathbf{MA}_1 = \sum_{i=2}^{m} \mathbf{X}^t(\mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_\Sigma - \Delta\mathbf{Y}_{i1}) \qquad \Delta\mathbf{Y}_{i1} = \mathbf{Y}_i - \mathbf{Y}_1$$

Оценка вектора А1

$$(m+1)\mathbf{MA}_1 = \mathbf{X}^t\left(\mathbf{Y}_1 + \mathbf{Y}_\Sigma - \sum_{i=2}^{m}\Delta\mathbf{Y}_i\right)$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !

Факторно-регрессионные модели прогнозирования нагрузок и электропотребления

Экономико-статистические модели прогнозирования

Учет взаимосвязей ***потребности*** региона в электроэнергии с ***показателями*** развития производительных сил региона.

$$\mathrm{Y} = \left(X_1, X_2, t\right)\mathrm{A}$$ - ***производственные функций***.

Показатели

X_1 ← → X_2

Макроэкономические

- валовой выпуск продукции (В);
- стоимость основных фондов (Ф);
- производительность труда (П);
- численность работающего персонала (Ч) и др.;

Отраслевые

- объемы производства D_i ведущих отраслей

Недостаток:

- **невозможность одновременного учета большей части параметров вследствие их взаимозависимости**

Следствие:

Исключение части параметров, потеря части информации.
Разделение статистических совокупностей переменных на две группы

$$Y = (X_1, t)A_1 \qquad Y = (X_2, t)A_2$$

Факторно-регрессионные модели прогнозирования

факторный анализ

$$X = \{x_1, x_2, \ldots, x_n\} \longrightarrow F = \{f_1, f_2, \ldots, f_m\}$$

$$(f_1 \perp f_2 \perp \ldots \perp f_m)$$

$$\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{B}$$

B – вектор коэффициентов модели (аналог вектора **A** в обычных регрессионных моделях)

F – матрица выборочных значений экономико-статистических факторов (аналог матрицы **X**)

Достоинства:

- **учет всех экономико-статистических показателей, независимо от их коррелированности между собой;**
- **улучшение прогностических свойств моделей.**

Эконометрические модели прогнозирования

Особенности:

- учет ограничений, накладываемых на основные региональные показатели - располагаемые материальные и трудовые ресурсы;
- возможность формирования системы одновременных взаимозависимых моделей прогнозирования.

Показатели

Эндогенные (зависимые)	Экзогенные (независимые)
$\bar{Y}\left\{y_1, y_2, \ldots, y_m\right\}$	$\bar{X}\left\{x_1, x_2, \ldots, x_n\right\}$

СТРУКТУРНАЯ ФОРМА ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{Y}}$$

КООРДИНАТНЫЙ ВИД

$$y_1 = a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n + b_{12}y_2 + b_{13}y_3 + \ldots + b_{1m}y_m;$$
$$y_2 = a_{20}x_0 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n + b_{21}y_1 + b_{23}y_3 + \ldots + b_{2m}y_m;$$
$$\ldots$$
$$y_m = a_{m0}x_0 + a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n + b_{m1}y_1 + b_{m2}y_2 + \ldots + b_{m,m-1}y_{m-1}.$$

$$\mathrm{A}\left\{\bar{A}_0, \bar{A}_1, \ldots, \bar{A}_n\right\} \quad m \times n + 1. \qquad \mathrm{B}\left\{\bar{B}_1, \bar{B}_2, \ldots, \bar{B}_m\right\} \quad m \times m.$$

Общее число определяемых коэффициентов системы эконометрических моделей в структурной форме:

$$\mathrm{N}_{\text{стр}} = m \times (n + 1 + m - 1) = m \times (n + m)$$

ПРИВЕДЕННАЯ ФОРМА ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{C}\bar{\mathbf{X}} \qquad \mathbf{C} = \left(\mathbf{I} - \mathbf{B}'\right)^{-1}\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}$$

$$\mathrm{C}\left\{\bar{C}_0, \bar{C}_1, .., \bar{C}_n\right\}$$

$$m \times n + 1.$$

$$y_1 = c_{10}x_0 + c_{11}x_1 + c_{12}x_2 + \ldots + c_{1n}x_n;$$
$$y_2 = c_{20}x_0 + c_{21}x_1 + c_{22}x_2 + \ldots + c_{2n}x_n;$$
$$\vdots$$
$$y_m = c_{m0}x_0 + c_{m1}x_1 + c_{m2}x_2 + \ldots + c_{mn}x_n.$$

Число неизвестных коэффициентов приведенной формы эконометрических моделей:

$$\mathrm{N}_{\text{прив}} = m \times n + 1$$

Преимущество:

- **большая степень взаимной увязки переменных при описании процесса прогнозирования.**

ПОЛНЫЕ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ

- **система имеет однозначное решение относительно зависимых переменных (матрица не вырождена);**
- **модель содержит все существенные переменные, а возмущающие параметры носят случайный характер;**
- **число уравнений равно числу эндогенных переменных, так что каждый эндогенный показатель может быть объяснен с помощью соответствующего уравнения.**

ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ МОДЕЛИ

- $N_{стр} = N_{прив}$ - ***точная идентифицируемость;***
- $N_{стр} < N_{прив}$ - ***сверхидентифицируемость.***

Оценки коэффициентов структурной формы эконометрических моделей

точная идентифицируемость $\longrightarrow$ ***КОСВЕННЫЙ МЕТОД***

- **эконометрические модели представляются в приведенной форме, в которой эндогенные переменные зависят только от экзогенных;**
- **оцениваются коэффициенты каждого уравнения отдельно с использованием метода наименьших квадратов;**
- **однозначно оцениваются коэффициенты структурной формы через параметры приведенной.**

сверхидентифицируемость → **ДВУХШАГОВЫЙ МЕТОД**

$$\bar{\mathrm{Y}}_{\mathrm{B}} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{X}} + \mathbf{B}\bar{\mathbf{Y}} + \bar{\mathrm{E}} \quad (*)$$

ПЕРВЫЙ ШАГ

$$\bar{\mathbf{Y}} = \mathbf{C}\bar{\mathbf{X}}, \qquad \mathbf{C}=(\mathbf{X}^{t}_{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{\mathbf{B}})^{-1}\mathbf{X}^{t}_{\mathbf{B}}\mathbf{Y}_{\mathbf{B}}.$$

$$\mathbf{Y}=\left\{(\mathbf{X}^{t}_{\mathbf{B}}\mathbf{X}_{\mathbf{B}})^{-1}\mathbf{X}^{t}_{\mathbf{B}}\mathbf{Y}_{\mathbf{B}}\right\}\mathbf{X}_{\mathbf{B}}.$$

ПОГРЕШНОСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ:

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{B}i} = \mathbf{Y}_i + \ _i \ , \quad \boldsymbol{i = 1,2,\ldots,m} \qquad (**)$$

ВТОРОЙ ШАГ

подстановка (**) в (*)

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{B}i} = \mathbf{X}\mathbf{A}_i + \left(\mathbf{Y}_i + \ _i\right)\ ,_i + \ _i$$

$$\mathbf{Y}_{\mathrm{B}i} = \mathbf{X}\mathbf{A}_i + \mathbf{Y}_i\mathbf{B}_i + \mathbf{W}_i$$, где $$\mathbf{W}_i = \mathbf{E}_i\ _i + \ _i$$

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ !