


# \* Многогранники

— совокупность конечного числа плоских многоугольников в трёхмерном евклидовом пространстве такая, что:

каждая сторона любого из многоугольников есть одновременно сторона другого (но только одного), называемого смежным с первым (по этой стороне);

**связность:** от любого из многоугольников, составляющих многогранник, можно дойти до любого из них, переходя к смежному с ним, а от этого, в свою очередь, к смежному с ним,



**Примеры  
многогранников**

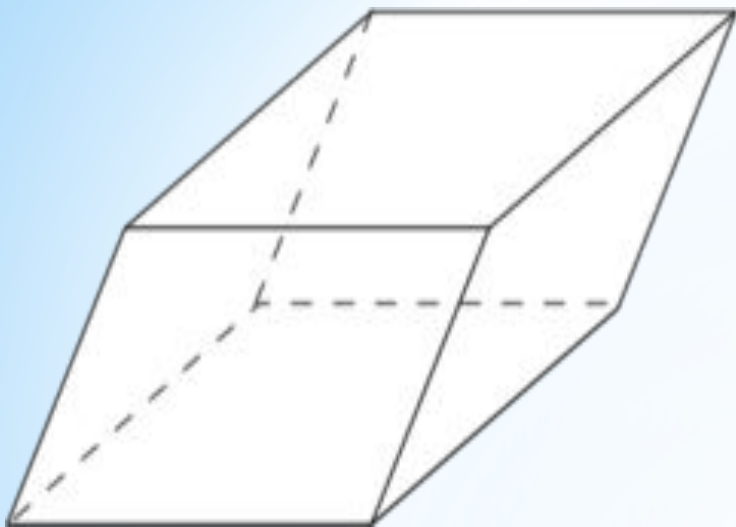


**Додекаэдр** – двенадцатигранник, составленный из двенадцати правильных.

Каждая вершина додекаэдра является вершиной трёх правильных пятиугольников.

Таким образом, додекаэдр имеет 12 граней (пятиугольных), 30 рёбер и 20 вершин (в каждой сходятся 3 ребра). Сумма плоских углов при каждой из 20 вершин равна  $324^\circ$ .

Додекаэдр имеет три звёздчатые формы.

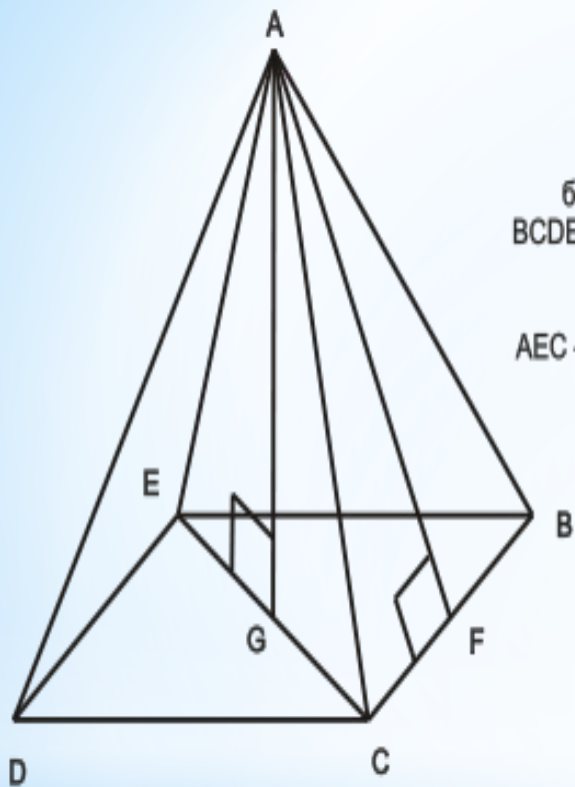


**Параллелепипед** – призма, основанием которой служит параллелограмм, или (равносильно) многогранник, у которого шесть граней и каждая из них – параллелограмм. Различается несколько типов параллелепипедов:

**Прямоугольный параллелепипед** – это параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники;

**Прямой параллелепипед** – это параллелепипед, у которого 4 боковые грани – прямоугольники;

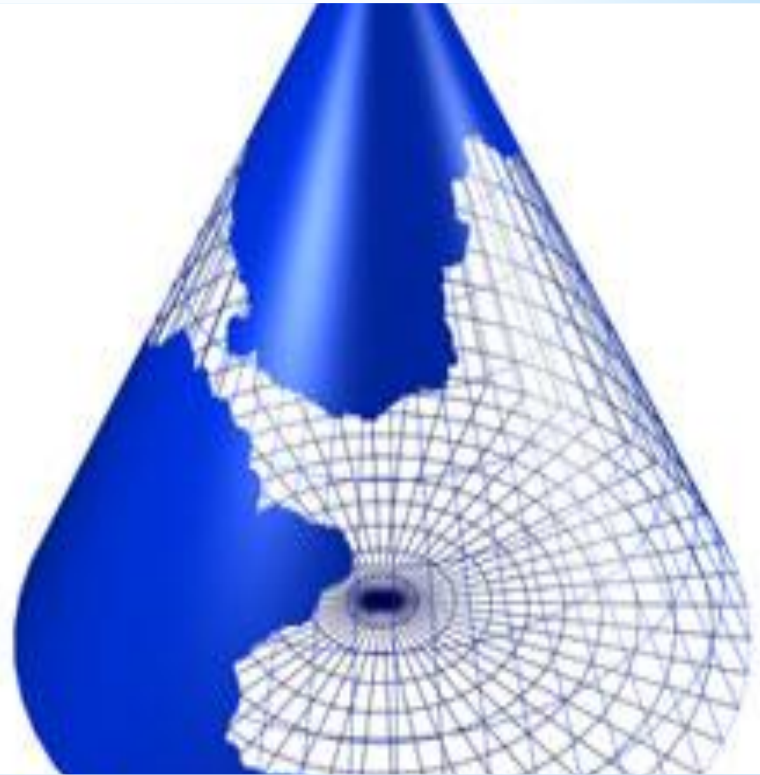
**Наклонный параллелепипед** – это параллелепипед, боковые грани которого не перпендикулярны



A – вершина пирамиды;  
AB, AC, AD, AE – ребра  
пирамиды;  
ADE, AEB, ABC, ACD –  
боковые грани пирамиды;  
BCDE – основание пирамиды;  
AG – высота;  
AF – апофема;  
AEC – диагональное сечение.

**Пирамида** – многогранник, основание которого – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину. По числу углов основания различают пирамиды треугольные, четырёхугольные и т. д. Пирамида является частным случаем конуса

**Конус** — тело в евклидовом пространстве, полученное объединением всех лучей, исходящих из одной точки (*вершины конуса*) и проходящих через плоскую поверхность. Иногда конусом называют часть такого тела, имеющую ограниченный объём и полученную объединением всех отрезков, соединяющих вершину и точки плоской поверхности (последнюю в таком случае называют основанием конуса, а конус называют *опирающимся* на данное основание). Если основание конуса представляет собой многоугольник, такой конус является пирамидой.



# \* невыпуклый

## многогранник-это

такой многогранник, который при проведении плоскости через любую его грань, целиком лежит по одну сторону от этой плоскости. Либо надо дать определение так: Невыпуклым многогранником называется такой многогранник, у которого найдется по крайней мере одна грань такая, что плоскость, проведенная через эту грань, делит данный многогранник на две или более частей.

ПРИМЕР:

**Звёздчатый многогранник (звёздчатое тело)** – это невыпуклый многогранник, грани которого пересекаются между собой. Как и у не звёздчатых многогранников, грани попарно соединяются в ребрах, при этом внутренние линии пересечения не считаются рёбрами.

**Звёздчатой формой многогранника** называется многогранник, полученный путём продления граней данного многогранника через рёбра до их следующего пересечения с другими гранями по новым рёбрам.

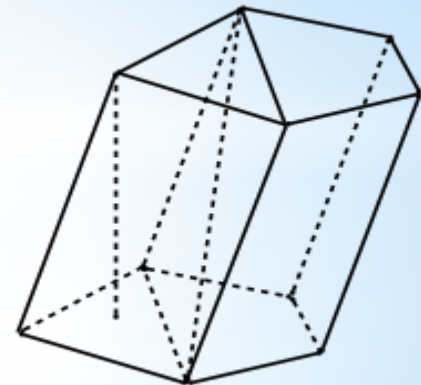
**Правильные звёздчатые многогранники** – это звёздчатые многогранники, гранями которых являются одинаковые правильные или звёздчатые многоугольники. Коши установил, что существует всего 4 правильных звёздчатых тела, не являющиеся соединениями Платоновых и звёздчатых тел, называемые **телами Кеплера – Пуансо**: все 3 звёздчатых формы додекаэдра и одна из звёздчатых форм икосаэдра. Остальные правильные звёздчатые многогранники являются или соединениями Платоновых тел, или соединениями тел Кеплера – Пуансо.





# \* Призма

Призма — многогранник, у которого две грани —  $n$ -угольники (основания  $P.$ ), а остальные  $n$  граней (боковых) — параллелограммы. Основания  $P.$  конгруэнтны и расположены в параллельных плоскостях.  $P.$  называется прямой, если плоскости боковых граней перпендикулярны к плоскости основания. Прямую  $P.$  называют правильной, если основанием её служит правильный многоугольник.  $P.$  бывают треугольные, четырёхугольные и т.д., смотря по тому, лежит ли в основании треугольник, четырёхугольник и т.д.

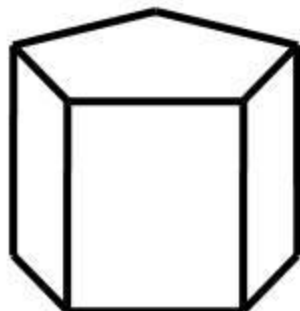


# \* Виды призм

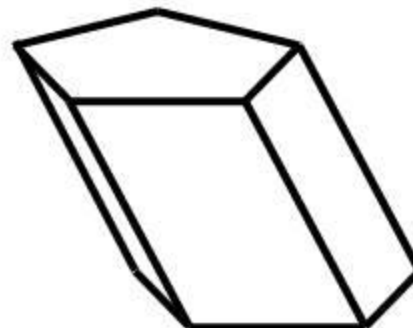
- N-угольная призма
- Прямая пятиугольная призма
- Наклонная четырехугольная призма
- Правильная шестиугольная призма

- ***$n$ -угольной призмой называется многогранник  $M_1M_2\dots M_n N_1N_2\dots N_n$ , составленный из двух равных  $n$ -угольников  $M_1M_2\dots M_n$  и  $N_1N_2\dots N_n$  - оснований призмы и  $n$  параллелограммов  $M_1M_2N_1N_2, \dots, M_nM_1N_1N_n$  - боковых граней призмы.***
- ***Призмы бывают прямыми и наклонными.***

*Если все боковые рёбра призмы перпендикулярны к плоскостям её оснований, то призма называется **прямой**; в противном случае призма называется **наклонной**.*



Прямая призма

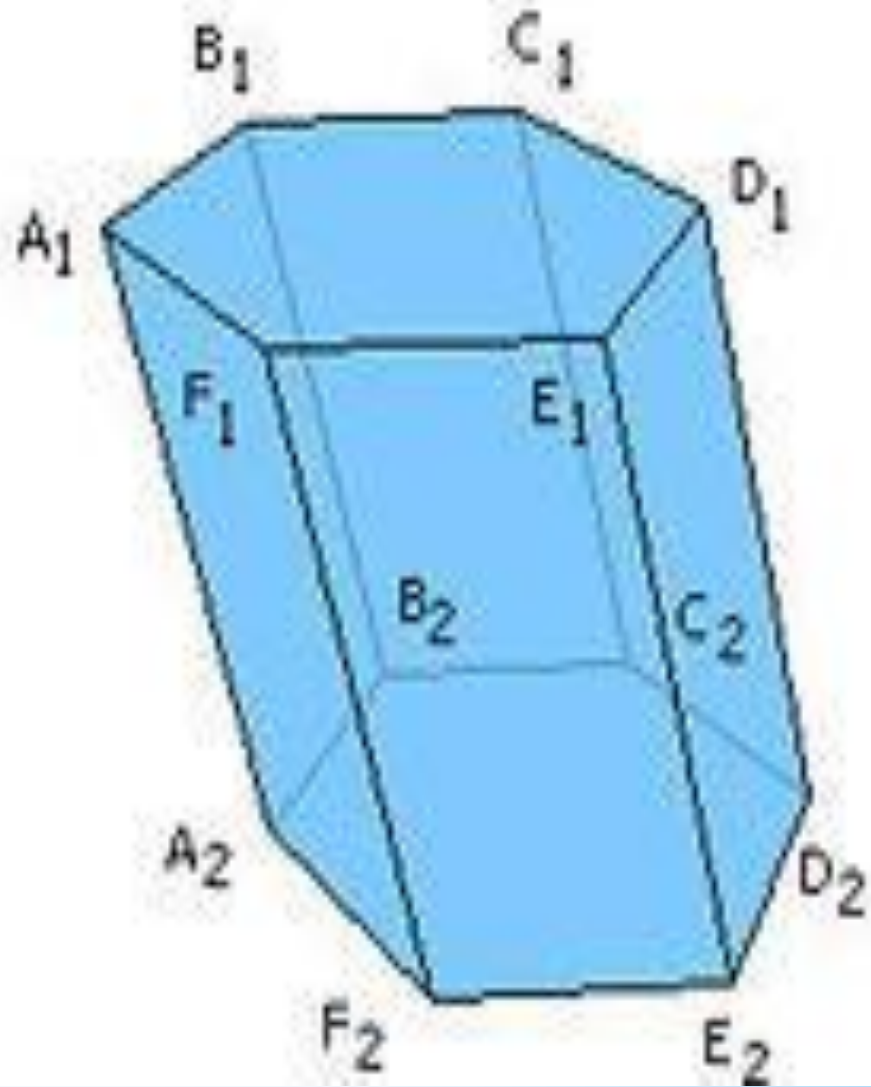


Наклонная призма



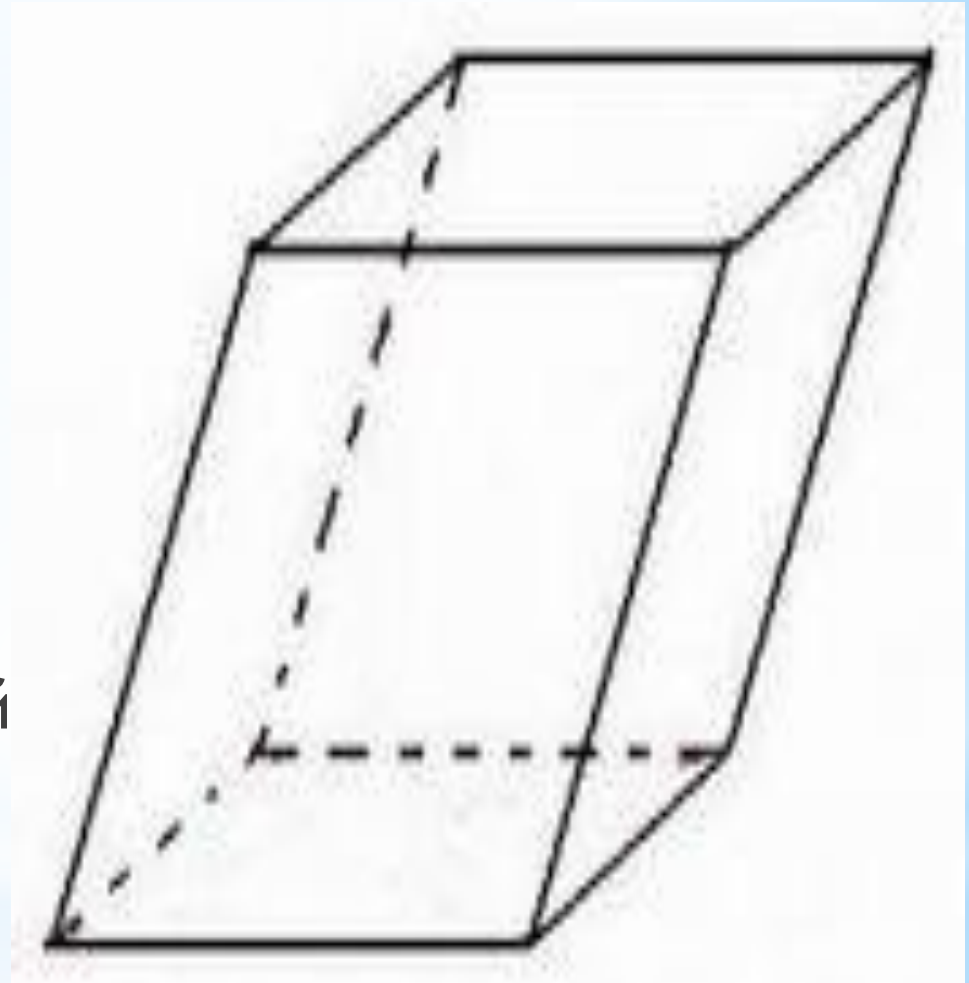
## Прямая пятиугольная призма

Если все боковые ребра призмы перпендикулярны к плоскостям её оснований, то призма называется прямой



## \* Наклонная четырехугольная призма

Если все боковые ребра призмы не перпендикулярны к плоскостям её оснований, то призма называется наклонной



## \* Правильная шестиугольная призма

призма, в основаниях которой лежат два правильных шестиугольника, а все боковые грани строго перпендикулярны этим основаниям.

