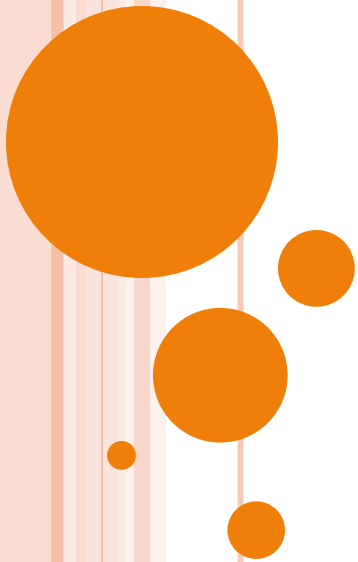


# **МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ. МНОЖЕСТВО ПАРЕТО**



# Задачи многокритериальной оптимизации

- Возникают в тех случаях, когда имеется несколько целей, которые не могут быть отражены одним критерием (например, стоимость и надежность). Требуется найти точку области допустимых решений, которая минимизирует или максимизирует все такие критерии.



# Суть многокритериальных задач принятия решений

- сравнение вариантов по двум или более критериям, с целью найти оптимальный вариант (или один из оптимальных, если таких несколько).



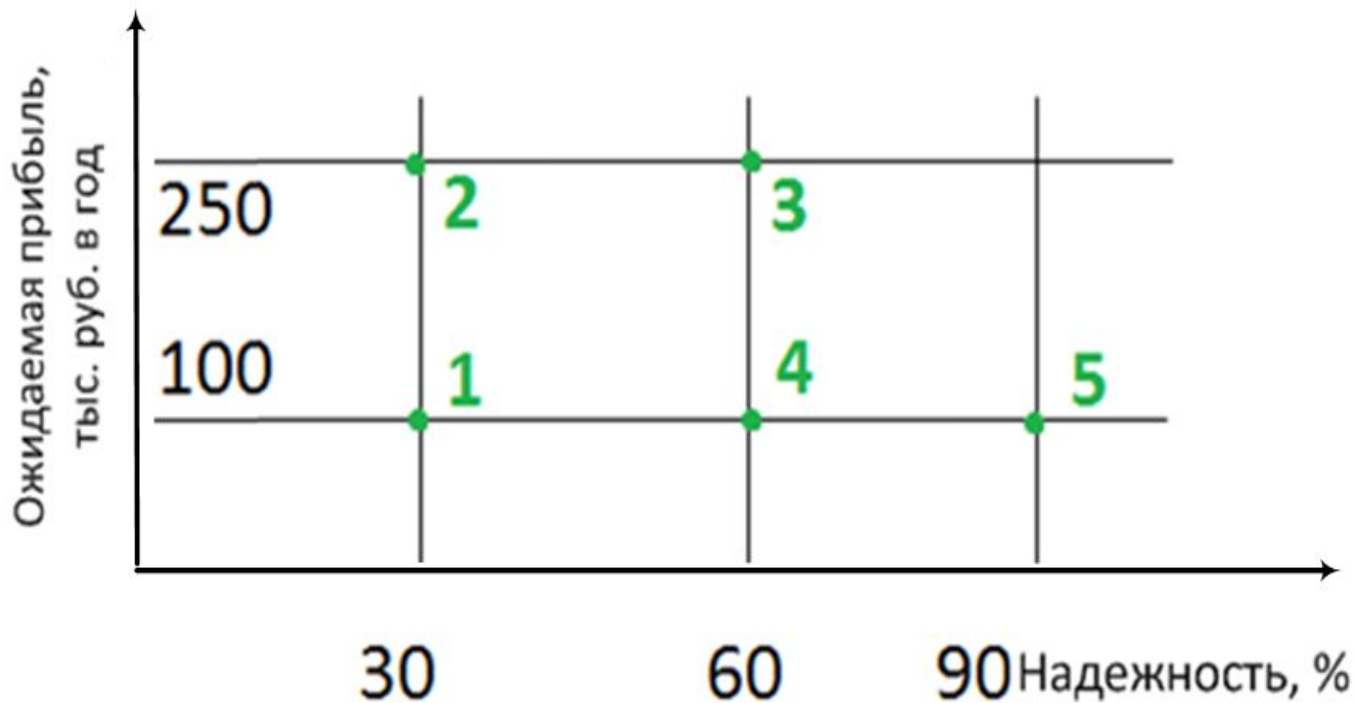
# ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПО ПАРЕТО



Вильфредо Парето (15 июля  
1848 - 20 августа 1923)  
итальянский инженер,  
экономист и социолог

- ▣ «Всякое изменение, которое никому не приносит убытков, а некоторым людям приносит пользу (по их собственной оценке), является улучшением»

# ВЫБОР ПАРЕТО-ОПТИМАЛЬНЫХ АЛЬТЕРНАТИВ ПРИ РЕШЕНИИ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ



# МНОЖЕСТВО ПАРЕТО

- По отношению Парето некий вариант  $x$  лучше варианта  $y$  ( $x > y$ ), если  $x$  хотя бы по одному критерию лучше, чем  $y$ , а по остальным критериям не хуже, чем  $y$ .
- Таким образом, вариант  $x$  называется Парето-оптимальным решением, если нет такого варианта  $y$ , что  $y > x$  по Парето.
- Множество таких решений называется **множеством Парето**

# МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ

$\Phi_k(\bar{X}), k \in [1, s]$       Критерии оптимальности

$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X}))$       Векторный  
критерий  
оптимальности

$$\Phi(\bar{X}) = (\Phi_1(\bar{X}), \Phi_2(\bar{X}) \dots \Phi_s(\bar{X})) \rightarrow \max$$

$$\bar{X} \in D_X \in Q$$

## ПРИМЕР РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ПУТЕМ ПОСТРОЕНИЯ МНОЖЕСТВА ПАРЕТО

- ▣ **Условие.** Приблизненно построить множество Парето-оптимальных альтернатив для следующей задачи двухкритериальной оптимизации ( $s=2$ ):

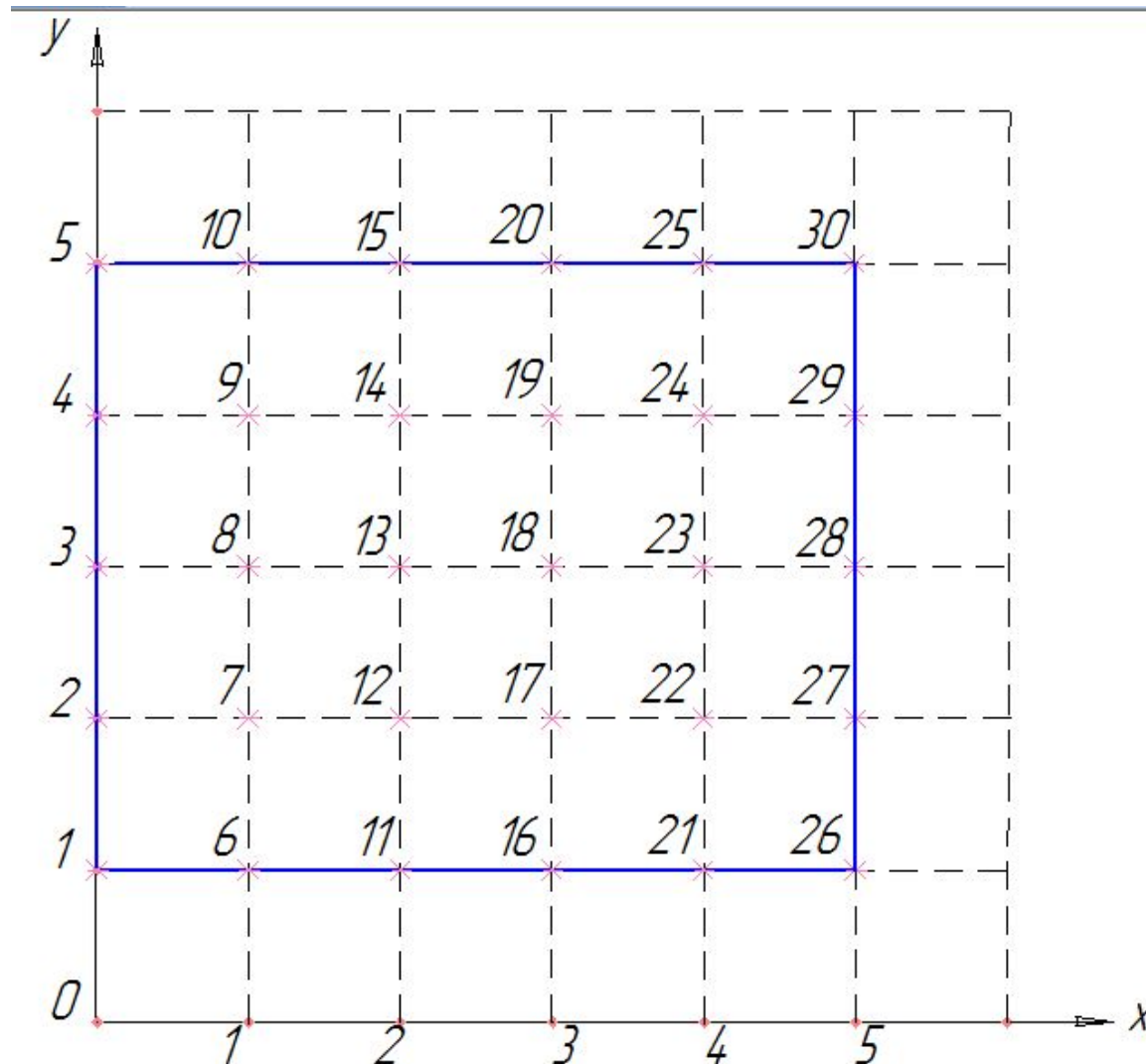
$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_X = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$



**МНОЖЕСТВО ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ ПОКРЫТО  
РАВНОМЕРНОЙ СЕТКОЙ С ШАГОМ 1 ПО ОБЕИМ ОСЯМ  
КООРДИНАТ.**



# ЗНАЧЕНИЯ КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ В УЗЛАХ СЕТКИ

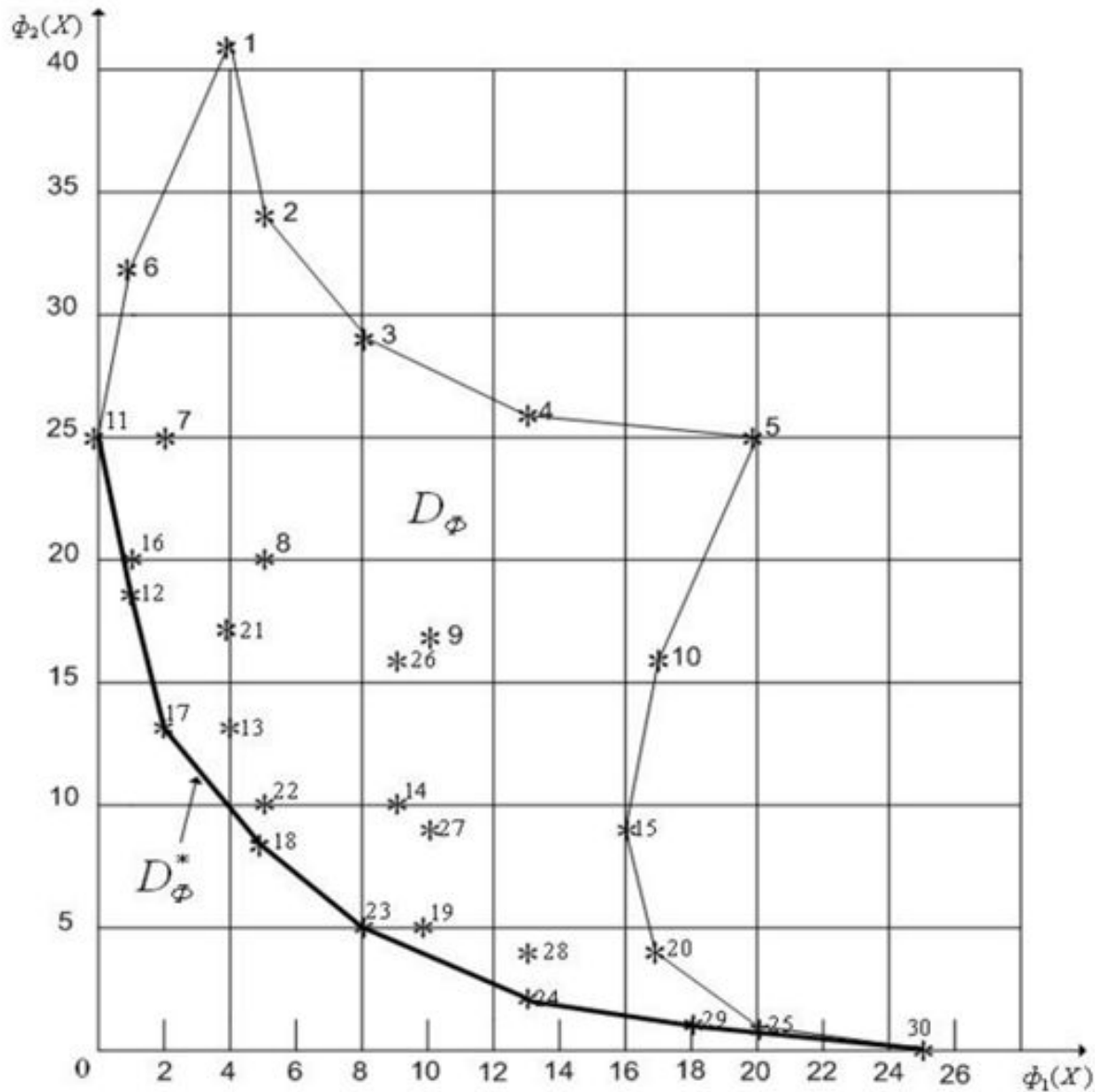
$x$	$y$	$\phi_1(x,y)$	$\phi_2(x,y)$	Номер узла
0	1	4	41	1
	2	5	34	2
	3	8	29	3
	4	13	26	4
	5	20	25	5
1	1	1	32	6
	2	2	25	7
	3	5	20	8
	4	10	17	9
	5	17	16	10
2	1	0	25	11
	2	1	18	12
	3	4	13	13
	4	9	10	14
	5	16	9	15
3	1	1	20	16
	2	2	13	17
	3	5	8	18
	4	10	5	19
	5	17	4	20
4	1	4	17	21
	2	5	10	22
	3	8	5	23
	4	13	2	24
	5	20	1	25
5	1	9	16	26
	2	10	9	27
	3	13	4	28
	4	18	1	29
	5	25	0	30

$$\phi_1(x, y) = (x - 2)^2 + (y - 1)^2;$$

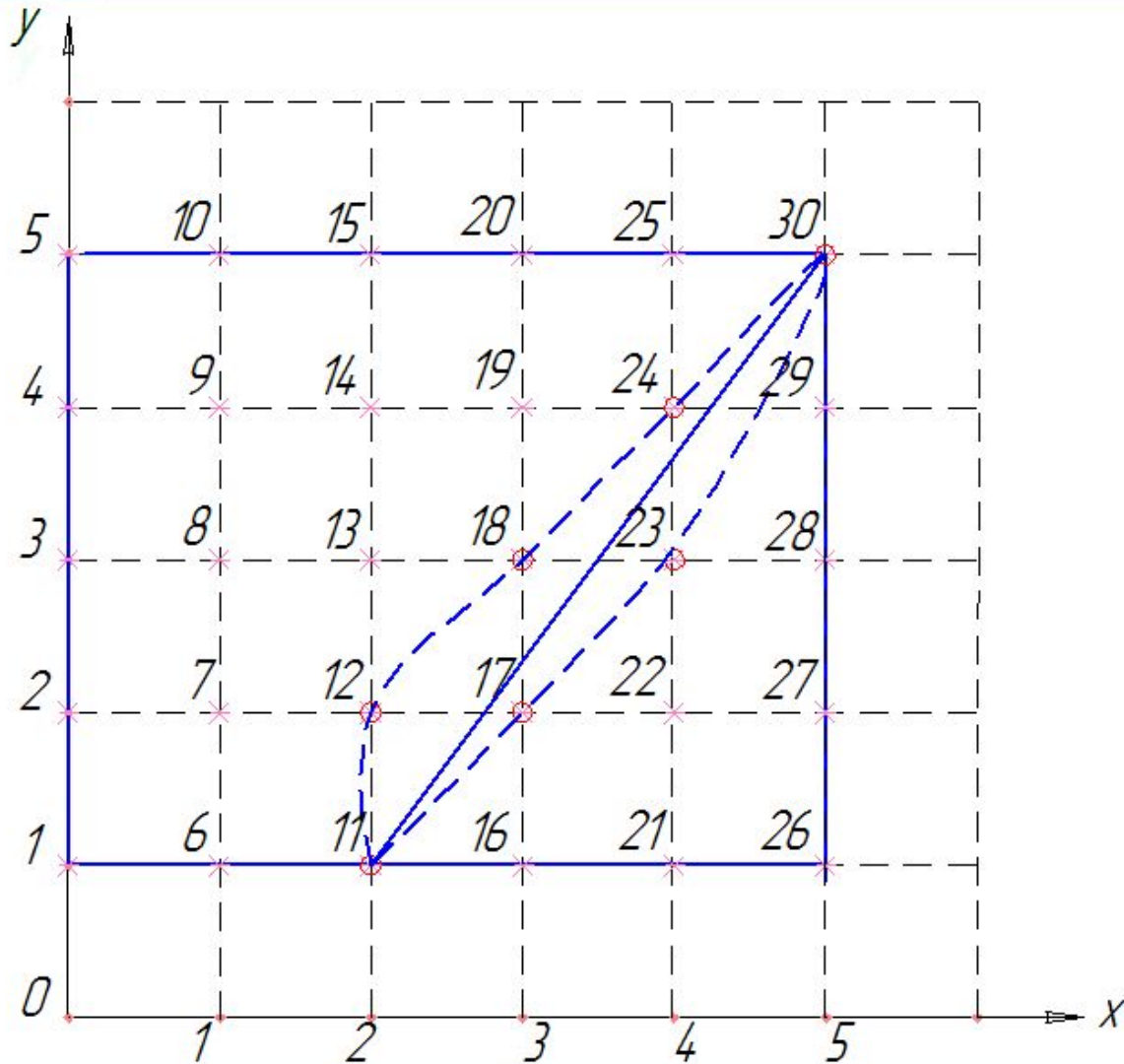
$$\phi_2(x, y) = (x - 5)^2 + (y - 5)^2;$$

$$D_X = \{X \mid 0 \leq x \leq 5, 1 \leq y \leq 5\}$$

# ПРИМЕРНЫЙ ВИД МНОЖЕСТВ $D_\Phi$ И $D_\Phi^*$



# ПРИБЛИЖЕНИЕ К ИСКОМОМУ МНОЖЕСТВУ ПАРЕТО



- Множество Парето – множество допустимых альтернатив в задаче многокритериальной (векторной) оптимизации, для которых не существует другой допустимой альтернативы, имеющей по всем критериям не худшие оценки и хотя бы по одному критерию – строго лучшие