Модели каналов передачи данных

- Точное математическое описание любого реального канала передачи данных обычно весьма сложное. Вместо этого используют упрощенные математические модели, которые позволяют выявить важнейшие закономерности реального канала.
- В физическом канале сигнал *S(t)* подвергается воздействию шума *n(t)*. Схема этого явления показана на рисунке 1.

Рис.1. Структурная схема физического канала в общем виде

- Для количественной оценки степени влияния шума *n(t)* на сигнал *S(t)* обычно используют отношение сигнал-шум (SNR), определяемое как отношение мощности сигнала к мощности шума. Часто данное отношение выражается в децибелах.
- Выделяют два основных вида моделей каналов передачи данных. **Непрерывные (аналоговые)** каналы и **дискретные (цифровые)** каналы.

- **Непрерывные** каналы имеют непрерывный сигнал $S(t)$ на входе и непрерывный сигнал $R(t)$ на выходе, которые являются непрерывной функцией от времени.
- **Дискретные** каналы имеют на входе дискретные кодовые символы x_j, а на выходе — дискретные кодовые символы y_i, в общем случае не совпадающие с x_i .
- Почти во всех реальных линиях связи дискретный канал содержит внутри себя непрерывный канал, на вход которого подаются сигналы $S(t)$, а с выхода снимаются искаженные помехами сигналы $R(t)$. Свойства этого непрерывного канала наряду с характеристиками модулятора и демодулятора однозначно определяют все параметры дискретного канала. Поэтому иногда дискретный канал называют **дискретным отображением непрерывного канала**. Однако при математическом исследовании дискретного канала обычно отвлекаются от непрерывного канала и действующих в нем помех и определяют дискретный канал через алфавит источника $\{x_0, x_1, \ldots, x_{q-1}\}$, вероятности появления символов алфавита, скорость передачи символов, алфавит получателя $\{y_0, y_1, \ldots, y_{Q-1}\}$ и значения переходных вероятностей $P(y_i \mid x_j)$, где $i = 0, 1, \ldots Q$, $j = 0, 1, \ldots q$.

- Переходные вероятности $P(y_i \mid x_j)$ являются вероятностями того, что при отправке в канал символа x_j на выходе будет получен символ y_i.
- Если переходные вероятности для каждой пары *i, j* остаются постоянными и не зависят от того, какие символы передавались и принимались ранее, то дискретный канал называется **постоянным** или **однородным**. Иногда применяют также другие названия: *канал без памяти* или *канал с независимыми ошибками*. Если же вероятности перехода зависят от времени или от имевших место ранее переходов, то канал называют **неоднородным** или **каналом с памятью**.
- Также выделяют **дискретно-непрерывные каналы**, которые имеют дискретный вход и непрерывный выход.

Двоичный симметричный канал

Модель двоичного симметричного канала (ДСК) является самой простой моделью дискретного канала. Модель ДСК соответствует случаю использования двоичной модуляции в канале с аддитивным шумом (в котором выходной сигнал *R(t)* равен сумме входного сигнала *S(t)* и шума *n(t)*) и жёсткого решения демодулятора. Таким образом, модель ДСК является дискретной двоичной моделью передачи информации по каналу с абсолютно белым гауссовским шумом. Граф, описывающий модель ДСК представлен на рисунке 2.

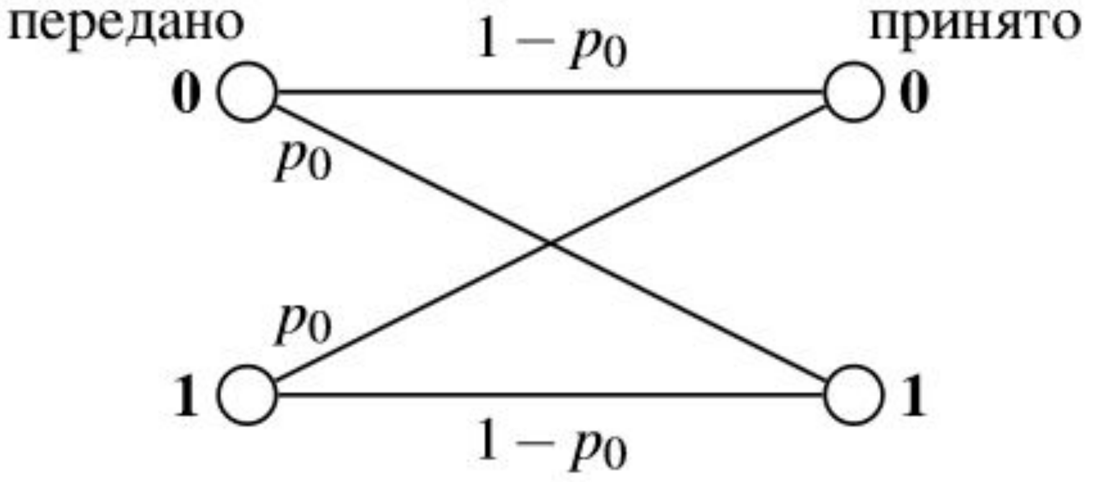

Рис.2. Модель двоичного симметричного канала

Входом и выходом данного канала являются наборы $X = \{0, 1\}$ и $Y = \{0, 1\}$ из двух возможных двоичных символов. Также, ДСК характеризуется набором переходных вероятностей $P(Y \mid X)$, определяющих вероятность приёма из канала символа Y при передаче символа X. Переходные вероятности для ДСК задаются выражениями:

$$\boxed{\begin{gathered} P\,(0|0) = P(1|1) = 1 - p_0 \\ P\,(0|1) = P(1|0) = p_0 \end{gathered}} \qquad (24)$$

где p_0 — вероятность битовой ошибки в канале.

- Для случая использования двух противоположных сигналов $s_0(t) = s_1(t)$ вероятность битовой ошибки p_0 связана с отношением сигнал-шум выражением

$$P_0 = Q\left(\sqrt{2 * \frac{E_b}{N_0}}\right), \tag{25}$$

где $Q(x)$ — функция, определяемая по формуле:

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{\infty} e^{-\frac{t}{2}} dt. \tag{26}$$

Переходные вероятности в канале ДСК не зависят от того, какие символы передавались и принимались ранее, и следовательно канал ДСК является *каналом без памяти*.

Канал ДСК является *частным случаем дискретного канала без памяти (ДКБП)*.

Канал ДКБП имеет на входе набор $\{x_0, x_1, . . . , x_{q-1}\}$ из q символов, а на выходе — набор $\{y_0, y_1, . . . , y_{Q-1}\}$ из Q символов, и характеризуется набором из $q*Q$ переходных вероятностей $P(y_i \mid x_j)$, где i = 0, 1, … Q, j = 0, 1,… q. Эти переходные вероятности постоянны во времени, и переходы различных символов независимы.

Канал Гилберта-Эллиотта

- *Канал Гилберта-Эллиотта (GEC)* относится к дискретным каналам с памятью, в которых состояние канала зависит от предыдущего состояния. Эта модель предложена в 1963 году *Эллиоттом* и является общим случаем модели Гилберта, представленной в 1960 году.

- Канал GEC представляет из себя цепь Маркова первого порядка с двумя состояниями — «хорошим» и «плохим». Схема модели представлена на рисунке 3.

- Каждое из состояний канала можно описать как канал ДСК с соответствующей вероятностью ошибки. В «хорошем» состоянии вероятность битовой ошибки в канале равна p_G, в «плохом» состоянии — p_B. В любой момент времени канал может перейти из одного состояния в другое

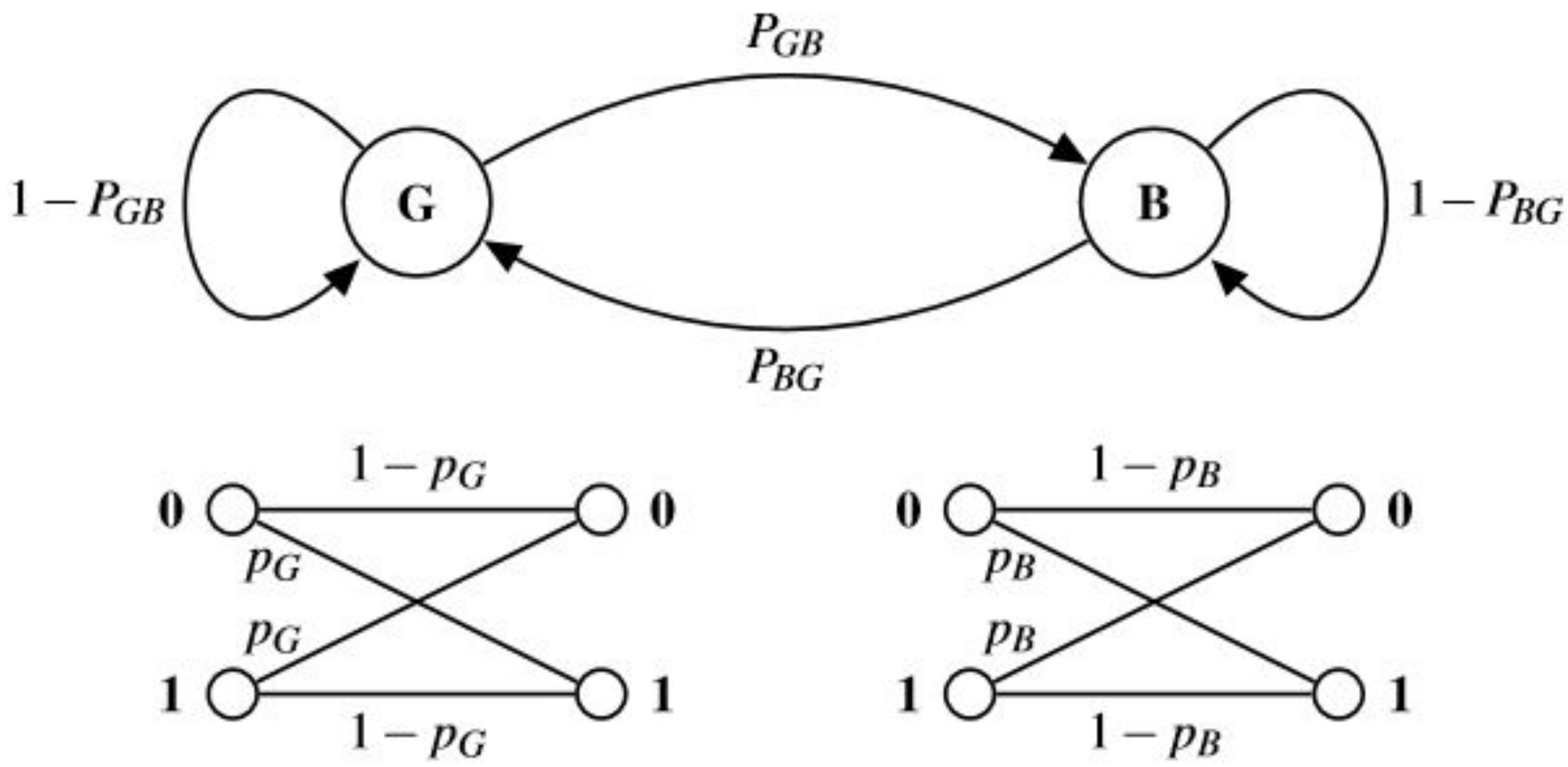

Рис.3. Канал Гилберта-Эллиотта

При этом вероятности перехода могут быть отличны друг от друга. Вероятность перехода из «хорошего» состояния в «плохое» обозначим как P_{GB}, а вероятность перехода из «плохого» состояния в «хорошее» обозначим как P_{BG}, что отображено на рисунке 3. Соответствующая этим вероятностям матрица переходов А показана в формуле (27)

$$A = \begin{pmatrix} 1 - P_{GB} & P_{GB} \\ P_{BG} & 1 - P_{BG} \end{pmatrix}. \tag{27}$$

Из рис. 3 следует, что финальные вероятности пребывания канала в состояниях G и B будут определяться выражениями:

$$\pi_G = \frac{P_{BG}}{P_{GB} + P_{BG}}, \qquad \pi_B = \frac{P_{GB}}{P_{GB} + P_{BG}}. \tag{28}$$

- Из формул (28) следует, что *средняя вероятность битовой ошибки* в канале может быть вычислена по формуле:

$$p_e = p_G * \pi_G + p_B * \pi_B \qquad (29)$$

Вероятность того, что в блоке длиной n возникнет m ошибок рассчитывается по формуле:

$$P(m, n) = \pi_G * G(m, n) + \pi_B * B(m, n); \qquad (30)$$

- где $G(m, n)$ — вероятность появления m ошибок в блоке длиной n, при условии, что канал во время передачи первого бита находился в состоянии G;
- $B(m, n)$ — вероятность появления m ошибок в блоке длиной n, при условии, что канал во время передачи первого бита находился в состоянии B.

Для рассчёта этих вероятностей Эллиоттом были введены рекуррентные соотношения (31), описывающие процесс возникновения ошибок в канале, учитывая, что канал с каждым поступившим новым разрядом может оставаться в прежнем состоянии или переходить в другое

$$
\begin{aligned}
G(m,n) = \ & G(m,n-1)\cdot(1-P_{GB})\cdot(1-p_G)+ \\
& +B(m,n-1)\cdot P_{BG}\cdot(1-p_G)+ \\
& +G(m-1,n-1)\cdot(1-P_{GB})\cdot p_G+ \\
& +B(m-1,n-1)\cdot P_{BG}\cdot p_G, \\
B(m,n) = \ & G(m,n-1)\cdot P_{GB}\cdot(1-p_B)+ \\
& +B(m,n-1)\cdot(1-P_{BG})\cdot(1-p_B)+ \\
& +G(m-1,n-1)\cdot P_{GB}\cdot p_B+ \\
& +B(m-1,n-1)\cdot(1-P_{BG})\cdot p_B.
\end{aligned}
\tag{31}
$$

В формулах (32) приведены очевидные начальные значения вероятностей (31) при $n = 1$.

$$G(0,1) = (1 - p_G), \quad B(0,1) = (1 - p_B),$$
$$G(1,1) = p_{G,} \qquad B(1,1) = p_{B.} \tag{32}$$

Также необходимо учитывать, что:

$$G(m, n) = B(m, n) = 0; \quad \text{при } m < 0 \text{ или } m > n$$

Канал GEC широко используется для описания источников ошибок в системах передачи данных, а также при анализе эффективности алгоритмов декодирования помехоустойчивых кодов.

Часто при использовании модели GEC для двоичного канала полагают, что вероятность $p_B = 0{:}5$, т. е. «плохое» состояние рассматривается как полный обрыв связи. Это согласуется с представлением о канале, в котором действуют коммутативные помехи/

Канал с аддитивным белым гауссовским шумом

- **Канал с аддитивным белым гауссовским шумом** *(АБГШ)* получается из канала ДКПБ при бесконечном уровне квантования выхода детектора $(Q = \infty)$. В этом случае шум является гауссовской случайной величиной с нулевым средним и дисперсией

$$\sigma^2 = \frac{1}{2 * E_b \ / N_0}.$$

Таким образом, канал АБГШ характеризуется дискретным входом $X = \{x_0, \ldots, x_{q-1}\}$ непрерывным выходом $Y = \{-\infty, +\infty\}$ и переходными вероятностями:

$$P(y|x_j) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(y-x_j)^2}{2\sigma^2}}, \quad j = 0, 1, \ldots, q-1. \tag{33}$$

- Для канала АБГШ зависимость вероятности ошибки p_0 от отношения сигнал-шум $E_b\ /\ N_0$ определяется в соответствии с выражением (25).

- Модель канала АБГШ широко применяется при расчёте и моделировании многих систем радиосвязи, особенно при моделировании каналов спутниковой и дальней космической связи. Это в определённой степени послужило причиной выбора данной модели канала для исследования алгоритмов декодирования кодов Рида-Соломона, которые также широко используются в системах космической связи