

# Модели спроса на деньги

Творческий коллектив:

Гребенкина Алина, группа э209

Душнюк Ольга, группа э210

Колесова Яна, группа э209

Митенкова Елена, группа э209

Савицкий Святослав, группа э210.

Руководитель проекта:

Колесова Яна, группа э209.

# Цель

Изучить различные модели спроса на деньги и  
выяснить, подтверждаются ли основные  
выводы этих моделей в эмпирических  
исследованиях.

# Задачи

- 1) Изучить различные подходы к анализу спроса на деньги;
- 2) Изучить модели спроса на деньги:
  - модель спроса на деньги Джеймса Тобина;
  - модель «деньги вперед» (cash-in-advance model);
  - модель спроса на деньги по мотиву предосторожности Миллера и Орра.
- 3) Посмотреть, как основные выводы моделей соотносятся с результатами некоторых эмпирических исследований спроса на деньги;
- 4) Выявить сравнительные преимущества и недостатки моделей.

К вопросу об актуальности

*Три вещи могут свести человека с ума: любовь, тщеславие и изучение проблем денежного обращения (Уолтер Лиф, британский банкир начала 20 века).*

Правильная оценка спроса на деньги  
⇒ успешная монетарная политика

*Там, где соберутся два или три экономиста, будет высказано четыре или пять мнений (английское изречение).*

Функции спроса на деньги разнообразны

*Талантливый экономист видит закономерности там, где не видят их другие; гениальный экономист видит закономерности там, где их нет (С.А. Вирабов).*

*Экономика - это наука, которая подсказывает вам, что наилучшее время купить что-либо, было полгода назад (Алфред Ньюмен).*



*Деньги приходят и уходят, уходят,  
уходят. . . (Хайм Периш).*

Задачи экономики



Планирование



Неопределенность

# Модель Дж. Тобина

# Предпосылки

- ❖ Инвестор не обладает совершенным предвидением относительно будущей процентной ставки на консоли и ожидаемой прибыли, поэтому определяет свои действия (сколько инвестировать при каждой ставке процента) на основе его оценки распределения вероятности
- ❖ Инвестирование в консоли влечет риск относительно получения ожидаемого дохода или потерь. Чем выше инвестирование в консоли, тем больший риск предполагает инвестор. И наоборот: чем меньше мы инвестируем в консоли, тем меньший риск несем.
- ❖ Получение дохода от вложения в консоли и возникновение убытков равновероятно (нормальное распределение)
- ❖ Полезность, которую люди получают от суммы их активов, зависит положительно от ожидаемого дохода от инвестирования в консоли и отрицательно - от риска.
- ❖ Портфель состоит из пропорций запаса денег  $M$  и запаса ценных бумаг  $B$ .
  - $M + B = 1$
  - $M$  и  $B$  не зависят от первоначального инвестиционного баланса.
  - не могут быть отрицательными (по определению)

# Модель спроса на деньги Джеймса Тобина

Предполагается, что портфель  $W$  состоит из запаса денег  $M$  и запаса консолей  $B$ :

$$W = M + B \quad (1).$$

Здесь  $B$  представляет собой рыночную стоимость ценных бумаг (консолей).

Обозначим ожидаемый доход от инвестирования в консоли  $R^e$ . Он определяется процентной ставкой  $r$  и ожидаемой капитальной прибылью  $g$ , то есть:

$$R^e = rB + gB = (r + g)B \quad (2)$$

В отличие от Кейнса, Тобин предполагает, что капитальная прибыль не известна точно, но имеет нормальное распределение  $g \in N(\bar{g}, \sigma_g^2)$ .

Предполагается, что все консоли в портфеле имеют одинаковый риск  $\sigma_g$ , тогда риск всего портфеля будет равен:

$$\sigma_p = \sigma_g \cdot B \quad (3).$$

Выражая из (2)  $B$  и подставляя полученное выражение в (3), получаем уравнение трансформационной кривой, которая показывает все возможные комбинации  $R^e$  и  $\sigma_p$ , соответствующие альтернативным распределениям активов:

$$R^e = \frac{r + g}{\sigma_g} \cdot \sigma_p \quad (4)$$

# Модель спроса на деньги Джеймса Тобина

Рассматривается следующая функция полезности:

$$U = U(R^e, \sigma_p), \text{ где } \frac{\partial U}{\partial R^e} > 0, \frac{\partial U}{\partial \sigma_p} < 0, \frac{\partial^2 U}{\partial^2 \sigma_p} > 0. \quad (5)$$

Последнее неравенство означает, что при фиксированном уровне дохода потери, вызванные риском, растут.

Для определения оптимального портфеля, составим функцию Лагранжа и исследуем ее на максимум по  $R^e$  и  $\sigma_p$ :

$$L = U(R^e, \sigma_p) + \lambda \left( R^e - \frac{r + \bar{g}}{\sigma_g} \sigma_p \right) \rightarrow \max \quad (6)$$

$$\lambda = -\frac{\partial U}{\partial R^e} \quad (7) \quad \lambda = -\frac{\partial U}{\partial \sigma_p} \cdot \frac{\sigma_g}{r + \bar{g}} \quad (8)$$

Откуда:

$$-\frac{\partial U}{\partial R^e} = \frac{\partial U}{\partial \sigma_p} \cdot \frac{\sigma_g}{r + \bar{g}} \text{ или } \frac{\partial U}{\partial R^e} \cdot (r + \bar{g}) = \frac{\partial U}{\partial \sigma_p} \cdot \sigma_g \quad (9)$$

Равенство показывает: приобретение дополнительной единицы актива (консоли)

увеличивает полезность на  $\frac{\partial U}{\partial R^e} \cdot (r + \bar{g})$  (связано с увеличением дохода), но

дополнительный риск уменьшает полезность на равную величину  $\frac{\partial U}{\partial \sigma_p} \cdot \sigma_g$ .

# Модель спроса на деньги Джеймса Тобина

Из (3) получаем, что  $B = \frac{\sigma_p}{\sigma_\varepsilon}$ , тогда (1) можно записать как  $M = W - \frac{1}{\sigma_\varepsilon} \cdot \sigma_p$  (10)

То есть спрос на деньги это функция, зависящая от всего портфеля, его риска и риска консоли.

В модели Тобина спроса по спекулятивному мотиву люди способны держать как деньги, так и консоли (смешанные портфели). Это отличает модель от теории предпочтения ликвидности Кейнса, в которой человек держит все свое богатство либо в форме денег, либо в форме ценных бумаг.

В работе «Liquidity preference as behavior risk» Тобин рассматривает два типа индивидов. Это Индивиды рисковые (risk-lovers), не склонные к риску (risk-aversers). Тобин показывает, как изменения различных факторов (изменения ставки процента, налогов, рисков) влияют на равновесие на денежном рынке (в зависимости от типов индивидов).



# Графическое представление модели Тобина

- Изменения в ожидаемой отдаче
- Изменения в рисках
- Изменения в налогах
- Точка первоначального равновесия для изменения в ожидаемой отдаче и рисках
- Кривая безразличия для рискованного индивида

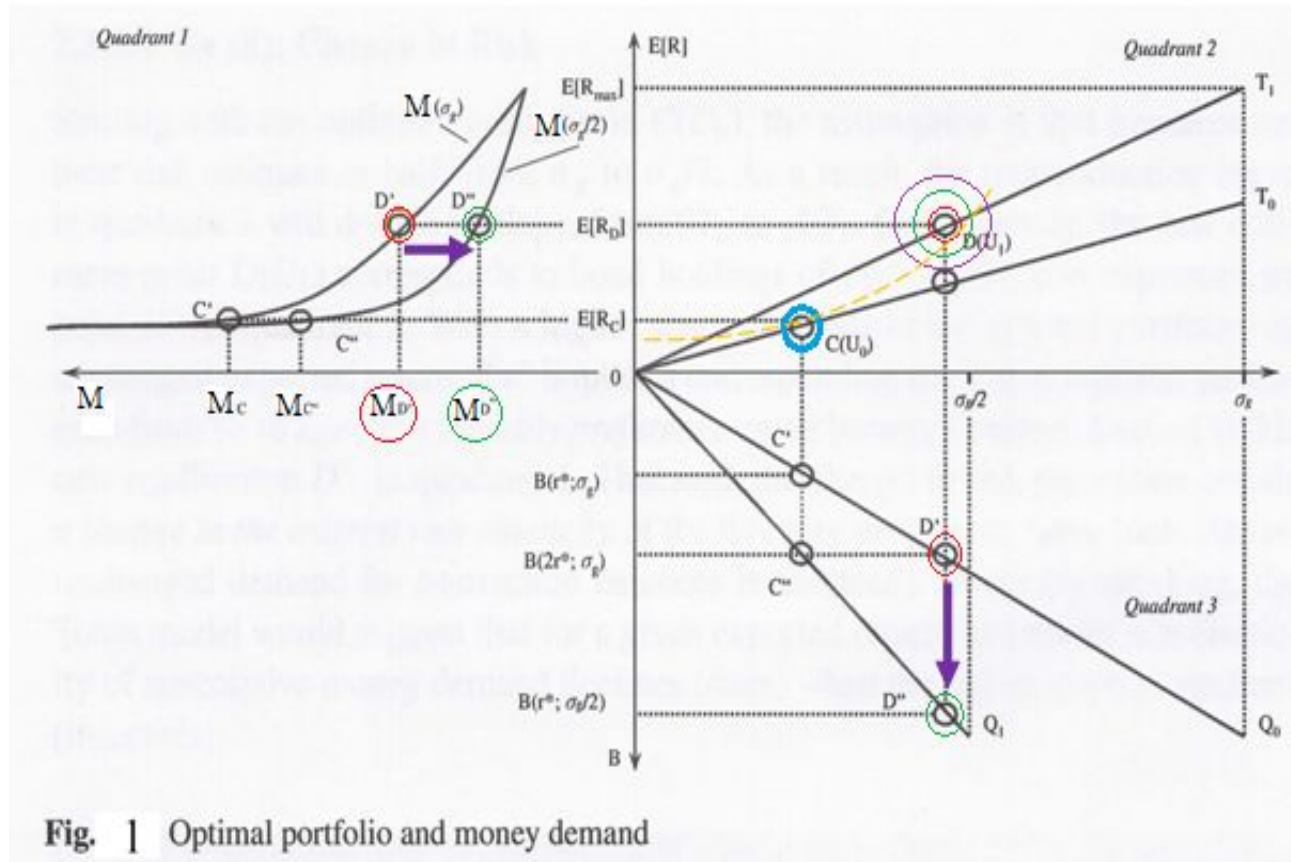


Fig. 1 Optimal portfolio and money demand

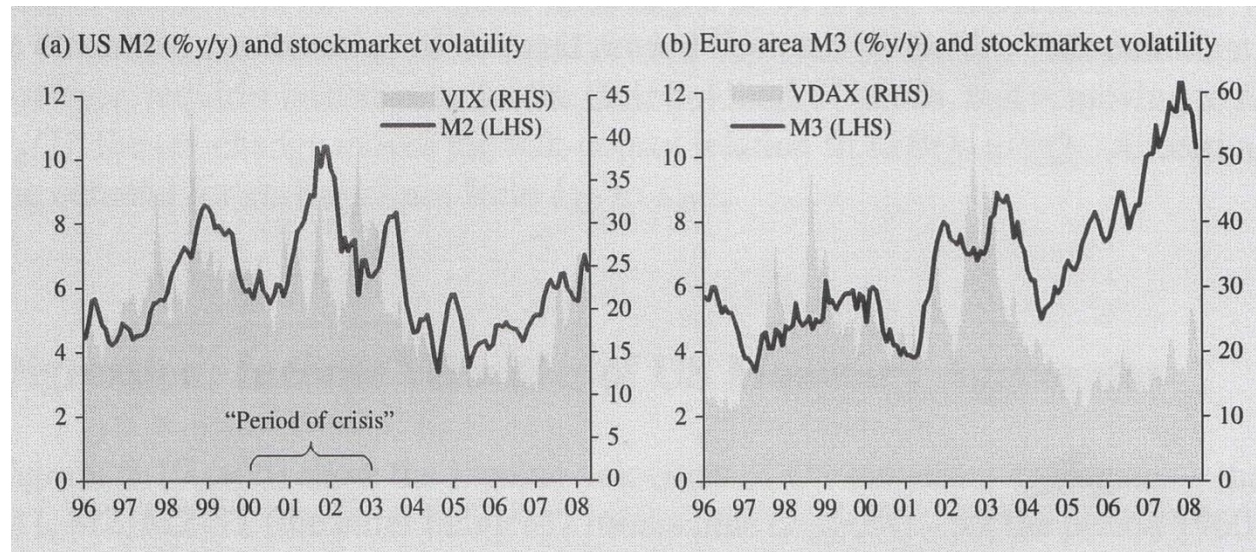
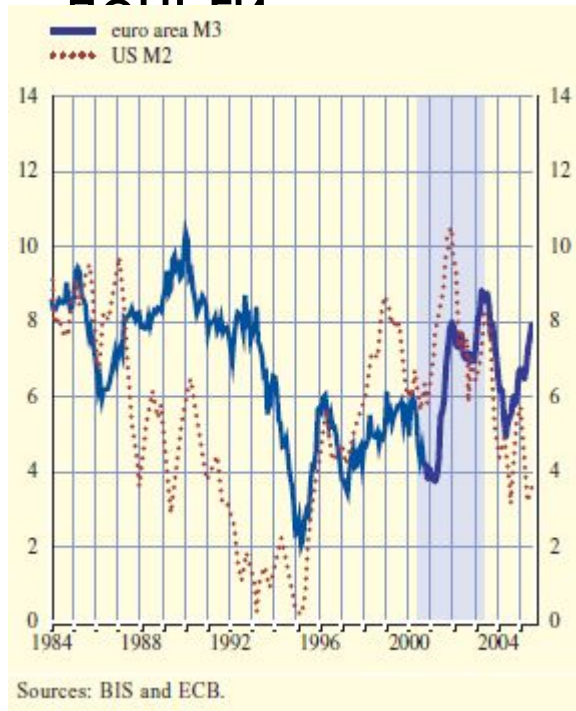
# Выводы модели

- В модели инвесторы могут держать сразу два вида активов: деньги и ценные бумаги.
- Связь между ставкой процента и спросом на деньги неоднозначна.
- В сравнении с кейнсианской теорией модель Тобина предоставляет больше возможностей для применения статистических методов для сравнительного анализа государств.
- Чем более постоянны ожидания индивида, тем чувствительнее его спрос на деньги к изменениям ставки процента.
- Спрос на деньги может изменяться в результате изменения процентной ставки, налогов и рисков.



# MONEY DEMAND AND UNCERTAINTY, ECB Monthly Bulletin October 2005

Ключевые события: кризис, отмечающий конец «Нового экономического» бума, произошедшего из-за IT, атаки террористами США 11 сентября 2001, начало войн в Афганистане в конце 2001 и в Ираке в начале 2003. => изменение оценки рисков инвесторами => спроса на



Source: Bloomberg

Money demand in times of crisis

# Crouch, R.L. “Tobin vs. Keynes on Liquidity Preference” (1971)

Проверка адекватности второй предпосылки модели:  
*индивид не знает, как будет изменяться ставка процента*

Проверка наличия автокорреляции между изменениями в уровнях ставки процента.  
Использовалось уравнение авторегрессии:

$$\Delta r_t = \alpha_{t-1} \Delta r_{t-1} + \varepsilon_t$$

# Crouch, R.L. "Tobin vs. Keynes on Liquidity Preference" (1971)

$$\Delta r_t = \alpha_{t-1} \Delta r_{t-1} + \varepsilon_t$$

*Тобин:*

- $\alpha=0$

изменения в процентной  
ставке случайны

- каждое изменение  $\varepsilon_t$   
коррелируется с  $\varepsilon_{t-k}$  для  
каждого  $k \neq 0$

*Кейнс:*

$$\alpha \in (-1;0)$$

изменения ставки  
процента должны  
отрицательно  
автокоррелироваться

TABLE 1. — AUTOCORRELATION RESULTS

Lag, weeks	Autocorrelation Coefficient
1	+ .0123
2	+ .0516
3	+ .1022
4	+ .1066
5	- .0092
6	+ .0561
7	- .0346
8	+ .0449
9	- .0144
10	- .0398
11	- .0403
12	- .0615

Note: The interest rate used was the yield on U.K. 2½ per cent Consols quoted on Fridays (or the nearest working day) between 12/21/62 and 11/25/66 ( $N = 206$ ). Source: *Bank of England Quarterly Bulletin*.

При  $N=206$  и уровне значимости 5% критические значения  $+0,1096$  и  $-0,1193$ . Полученные коэффициенты попадают в интервал — подтверждается предпосылка Тобина.

# Модель «Деньги вперед» (cash-in-advance model)

Трансакционная модель спроса на деньги.

Разновидности:

Лукас (1982)

рынок активов  
открывается раньше  
рынка услуг

Количество денег на руках  
зависит от решения в  
текущем периоде

Свенссон (1982)

рынок услуг открывается  
раньше рынка активов

Количество денег на  
руках зависит от решения  
в предыдущем периоде

# Модель Свенссона

## Предпосылки:

- 1) Рассматривается закрытая денежная экономика
- 2) Репрезентативная фирма в момент времени  $t$  характеризуется случайным выпуском  $Y_t$
- 3) Предложение денег в период  $t$  случайно и равно,  
 $\bar{M}_t = \omega_{t-1} \bar{M}_{t-1}$  , где  $\omega$  - случайная величина, обозначающая рост денежной массы.

# Модель Свенссона

## Предпосылки:

4) Потребитель входит в период  $t$ , имея на руках наличность в размере  $M_t$ .

5) В конце периода  $t$  (после закрытия рынка товаров и услуг) потребитель получает трансферты в размере  $\tau_t = (\omega_t - 1)\bar{M}_t$ .

6) Налог уплачивается одновременно с получением дохода - исключается мотив предосторожности.

# Модель Свенссона

## Предпосылки:

7) Предпочтения потребителя имеют вид  $E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(c_{\tau})$ ,  
 $0 < \beta < 1$ .

8)  $P_t = P(s_t, \bar{M}_t)$  - цены на потребительские товары,  
 $Q_t = Q(s_t, \bar{M}_t)$  - цена доли прибыли фирмы, где  
 $s_t = (y_t, \omega_t)$  - состояние экономики в период  $t$ .

9) В периоде  $t$  потребитель имеет право на долю  $z_t$  от прибыли фирмы, в конце периода получает дивиденды  $P_t y_t z_t$



# Модель Свенссона

Ограничение ликвидности:

$$P_t c_t \leq M_t, \text{ если } \pi_t = \frac{1}{P_t}, \text{ то } c_t \leq \pi_t M_t \quad (1)$$

Бюджетное ограничение:

$$M_{t+1} + Q_t z_{t+1} \leq [M_t - P_t c_t] + [Q_t + P_t y_t] z_t + \tau_t$$

$$\pi_t M_{t+1} + q_t z_{t+1} + c_t \leq \pi_t M_t + (q_t + y_t) z_t + \pi_t (\omega_t - 1) \bar{M}_t \quad (2)$$

# Модель Свенссона

Задача потребителя:

$$E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(c_{\tau}) \quad (\max) \quad \text{меняется на:}$$

$$V = \max_{c_t, M_{t+1}, z_{t+1}} \left[ u(c_t) + \beta \int v(w_{t+1}, \bar{M}_{t+1}, s_{t+1}, M_{t+1}) dF(s_{t+1}, s_t) \right]$$

при  $c_t \leq \pi_t M_t$

$$\pi_t M_{t+1} + q_t z_{t+1} + c_t \leq \pi_t M_t + (q_t + y_t) z_t + \pi_t (\omega_t - 1) \bar{M}_t$$

# Модель Свенссона

Функция спроса на деньги, наряду с текущим доходом и номинальной ставкой процента, должна содержать в качестве переменной текущий рост денежной массы.

# Cooley “Frontiers of Business Cycle Research” (1995)

Основные предпосылки исследования:

- 1) Использование модели cash-credit для исследования модели деловых циклов
- 2) Отрицание неклассического принципа дихотомии

# Cooley “Frontiers of Business Cycle Research” (1995)

Variable	SD%	Variable Cross-correlation of output with:							Correlation with M0 growth
		t-3	t-2	t-1	t	t+1	t+2	t+3	
Output	1.69	0.240	0.444	0.0692	1.000	0.692	0.444	0.240	-0.01
Consumption	0.53	0.397	0.488	0.582	0.676	0.378	0.153	-0.013	-0.60
Investment	5.90	0.169	0.381	0.643	0.975	0.699	0.473	0.282	0.16
Hours	0.35	0.145	0.362	0.637	0.987	0.715	0.492	0.305	-0.03
Prices	1.88	-0.135	-0.161	-0.190	-0.218	-0.126	-0.064	-0.021	0.43
Inflation	1.23	0.040	0.045	0.042	-0.138	-0.093	-0.065	-0.049	0.92
Nominal interest rate	0.58	0.010	0.011	-0.002	-0.014	0.003	0.011	0.007	0.72
$\Delta$ Money	0.87	0.001	0.005	-0.000	-0.008	0.008	0.011	0.002	1.00
Velocity	1.40	0.141	0.351	0.613	0.948	0.691	0.477	0.295	0.27

Табл. 2 Simulated Cash-Credit RBC Model

# Cooley “Frontiers of Business Cycle Research” (1995)

В результате исследования были выявлены следующие закономерности:

- 1) Отрицательная корреляция между потреблением и денежным ростом
- 2) Отсутствие тесной связи между ростом выпуска и ростом денежной массы
- 3) Отсутствие связи между номинальной ставкой процента и объемом выпуска

Недостатки модели: выявленные закономерности 2) и 3) не предполагались в теории.

# Модель «Деньги вперед» (cash-in-advance model)

## Преимущества:

- + подчеркивается функция денег как средства обмена
- + дополнительный фактор спроса на деньги: рост денежной массы

## Недостатки:

- строгие ограничения на осуществление транзакций во времени и в пространстве
- принятые предпосылки о скорости обращения денег эмпирически не подтверждаются

# Модель спроса на деньги со стороны фирм

Мертон Миллер и Даниель Орр



# Модель Миллера и Орра

Почему модель была придумана:

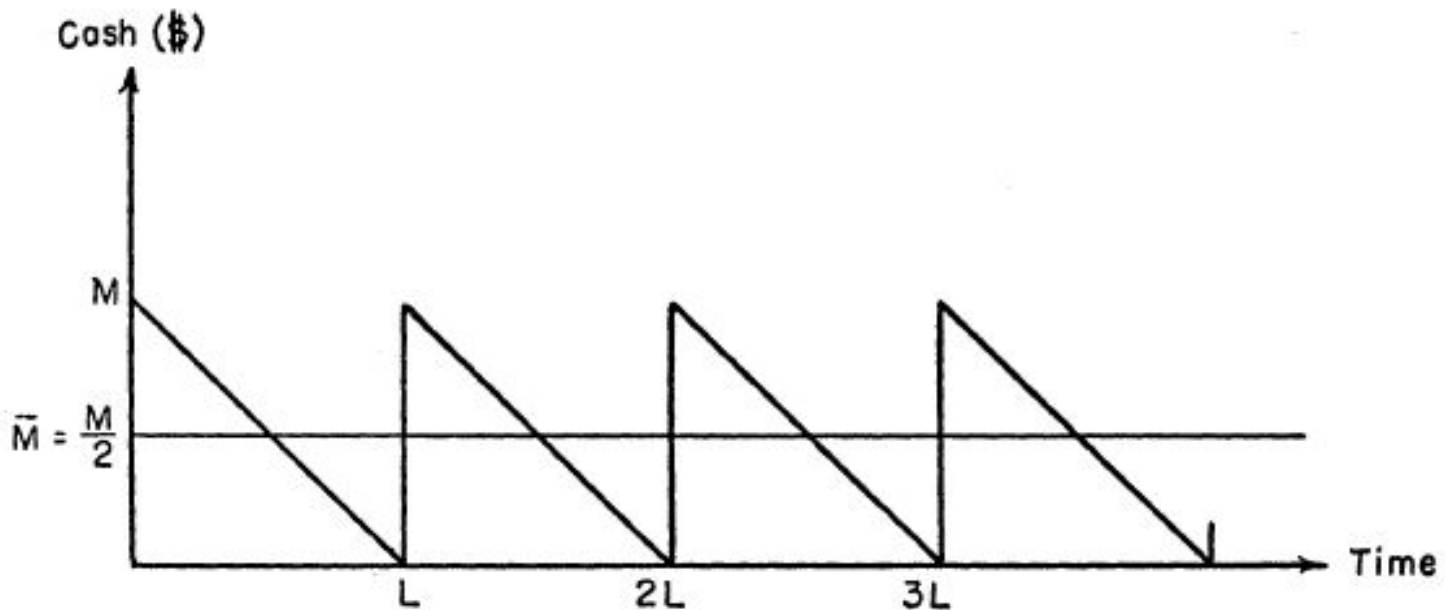


FIGURE 1a

# Модель Миллера и Орра

Почему модель была придумана:

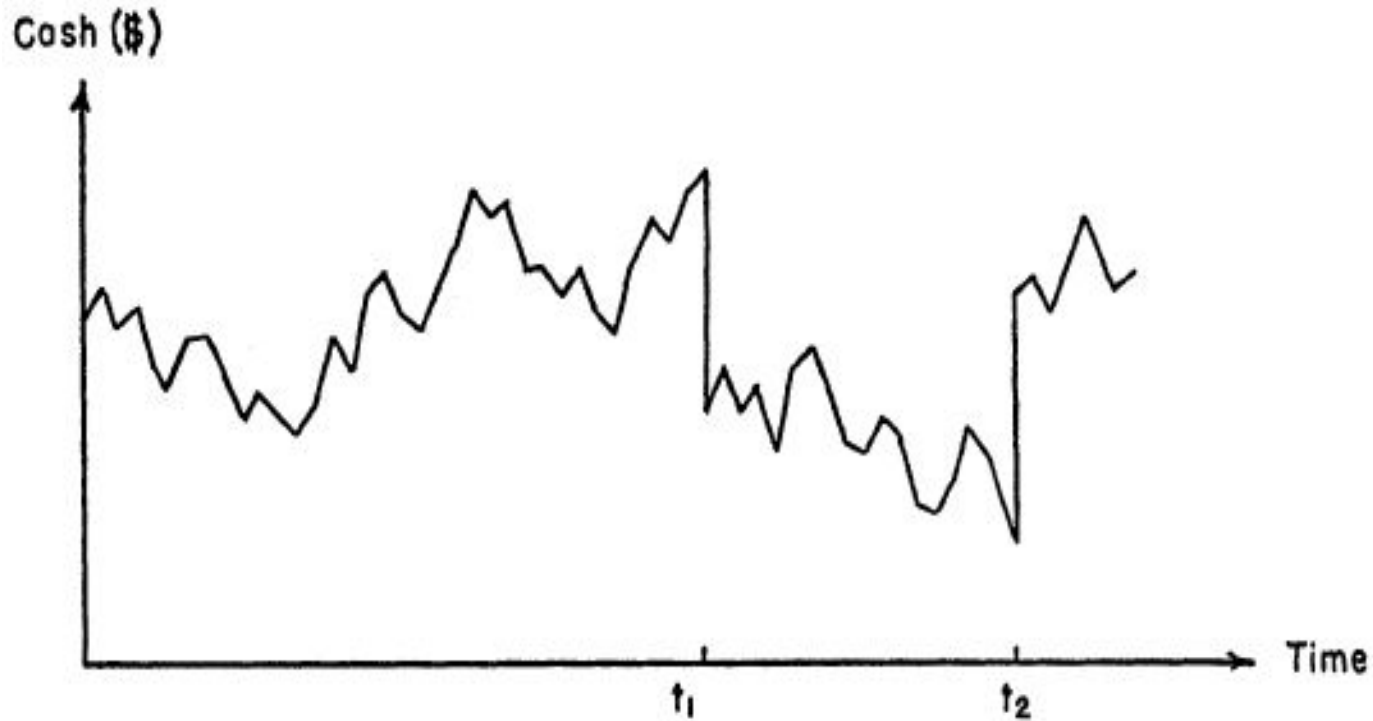


FIGURE 1b

# Модель Миллера и Орра

## Предпосылки:

- 1) Два типа активов – кассовая наличность (cash balance) и ценные бумаги (earning assets)
- 2) Перевод дохода из одного актива в другой возможен в любое время по цене  $\gamma$
- 3) Перевод осуществляется мгновенно

# Модель Миллера и Орра

## Предпосылки:

- 4) Точно определен минимальный уровень кассовой наличности. Полагаем его равным нулю
- 5) Потоки наличности случайны, стохастичны
- 6) Сильная предпосылка о том, что  $p=q=1/2$  в распределении Бернулли (**симметричное движение наличности, или нулевое движение**)

# Модель Миллера и Орра

Техническая сторона модели:

1) Математическое ожидание кассовой наличности по прошествии  $n$  дней:

$$\mu_n \varphi = \text{Успех} * \left( \begin{array}{c} \text{Вероятность} \\ \text{успеха} \end{array} \right) + \text{Неудача} * \left( \begin{array}{c} \text{Вероятность} \\ \text{неудачи} \end{array} \right)$$

$$\mu_n \varphi = t * m * n(p - q)$$

# Модель Миллера и Орра

2) Дисперсия изменения кассовой наличности по прошествии  $n$  дней:

$$\mu_n \varphi^2 = (\text{Успех})^2 * \left( \frac{\text{Вероятность}}{\text{успеха}} \right) + (\text{Неудача})^2 * \left( \frac{\text{Вероятность}}{\text{неудачи}} \right)$$

$$D^2_n \varphi = (t * m * n)^2 * 4 * p * q$$

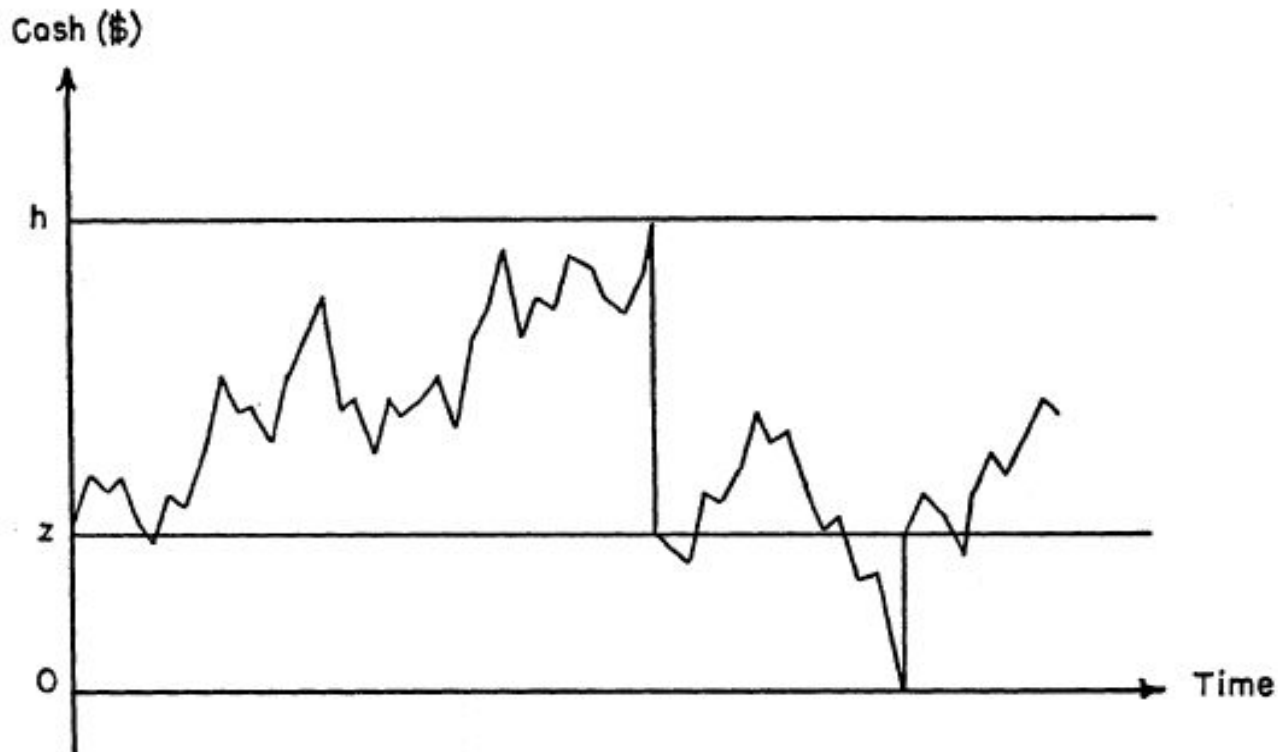
3) На основании того, что  $p = q = \frac{1}{2}$ :

$$\mu_n \varphi = 0 \quad D^2 \varepsilon = m^2 * t$$

# Модель Миллера и Орра

$h$  – допустимый максимум наличности

$z$  - промежуточная точка возврата



# Модель Миллера и Орра

$$\varepsilon(c) = \gamma \frac{\varepsilon(N)}{T} + v * \varepsilon(M) \rightarrow \min$$

- 1)  $T$  – горизонт планирования
- 2)  $\varepsilon(N)$  - ожидаемое число переводов в течение  $T$
- 3)  $\gamma$  - стоимость одного перевода
- 4)  $\varepsilon(M)$  - средний ежедневный объем кассовой наличности
- 5)  $v$  – ставка процента

Решение должно быть выражено через параметры контроля объема наличности  $z$  и  $h$ .



# Модель Миллера и Орра

Результаты моделирования:

$$\varepsilon(c) = \gamma \frac{\varepsilon(N)}{T} + v * \varepsilon(M) - \text{было}$$

$$\varepsilon(c) = \frac{\gamma * m^2 * t}{z * Z} + \frac{v * (Z + 2z)}{3} - \text{стало, } Z = h - z$$

Оптимальное решение:

$$z^* = \left( \frac{3 * \gamma * m^2 * t}{4 * v} \right)^{1/3} \quad h^* = 3z^*$$

# Модель Миллера и Орра

Функция спроса на деньги, полученная на основании результатов

- 1) Среднее значение кассовой наличности:  $\frac{h+z}{3}$
- 2) Значение дисперсии:  $\sigma^2 = m^2 t$
- 3) Оптимальное значение для  $h$  и  $z$  :

$$z^* = \left( \frac{3 \cdot \gamma \cdot m^2 \cdot t}{4 \cdot v} \right)^{1/3}, h^* = 3z^*$$

Тогда функция спроса приобретает вид:

$$\bar{M}^* = \frac{h^* + z^*}{3} = \frac{4}{3} z^* = \frac{4}{3} \left( \frac{3 \gamma m^2 t}{4 v} \right)^{1/3} = \frac{4}{3} \left( \frac{3 \gamma}{4 v} \sigma^2 \right)^{1/3}$$

# Модель Миллера и Орра

Комментарий функции спроса:

- 1) Возрастающая функция от издержек перевода активов и формирования портфеля
- 2) Функция демонстрирует отрицательную зависимость спроса на деньги от ставки процента
- 3) Нововведением модели является учет в уравнении денежного спроса значения  $\sigma^2$ , которое выражает отклонение объема кассовой наличности

# Модель Миллера и Орра

A. For  $\gamma/\nu = 50$

$p$	$z^*$	$h^*$	$\bar{M}^*$	$ \mu $	$\sigma^2$
1.0	1.0	11.0	5.5	1.0	0.00
0.9	1.2	10.6	5.3	0.9	0.36
0.8	1.5	10.0	5.1	0.8	0.64
0.7	1.9	9.5	4.8	0.7	0.84
0.6	2.5	9.4	4.6	0.6	0.96
0.5	3.3	10.0	4.5	0.5	1.00
0.4	4.7	11.7	4.4	0.6	0.96
0.3	6.3	13.9	4.4	0.7	0.84
0.2	7.7	16.1	4.7	0.8	0.64
0.0	11.0	—	5.5	1.0	0.00

B. For  $\gamma/\nu = 500$

$p$	$z^*$	$h^*$	$\bar{M}^*$	$ \mu $	$\sigma^2$
1.0	1.0	32.6	16.3	1.0	0.00
0.9	1.6	30.4	15.4	0.9	0.36
0.8	2.2	27.4	14.0	0.8	0.64
0.7	2.9	24.1	12.4	0.7	0.84
0.6	4.1	20.9	10.6	0.6	0.96
0.5	7.2	21.6	9.6	0.5	1.00
0.4	14.2	31.0	9.6	0.6	0.96
0.3	20.0	44.7	11.2	0.7	0.84
0.2	24.5	—	13.1	0.8	0.64
0.0	32.6	—	16.3	1.0	0.00

# Модель Миллера и Орра

## Решение задачи:

- 1)  $g = 12.000$  руб.  $g$  - резерв, минимальный запас денежных средств
- 2)  $\gamma = 30$  руб., стоимость одного перевода денег
- 3)  $\sigma = 2.000$ , корень из дисперсии кассовой наличности
- 4)  $V = 11,6\%$  – годовая процентная ставка

### Решение:

$$(1 + v)^{365} = 1,116, \text{ отсюда } v = 0,0003 \text{ или } 0,03$$

$$\sigma^2 = 2.000^2 = 4.000.000$$

$$z^*: z^* = \sqrt[3]{\frac{3\gamma\sigma^2}{4*v}} = \sqrt[3]{\frac{3*30*4000000}{4*0,0003}} = 6.694 \text{ руб.}$$

размах вариации денежных средств составляет  $3z^* = 3 * 6.694 = 20.082$

$$h^*: h^* = g + 3z^* = 12.000 + 20.082 = 32.082 \text{ руб.}$$

# Модель Миллера и Орра

Решение задачи: объем кассовой наличности варьируется в интервале (12.000, 32.082) руб.

При выходе за пределы интервала необходимо восстановить средства на расчётном счёте на уровне = 20.082 руб.

# Модель Миллера и Орра

## Преимущества и недостатки подхода:

+ Спрос на деньги объясняется со стороны фирм

+ Рассматривается случай стохастических потоков денежных средств

- используется ряд сильных предпосылок (например, вероятности успеха и неудачи в каждом испытании Бернулли принимаются по 0,5)