Модуляция и демодуляция сигналов

- При создании систем передачи информации в большинстве случаев оказывается, что спектр исходного сигнала, подлежащего передаче, сосредоточен отнюдь не на тех частотах, которые эффективно пропускает имеющийся канал связи.

- Очень часто необходимо в одном и том же канале связи передавать несколько сигналов одновременно. Одним из способов решения этой задачи является использование частотного разделения каналов, при котором разные сигналы занимают неперекрывающиеся полосы частот.

- Далее, во многих случаях требуется, чтобы передаваемый сигнал был узкополосным. Это означает, что эффективная ширина спектра намного меньше его центральной частоты:

$$\Delta f \ll f_0 .$$

- **Решение указанной проблемы достигается при использовании модуляции (modulation), сущность которой заключается в следующем.**

- **Формируется некоторое колебание (чаще всего гармоническое), называемое несущим колебанием или просто несущей (carrier), и какой-либо из параметров этого колебания изменяется во времени пропорционально исходному сигналу.**

- **Исходный сигнал называют модулирующим (modulating signal), а результирующее колебание с изменяющимися во времени параметрами — модулированным сигналом (modulated signal).**

- **Обратный процесс — выделение модулирующего сигнала из модулированного колебания — называется демодуляцией (demodulation).**

Запишем (в очередной раз) гармонический сигнал общего вида:

$$s(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

У данного сигнала есть три параметра: амплитуда A, частота и начальная фаза. Каждый из них можно связать с модулирующим сигналом, получив таким образом три основных вида модуляции: амплитудную, частотную и фазовую. Как мы увидим далее, частотная и фазовая модуляция очень тесно взаимосвязаны, поскольку обе они влияют на аргумент функции cos. Поэтому эти два вида модуляции имеют общее название — угловая модуляция.

В современных системах передачи цифровой информации также получила распространение квадратурная модуляция, при которой одновременно изменяются амплитуда и фаза сигнала. Все упомянутые виды модуляции будут более подробно рассмотрены в следующих разделах.

Амплитудная модуляция

Как явствует из названия, при амплитудной модуляции (АМ; английский термин — amplitude modulation, AM) в соответствии с модулирующим сигналом изменяется амплитуда несущего колебания:

$$s_{\mathrm{AM}}(t) = A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Однако если амплитуду A(t) просто сделать прямо пропорциональной модулирующему сигналу, возможно возникновение следующей проблемы. Как правило, модулирующий сигнал является двуполярным (знакопеременным). Рассмотрим, например, такой сигнал (рис. 8.1, сверху):

$$s_{\mathrm{M}}(t) = 3\cos(2\pi t) - \sin(6\pi t + \pi/4).$$

Если мы непосредственно используем его в качестве амплитудной функции A(t), получится следующее (рис. 8.1, снизу):

Особенности АМ

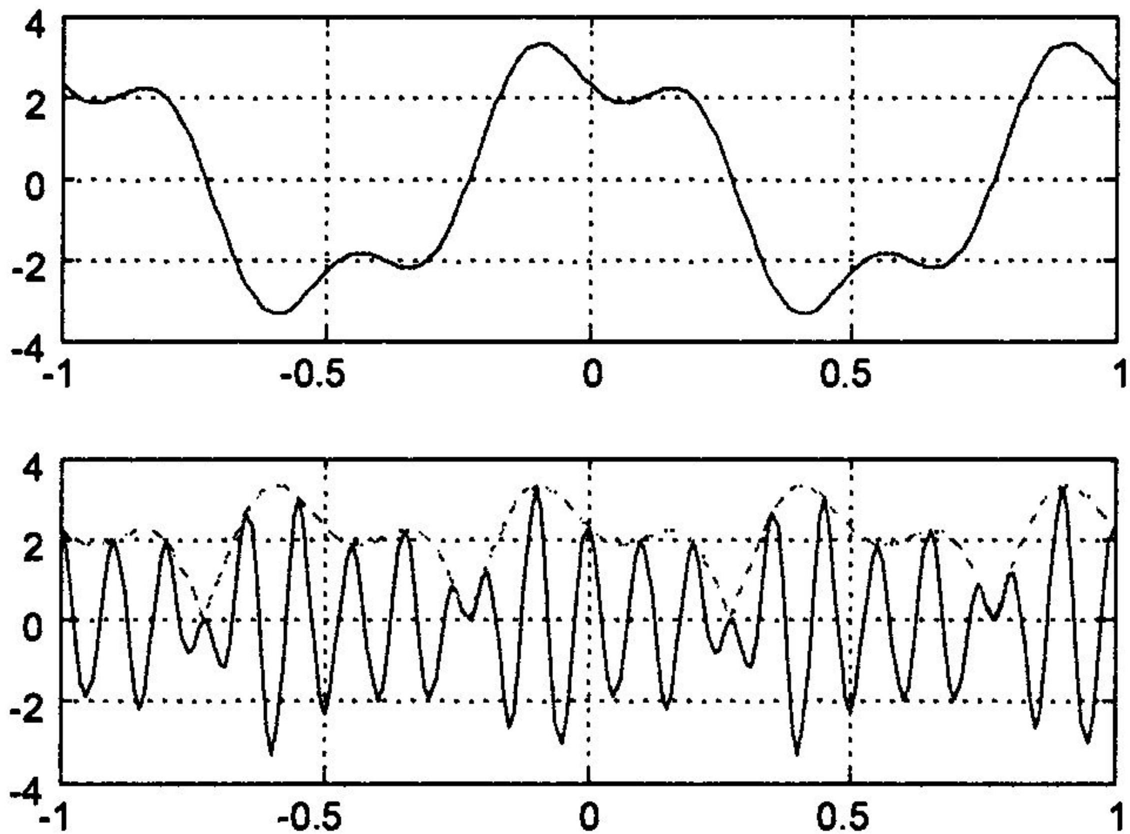


Рис. 8.1. Умножение двуполярного модулирующего сигнала (сверху) на несущее колебание дает неправильную амплитудную огибающую (снизу)

Из нижнего графика на рис. 8.1 видно, что амплитудная огибающая, которая будет выделена в процессе демодуляции, в данном случае оказывается неправильной — она соответствует модулю исходного сигнала.

Поэтому при реализации АМ к модулирующему сигналу предварительно добавляют постоянную составляющую, чтобы сделать его однополярным:

$$A(t) = A_0 + ks_{\text{M}}(t).$$

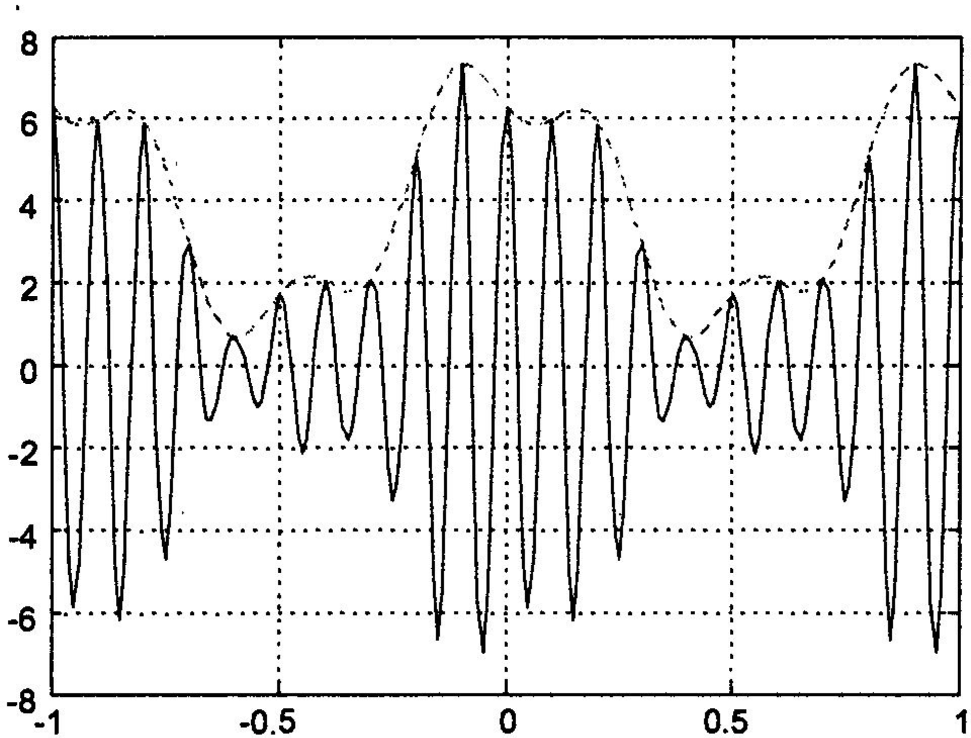


Рис. 8.2. Добавление постоянной составляющей делает модулирующий сигнал однополярным

Итак, окончательно можно записать АМ-сигнал в следующем виде:

$$s_{\text{AM}}(t) = (A_0 + ks_{\text{M}}(t))\cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Однотональная модуляция

Для понимания сути амплитудной модуляции и спектральной структуры АМ-сигнала полезно подробнее рассмотреть частный случай, когда модулирующий сигнал является гармоническим:

$$s_{\text{M}}(t) = A_{\text{M}} \cos(\Omega t + \Phi_0).$$

$$s_{\text{AM}}(t) = (A_0 + A_{\text{M}} \cos(\Omega t + \Phi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

$$m = \frac{A_{\text{M}}}{A_0}.$$ **- Глубина модуляции**

С учетом этого можно записать

$$s_{\text{AM}}(t) = A_0(1 + m \cos(\Omega t + \Phi_0)) \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

Очевидно, что максимальное значение огибающей однотонального АМ-сигнала достигается тогда, когда оба косинуса равны 1:

$$A_{\max} = A\,(1 + m).$$

Минимальное значение огибающей соответствует тем моментам, когда косинус модулирующего сигнала равен -1:

$$A_{\min} = A\,(1 - m).$$

Глубина модуляции

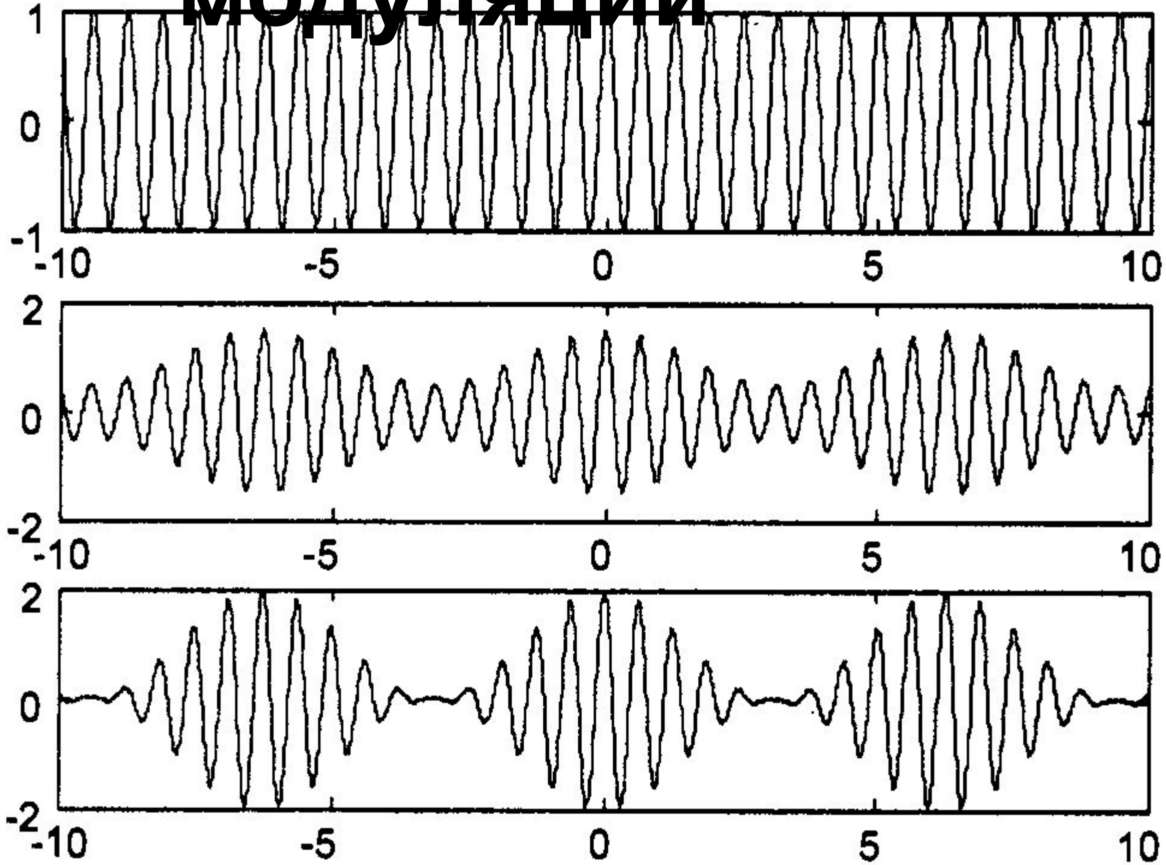


Рис. 8.3. Однотональный АМ-сигнал: сверху — $m = 0$ (немодулированная несущая), в центре — $m = 0{,}5$, снизу — $m = 1$

Отсюда следует формула, позволяющая вычислить коэффициент модуляции m по результатам измерения (например, с помощью осциллографа) максимальной и минимальной амплитуд сигнала:

$$m = \frac{A_{\max} - A_{\min}}{A_{\max} + A_{\min}}.$$

Обычно коэффициент модуляции должен лежать в диапазоне 0...1. При $m > 1$ имеет место *перемодуляция*; подстановка таких значений в приведенную формулу дает результат, показанный на рис. 8.4.

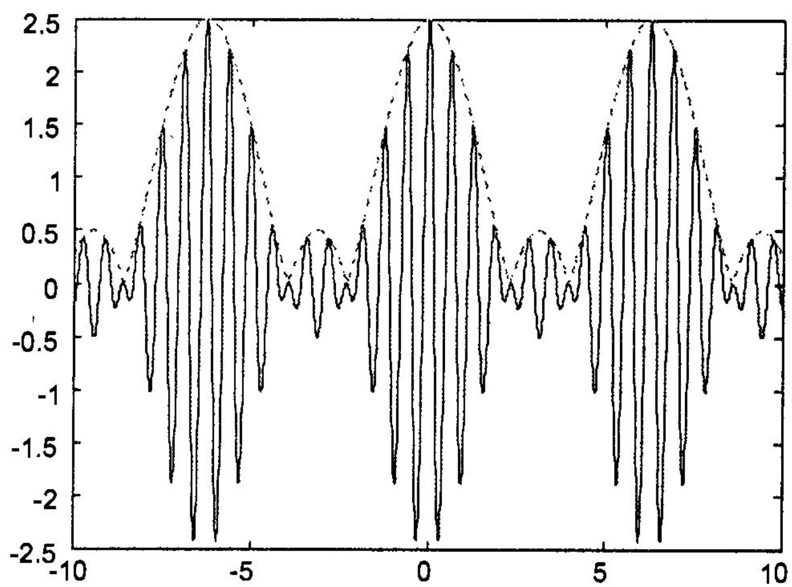


Рис. 8.4. Однотональный АМ-сигнал в случае перемодуляции (m = 1,5)

Глубина модуляции

$$s_{\text{АМ}}(t) = A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + A_0 m \cos(\Omega t + \Phi_0)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) =$$

$$= A_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0) + \frac{A_0 m}{2}\cos\left((\omega_0 + \Omega)t + \varphi_0 + \Phi_0\right) +$$

$$+ \frac{A_0 m}{2}\cos\left((\omega_0 - \Omega)t + \varphi_0 - \Phi_0\right).$$

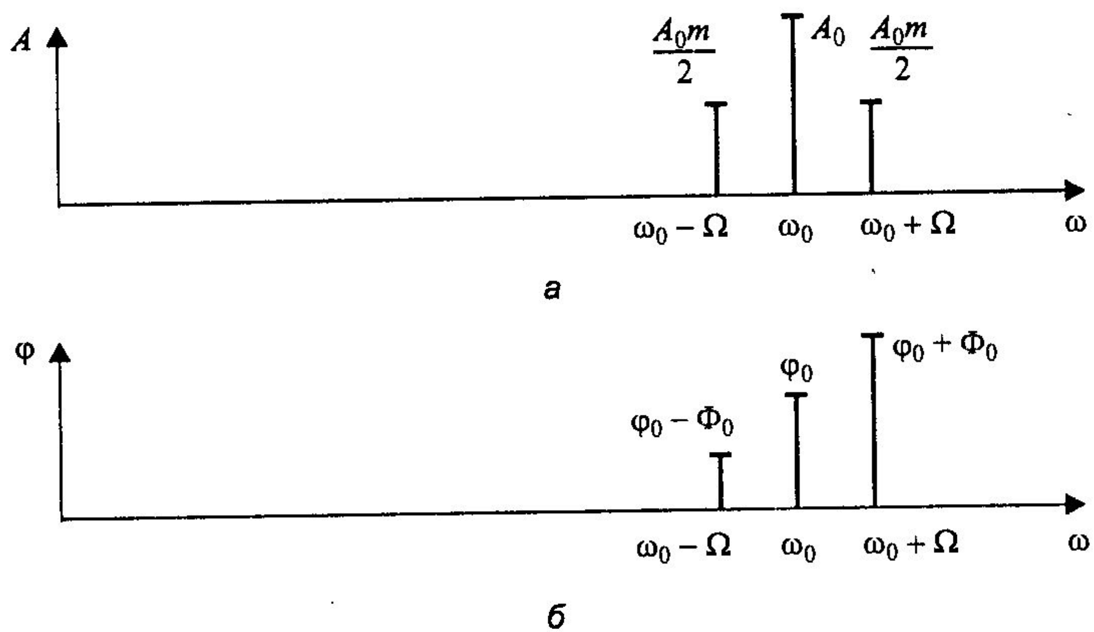


Рис. 8.5. Амплитудный (*а*) и фазовый (*б*) спектры однотонального АМ-сигнала

АМ-сигнал в общем случае

Спектр огибающей A(t) при амплитудной модуляции сдвигается в область несущей
частоты -w0 и +w0, раздваиваясь и уменьшаясь в два раза
w_0=10 Гц - несущая

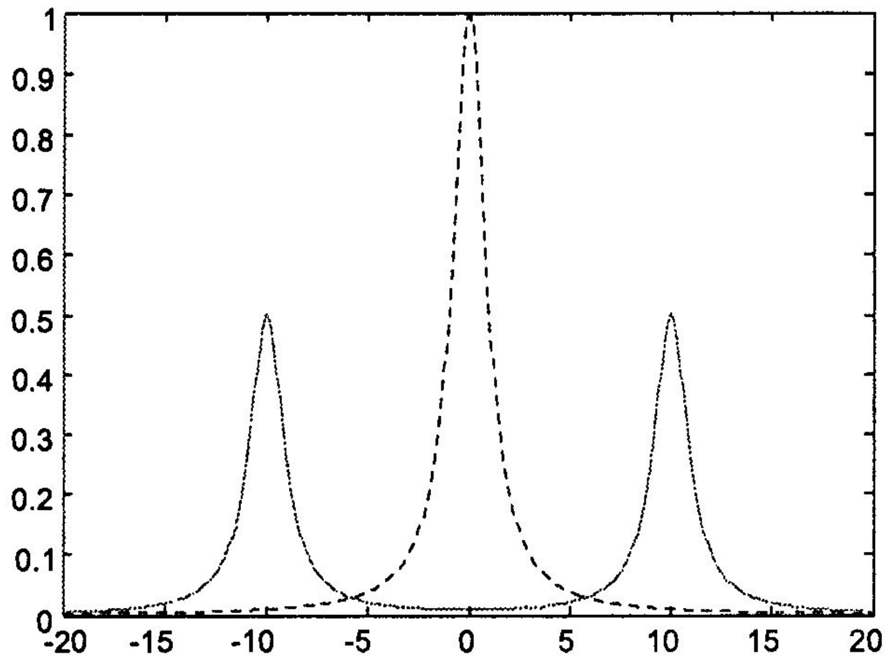


Рис. 8.7. Спектры огибающей (пунктирная линия) и АМ-сигнала (сплошная линия)

Из графиков видно, что ширина спектра АМ-сигнала вдвое больше максимальной (граничной) частоты модулирующего сигнала: $\Delta\omega = 2\Omega_{max}$.

Эффект наложения хвостов

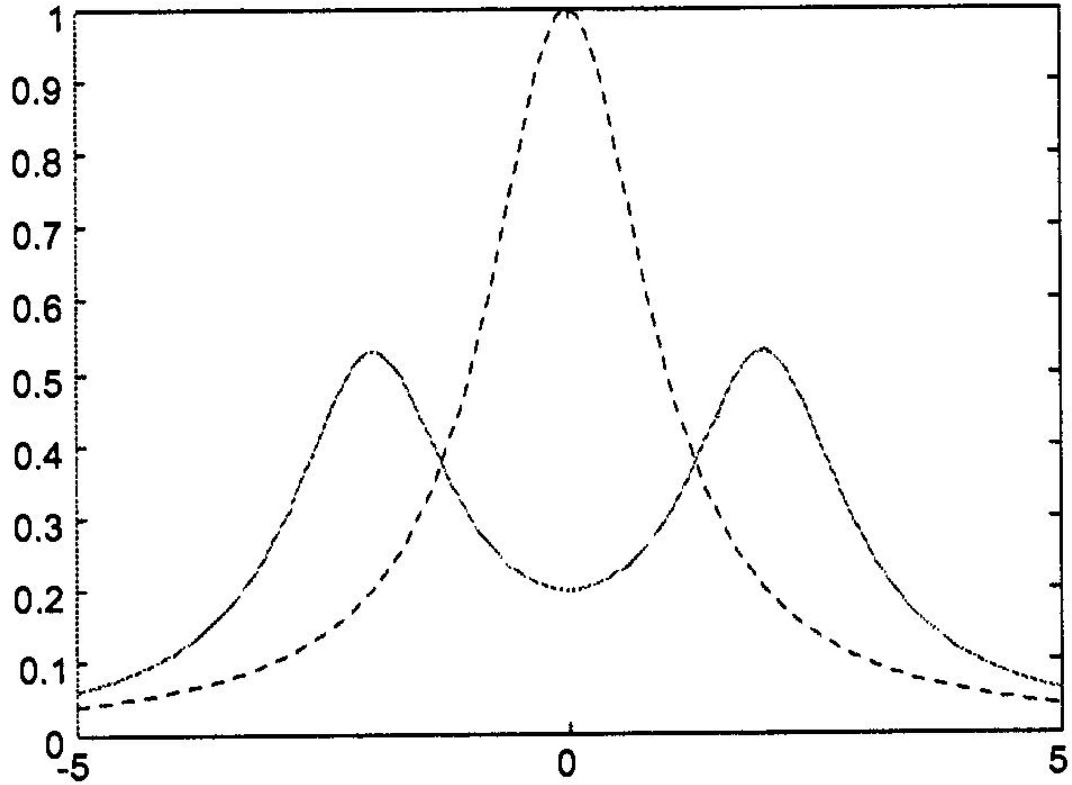


Рис. 8.8. При недостаточно высокой несущей частоте спектр АМ-сигнала (сплошная линия) может быть существенно несимметричным относительно несущей частоты из-за наложения «хвостов»

Энергетические соотношения в АМ-сигнале

Для начала определим пиковую мощность однотонального АМ-сигнала. Как указывалось ранее, его максимальная амплитуда равна $A_0(1 + m)$, следовательно, пиковая мощность составляет

$$P_{\max} = A_0^2(1 + m)^2.$$

Средняя мощность

$$P_{\text{ср}} = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2} s^2(t)\,dt =$$

$$= \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\int\limits_{-T/2}^{T/2}\Big(A_0\big(1 + m\cos(\Omega t + \Phi_0)\big)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\Big)^2 dt =$$

$$= \frac{A_0^2}{2} + \frac{A_0^2 m^2}{4}.$$

$\dfrac{A_0^2 m^2}{4}$ **- здесь заключена полезная мощность**

Коэффициент полезного действия

Введем в рассмотрение *коэффициент полезного действия* (КПД) амплитудной модуляции, определив его как отношение мощности боковых частот к общей средней мощности сигнала:

$$\eta_{AM} = \frac{A_0^2 \dfrac{m^2}{4}}{A_0^2 \left(\dfrac{1}{2} + \dfrac{m^2}{4} \right)} = \frac{m^2}{m^2 + 2}.$$

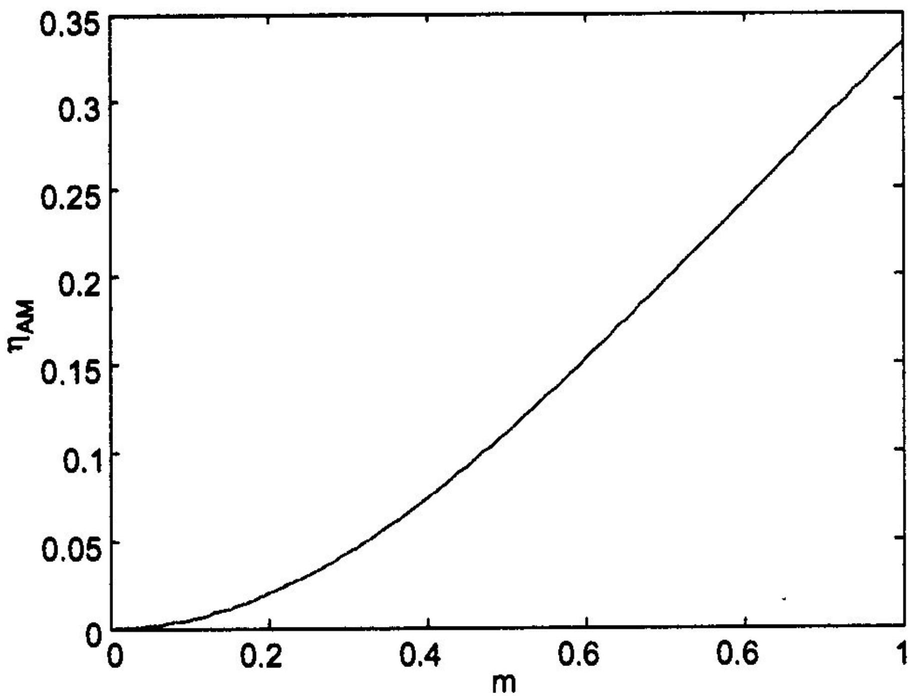


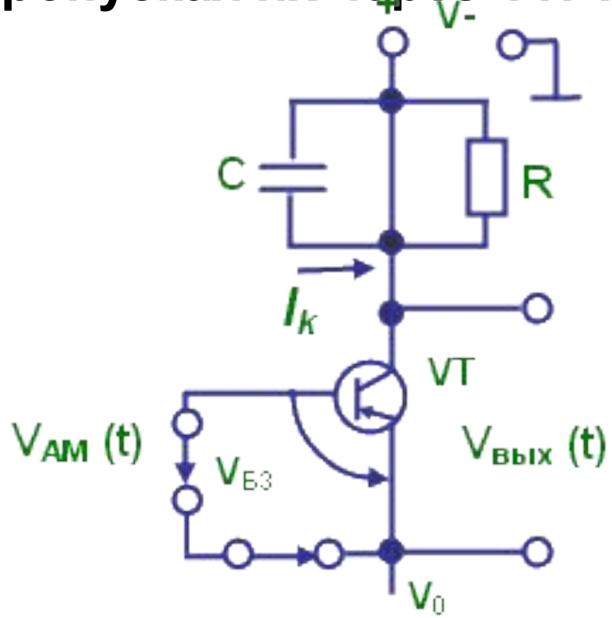
Рис. 8.9. Зависимость КПД от коэффициента амплитудной модуляции

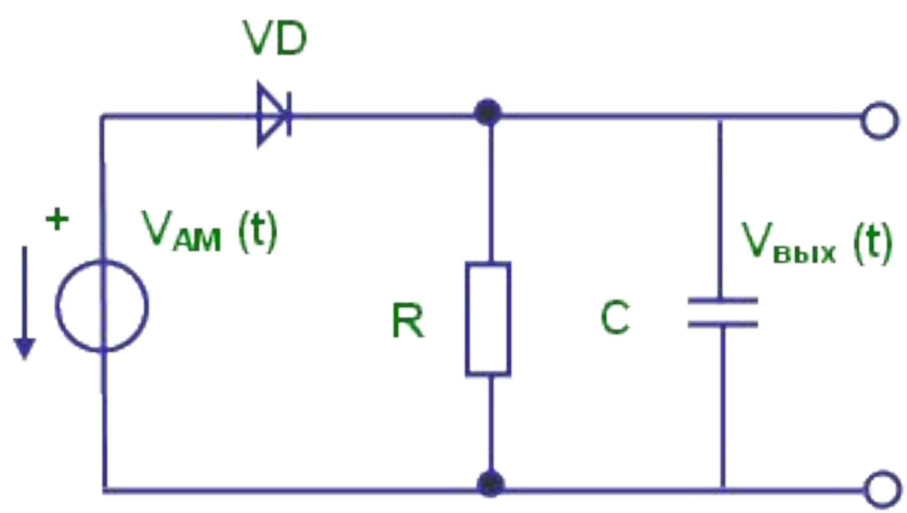
Сфера применения

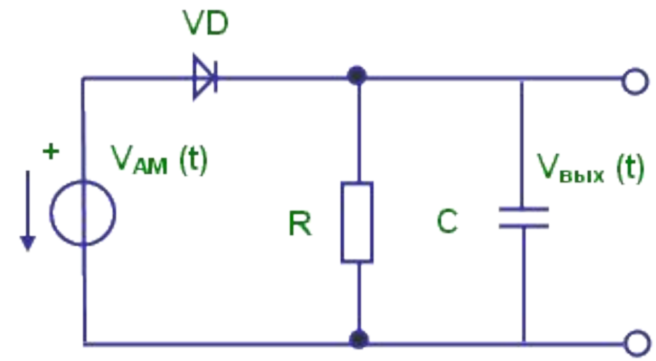
Исторически АМ была первым практически освоенным видом модуляции. Однако низкий КПД и ширина спектра, вдвое превышающая ширину спектра модулирующего сигнала, привели к тому, что сфера применения АМ стала довольно узкой. В настоящее время АМ применяется для радиовещания на сравнительно низких частотах (в диапазонах длинных, средних и коротких волн) и для передачи изображения в телевизионном вещании.

Демодуляция АМ-сигнала

Демодуляция АМ-сигнала может быть выполнена несколькими способами. Простейший путь — имитировать работу аналогового двухполупериодного детектора. Мы вычисляем модуль входного АМ-сигнала, а затем сглаживаем получившиеся однополярные косинусоидальные импульсы, пропуская их через ФНЧ







При демодуляции АМ-сигнала необходимо выделить закон изменения амплитуды модулирования несущего сигнала, т.е. его *огибающую.* Эта операция выполняется с помощью амплитудного детектора. При линейном детектировании на вход детектора с линейной вольт-амперной характеристикой (*а*) подается АМ-сигнал (*б)* и последовательность импульсов тока детектора оказывается промодулированной по амплитуде (в). Высокочастотные составляющие тока отфильтровываются RC -цепью; падение напряжения на резисторе *R* создает только постоянная составляющая тока.

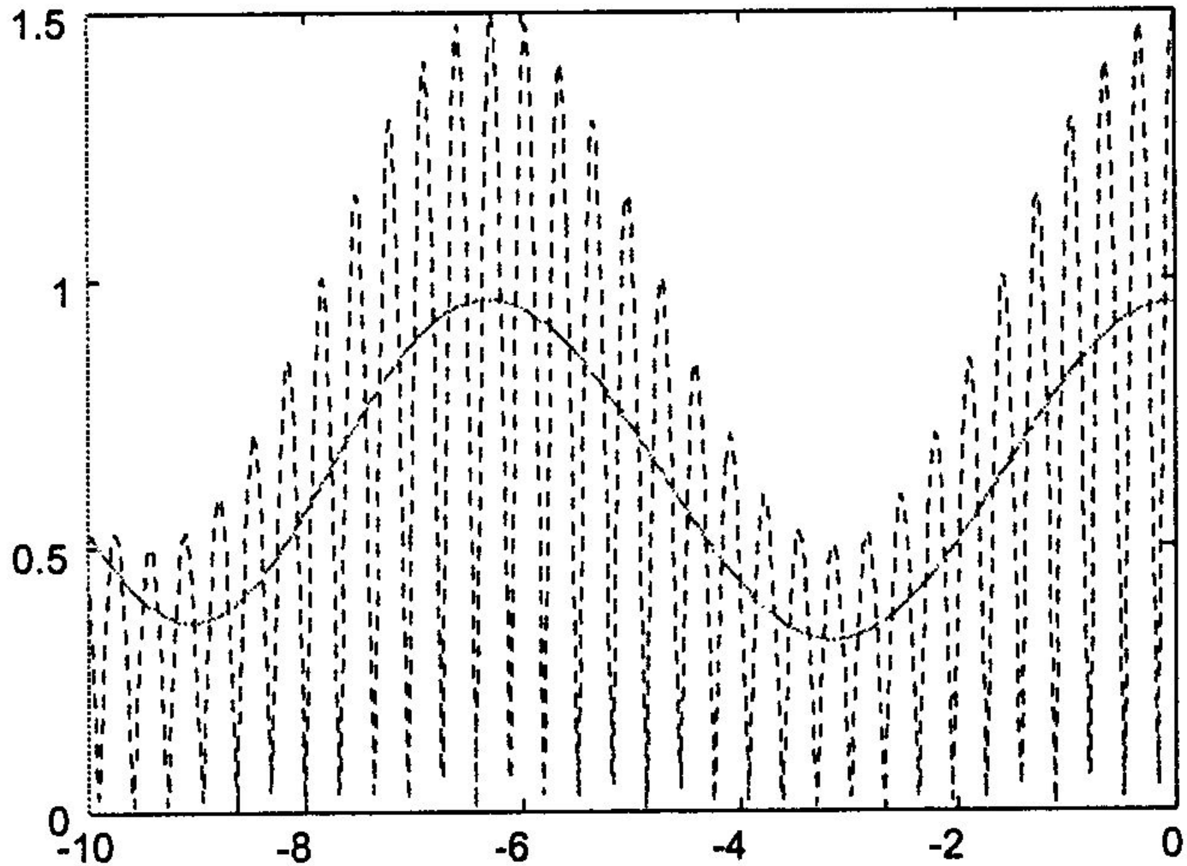
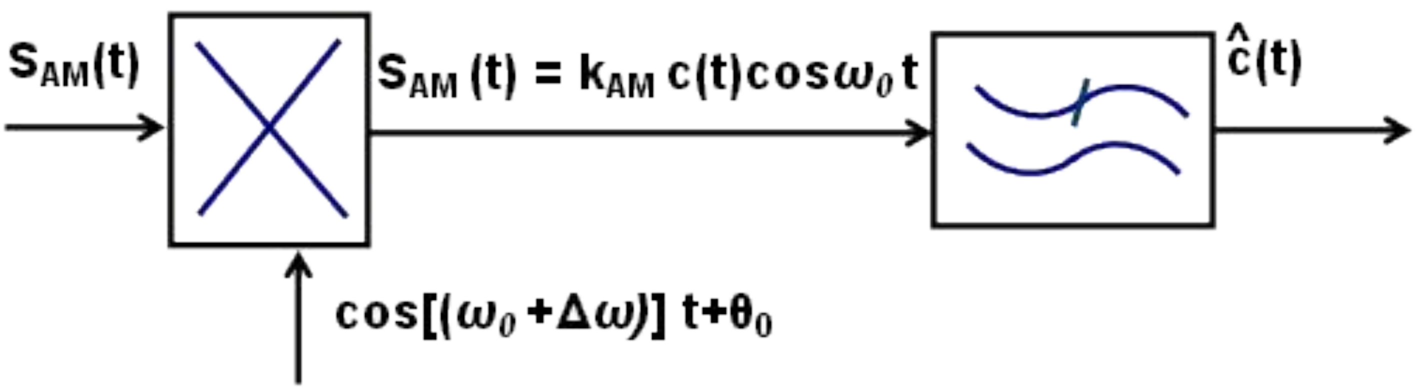


Рис. 8.10. Двухполупериодное детектирование АМ-сигнала: однополярные импульсы (пунктирная линия) и результат их сглаживания (сплошная линия)

Следующий метод — так называемое *синхронное детектирование*, суть которого состоит в умножении частоты сигнала на *опорное колебание* с несущей частотой:

$$y(t) = s_{\text{AM}}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A(t)\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0) = \\ = \frac{1}{2}A(t) + \frac{1}{2}A(t)\cos(2\omega_0 t + 2\varphi_0). \tag{8.5}$$

Результат умножения содержит два слагаемых. Первое — это искомая амплитудная функция, второе — АМ-сигнал с несущей частотой $2\omega_0$. Этот высокочастотный сигнал легко удаляется путем пропускания сигнала через ФНЧ (рис. 8.11):



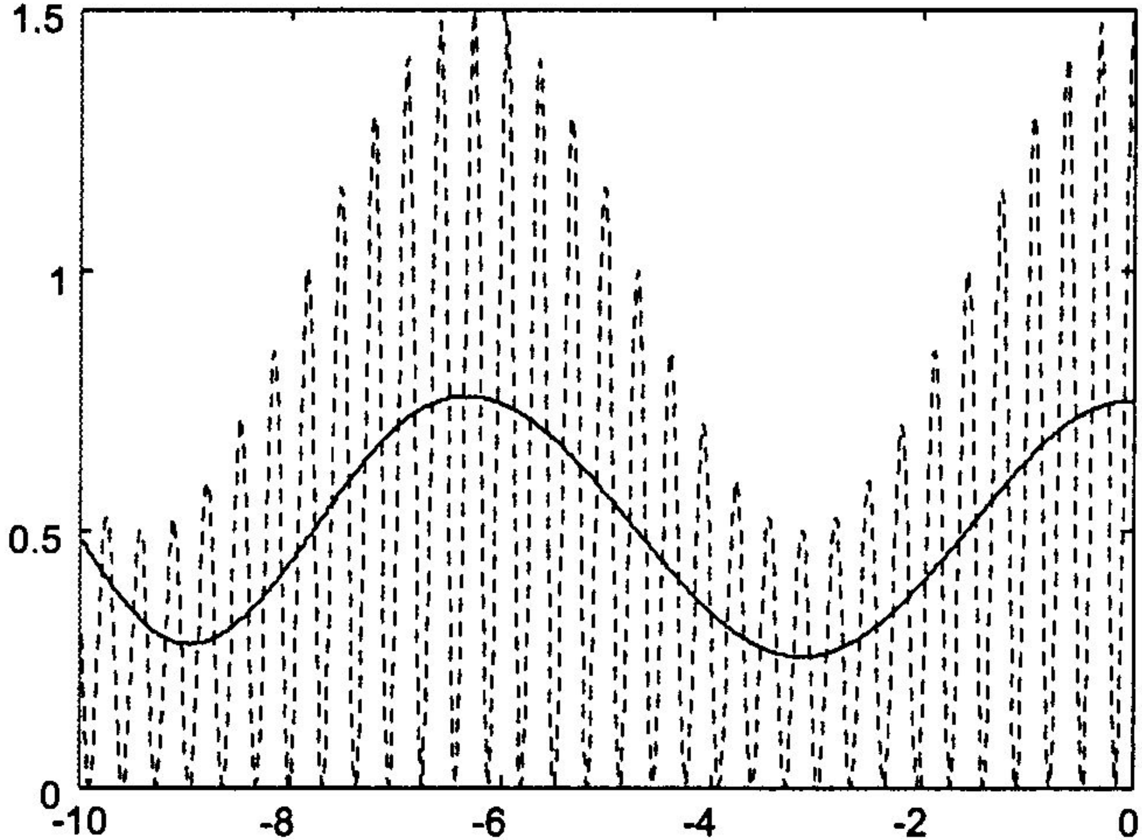


Рис. 8.11. Синхронное детектирование АМ-сигнала: результат умножения на опорное колебание (пунктирная линия) и выделенный низкочастотный сигнал (сплошная линия)

Однако в данном случае необходимо очень точное совпадение начальных фаз и частот опорного колебания демодулятора и несущего колебания АМ-сигнала. При совпадении частот, но несовпадении начальных фаз выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на косинус фазовой ошибки:

$$y(t) = s_{\text{АМ}}(t)\cos(\omega_0 t + \varphi) = A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\cos(\omega_0 t + \varphi) =$$
$$= \frac{1}{2}A(t)\cos(\varphi - \varphi_0) + \frac{1}{2}A(t)\cos(2\omega_0 t + \varphi_0 + \varphi).$$

Таким образом, при наличии фазовой ошибки уровень полезного сигнала на выходе демодулятора падает, а при ошибке, равной 90°, становится равным нулю.

При наличии частотного сдвига между несущим и опорным колебаниями ситуация становится еще хуже — выходной низкочастотный сигнал оказывается умноженным на гармоническое колебание с разностной частотой:

$$y(t) = s_{\text{АМ}}(t)\cos\big((\omega_0 + \Delta\omega)t\big) = A(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)\cos\big((\omega_0 + \Delta\omega)t\big) =$$
$$= \frac{1}{2}A(t)\cos(\Delta\omega t - \varphi_0) + \frac{1}{2}A(t)\cos\big((2\omega_0 + \Delta\omega)t + \varphi_0\big).$$

В результате выходной сигнал будет пульсировать с частотой $\Delta\omega$. Это явление называется *биениями* (beat), а разность частот $\Delta\omega$ – *частотой биений* (beat frequency).

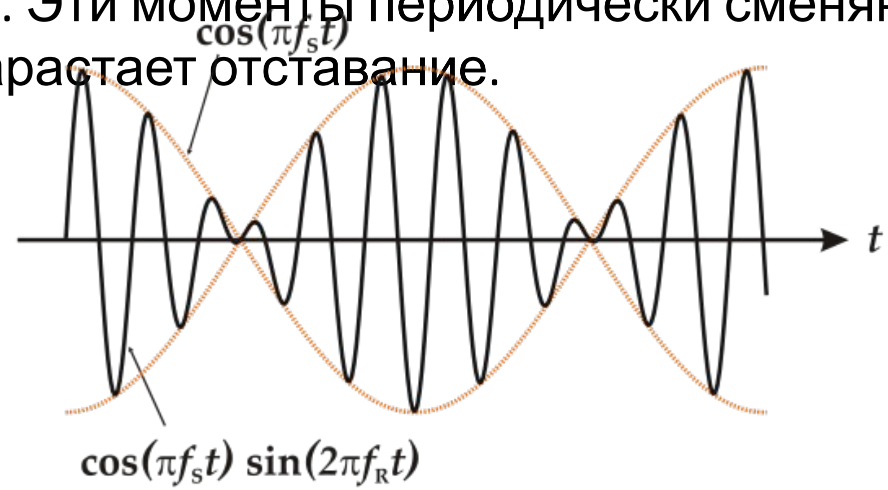
Для поддержания частотной и фазовой синхронизации между несущим и опорным колебаниями используются следящие системы фазовой автоподстройки частоты (ФАПЧ), рассмотрение которых выходит за рамки тематики данной книги.

Достоинством синхронного детектирования является то, что оно позволяет правильно демодулировать сигнал даже в случае перемодуляции (ведь формула (8.5) не перестает быть верной в случае знакопеременной функции $A(t)$).

Бие́ния — явление, возникающее при наложении двух гармонических колебаний выражающееся в периодическом уменьшении и увеличении амплитуды суммарного сигнала.

Биения модулируются по амплитуде. Частота изменения амплитуды суммарного сигнала равна разности частот двух исходных сигналов.

Биения возникают от того, что один из двух сигналов постоянно отстаёт от другого по фазе и в те моменты, когда колебания происходят синфазно, суммарный сигнал оказывается усилен, а в те моменты, когда два сигнала оказываются в противофазе, они взаимно гасят друг друга. Эти моменты периодически сменяют друг друга по мере того как нарастает отставание.



Биения звука можно слышать при настройке струнного музыкального инструмента по камертону.

Если частота струны незначительно отличается от частоты камертона, то слышно, что звук пульсирует — это и есть **биения.** Струну нужно подтягивать или ослаблять так, чтобы частота биений уменьшалась. При совпадении высоты звука с эталонным биения полностью исчезают.

Биения звука также можно услышать при игре на музыкальных инструментах, например пианино или гитаре, когда различной высоты звуки создают интервалы и многозвучия (аккорды).