

Мощность множества

Элементы комбинаторики.

Счетные и континуальные множества

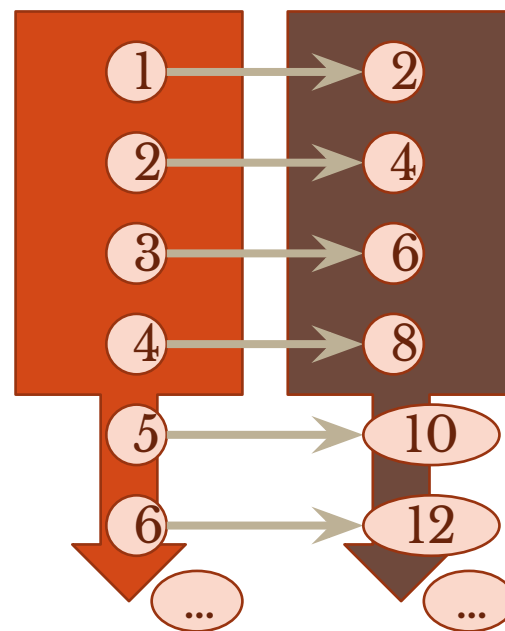
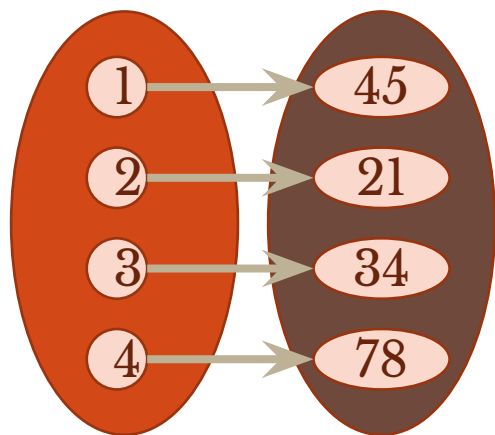
Отношение равномоцности множеств

- Множества A и B называются *равномоцными*, если между ними **можно** установить взаимно-однозначное соответствие (биекцию).

$$A \sim B$$



$$(\exists \varphi: A \rightarrow B) \varphi \text{ — биекция}$$



Примеры равномоцных множеств

**{1; 2; 3;
4} ~ {45; 21; 34; 78}**

- Чисел 45, 21, 34, 78 **столько же**, сколько чисел 1, 2, 3, 4.
- Букв а, b, c, d **столько же**, сколько чисел 1, 2, 3, 4.
- ...

Очевидно!

$N \sim \{2n \mid n \in N\}$

- **Натуральных чисел столько же**, сколько четных чисел.
- **Целых чисел столько же**, сколько натуральных чисел.
- ...

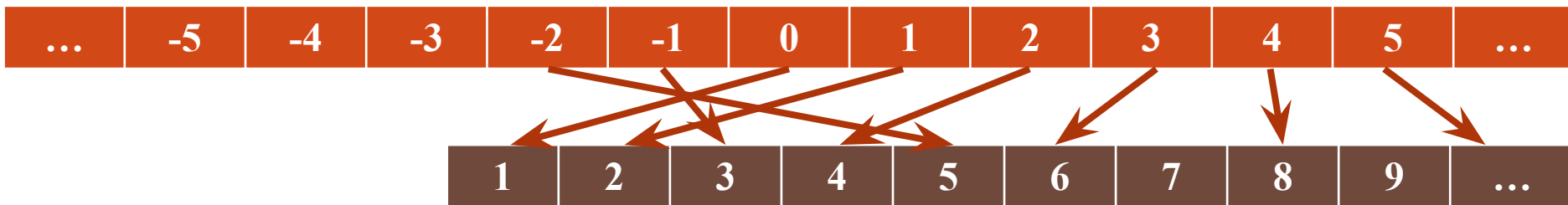
Невероятно! но...

Парадоксы бесконечного

- Целых чисел **столько же**, сколько натуральных.

Невероятно! но...

соответствует
определению!



Парадоксы бесконечного

- Рациональных чисел (целых и дробных) **столько же**, сколько целых.

↑
Невероятно! но...

соответствует определению!
↓

...	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
...	-3/2		-1/2		1/2		3/2	...
...		-2/3	-1/3		1/3	2/3		...
...	-3/4		-1/4		1/4		3/4	...
...	-3/5	-2/5	-1/5		1/5	2/5	3/5	...

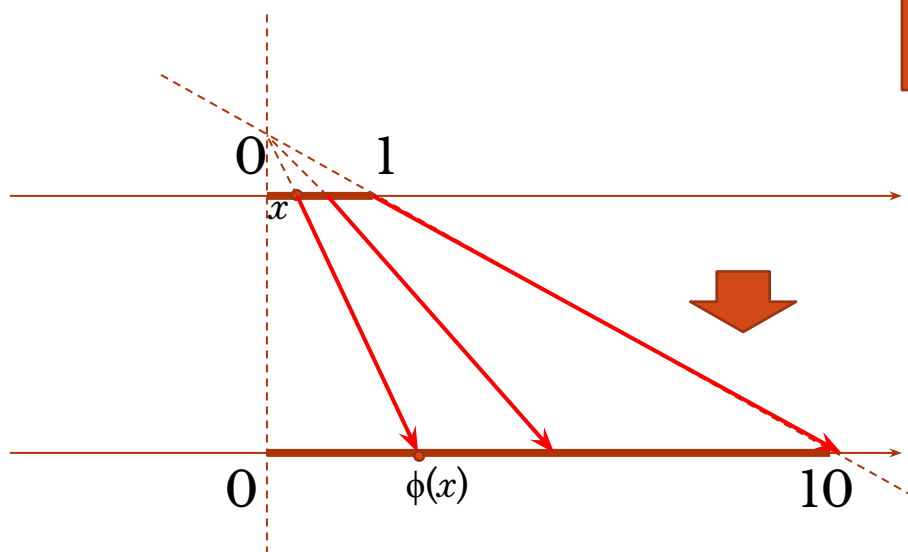
Получили взаимно-однозначное соответствие между множеством \mathbb{Z} и множеством \mathbb{Q}



...	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	...
...	-3	-1/3	-2	-1/2	-1	0	1	1/2	2	1/3	3	1/4	2/3	3/2	...

Парадоксы бесконечного

- Действительных чисел на отрезке $[0;10]$ **столько же**, сколько на отрезке $[0;1]$.



Невероятно! но...

соответствует
определению!

Будем проектировать точки отрезка $[0;1]$ на отрезок $[0;10]$ из центра проекции, полученного на пересечении прямых, соединяющих концы отрезков

$[0; 1] \sim [0; 10]$

$(\exists \varphi: [0; 1] \rightarrow [0; 10]) \varphi(x) = 10x,$
 φ – биекция

Парадоксы бесконечного

- Действительных чисел **столько же**, сколько чисел на интервале $(-\pi/2; \pi/2)$.



Получили взаимно-однозначное соответствие между множеством $(-\pi/2; \pi/2)$ и множеством \mathbf{R}

$$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right) \sim \mathbf{R}$$



$$(\exists \varphi: [0; 1] \rightarrow [0; 10]) \varphi(x) = \operatorname{tg} x, \\ \varphi - \text{биекция}$$