

# НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ

---

Крюковченко Никита 12 «Б»

# Простейшие неопределенные интегралы

## Примеры решения задач

---

Следующие интегралы сводятся к табличным путем тождественного преобразования подынтегрального выражения.

$$1. \int \frac{x+1}{\sqrt{x}} dx = \int \left( \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx = 2x^{2/3}/3 + 2x^{1/2} + C.$$

$$> 2. \int (x^4 + 1)x^3 dx = 1/4 \int (x^4 + 1) d(x^4 + 1) = 1/8 \int d(x^4 + 1)^2 = 1/8(x^4 + 1)^2 + C.$$

$$3. \int \frac{x^2 dx}{1-x^2} = \int \frac{(x^2-1)+1}{1-x^2} dx = \int \left( -1 + \frac{1}{1-x^2} \right) dx = -x + 1/2 \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C.$$

$$4. \int \operatorname{tg}^2 x dx = \int [(1 + \operatorname{tg}^2 x) - 1] dx = \int (1/\cos^2 x - 1) dx = \operatorname{tg} x - x + C.$$

$$5. \int \frac{2x+3}{3x+2} dx = \int \frac{2(x+3/2)}{3(x+2/3)} dx = 2/3 \int \frac{[(x+2/3)+5/6]}{(x+2/3)} dx = 2/3x + 5/9 \ln |x+2/3| + C.$$

$$6. \int \sqrt{1-\sin 2x} dx = \int \sqrt{\sin^2 x - 2\sin x \cos x + \cos^2 x} dx = \int \sqrt{(\sin x - \cos x)^2} dx \\ = \int |\cos x - \sin x| dx = (\sin x + \cos x) \cdot \operatorname{sgn}(\cos x - \sin x) + C.$$

# Метод замены переменной

## Примеры решения задач

---

Рассмотрим некоторые приемы вычисления интегралов с помощью замены переменной.

1°. *Тождественное преобразование подынтегрального выражения с выделением дифференциала новой переменной интегрирования (простейшая замена переменной).*

$$1. \int \frac{x dx}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{\frac{1}{2} d(x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = \int \frac{-\frac{1}{2} d(1-x^2)}{\sqrt{1-x^2}} = -\frac{1}{2} \int (1-x^2)^{-1/2} d(1-x^2) = -\frac{1}{2} 2(1-x^2)^{1/2} + C.$$

$$2. \int \frac{x^3 dx}{x^8 - 2} = \int \frac{\frac{1}{4} d(x^4)}{(x^4)^2 - 2} = \int \frac{\frac{\sqrt{2}}{4} d\left(\frac{x^4}{\sqrt{2}}\right)}{-2[1 - (x^4/\sqrt{2})^2]} = -\frac{\sqrt{2}}{8} \ln \left| \frac{\sqrt{2} + x^4}{\sqrt{2} - x^4} \right| + C.$$

$$3. \int \frac{dx}{x\sqrt{x^2 + 1}} = \int \frac{dx}{x^2\sqrt{1 + 1/x^2}} = \int \frac{-d\left(\frac{1}{x}\right)}{\sqrt{1 + (1/x)^2}} = -\ln \left| \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + 1} \right| + C (x > 0).$$

$$4. \int \frac{dx}{x \ln x \ln \ln x} = \int \frac{d(\ln \ln x)}{\ln \ln x} = \ln |\ln \ln x| + C.$$

$$5. \int \operatorname{tg} x dx = \int \frac{-d(\cos x)}{\cos x} = -\ln |\cos x| + C.$$

$$6. \int \frac{dx}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x} = \int \frac{dx}{\cos^2 x (\operatorname{tg}^2 x + 2)} = \int \frac{\sqrt{2} d\left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}}\right)}{2[1 + (\operatorname{tg} x/\sqrt{2})^2]} = \frac{\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \left( \frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}} \right) + C.$$