О МИР, ПОЙМИ! ПЕВЦОМ – ВО СНЕ – ОТКРЫТЫ ЗАКОН ЗВЕЗДЫ И ФОРМУЛА ЦВЕТКА.

М. ЦВЕТАЕВА.

Муниципальное
Общеобразовательное Учреждение
«Средняя Общеобразовательная
Школа №236 г.Знаменск»

Живые графики

Подготовка к ЕГЭ

Работу выполнили:
Сафина Алина и Харламова Анастасия, ученицы 10«а» класса МОУ «СОШ № 236 г. Знаменск»
Научный руководитель:
учитель математики Потапова Е.А.

Задачи проекта

Рассмотреть графический способ решения уравнений и систем уравнений с параметрами.
Показать применение данных способов при решении С5 и олимпиадных заданий.
Подобрать тренировочные задания для отработки

Этапы исследования

1) Провели опрос «С какими проблемами сталкиваются ребята при подготовке к ЕГЭ» и выявили, что большинство затрудняются в решении уравнений с параметрами.
2) Изучили теоретический материал по данной теме.
3) Выделили различные способы решения уравнений с параметрами.
4) Определили более наглядный метод.
5) Научились решать уравнения с параметрами.
6) Создали медиаресурс для решения уравнений с параметрами.

параметрами.

6).Создали медиаресурс для решения уравнений с параметрами.

ЖИВЫЕ ГРАФИКИ

1) При каком значении параметра а , система имеет единственное решение $\begin{cases} y = x^2 - 2x, \\ (x-1)^2 + (y-a)^2 = 1. \end{cases}$

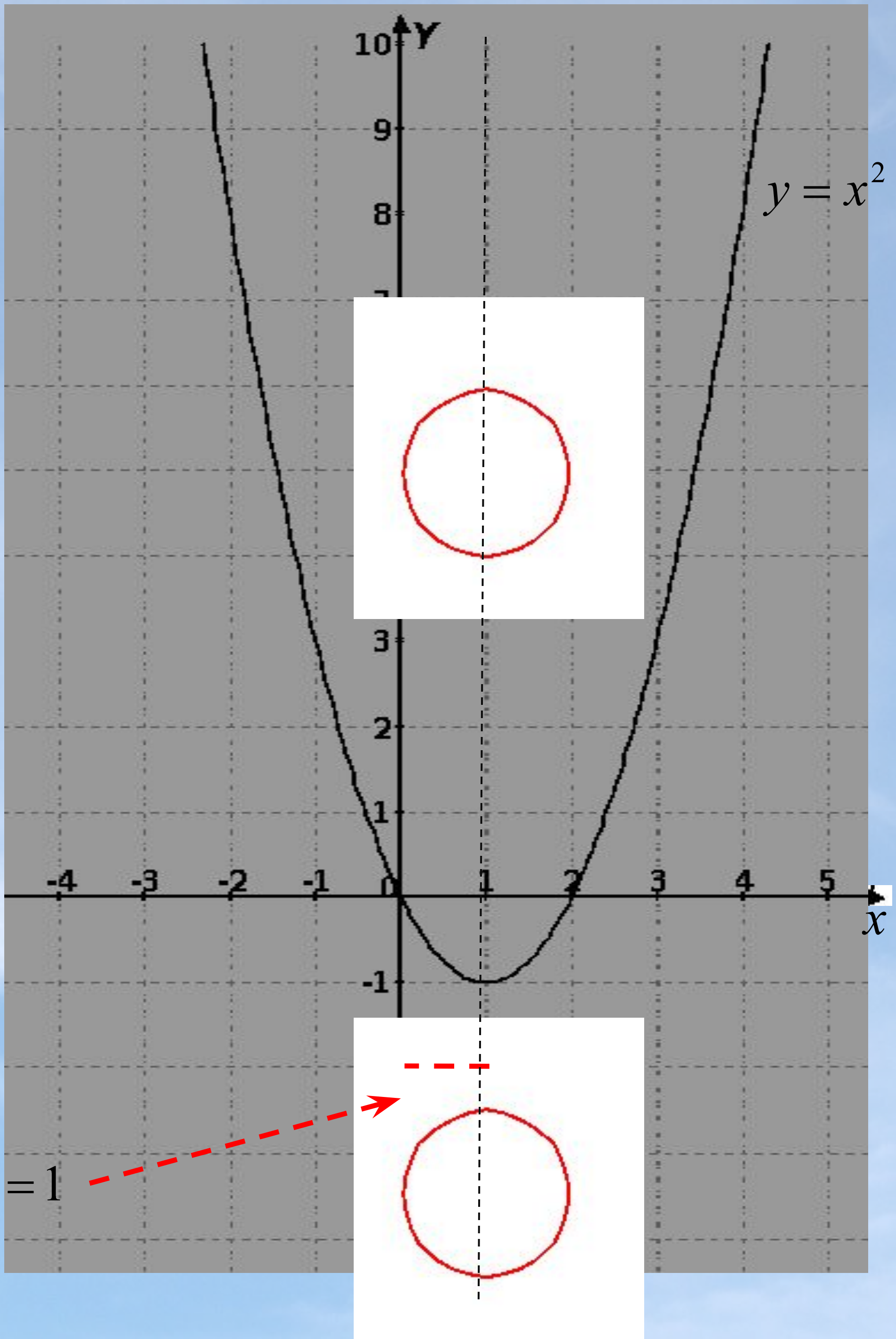
Построим графики уравнений.

а) $y=x^2-2x$ или $y=(x-1)^2-1$.

Это квадратичная функция, график –парабола с вершиной (1;-1) , ветви которой направлены вверх.

б)уравнение $(x-1)^2+(y-a)^2=1$ описывает окружность с радиусом R=1, центром (1;a). С изменением параметра а окружность перемещается по прямой x=1.

Система имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну, две или три общие точки. Выберем то значение параметра а при котором графики имеют одну общую точку, а значит система имеет единственное решение.



$y = x^2 - 2x$

$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$

Ответ: а=-2.

2) Найти целое значение параметра а , при котором система имеет ровно два решения

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - |x| = a. \end{cases}$$

Построим графики уравнений:

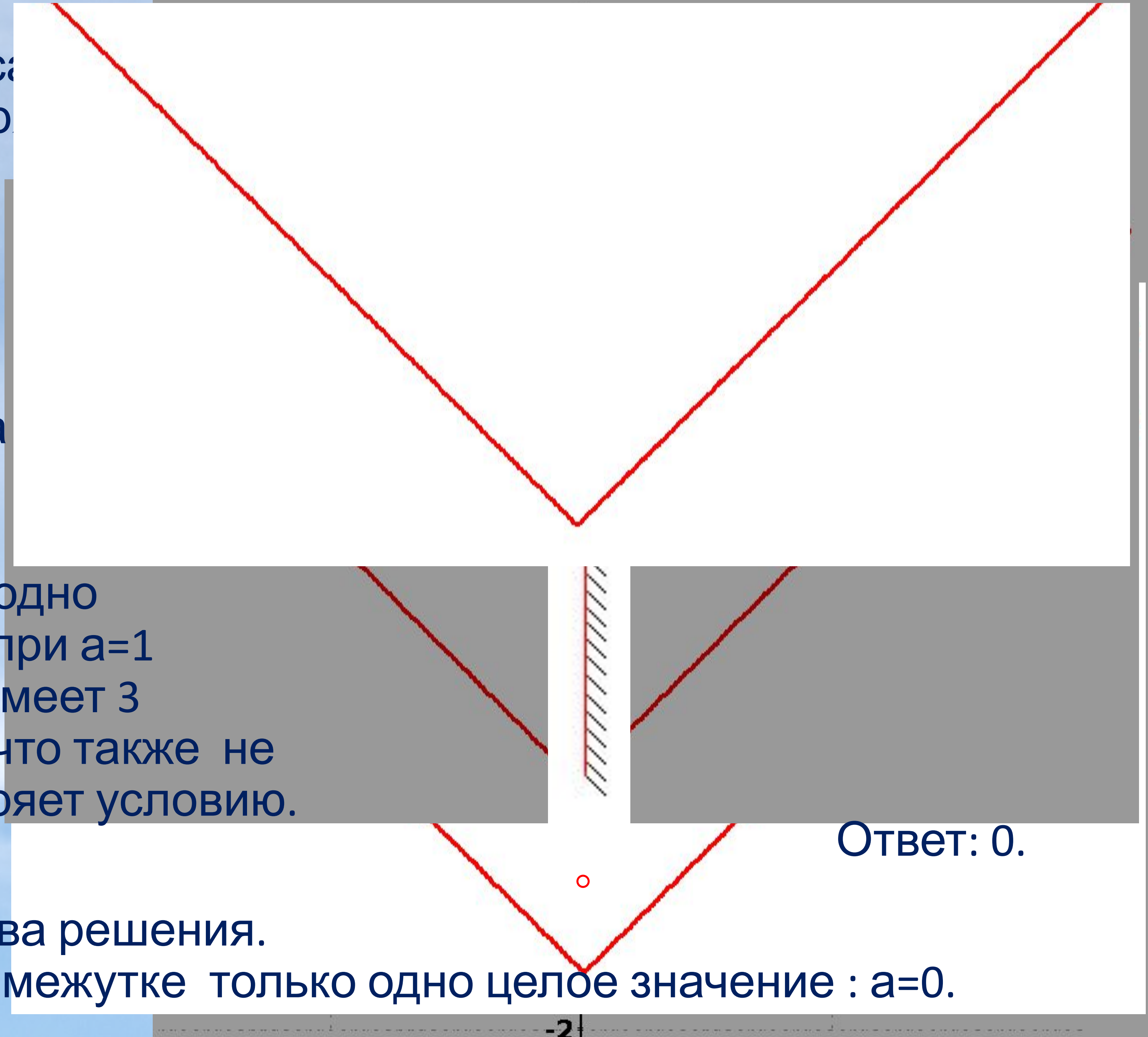
а)уравнение $x^2+y^2=1$ описывает окружность с радиусом R=1, центром (0;0).

б) y-|x|=a или y=|x|-a ,

графиком этого уравнения является ломаная, ветви которой направлены вверх. (0;0) - точка излома.

С изменением параметра **а** ломаная перемещается по прямой x=0. Система имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну, две или три общие точки. Выберем то значение параметра **а** ,при котором графики имеют две общие точки, а значит система имеет ровно два решения.

Случай каса
удовлетвор
условию,
так как
мы ищем
целое
значение
параметра



При a=-1 – одно решение, при a=1 система имеет 3 решения, что также не удовлетворяет условию.

Ответ: 0.

При -1<a<1 два решения.
На этом промежутке только одно целое значение : a=0.

3) Найти наименьшее значение параметра а , при которым система имеет единственное решение

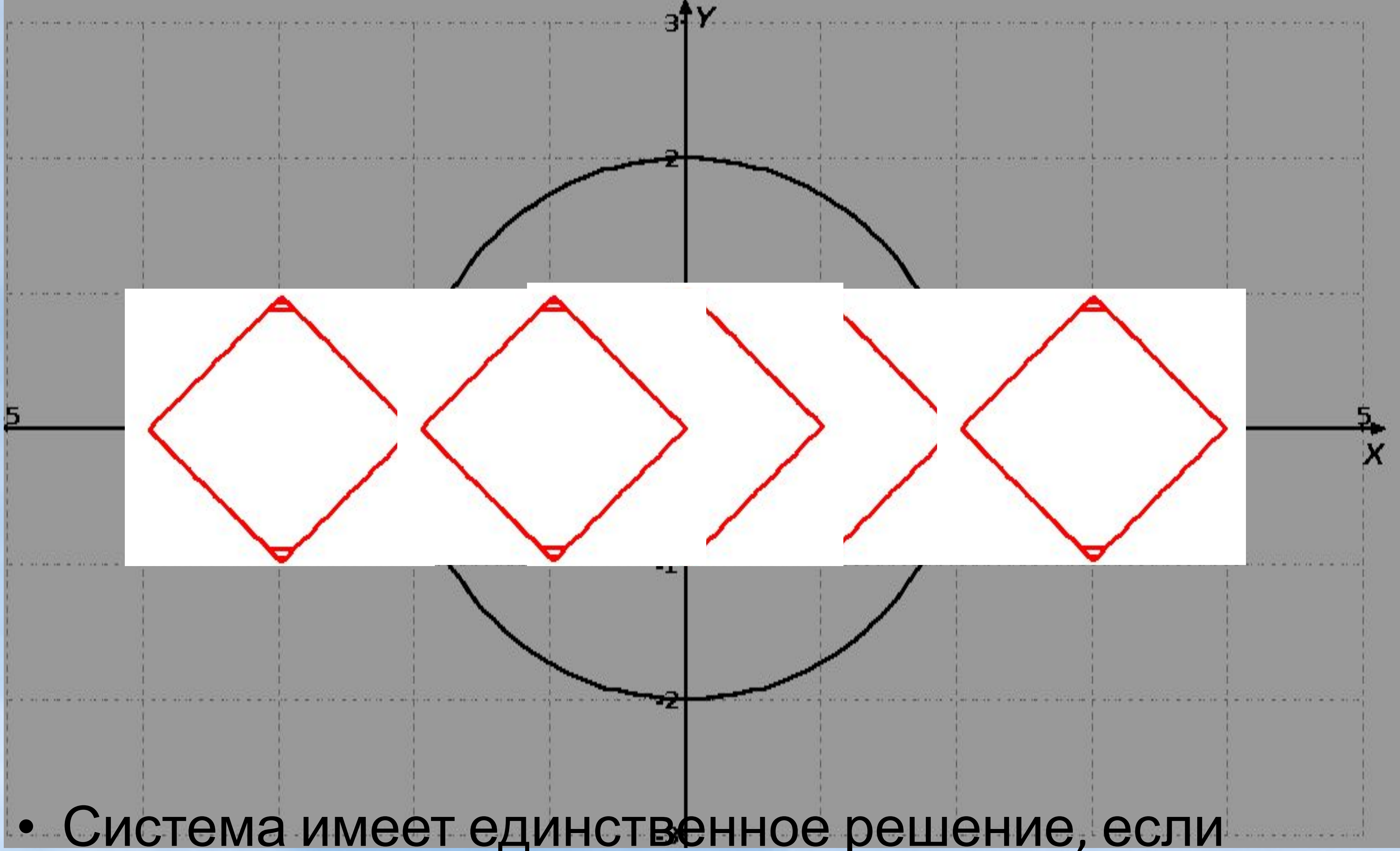
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 4, \\ |x - a| + |y| = 1. \end{cases}$$

Построим графики уравнений:

а)уравнение $x^2+y^2=4$ описывает окружность с радиусом R=2, центром (0;0).

б) уравнение $|x-a|+|y|=1$ описывает квадрат. При а=0 центром квадрата будет точка (0;0), вершинами - точки: (0;1), (1,0),(-1;0), (0;-1).

С изменением параметра **а,** квадрат перемещается по прямой y=0. Система имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну или две общие точки. Выберем те значения параметра **а** ,при котором графики имеют одну общую точку, а значит система имеет единственное решение.



- Система имеет единственное решение, если а=-3, а=-1, а=1, а=3.Условию удовлетворяет наименьшее из этих чисел: а=-3.   Ответ: -3

4) При каком значении параметра **а** ,уравнение имеет три корня $|x^2-2x-3|=a.$

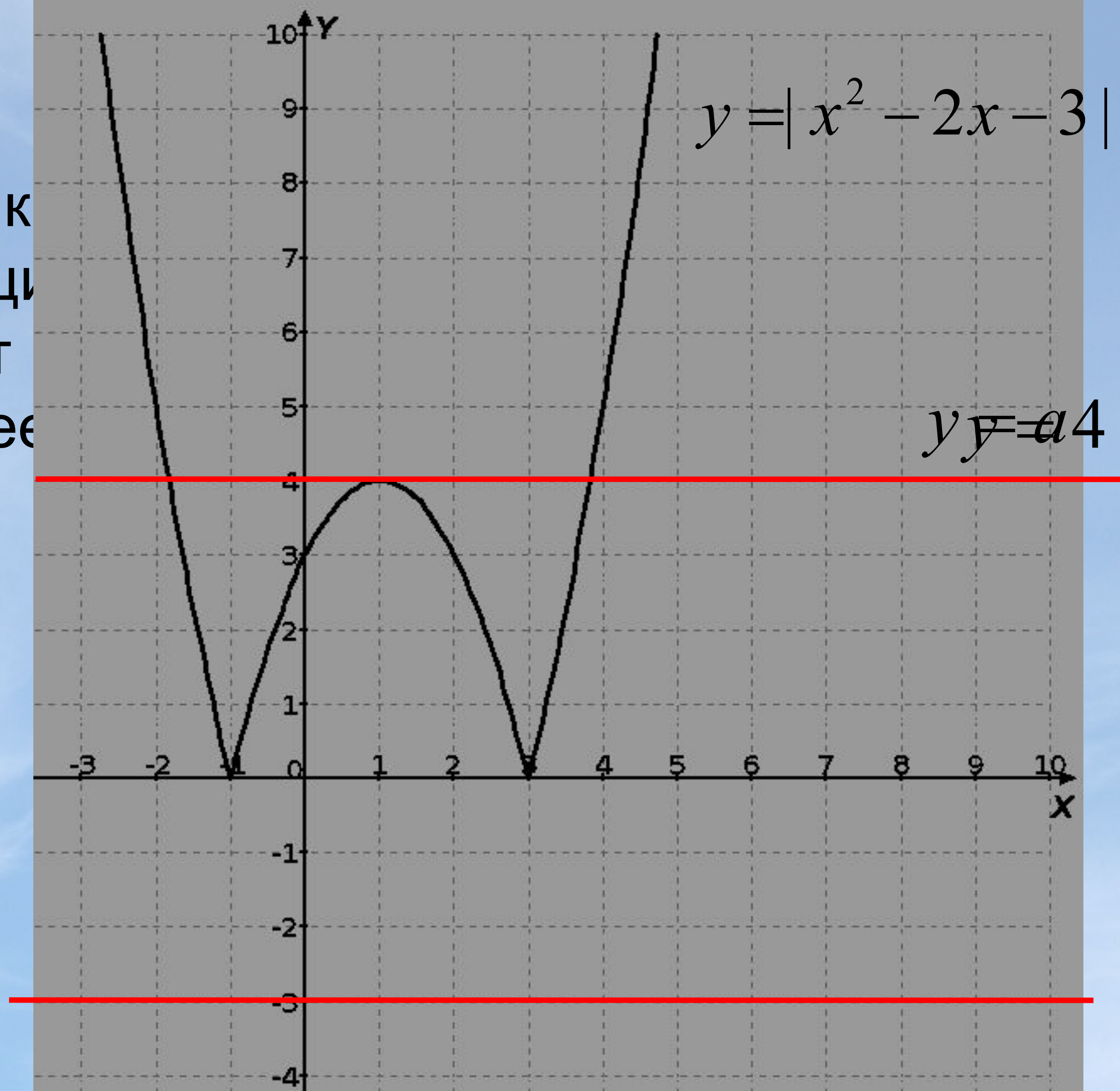
Построим графики функций: $y=|x^2-2x-3|$ и $y=a$.

а) график функции $y=|x^2-2x-3|$ получается в результате симметричного отображения графика функции $y=x^2-2x-3$ симметрично относительно оси Ох.

б) графиком функции у=а является прямая, параллельная оси Ох, проходящая через точку (0;а).

С изменением параметра **а,** прямая перемещается вдоль оси Оу, параллельно оси Ох. Уравнение имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут не иметь общих точек, иметь одну , две или три общие точки. Выберем те значения параметра **а** ,при котором графики имеют три общие точки, а значит уравнение имеет три решения.

При а=4 график
имеют три общи
точки, а значит
уравнение имее
три решения.



Ответ : 4

5) Найти наибольшее значение параметра **а** , при котором уравнение $x|x-4|=a$ имеет два корня.

Построим графики функций: $y=x|x-4|$ и $y=a$.

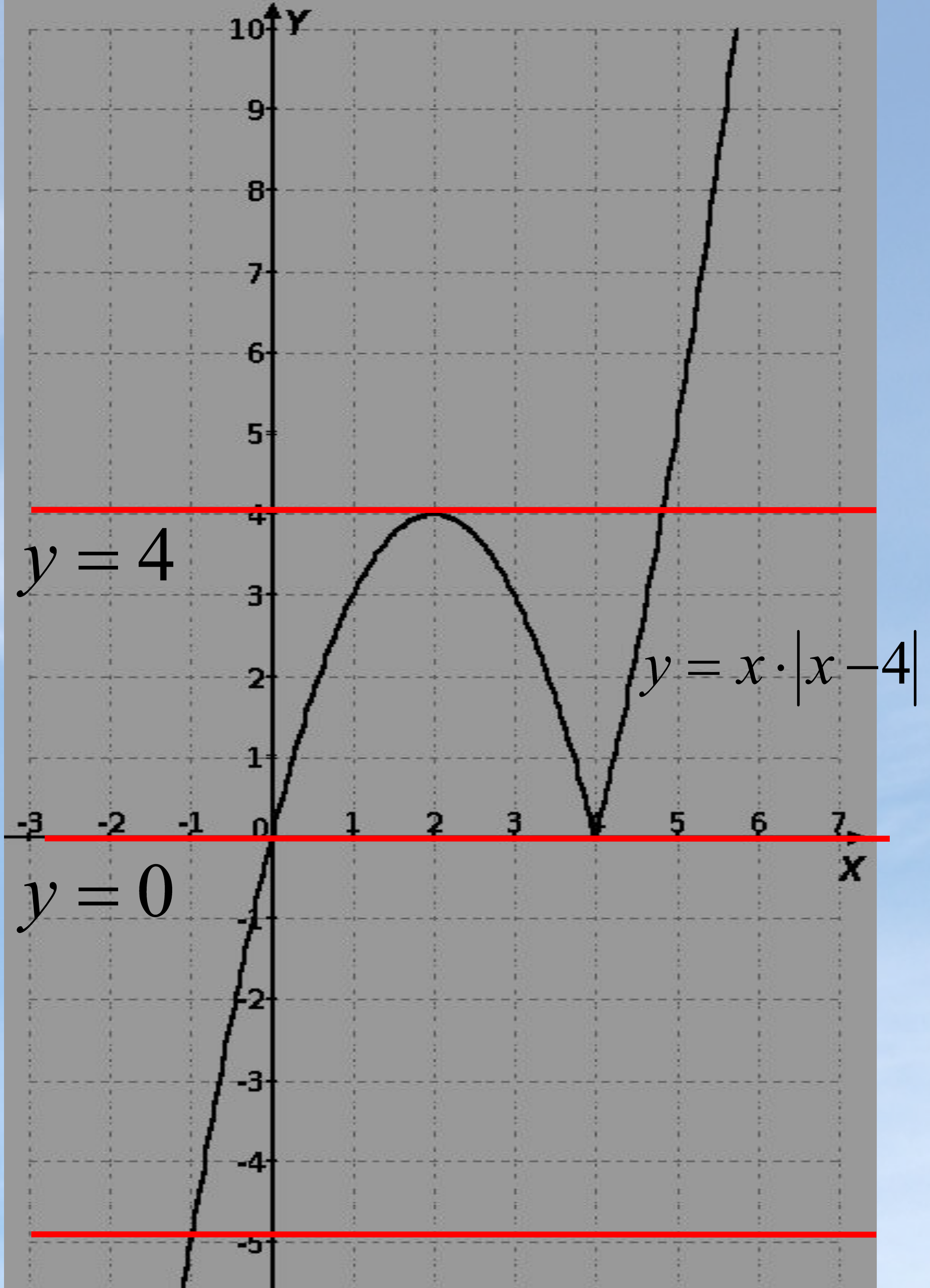
а) если $x<4$, то $|x-4|=4-x$, функция имеет вид $y=-x^2+4x$. Графиком ее является парабола с вершиной (2;4), ветви которой направлены вниз.

б) если $x \geq 4$, то $|x-4|=x-4$, функция имеет вид $y=x^2-4x$. Графиком ее является парабола с вершиной (2;-4), ветви которой направлены вверх.

в) графиком функции $y=a$ является прямая, параллельная оси Ох, проходящая через точку (0;а).

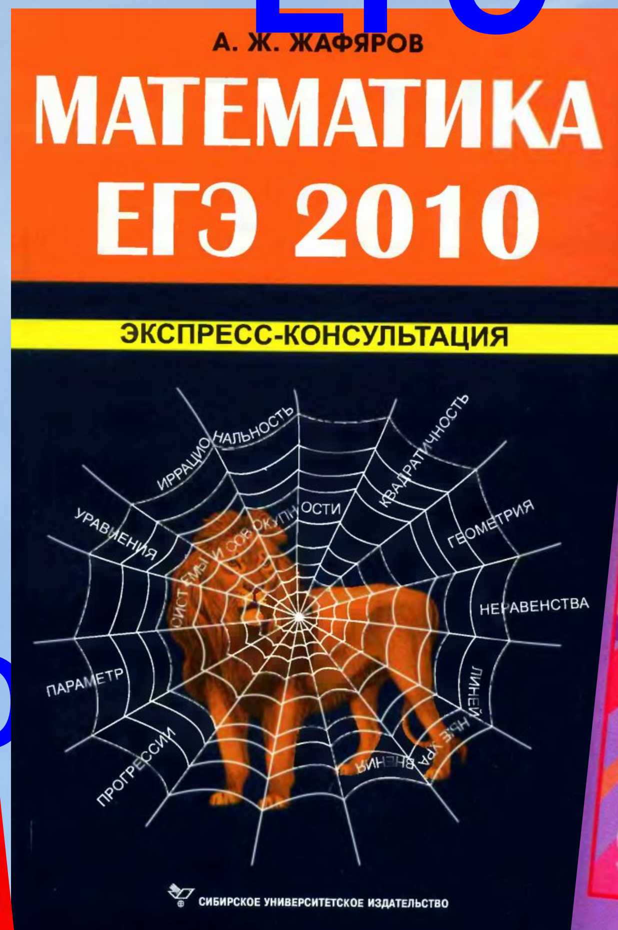
С изменением параметра **а,** прямая перемещается вдоль оси Оу, параллельно оси Ох. Уравнение имеет столько решений, сколько общих точек имеют графики. Графики могут иметь одну , две или три общие точки. Выберем те значения параметра **а** ,при котором графики имеют две общие точки, а значит уравнение имеет два решения.

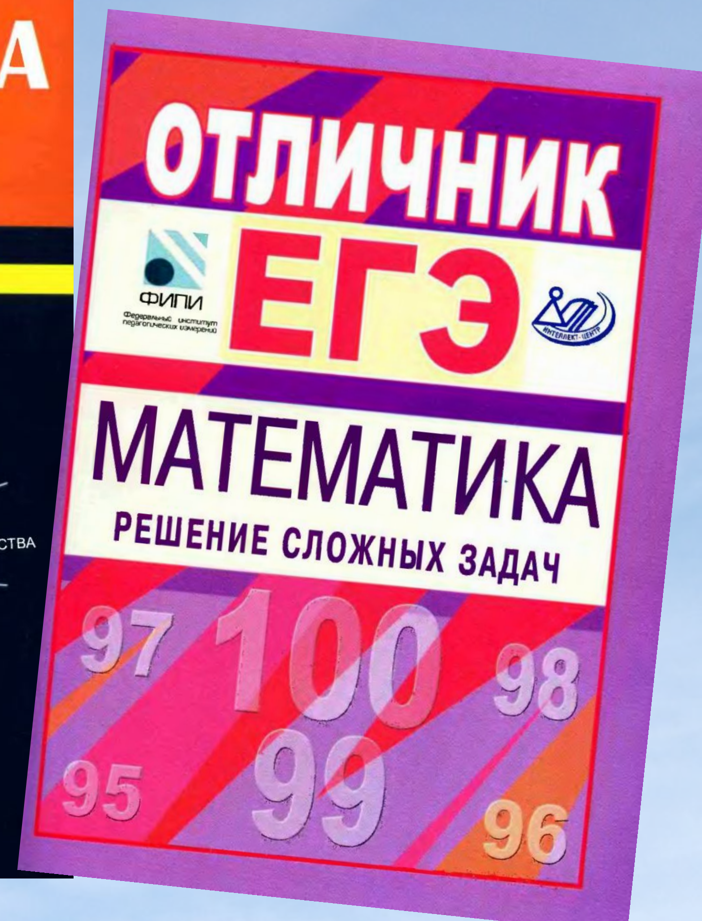
При а=0 и а=4 графики имеют две общие точки, а значит уравнение имеет два решения. Наибольшее значение параметра а=4.



Ответ : 4

ГОТОВИМСЯ К ЕГЭ





6) Найдите все значения параметра а, при которых уравнение $||5x|-10|=a+3x$ имеет ровно три различные решения. Для каждого полученного значения а найдите все эти решения.

Найдем а ,при которых уравнение $||5x|-10|-3x=a$ имеет три решения.

Построим графики функций $y= ||5x|-10|-3x$ и $y=a$

а) графиком функции $y= ||5x|-10|-3x$ является ломаная .

Найдем точки излома:

1) $5x=0$, $x=0$, $y(0)=10$.

2) $|5x|-10=0$, $5|x|=10$, $|X|=2$, $x= \pm 2$. $y(-2)=6$, $y(2)=-6$.

Точки излома (0;10), (-2;6), (2;-6).

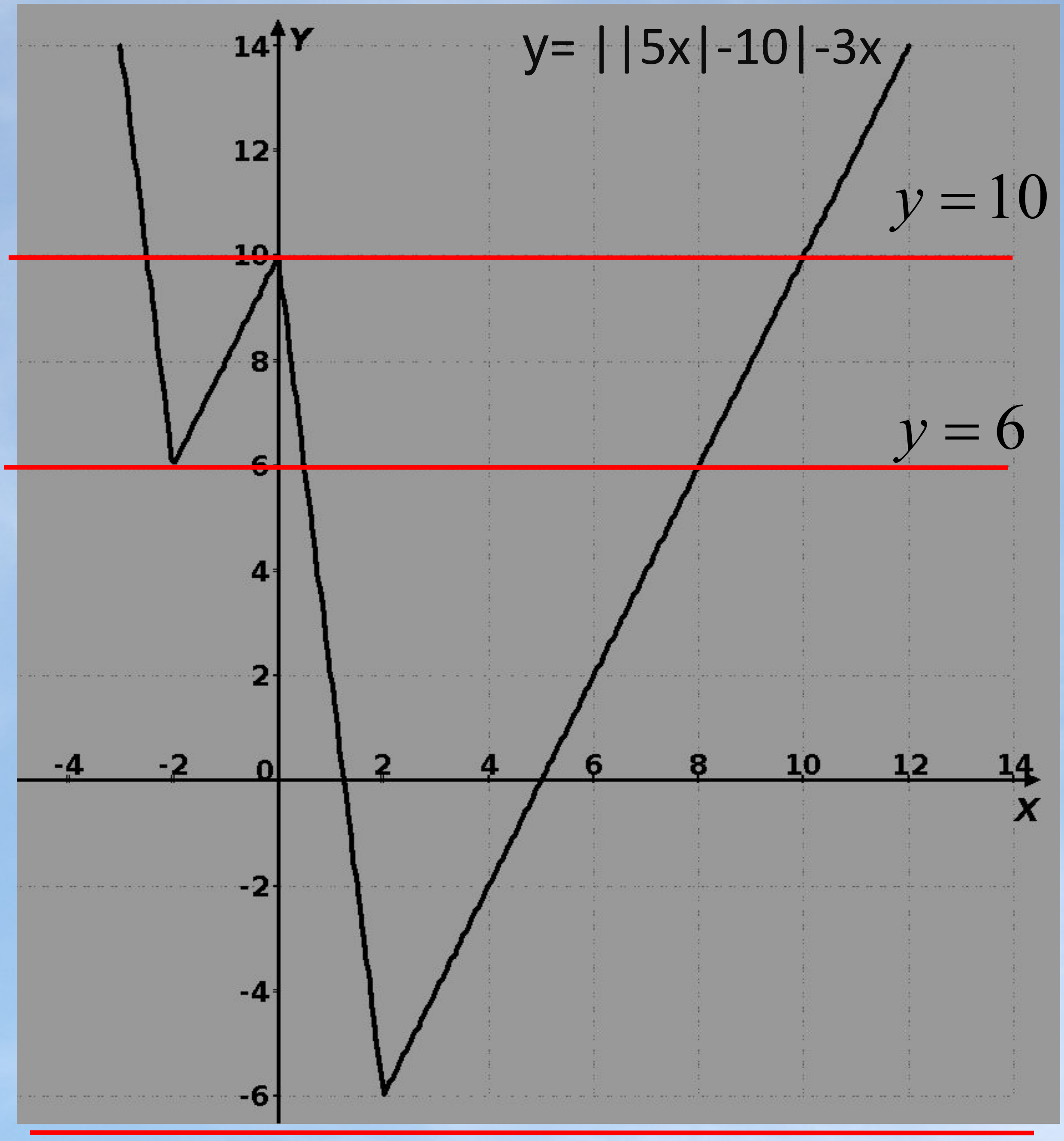
3) Дополнительные точки : $y(-3)=14$. (-3;14)

$y(6)=2$. (6;2)

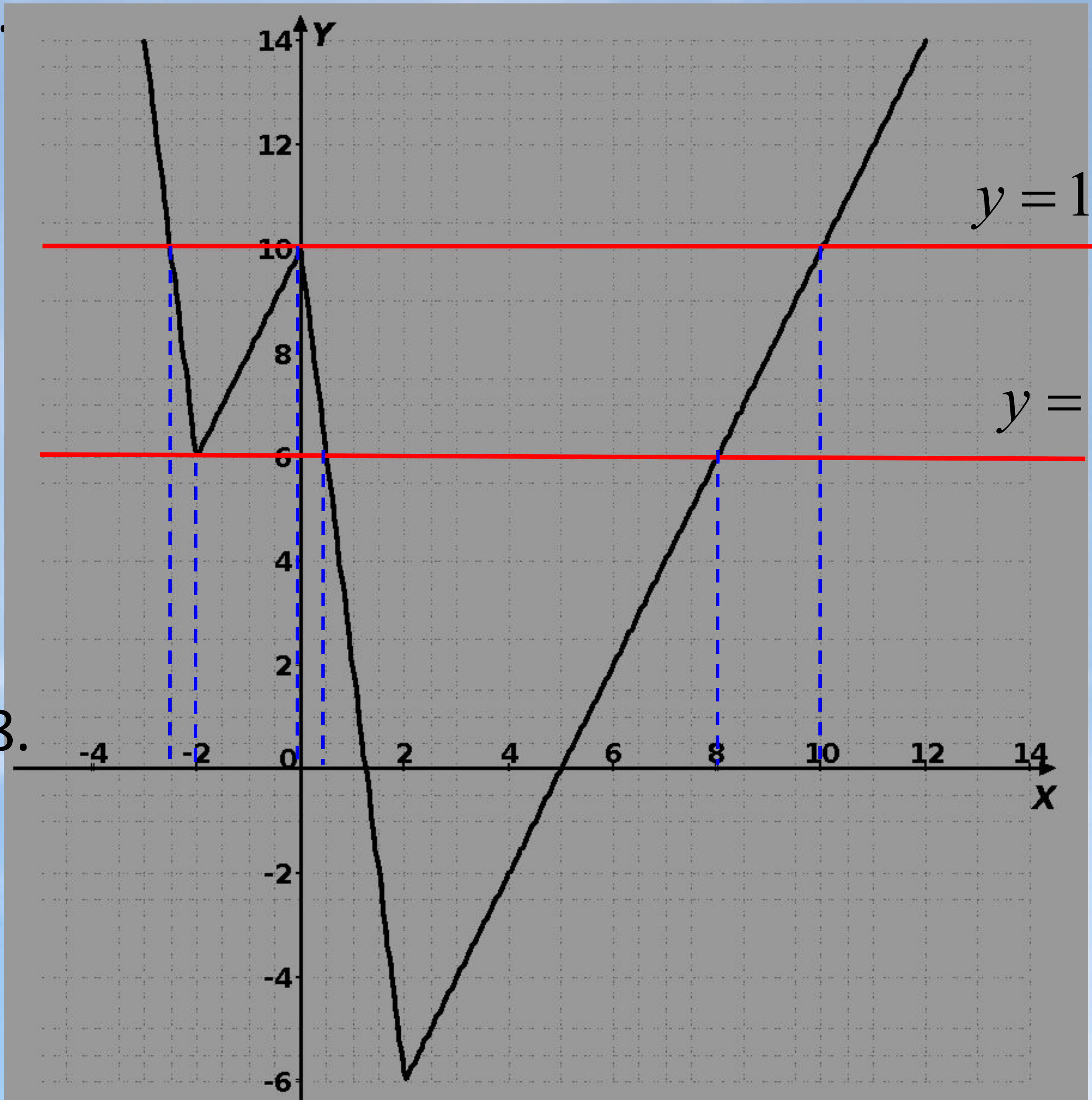
б) графиком функции $y=a$ является прямая, параллельная оси Ох, проходящая через точку (0;а).

С изменением параметра **а,** прямая перемещается вдоль оси Оу, параллельно оси Ох. Выберем те значения параметра **а** ,при котором графики имеют три общие точки, а значит уравнение имеет три решения.

Уравнение имеет три решения при а=6 и при а=10.



Для каждого а найдем решения уравнения.



Ответ:

при а=6 , решения

х=-2; х=0,5; х=8.

при а=10 ,

решения

х=-2,5; х=0; х=1

7) Найдите все значения a , при каждом из которых график функции $f(x)=x^2-|x^2+2x-3|-a$ пересекает ось x более, чем в двух различных точках.

Условию будут удовлетворять значения а, при которых уравнение $x^2-|x^2+2x-3|-a=0$ имеет более двух различных решений.

Запишем уравнение в виде $x^2-|x^2+2x-3|=a$. (1)

В одной системе координат построим графики функций $y=x^2-|x^2+2x-3|$ и $y=a$.

а) $y=x^2-|x^2+2x-3|$. Раскроем модуль.

x	(-∞;-3]	(-3;1)	[1;+∞)
$\|x^2+2x-3\|$	x^2+2x-3	$-x^2-2x+3$	x^2+2x-3

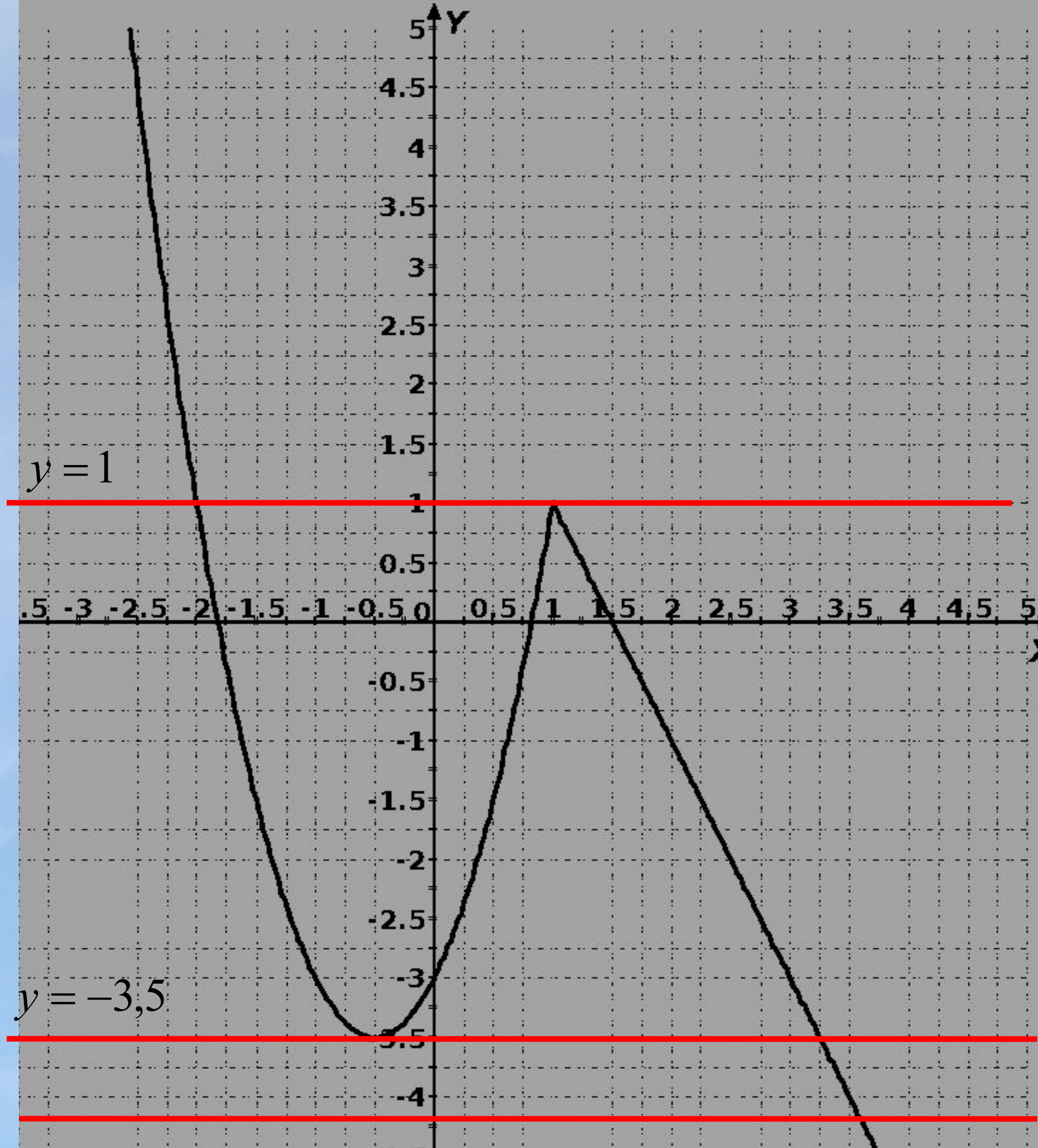
1) если x ϵ (-∞;-3]∪[1;+∞) , то функция примет вид: $y=-2x+3$

2) если x ϵ (-3;1) , то функция примет вид: $y=2x^2+2x-3$.

б) графиком функции $y=a$ является прямая. С изменением параметра a, прямая перемещается вдоль оси Оу, параллельно оси Ох. Выберем те значения параметра а , при которых уравнение (1) имеет более двух различных решений.

При а=-3,5 и при а=1 графики имеют две общие точки, а значит уравнение имеет два решения, что не удовлетворяет условию.

При а є (-3,5;1) графики имеют три общие точки, значит уравнение имеет более двух решений.



Ответ: (-3,5;1)

8) Найти все значения а, при которых уравнение |x+3|-1=|2x-a| имеет единственное решение.

В одной системе координа построим графики функций: y=|x+3|-1 и y=|2x-a|.
а) графиком функции y=|x+3|-1 является ломаная с вершиной (-3;-1); ветви ломаной , угловые коэффициенты которых равны -1 и 1, направлены вверх.

б) функцию y=|2x-a| перепишем в виде $y = 2\left|x - \frac{a}{2}\right|$

Обозначим : $b = \frac{a}{2}$,получим y=2|x-b|.

Графиком этой функции является ломаная, с вершиной (b;0),
ветви ломаной, угловые коэффициенты которых равны -2 и 2,
направлены вверх. С изменением параметра b, ломаная перемещается по вдоль оси Ох.

Графики имеют одну общую точку при b=-4 и b =-2.Так как a=2b, то получаем : при a=-8 и a=-4 графики имеют одну общую точку,

а значит уравнение имеет единственное решение.

Ответ:a=-8 и a=-4

Проверь себя.

22.10. При каких значениях c уравнение

$$-\sqrt{16-x^2}=c+x$$

имеет единственное решение? (МГУ, 2007)

Ответ: $\{-4\sqrt{2}\}\cup(-4;4]$.

22.6. (2010) Найдите все значения a, при каждом из которых график функции

$$f(x)=x^2-|x^2+2x-3|-a$$

пересекает ось абсцисс более чем в двух различных точках.

Ответ: (–3,5;1).

22.1. При каких значениях параметра a уравнение $x-a=||2x|-1|$ имеет ровно три корня?

Ответ: $a=-0{,}5$ или $a=-1$.

22.8. При каких значениях параметра a уравнение $\sqrt{x+1}=x+a$ имеет единственное решение?

Ответ: $a=1{,}25$ или $a<1$.

22.11. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}x^2+y^2=1\\ x+y=a\end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: $a=\pm\sqrt{2}$.

22.13. При каких значениях параметра a система уравнений $\begin{cases}x^2+y^2=2,\\ |y|-x=a\end{cases}$ имеет ровно три различные решения?

Ответ: при $a=\sqrt{2}$.

22.12. Найдите значения параметра a, при которых система $\begin{cases}x^2+y^2=1,\\ y-|x|=a\end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

Ответ: $a\in\{-\sqrt{2}\}\cup(-1;1)$.

25.2. При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases}|y|=x^2-4\\ x^2+y^2=a\end{cases}$$

имеет ровно два решения?

Ответ: $a=4$.

Проверь себя

1. Найдите все значения a, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

5. Определите, при каких значениях a уравнение

$$|x^2 - 6x + 8| + 2 = \log_a x.$$

имеет единственное решение.

8. При каких значениях b система уравнений

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2, \\ |y| - x = b \end{cases}$$

имеет ровно три решения?

9. При каких значениях b система уравнений

$$\begin{cases} 4y = 4b + 3 - x^2 + 2x, \\ x^2 + y^2 = 2x \end{cases}$$

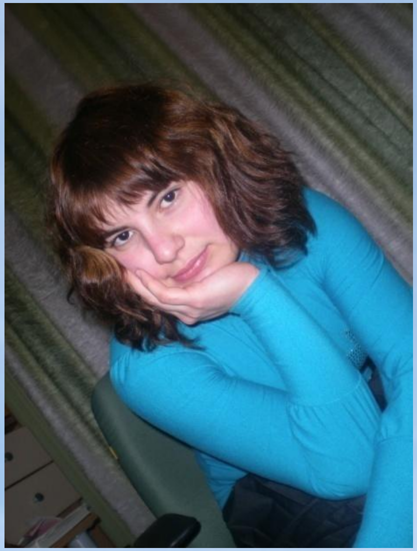
имеет два действительных решения?

Источник знаний

Решение заданий ЕГЭ высокой степени сложности: основные методы и приемы.

Вас благодарят за внимание:

ХАРЛАМОВА АНАСТАСИЯ



САФИНА АЛИНА

УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ – ПОТАПОВА Е. А.