

ОПЕРАЦИИ НАД МНОЖЕСТВАМИ

- Пересечение множеств
- Объединение множеств
- Разность множеств
- Дополнение
- Разбиение множества на классы
- Декартово произведение множеств

ПЕРЕСЕЧЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Пересечением множеств A и B называется множество тех и только тех элементов, которые принадлежат одновременно множеству A и множеству B .

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \in B\}$$

- Пересечение множеств есть множество
- Пересечение множеств содержит только их общие элементы и ничего более
- Можно находить пересечение трех и более множеств
- Пересечение обладает переместительным и сочетательным свойствами

Примеры:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, f, a, x\}$, $A \cap B = \{a, c\}$
- A -множество прямоугольников, B -множество ромбов, $A \cap B$ -множество квадратов
- $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{r, f, v, x\}$, у множеств A и B нет общих элементов, поэтому их пересечение есть пустое множество.
- A -множество равнобедренных треугольников, B - множество прямоугольных треугольников, $A \cap B$ - множество прямоугольных равнобедренных треугольников.

ОБЪЕДИНЕНИЕ МНОЖЕСТВ

Объединением множеств A и B называется множество тех и только тех элементов, которые принадлежат хотя бы одному из этих множеств.

$$A \cup B = \{x / x \in A \text{ или } x \in B\}$$

- Объединение множеств есть множество
- Объединение множеств содержит все элементы каждого из множеств и ничего более
- Можно находить объединение трех и более множеств
- Объединение обладает переместительным и сочетательным свойствами

Примеры:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, f, a, x\}$, $A \cup B = \{a, b, d, c, e, f, x\}$
- A -множество натуральных чисел, кратных 2, B -множество натуральных чисел, кратных 3, объединение A и B - это множество натуральных чисел, кратных 2 или 3.
- A -множество четных натуральных чисел, B - множество нечетных натуральных чисел. Объединение A и B есть множество всех натуральных чисел.
- A -множество равнобедренных треугольников, B - множество прямоугольных треугольников, объединение A и B - множество равнобедренных или прямоугольных треугольников.

РАЗНОСТЬ МНОЖЕСТВ

Разностью множеств A и B называется множество тех и только тех элементов множества A , которые не принадлежат множеству B .

$$A \setminus B = \{x \mid x \in A \text{ и } x \notin B\}$$

- Разность множеств есть множество
- Чтобы найти разность A и B , надо из множества A удалить общие элементы множеств A и B

Примеры:

- $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{c, f, a, x\}$, $A \setminus B = \{b, d, e\}$, $B \setminus A = \{f, x\}$
- A -множество натуральных чисел, кратных 2, B -множество натуральных чисел, кратных 3, $A \setminus B$ -множество натуральных чисел, кратных 2 и не кратных 3.
- A -множество четных натуральных чисел, B -множество нечетных натуральных чисел. $A \setminus B = A$, $B \setminus A = B$, т.к. у A и B нет общих элементов.
- A -множество правильных треугольников, B - множество равносторонних треугольников, $A \setminus B$ есть пустое множество, т.к. $A = B$

ДОПОЛНЕНИЕ ПОДМНОЖЕСТВА

Если B -подмножество A , то дополнением B до A называется множество тех и только тех элементов множества A , которые не принадлежат множеству B .

Дополнение B до A есть $\{x / x \in A \text{ и } x \notin B\}$

- Дополнение подмножества есть множество
- Только подмножество можно дополнить до множества

Примеры:

- $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{c,a\}$, Дополнение B до A -это $\{d,b,e\}$.
- A -множество четных натуральных чисел. Дополнение A до \mathbb{N} есть множество нечетных натуральных чисел.
- $A=\{a,b,c,d,e\}$, $B=\{c,a, x\}$, B нельзя дополнить до A , т.к. B не является подмножеством A . A нельзя дополнить до B , т.к. A не является подмножеством B .
- A -множество студентов группы на занятии по математике. Дополнением A до множества всех студентов группы является множество отсутствующих студентов группы.

РАЗБИЕНИЕ МНОЖЕСТВА НА КЛАССЫ

Говорят, что *множество A разбито на классы*, если выполнены три условия:

1. Ни один класс не пуст, т.е. содержит хотя бы один элемент;
2. Пересечение любых двух классов пусто, т.е. ни один элемент не попадает сразу в два класса;
3. Объединение всех классов есть множество A .

Примеры:

- Пустое множество и одноэлементные множества нельзя разбить на классы
- $A = \{a, b\}$ можно разбить только на 2 класса $\{a\}$ и $\{b\}$
- $A = \{a, b, c, x\}$ можно разбить на 2, 3 или 4 класса, например $\{a\}$, $\{b, c\}$ и $\{x\}$ или $\{a\}$ и $\{b, c, x\}$ или $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{x\}$
- Множество треугольников можно разбить, например, на три класса: прямоугольные, остроугольные и тупоугольные треугольники; на два класса: равнобедренные и неравнобедренные треугольники.
- Множество \mathbb{N} можно разбить, например, на два класса: четные и нечетные числа.