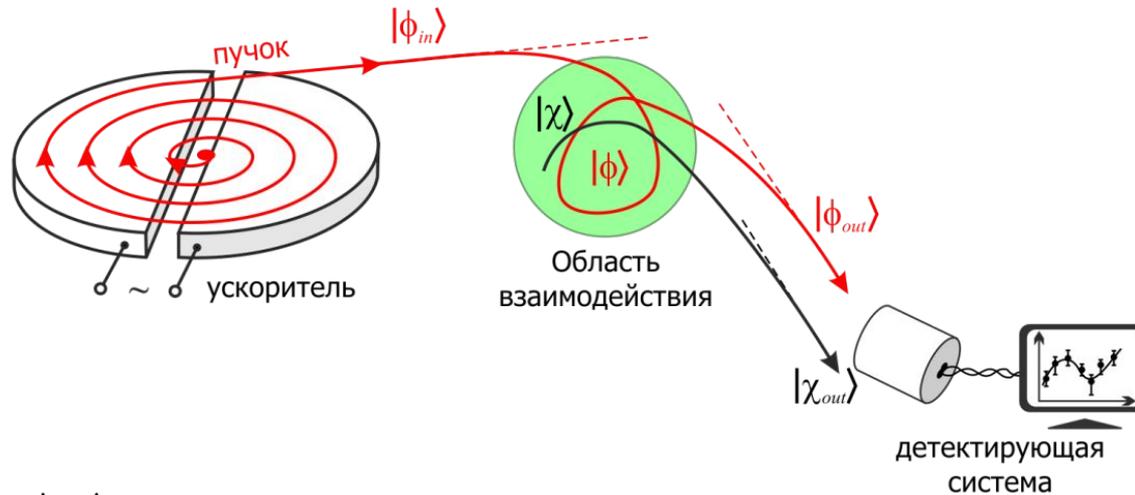


# Оптическая модель упругого рассеяния

Деникин А.С.

# Сечение в квантовой механики



- $|\phi_{in}\rangle$  Начальное состояние, формируемое источником частиц
- $|\phi\rangle$  Состояние, формирующееся в результате взаимодействия
- $|\phi_{out}\rangle$  Состояние, сформированное в результате взаимодействия
- $|\chi_{out}\rangle$  Состояние, «ожидаемое» настройками детектора
- $|\chi\rangle$  Состояние, из которого должно появиться «ожидаемое» состояние

$|\phi_{out}\rangle = \hat{S}|\phi_{in}\rangle$  Оператор рассеяния  $\hat{S}$  включает в себя всю информацию о процессе рассеяния и взаимодействии

$\omega(\chi \leftarrow \phi) = |\langle \chi | \phi \rangle|^2 = |\langle \chi_{out} | \hat{S} | \phi_{in} \rangle|^2$  Вероятность процесса рассеяния из начального состояния  $\phi_{in}$  в конечное состояние  $\chi_{out}$

Для количественного анализа удобно использовать импульсное представление (т.е. разложение по плоским волнам)

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}}$$

$$\phi_{out}(\mathbf{p}) = \langle \mathbf{p} | \phi_{out} \rangle = \langle \mathbf{p} | \hat{\mathbf{S}} | \phi_{in} \rangle = \int d\mathbf{p}' \langle \mathbf{p}' | \hat{\mathbf{S}} | \mathbf{p} \rangle \phi_{in}(\mathbf{p}')$$

Нет рассеяния

$$\langle \mathbf{p}' | \hat{\mathbf{S}} | \mathbf{p} \rangle = \delta^3(\mathbf{p} - \mathbf{p}') + \frac{i\hbar^2}{2\pi m} \delta(E' - E) f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p})$$

Содержит  
информацию о  
рассеянии

$$\phi_{out}(\mathbf{p}) = \phi_{in}(\mathbf{p}) + \frac{i\hbar^2}{2\pi m} \int \delta(E' - E) f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) \phi_{in}(\mathbf{p}') d\mathbf{p}'$$

Вероятность того, что в конечном состоянии система имеет импульс  $\mathbf{p}$

$$\omega(d^3\mathbf{p} \leftarrow \phi_{in}) = d^3\mathbf{p} |\phi_{out}(\mathbf{p})|^2$$

Вероятность рассеяния в телесный угол  $\Omega_p$  в направлении импульса  $\mathbf{p}$

$$\omega(d\Omega_p \leftarrow \phi_{in}) = d\Omega_p \int_0^\infty |\phi_{out}(\mathbf{p})|^2 p^2 dp$$

Число частиц рассеянных в заданный телесный  
угол

$$dN(d\Omega_p) = \sum_i \omega(d\Omega_p \leftarrow \phi_i) = \int j_0 \omega(d\Omega_p \leftarrow \phi_\rho) d^2\rho$$

Будем полагать, что здесь каждое суммируемое  
состояние (событие) до столкновения есть копия  
начального состояния, смещенного в  
перпендикулярной плоскости на некоторый

$$|\phi_\rho\rangle = e^{-i\mathbf{p}\rho} |\phi_{in}\rangle$$

прицельный параметр  $\rho$

Сечение рассеяния (угловое распределение рассеянных  
частиц):

$$\begin{aligned} d\sigma(d\Omega_p) &= \frac{dN(d\Omega_p)}{j_0} = \int \omega(d\Omega_p \leftarrow \phi_\rho) d^2\rho = \\ &= d\Omega_p \frac{\hbar^4}{4\pi^2 m^2} \int d^2\rho \int_0^\infty p^2 dp \iint d^3\mathbf{p}' d^3\mathbf{p}'' \delta(E - E') \delta(E - E'') \times \\ &\quad \times f(\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{p}') f^*(\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{p}'') \phi(\mathbf{p}') \phi^*(\mathbf{p}'') e^{i\rho(\mathbf{p}'' - \mathbf{p}')} = \\ &\quad = d\Omega_p |f(\mathbf{p} \leftarrow \mathbf{p}')|^2 \end{aligned}$$

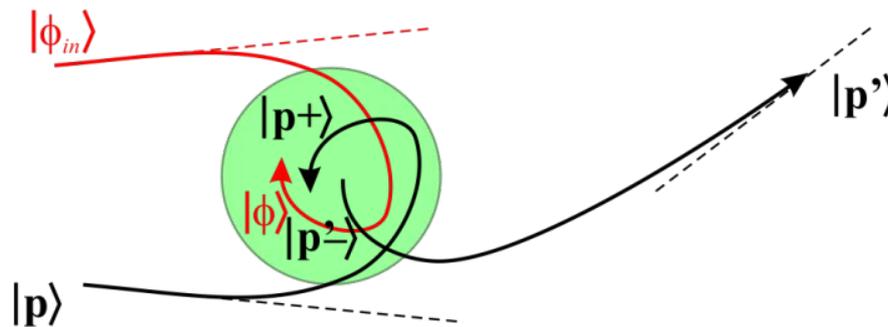
Таким образом, знание амплитуды рассеяния позволяет определить сечение.

# Как вычислить амплитуду рассеяния?

Амплитуда рассеяния связана с матричными элементами  $T$  оператора (см. подробно книгу Дж. Тейлора, Квантовая теория рассеяния):

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) = -(2\pi)^2 \frac{m}{\hbar^2} \langle \mathbf{p}' | \hat{T} | \mathbf{p} \rangle = -(2\pi)^2 \frac{m}{\hbar^2} \langle \mathbf{p}' | \hat{V} | \mathbf{p}^+ \rangle$$

здесь  $\mathbf{V}$  – это оператор взаимодействия, а вектор  $|\mathbf{p}^+\rangle$  – это, так называемое, стационарное состояние рассеяния, соответствующее истинному состоянию, реализующемуся из начальной плоской волны  $|\mathbf{p}\rangle$ .



Таким образом, если мы умеем находить  $|\mathbf{p}^+\rangle$ , то мы можем вычислить и сечение рассеяния.

Как вычислить волновую функцию, соответствующую стационарному состоянию?

**1 способ:** решение интегрального уравнения Липпмана-Швингера (так никто не делает!)

$$|\mathbf{p} \pm\rangle = |\mathbf{p}\rangle + \hat{\mathbf{G}}_0 \hat{\mathbf{V}} |\mathbf{p} \pm\rangle$$

В координатной форме это уравнение имеет вид:

$$\Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-\frac{3}{2}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{\pm ip|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|} V(\mathbf{r}') \Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r}') d^3\mathbf{r}'$$

Отметим, что асимптотика волновой функции имеет вид

Падающая плоская волна  $\downarrow$ 
Расходящаяся (или сходящаяся) сферическая волна  $\downarrow$

$$\Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r}) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} (2\pi)^{-\frac{3}{2}} \left( e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} - (2\pi)^2 \frac{m}{\hbar^2} \langle \mathbf{p}' | \hat{\mathbf{V}} | \mathbf{p} \pm \rangle \frac{e^{\pm ipr}}{r} \right)$$

$\uparrow$   
 Амплитуда рассеяния

**2 способ:** решение уравнения Шрёдингера, для которого стационарное состояние является собственным

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\hbar^2 \hat{\mathbf{L}}^2}{2mr^2} + V(r) \right] \Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r}) = E \Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r})$$

Решение удобно искать используя парциальное разложение в.ф.

$$\Psi_p^{(\pm)}(\mathbf{r}) = \frac{1}{pr} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \sum_{lm} i^l \varphi_l(p, r) Y_{lm}(\Omega_r) Y_{lm}^*(\Omega_p)$$

Парциальные волновые функции имеют асимптотику знакомого вида:

$$\frac{1}{pr} \varphi_l(p, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} j_l(pr) + f_l(p) \frac{e^{i(pr - \pi l/2)}}{r}$$

где появляются парциальные амплитуды, связанные с амплитудой рассеяния

Парциальная амплитуда

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) = 4\pi \sum_{lm} f_l(p) Y_{lm}(\Omega_p) Y_{lm}^*(\Omega'_p) = \sum_l (2l + 1) \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2ip} P_l(\cos \theta)$$

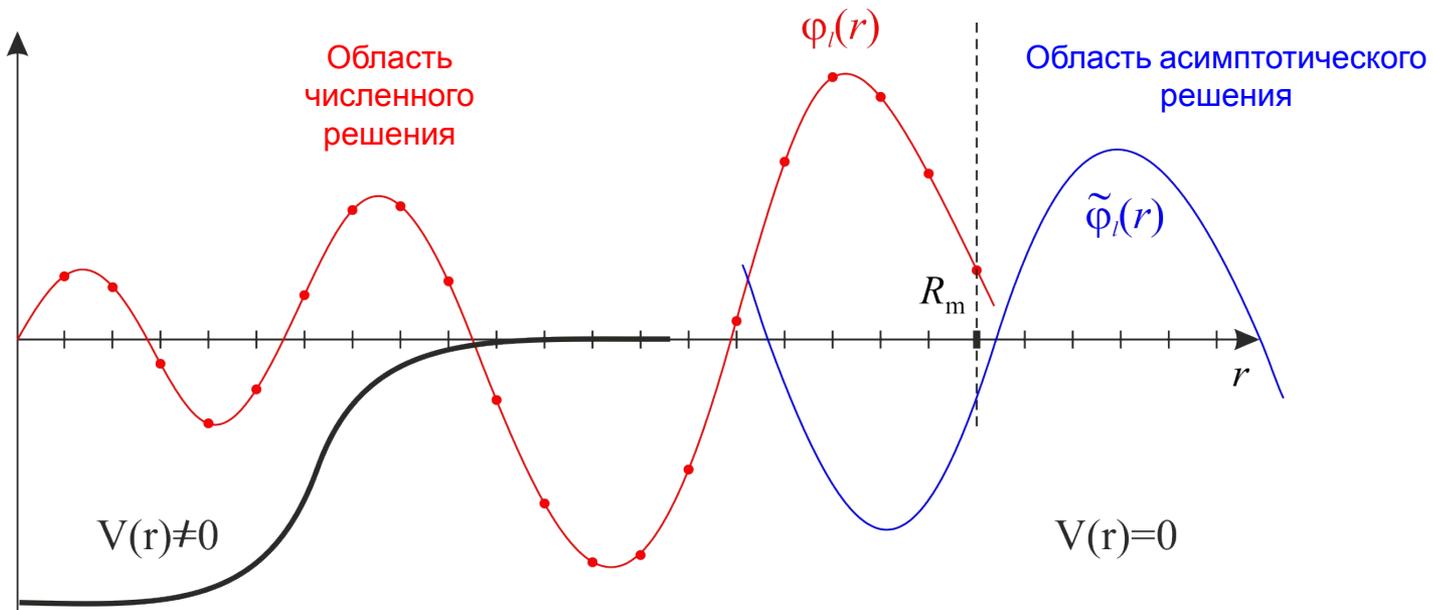
Таким образом, для нахождения амплитуды рассеяния в данном случае достаточно найти ограниченный набор парциальных амплитуд (заметим, что начиная с некоторого  $l$  фазы рассеяния  $\delta_l = 0$ , а значит вклад этих слагаемых в амплитуду равен нулю). Сделать это можно выполнив численное решение парциальных уравнений Шрёдингера.

При подстановке частичного разложения 3х-мерной волновой функции в уравнение Шрёдингера, использования свойств ортогональности сферических гармоник, получим набор радиальный уравнений

$$\left[ \frac{d^2}{dr^2} + p^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V(r) \right] \varphi_l(p, r) = 0$$

дополненных граничными условиями

$$\varphi_l(p, 0) = 0; \quad \varphi_l(p, r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \tilde{j}_l(pr) + \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2i} \tilde{h}_l^{(+)}(pr)$$



«Сшивка» численного и асимптотического решения в точке  $R_m$  дает возможность получить значения частичных амплитуд.

# Оптическая модель

## Метод проекционных операторов Фешбаха

$$\mathbf{H}\psi = E\psi$$

Пусть мы интересуемся исключительно упругой компонентой полной волновой функции. Тогда введем проекционный оператор, выделяющий именно упругую компоненту

$$\psi_P = \mathbf{P}\psi$$

Очевидно, что оператор  $\mathbf{Q} = 1 - \mathbf{P}$  будет выделять  $\psi_Q$  – оставшуюся часть в. ф., содержащую информацию обо всех неупругих каналах.

$$(\mathbf{H} - E)(\mathbf{P} + \mathbf{Q})\psi = 0$$

$$(\mathbf{P}\mathbf{H}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{H}\mathbf{Q})\psi = E\mathbf{P}\psi; \quad (\mathbf{Q}\mathbf{H}\mathbf{P} + \mathbf{Q}\mathbf{H}\mathbf{Q})\psi = E\mathbf{Q}\psi$$

$$\mathbf{H}_{PP}\psi_P + \mathbf{H}_{PQ}\psi_Q = E\psi_P \quad \psi_Q = \frac{1}{E - \mathbf{H}_{QQ}}\mathbf{H}_{QP}\psi_P$$

$$\left[ \mathbf{T} + \mathbf{H}'_{PP} + \mathbf{H}_{PQ} \frac{1}{E - \mathbf{H}_{QQ}} \mathbf{H}_{QP} \right] \psi_P = E\psi_P$$

Это и есть обобщенный оптический потенциал!

# Обобщенный оптический потенциал

- ❑ Теория Фешбаха показывает, что многоканальную задачу можно свести к полностью одноканальной задаче!
- ❑ Платой за такое упрощение служит исключительная сложность расчета оптического потенциала. Его вычисление эквивалентно решению исходной многоканальной задачи!
- ❑ Однако, самое важное следствие теории Фешбаха состоит в том, что **оптический потенциал существует в принципе!**

# Обобщенный оптический потенциал

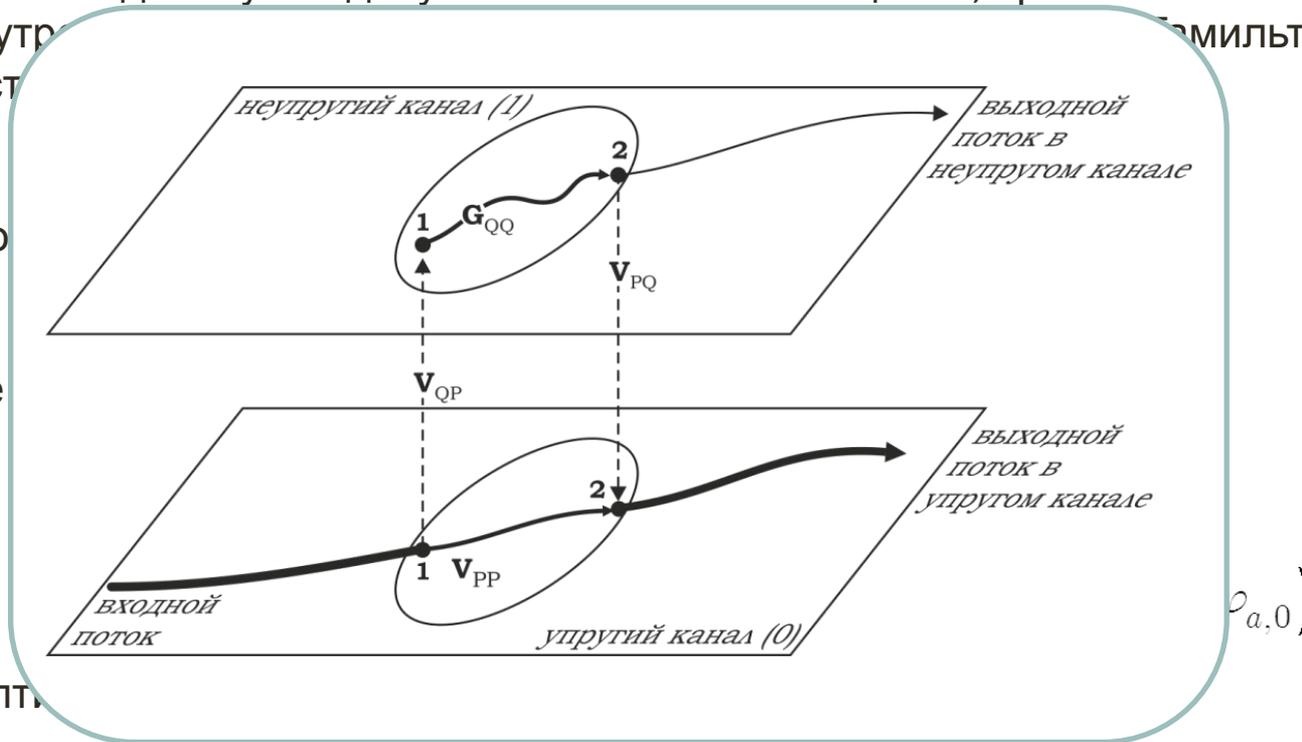
Рассмотрим модельную задачу: столкновение частиц  $a + b$ , при этом частица  $a$  имеет внутреннюю степень свободы. Гамильтониан такой системы

Проекция

Действие

где  $V_{PP}$

и тогда опти



$$V_{OM} = V_{PP} + V_{PQ} \frac{1}{E - \mathbf{H}_{QQ}} V_{QP}$$

Оператор Грина – пропатор

Оптический потенциал нелокальный, комплексный и зависит от энергии

# Феноменологическая оптическая модель

Вывод о существовании оптического потенциала оправдывает попытки подобрать его в простой для применения форме. Наиболее часто на практике применяют оптический потенциал в виде суммы нескольких слагаемых

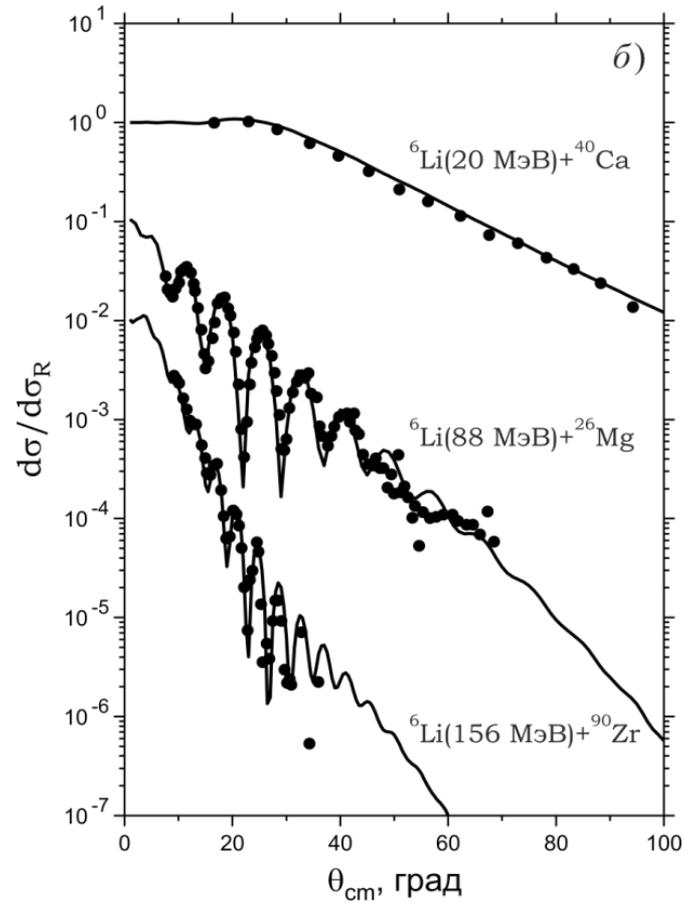
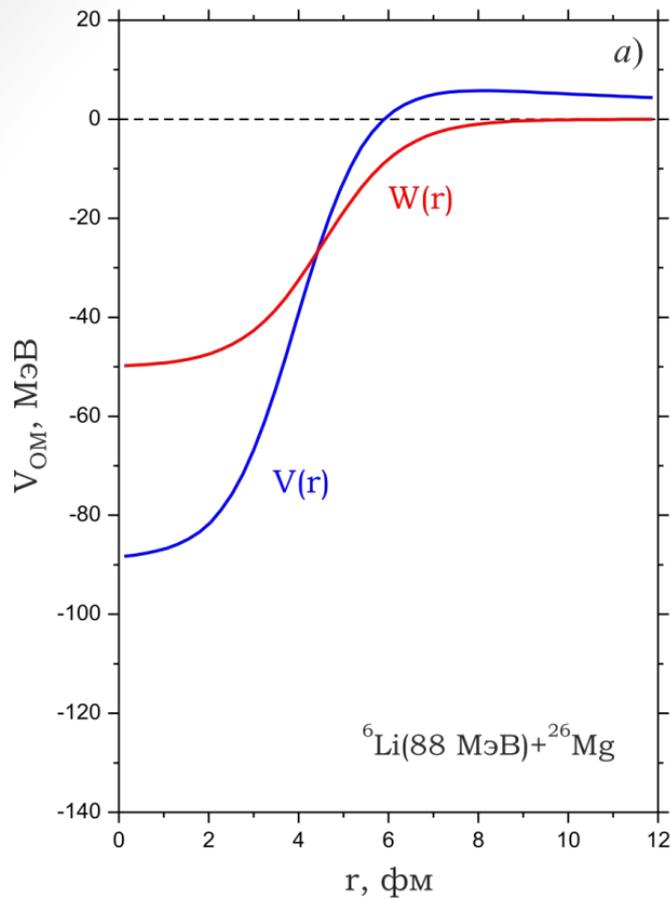
$$V_{OM}(r) = V_C(r) + V_0 f(r, R_W, a_W) + iW_0 f(r, R_W, a_W) + \\ -4V_D \frac{d}{dr} f(r, R_D, a_D) - i4W_D \frac{d}{dr} f(r, R_{WD}, a_{WD}) + \\ + 2(\vec{L} \cdot \vec{s})(V_{SO} + iW_{SO}) \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{SO}, a_{SO})$$

Радиальная зависимость каждого из них (кроме кулоновского) имеет вид функции Вудса-Саксона

$$f(r, R, a) = \frac{1}{1 + \exp \frac{r-R}{a}}$$

Параметры потенциала подбираются так, чтобы описать имеющиеся экспериментальные данные по упругому рассеянию атомных ядер.

Для некоторых ядер-снарядов оказалось возможным подобрать параметры в виде аналитических функции энергии и массы мишени, получая при этом хорошее согласие с данным в широком диапазоне масс и энергий столкновения!



$$V_0 = -109.5 \text{ MeV}, \quad r_V = 1.326 \text{ fm}, \quad a_V = 0.811 \text{ fm}$$

$$W_0 = -58.16 + 0.328A - 0.00075A^2 \text{ MeV},$$

$$r_W = 1.534 \text{ fm}, \quad a_W = 0.884 \text{ fm},$$

$$r_C = 1.3 \text{ fm}$$

# Упругое рассеяние нуклонов

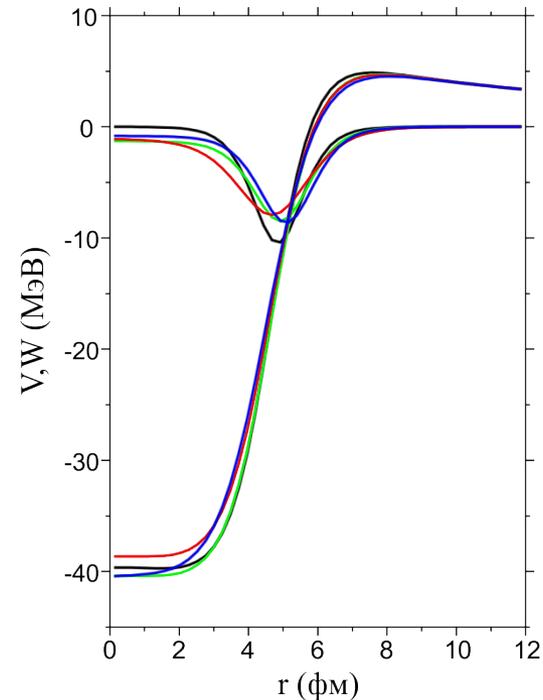
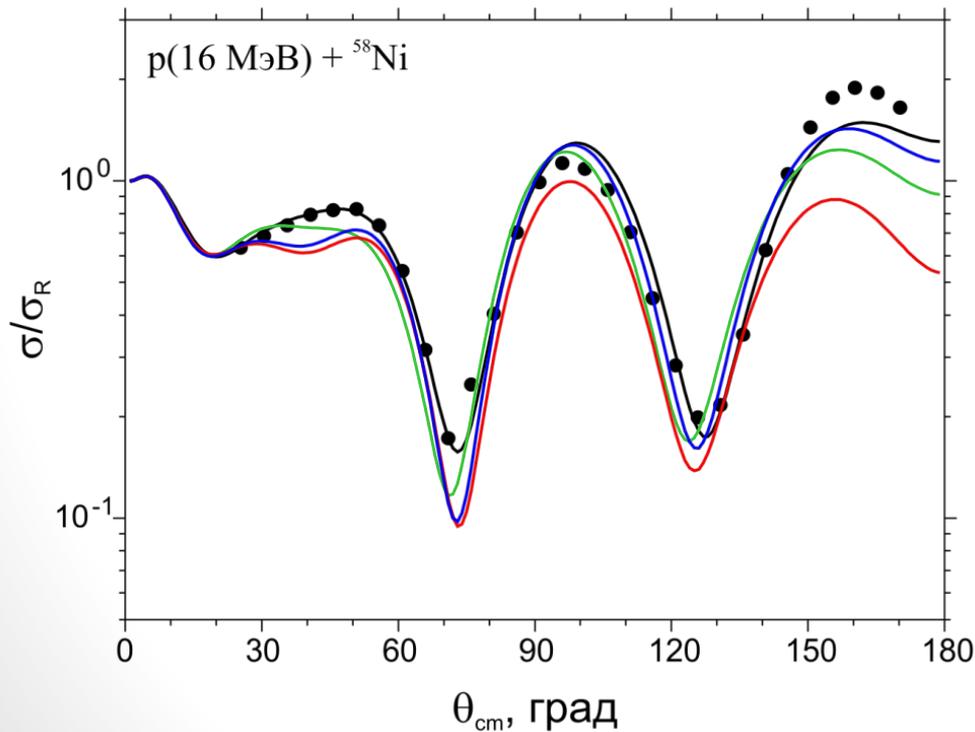
В NRV предоставлена возможность выбора из нескольких глобальных оптических нуклон-ядерных потенциалов:

1. LOCAL AND GLOBAL NUCLEON OPTICAL MODELS FROM 1 keV TO 200 MeV, A.J. Koning, J.P. Delaroche, Nuclear Physics A713(2003) 231–310

2. A GLOBAL NUCLEON OPTICAL MODEL POTENTIAL, R.L. VARNER, W.J. THOMPSON, T.L. McABEE, E.J. LUDWIG and T.B. CLEGG, Phys. Rep. 201 (1991) 57-119

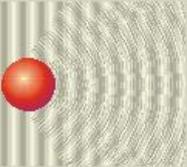
3. NUCLEON-NUCLEUS OPTICAL-MODEL POTENTIAL,  $A > 40$ ,  $E > 50$  MeV, F.D. Becchetti, G.W. Greenlees, Phys. Rev. 182 (1969) p.1190

4. Также можно выполнить автоматическую подгонку параметров потенциала



Here you may easily, effectively and reliably analyze the intermediate energies.

Model



Reaction

Projectile

Target

Energy

Experimental data

Global OMP

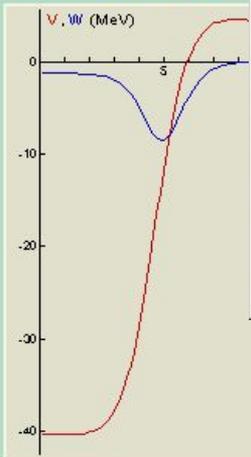
Potential forces

10<sup>4</sup> dσ/dΩ (mb/sr), <sup>1</sup>H(18.0MeV) + <sup>59</sup>Ni

Available OMP Systematics

- Neutrons
  - A.J. Koning and J.P. Delaroch
  - R.L. Varner et al.
  - J. Rapaport et al.
  - F.D. Becchetti, G.W.Greenlees
- Protons
  - A.J. Koning and J.P. Delaroch**
  - R.L. Varner et al.
  - F.D. Becchetti, G.W.Greenlees
- Deuteron
  - Haikia An et al.
  - Bojowald et al.
  - Lohr et al.
- Tritium
  - Xiaohua Li et al.

OMP Potenti



LOCAL AND GLOBAL NUCLEON OPTICAL MODELS FROM 1 keV TO 200 MeV

A.J. Koning, J.P. Delaroché  
*Nuclear Physics A713 (2003) pp.231-310*

The phenomenological, OMP for nucleon-nucleus scattering,  $U$ , is defined as

$$U(r, E) = -V_V(r, E) - iW_V(r, E) + iW_D(r, E) + (V_{SO}(r, E) + iW_{SO}(r, E))(\vec{l} \cdot \vec{\sigma}) + V_C(r), \quad (1.1)$$

where  $V_V, SO$  and  $W_V, D, SO$  are the real and imaginary components of the volume-central (V), surface-central (D) and spin-orbit (SO) potentials, respectively.  $E$  is the laboratory energy of the incident particle in MeV. All components are separated in  $E$ -dependent well depths,  $V_V, W_V, W_D, V_{SO}$ , and  $W_{SO}$ , and energy-independent radial parts  $f$ , namely

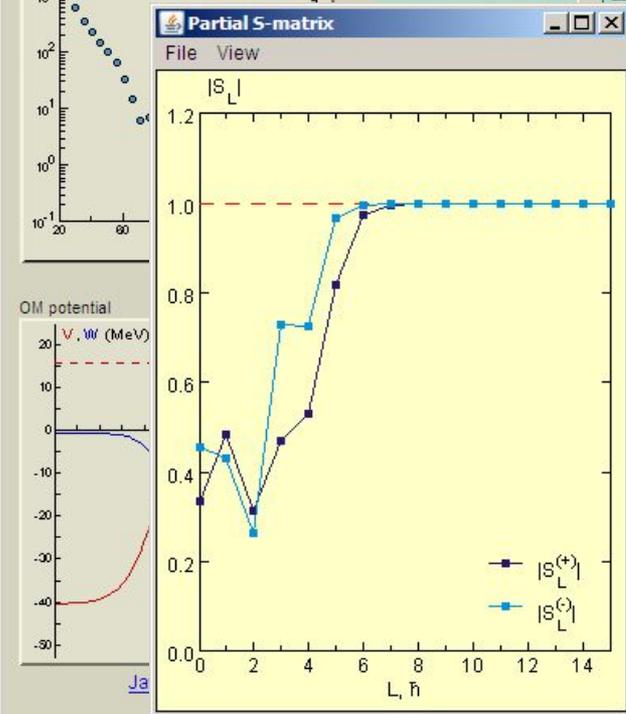
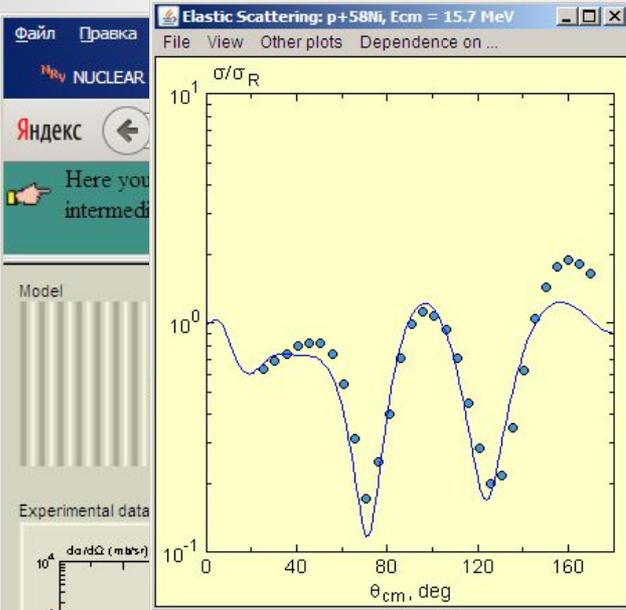
$$\begin{aligned} V_V(r, E) &= V_V(E) f(r, R_V, a_V), \\ W_V(r, E) &= W_V(E) f(r, R_V, a_V), \\ W_D(r, E) &= -4a_D W_D(E) \frac{d}{dr} f(r, R_D, a_D), \\ V_{SO}(r, E) &= V_{SO}(E) \left( \frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{SO}, a_{SO}), \\ W_{SO}(r, E) &= W_{SO}(E) \left( \frac{\hbar}{m_\pi c} \right)^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r, R_{SO}, a_{SO}). \end{aligned} \quad (1.2)$$

Description

Open PDF file

Submit

Cancel



NRV: Optical Model of Elastic ...

nr.v.jinr.ru/nrv/webnrv/elastic\_...

## NRV: Optical Model

### Elastic scattering of $^1\text{H} + ^{58}\text{Ni}$ at $E/A = 16$ MeV

**Optical Model parameters**

	Real part			Imaginary part		
Coulomb $r_0(R)$ , fm	$V_0$ , MeV	$r_0(R)$ , fm	$a$ , fm	$W_0$ , MeV	$r_0(R)$ , fm	$a$ , fm
1.259 (4.873)	-52.865	1.199 (4.641)	0.669	-1.273	1.199 (4.641)	0.669
Volume				-7.995	1.281 (4.959)	0.549
Surface						
Spin-Orbit	5.547	1.018 (3.941)	0.59	-0.068	1.018 (3.941)	0.59
Proximity						
Folding						

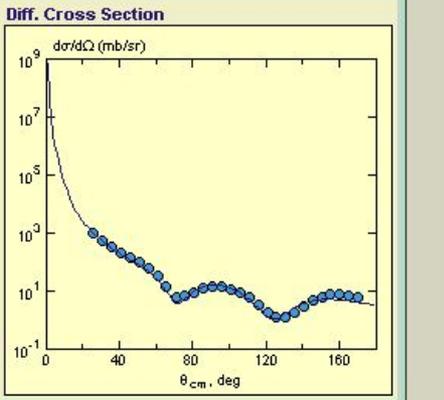
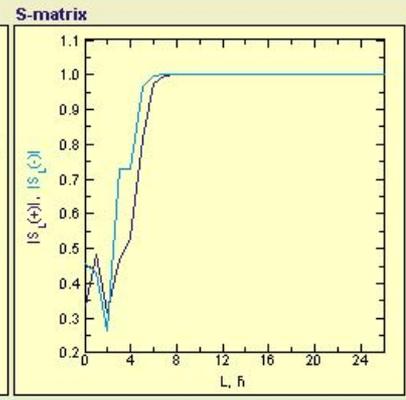
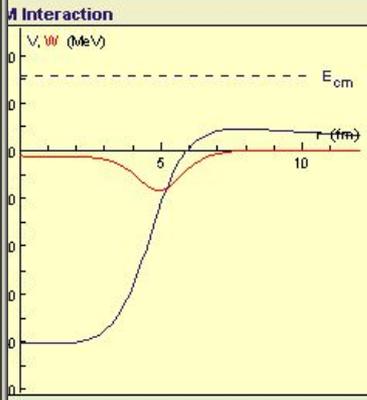
**Other quantities**

- $E_{lab} = 16$  MeV
- $E_{cm} = 15.729$  MeV
- $k = 0.86$  fm<sup>-1</sup>
- $\eta = 1.102$
- $R_{max} = 16.28$  fm
- $dr = 0.2$  fm

	Before fitting	After fitting
$\sigma_R$ , mb	1025.52	-
$\sigma_{tot}$ , mb	1899.18	-
$\chi^2 / N_{points}$		-

**Fitting process**

- $N_{steps} = \text{no fit}$
- $\Delta\chi^2/\chi^2 = \text{no fit}$
- Use obtained OMP in
- DWBA: Inelastic scattering (exit channel)



[Abstract \(page 293\)](#)

[Optical-Model Potential Definition \(page 295\)](#)

[Global Parameters Systematics for ...](#)

[neutrons \(page 296\)](#)

[protons \(page 297\)](#)

[deutrons \(page 297\)](#)

[<sup>3</sup>He \(page 297\)](#)

[References \(page 298\)](#)

[TABLES: Optical Model Parameters](#)

[Explanation of Tables \(page 299\)](#)

**neutrons +**

[H - Mn \(page 300\)](#)

[Mn - Mo \(page 301\)](#)

[Ag - U. Notes \(page 302\)](#)

[References \(page 303\)](#)

**protons +**

[He - C \(page 304\)](#)

[C - Mg \(page 305\)](#)

[Mg - Ca \(page 306\)](#)

[Ca \(page 307\)](#)

[Sc - Cu \(page 308\)](#)

[Cu - Zr \(page 309\)](#)

[Zr - Sn \(page 310\)](#)

[Sn - Bi \(page 311\)](#)

[Notes, References \(page 312\)](#)

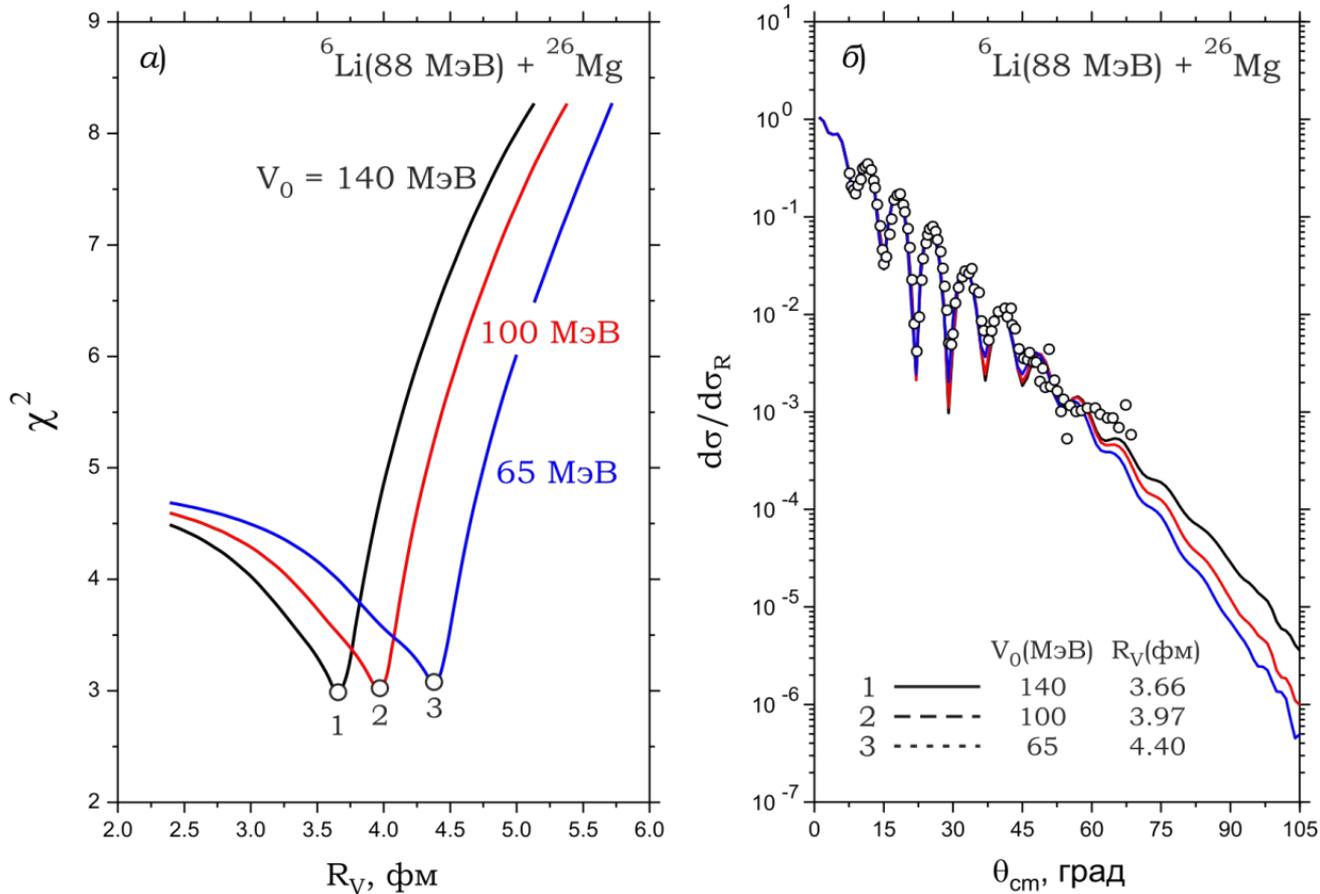
[References \(page 313\)](#)

PROTONS OPTICAL MODEL PARAMETERS

NUCLIDE	ENERGY (MEV)	REAL POTENTIAL			VOL. IMAG. POTENTIAL			SURF. IMAG. POTENTIAL			SPIN-ORBIT POTENTIAL			RC	SR	FIT	NOTE	REF.
		V	R	A	W	BW	AW	WB	RD	AD	VSO	RSO	ASO					
45SC	49.35	42.6	1.16	0.74	7.9	1.27	0.65	2.8	1.27	0.65	6.9	1.00	0.66	1.25*	910	S P	1	MAN71A
45SC	49.35	41.6	1.17*	0.75*	1.2	1.32*	0.63*	6.3	1.32*	0.63*	8.3	1.01*	0.75*	1.20*	930	S2P1	1	MAN71A
49TI	20.9	54.5	1.12	0.75				7.93	1.24	0.70	5.0	1.03	0.47*	1.25*	1153	S P		MAY71
40TI	14.15	42.9	1.19	0.68				8.6	1.28	0.68	6.39	0.99	0.71	1.26*		S1P1		LOM72A
40TI	15.35	52.2	1.1*	0.67				8.9	1.24	0.65	6.88	0.98	0.46	1.26*		S1P1		LOM72A
50TI	34.9	44.85	1.16*	0.75*	7.82	1.37*	0.63*	1.14*	1.37*	0.63*	6.04*	1.064*	0.738*	1.25*		S2	1	PRE70
51V	10.81	49.9	1.26	0.62				11.1	1.28	0.46	6.54	1.12	0.42	1.27*		S1P1		LOM72A
41V	15.20	50.3	1.21	0.69				8.6	1.29	0.61	6.57	1.01	0.64	1.27*		S2P1		LOM72A
51V	39.9	42.32	1.16*	0.75*	8.18	1.37*	0.63*	1.14*	1.37*	0.63*	6.04*	1.064*	0.738*	1.25*		S2	1	PRE70
44CR	22.9	49.63	1.17*	0.732				8.05	1.179	0.689	7.24	0.956	0.741	1.2*		S1		PET72
52CR	10.77	45.8	1.33	0.57				13.7	1.32	0.39	4.67	1.06	0.47	1.27*		S1P1		LOM72A
52CR	15.35	51.6	1.19	0.67				7.5	1.26	0.69	5.70	1.02	0.45	1.27*		S1P1		LOM72A
52CR	39.9	41.79	1.16*	0.75*	7.42	1.37*	0.63*	1.14*	1.37*	0.63*	6.04*	1.064*	0.738*	1.25*		S2	1	PRE70
53CR	16.6	52.2	1.18	0.74				9.12	1.28	0.63	5.8	1.08	0.47*	1.25*	1164	S P		MAY71
54FE	9.8	54.8	1.17*	0.75*				11.4	1.32*	0.54	6.6	1.01*	0.75*	1.17*		S2P2	5	AKH70
54FE	9.8	53.0	1.22	0.62				23.1	1.17	0.26	7.7	1.0*	0.66*	1.25*		S2P3	5A	GRE71
44FE	10.90	50.3	1.24	0.65				14.21	1.34	0.34	5.22	0.88	0.50	1.29*		S1P1		LOM72A
54FE	15.11	55.9	1.13	0.72				6.9	1.25	0.71	6.49	0.95	0.58	1.29*		S1P1		LOM72A
54FE	18.60	49.1	1.22	0.70				8.1	1.34	0.53	5.78	1.07	0.46	1.29*		S P		LOM72A
54FE	19.6	49.89	1.19	0.73				8.83	1.34	0.50	4.00*	1.06	0.22	1.20*		S2P2		HEM69
54FE	19.6	50.51	1.19	0.70				7.98	1.31	0.55	5.06	1.075	0.40	1.20*		S2P1		HEM69
54FE	19.6	48.82	1.22	0.66				8.04	1.30	0.54	6.00*	1.13	0.45	1.20*		S2P2		HEM69
54FE	30.3	44.3	1.188	0.686				7.39	1.075	0.849	6.37	1.188	0.686	1.25*		S P3		KAR70
54FE	30.3	45.15	1.190	0.70				7.07	1.054	0.841	6.56	1.104	0.627	1.25*		S P2		KAR70
54FE	30.4	53.26	1.103	0.776	6.65	1.357	0.573	2.02	1.357	0.573	6.87	1.103	0.776	1.12*		S2P2		GRE72
54FE	30.4	51.74	1.097	0.805	6.75	1.148	0.806	3.02	1.392	0.535	6.54	1.097	0.809	1.12*		S2P2		GRE72
54FE	30.4	50.40	1.111	0.790	2.99	1.296	0.616	4.35	1.397	0.545	6.73	0.958	0.709	1.12*		S1P1		GRE72
44FE	49.35	40.7	1.20	0.63	0.8	1.26	0.55	7.5	1.26	0.55	8.2	1.17	0.62	1.25*	905	S	1	MAN71A
54FE	49.35	42.2	1.17*	0.75*	0.3	1.32*	0.63*	6.2	1.32*	0.63*	7.9	1.01*	0.75*	1.27*	960	S3	1	MAN71A
56FE	19.6	50.48	1.19	0.70				8.83	1.31	0.55	5.12	1.075	0.40	1.20*		S2P2		HEM69
56FE	30.3	47.25	1.198	0.662				7.76	1.147	0.724	7.47	1.198	0.662	1.25*		S P3		KAR70
56FE	30.3	47.20	1.199	0.661				7.89	1.164	0.688	7.46	1.031	0.682	1.25*		S P2		KAR70
56FE	30.3	49.05	1.142	0.742	3.13	1.375	0.553	4.49	1.375	0.593	6.60	0.957	0.672	1.11*	1125	S1P1	2	HN171
56FE	30.3	45.85	1.183	0.706	0.82	1.263	0.713	6.73	1.263	0.713	6.27	1.008	0.640	1.11*	1175	P	2	HN171
56FE	30.3	52.40	1.122	0.733	2.38	1.289	0.615	5.93	1.289	0.615	6.27*	1.008*	0.640*	1.11*	1099	S	2	HN171
56FE	49.35	41.3	1.20	0.64	0.9	1.25	0.56	8.2	1.25	0.56	7.5	1.16	0.61	1.25*	965	S	1	MAN71A
56FE	49.35	41.7	1.17*	0.75*	0.9	1.32*	0.63*	6.1	1.32*	0.63*	7.2	1.01*	0.75*	1.20*	1010	S3	1	MAN71A
57FE	17.3	46.6	1.24	0.64				10.45	1.36	0.48	6.4	1.16	0.39	1.25*	1056	S P		MAY71
59CO	9.8	49.0	1.27	0.70				11.8	1.35	0.47	5.3	1.0*	0.66*	1.25*		S1P1	4	GRE71
59CO	30.3	49.38	1.133	0.759	2.88	1.386	0.651	4.18	1.386	0.651	6.54	0.970	0.636	1.11*	1193	S2P1	2	HN171
59CO	30.3	47.53	1.147	0.742	1.76	1.247	0.862	5.46	1.247	0.862	5.78	1.005	0.548	1.11*	1320	P	2	HN171
59CO	30.3	53.78	1.120	0.726	1.74	1.245	0.670	6.32	1.245	0.670	5.78*	1.005*	0.548*	1.11*	1134	S	2	HN171
58NI	9.8	41.3	1.42	0.59				31.2	1.31	0.21	6.7	1.0*	0.66*	1.25*		S3P2	5A	GRE71
58NI	15.0	61.80	1.1*	0.7*				7.19	1.25*	0.7*	5.8	1.00*	0.7*	1.1*		S2		KOL69
58NI	16.0	50.36	1.228	0.600				14.07	1.227	0.401	6.90*	1.01*	0.75*	1.11*	873	S2	14	MAK72
58NI	20.0	59.88	1.1*	0.7*				6.91	1.25*	0.7*	5.3	1.00*	0.7*	1.1*		S2		KOL69
58NI	21	52.2	1.15	0.770				8.87	1.33	0.517	4.93	1.01	0.535	1.25*	1093	S1P1		BAR69
58NI	21	49.8	1.19*	0.70*				7.08	1.25*	0.64*	5.18	1.05*	0.55*	1.25*	1084	S2P2		BAR69
58NI	21	47.9	1.25*	0.65*				9.51	1.25*	0.47*	4.97	1.25*	0.65*	1.25*	995	S2P2		BAR69
58NI	24.5	51.8	1.17	0.71				9.13	1.26	0.51	5.0	1.12*	0.47*	1.25*	1018	S P		MAY71
58NI	30.3	48.62	1.148	0.748	3.27	1.370	0.550	4.31	1.370	0.550	6.16	0.995	0.612	1.11*	1090	S2P2	2	GRE70
58NI	30.3	45.70	1.180	0.715	0.75	1.277	0.717	6.32	1.277	0.717	5.78	1.012	0.597	1.11*	1172	P2	2	GRE70
58NI	30.3							4.36	1.326	0.661	6.78*	1.012*	0.597*	1.11*	1079	S1	2	GRE70

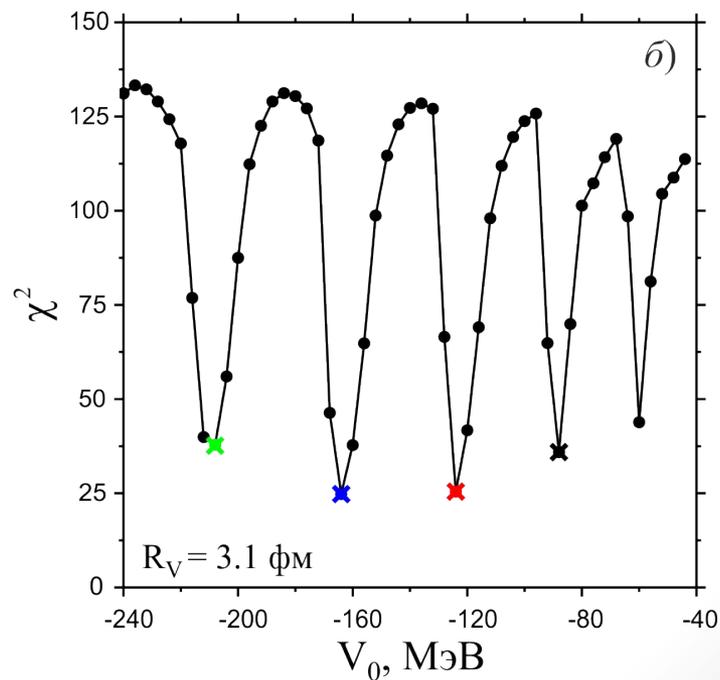
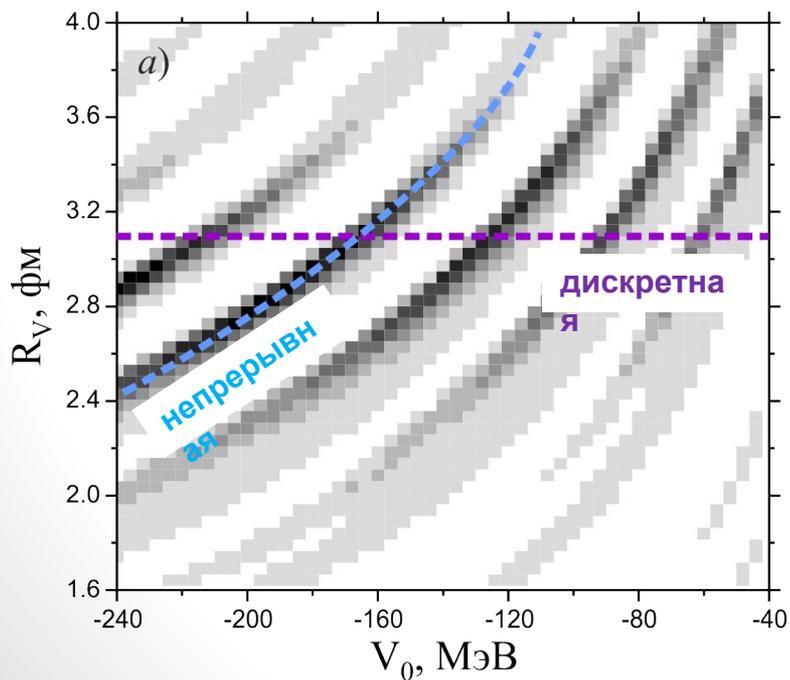
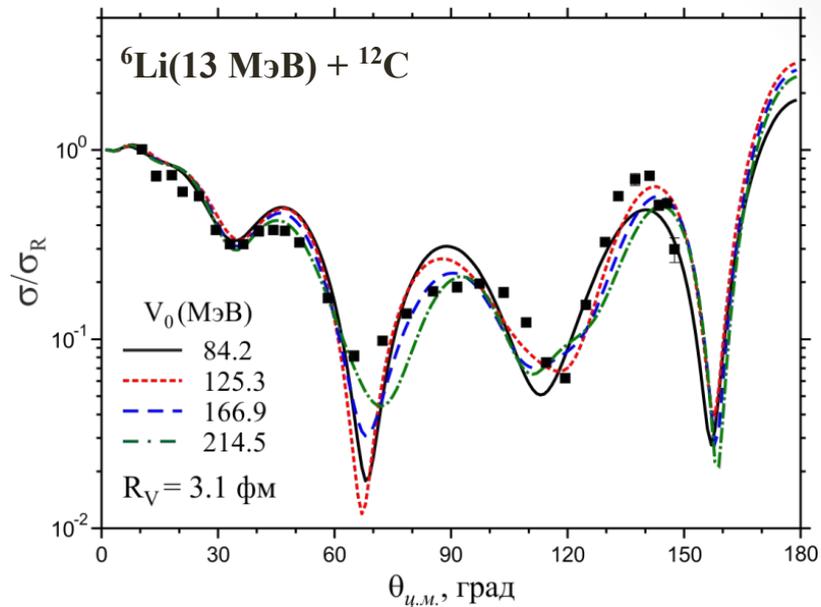
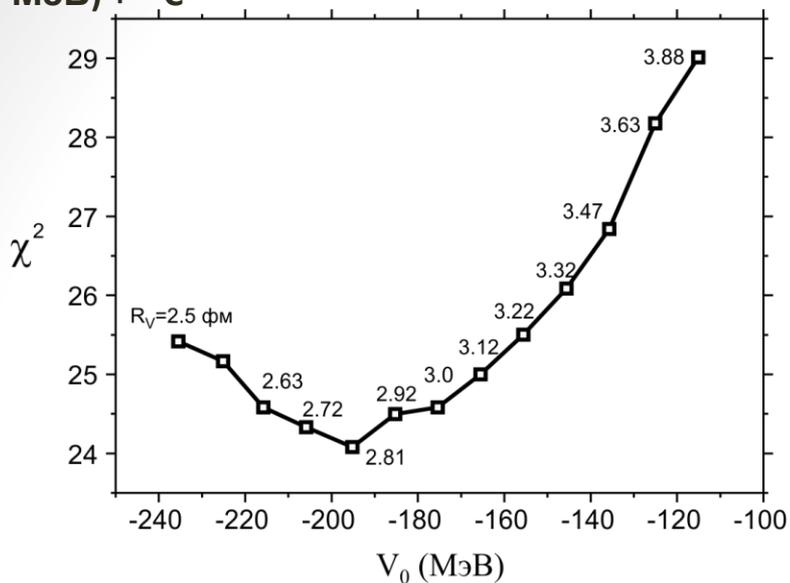
# Неопределенность выбора параметров оптической модели

Проявление непрерывной неоднозначности выбора параметров ОП



$$c^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(s_{th}(q_i) - s_{exp}(q_i))^2}{Ds_{exp}(q_i)}$$

# Дискретная и непрерывная неоднозначности выбора параметров ОП для реакции ${}^6\text{Li}(13 \text{ МэВ}) + {}^{12}\text{C}$

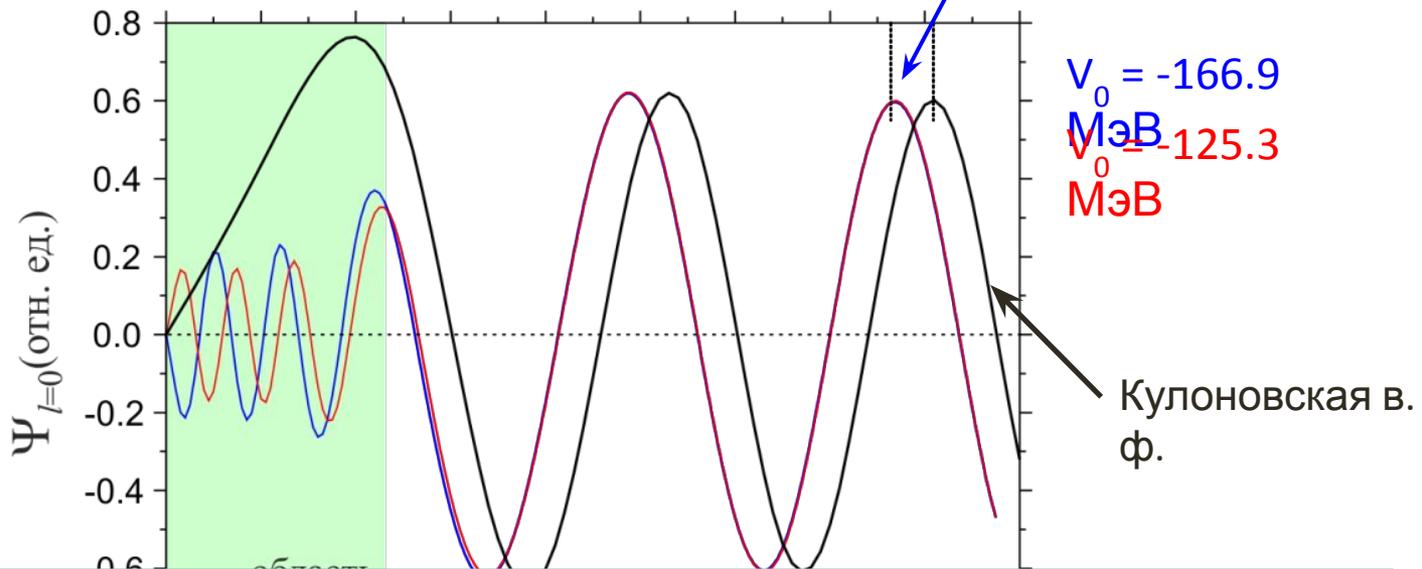


# Причины для неоднозначности выбора параметров оптического потенциала

**Асимптотика волновой функции и амплитуда рассеяния**

$$\psi_l(p, r) \rightarrow j_l(pr) + f_l \frac{e^{i(pr - \pi l/2)}}{r} = \frac{e^{i\delta_l}}{pr} \sin\left(pr - \frac{\pi l}{2} + \delta_l\right)$$

$$f(\mathbf{p}' \leftarrow \mathbf{p}) = 4\pi \sum_{lm} f_l(p) Y_{lm}(\Omega_p) Y_{lm}^*(\Omega'_p) = \sum_l (2l+1) \frac{e^{2i\delta_l} - 1}{2ip} P_l(\cos \theta)$$



Два потенциала взаимодействия с разной геометрией могут приводить к одинаковому (или близкому) набору фаз рассеяния, а значит одинаковому сечению рассеяния! Отличие волновых функций состоит только в количестве нулей (т.е. связанных состояний) в области взаимодействия.

# Заключение

- ❑ Оптическая модель базируется на строгой теории ядерных реакций
- ❑ Оптическая модель может служить инструментом извлечения информации о ядро-ядерном потенциале
- ❑ Имеется обширный экспериментальный материал по угловым распределениям упруго рассеянных ядерных частиц
- ❑ Имеется обширная успешная практика применения оптической модели к низкоэнергетическим ядерным реакциям. Построены глобальные параметризации оптических потенциалов для нуклон-ядерного рассеяния
- ❑ Расчет дифференциальных сечений упругого рассеяния в современных условиях является «простой» численной задачей
- ❑ Набор параметров феноменологического потенциала упругого рассеяния является неоднозначным