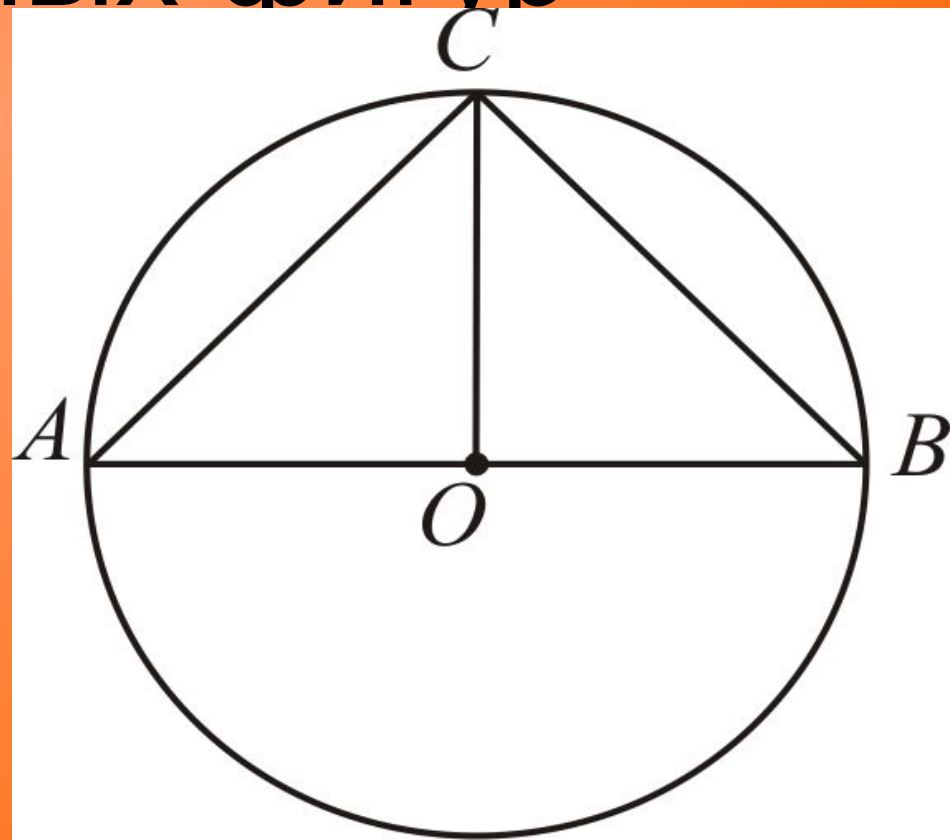


Параллельное проектирование и изображение пространственных фигур

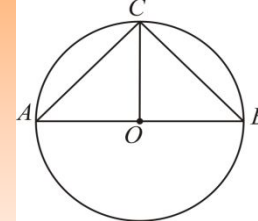
Автор

Календарева Н.Е.

© 2011 г.

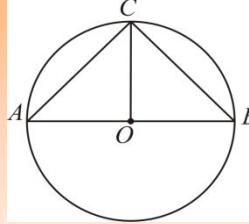


План



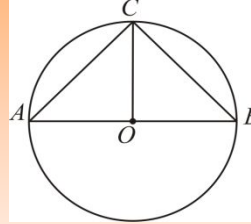
1. Что такое параллельное проектирование
2. Направление проектирования
3. Основные свойства параллельного проектирования
4. Теоремы о параллельности и сохранении пропорциональности
5. Примеры и решение задач
6. Ортогональное проектирование

Что такое параллельное проектирование



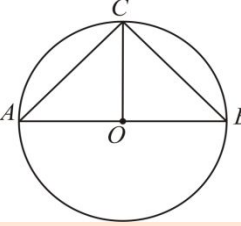
Для изображения пространственных фигур на плоскости обычно используют *параллельное проектирование*. При параллельном проектировании обязательно необходимо задавать *направление проектирования*, т. е. некоторую прямую в пространстве.

Направление проектирования



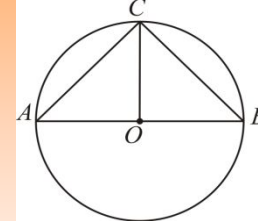
В рассматриваемых далее примерах такая прямая выбрана случайным образом.

Параллельное проектирование соответствует зрительному восприятию фигуры при рассматривании ее издали.

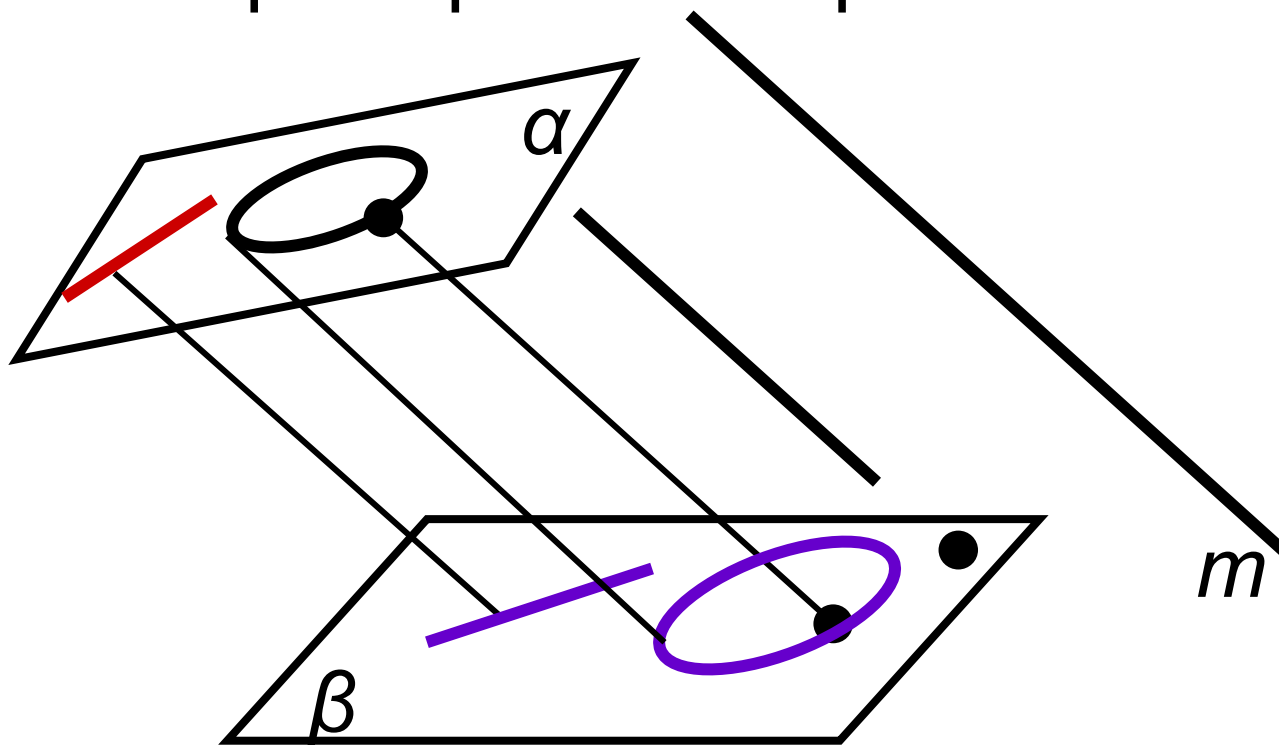


Пусть даны две различные плоскости α и β и прямая t , не параллельная ни одной из них. Будем проектировать точки, например плоскости α на плоскость β параллельно прямой t .

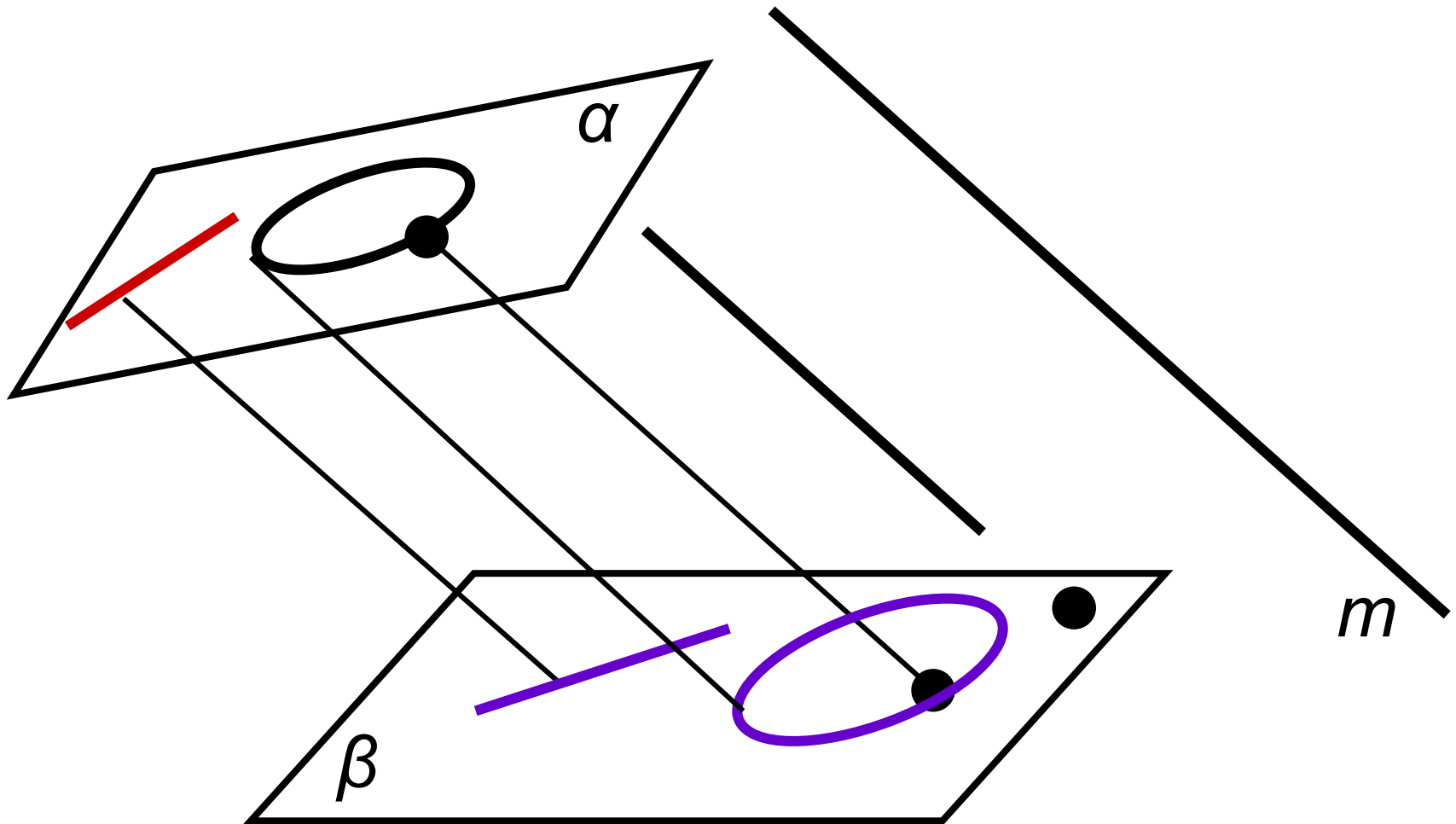
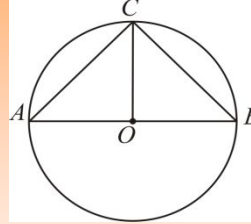
Рассмотрим, в какие фигуры проектируются известные нам фигуры.



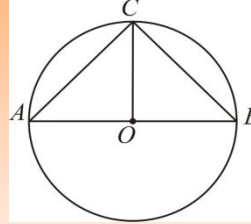
Выберем направление проектирования, в нашем примере – это прямая m .



Проектирование параллельно прямой m



Основные свойства



Пользуемся правилами:

точка \Rightarrow точку;

отрезок \Rightarrow отрезок;

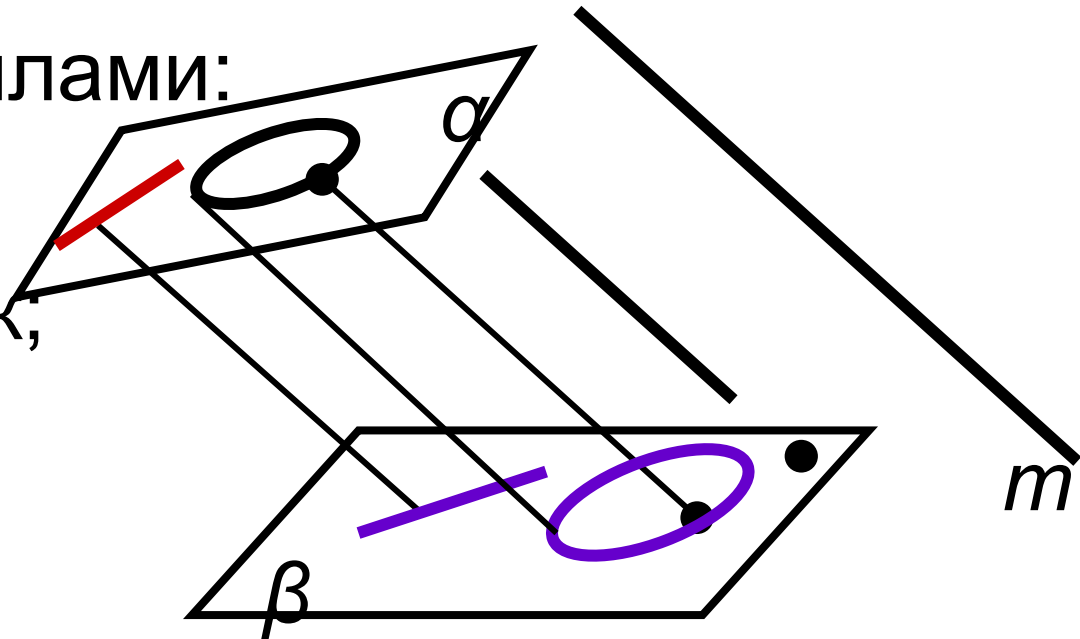
луч \Rightarrow луч.

Прямая, не \parallel

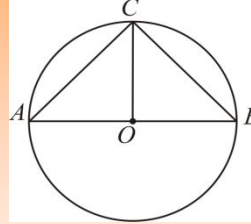
прямой m , \Rightarrow в прямую.

Прямая, \parallel прямой m , \Rightarrow в точку.

Окружность проектируется в эллипс.

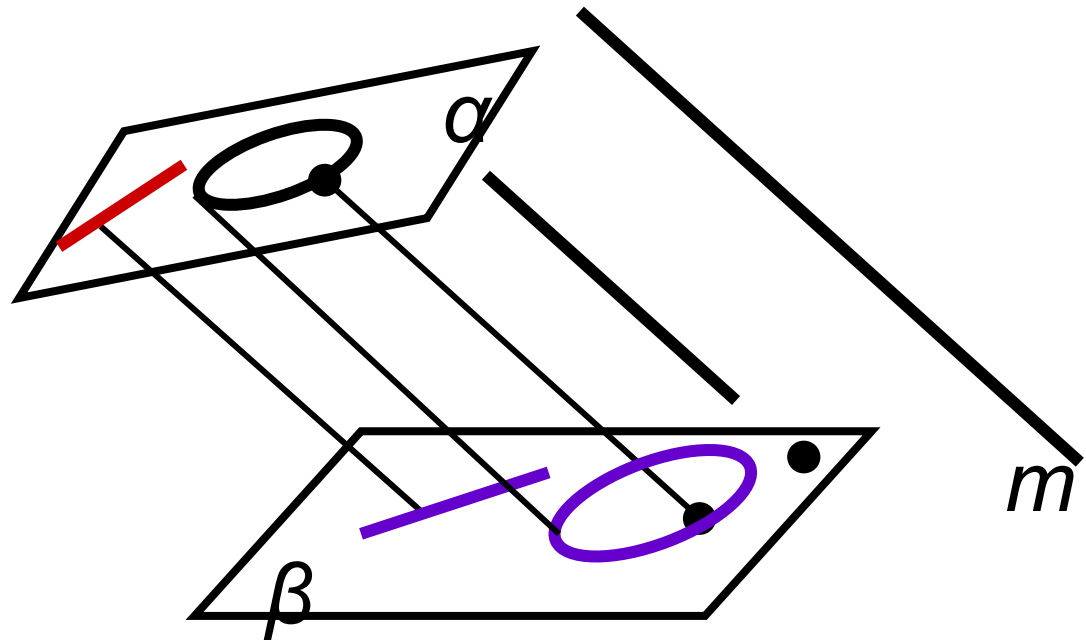


Основные свойства

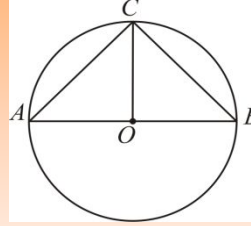


Если в плоскости α есть параллельные прямые, то они проектируются в параллельные между собой прямые.

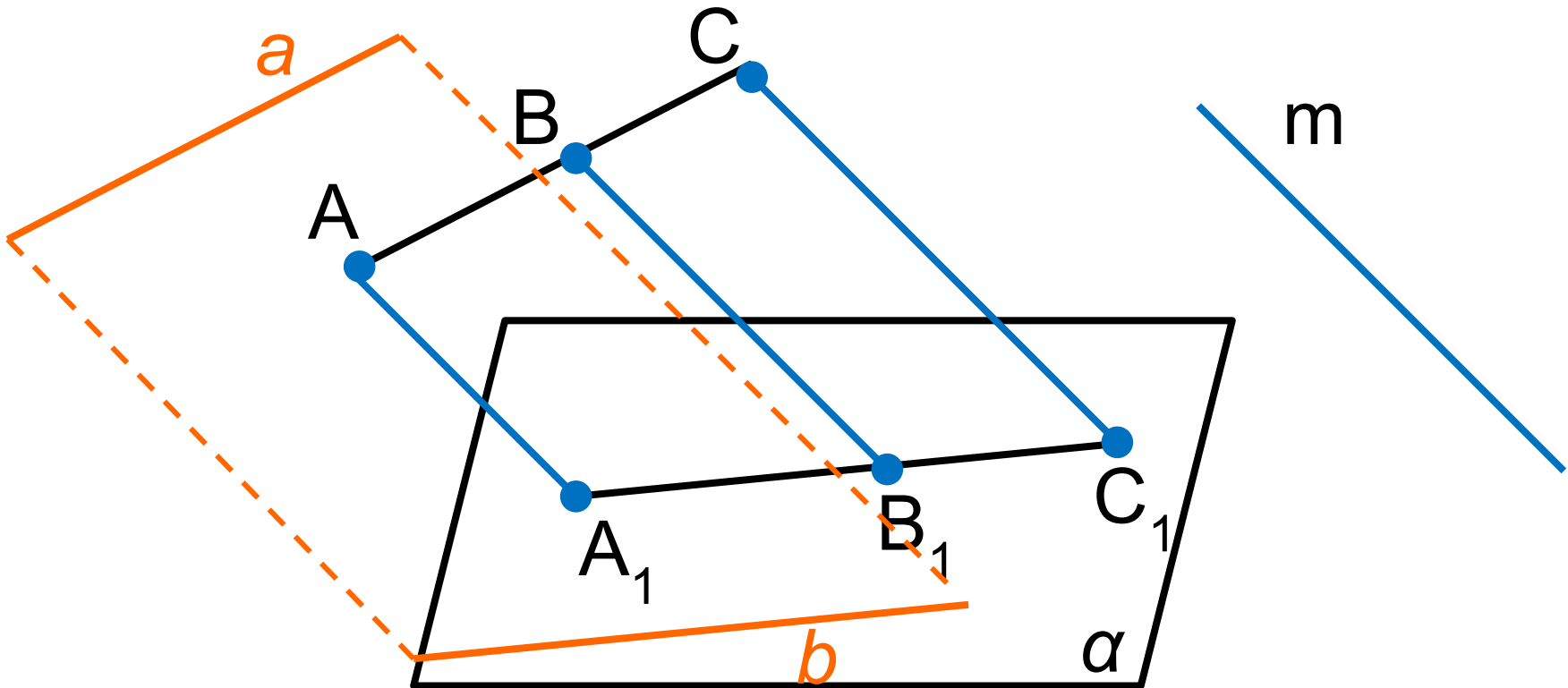
Сформулируем это утверждение и докажем его.



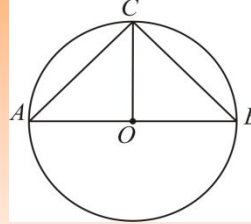
Утверждение



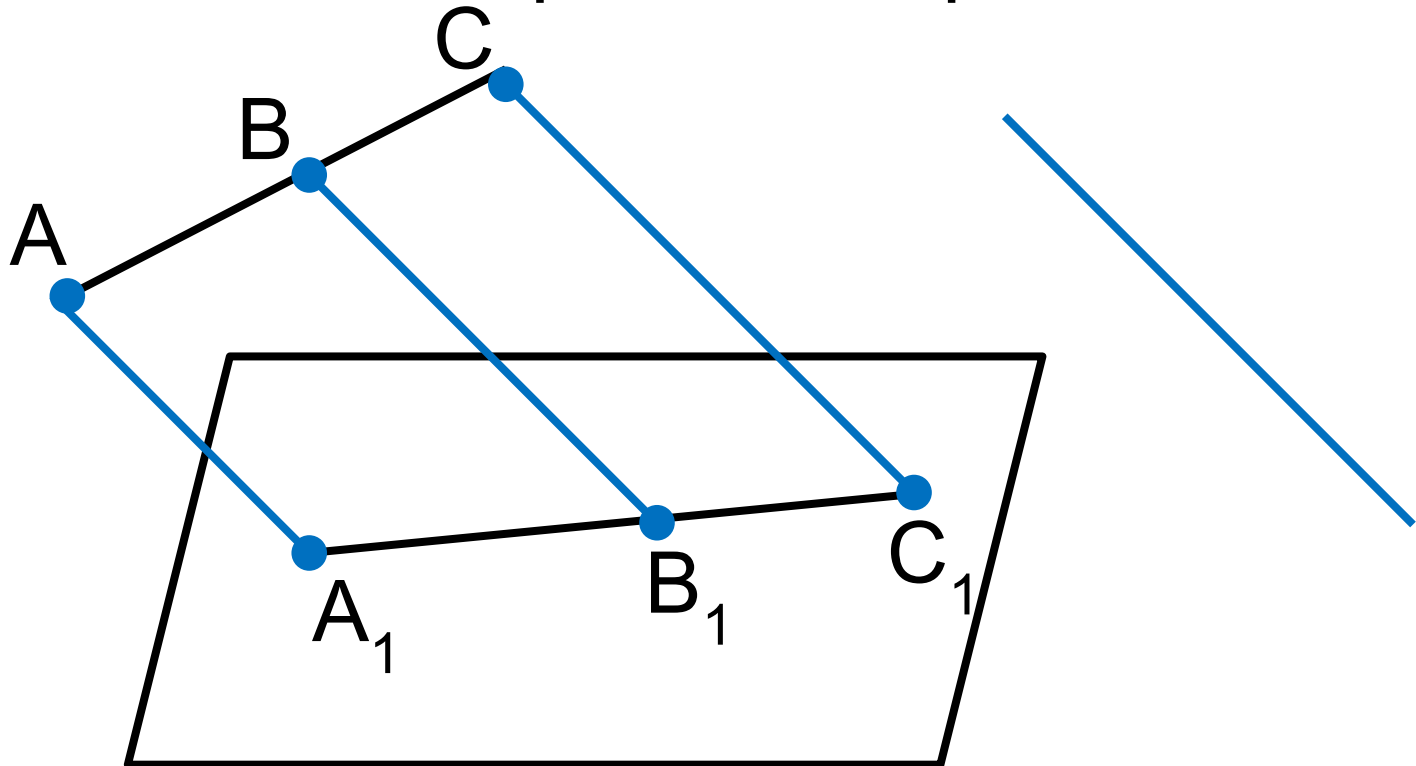
Параллельные отрезки пространственной фигуры изображаются на плоскости чертежа параллельными отрезками.

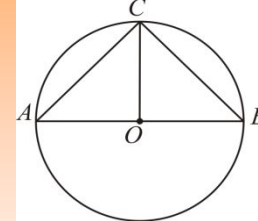


Теорема



При параллельном проектировании отношение отрезков одной прямой или параллельных прямых сохраняется.

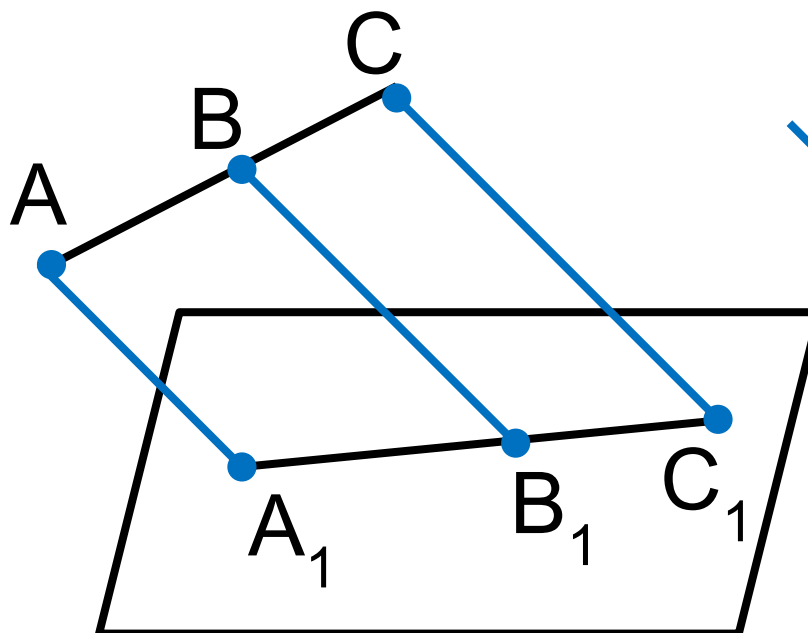


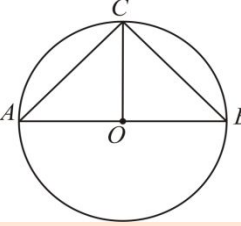


Доказательство

Докажем, что $AB : BC = A_1B_1 : B_1C_1$.

Док-во
следует
из теоремы
Фалеса.



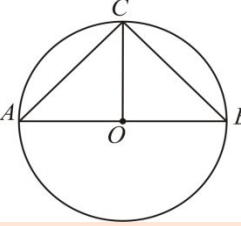


Отношение отрезков есть отношение пропорциональности. Поэтому говорят так:

отношение пропорциональности параллельных отрезков при параллельном проектировании сохраняется.

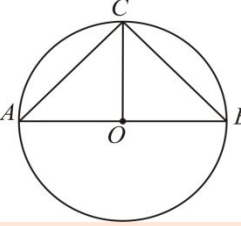
Тогда

середина отрезка проектируется в середину отрезка.



Известно, что точка пересечения медиан в треугольнике делит медиану в отношении $2 : 1$, считая от вершины. Следовательно, при изображении такое же отношение для медиан сохраняется.

Вопрос

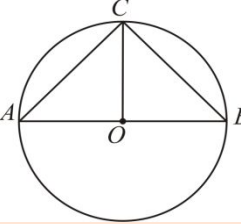


Произвольный треугольник в общем случае проектируется в произвольный треугольник.

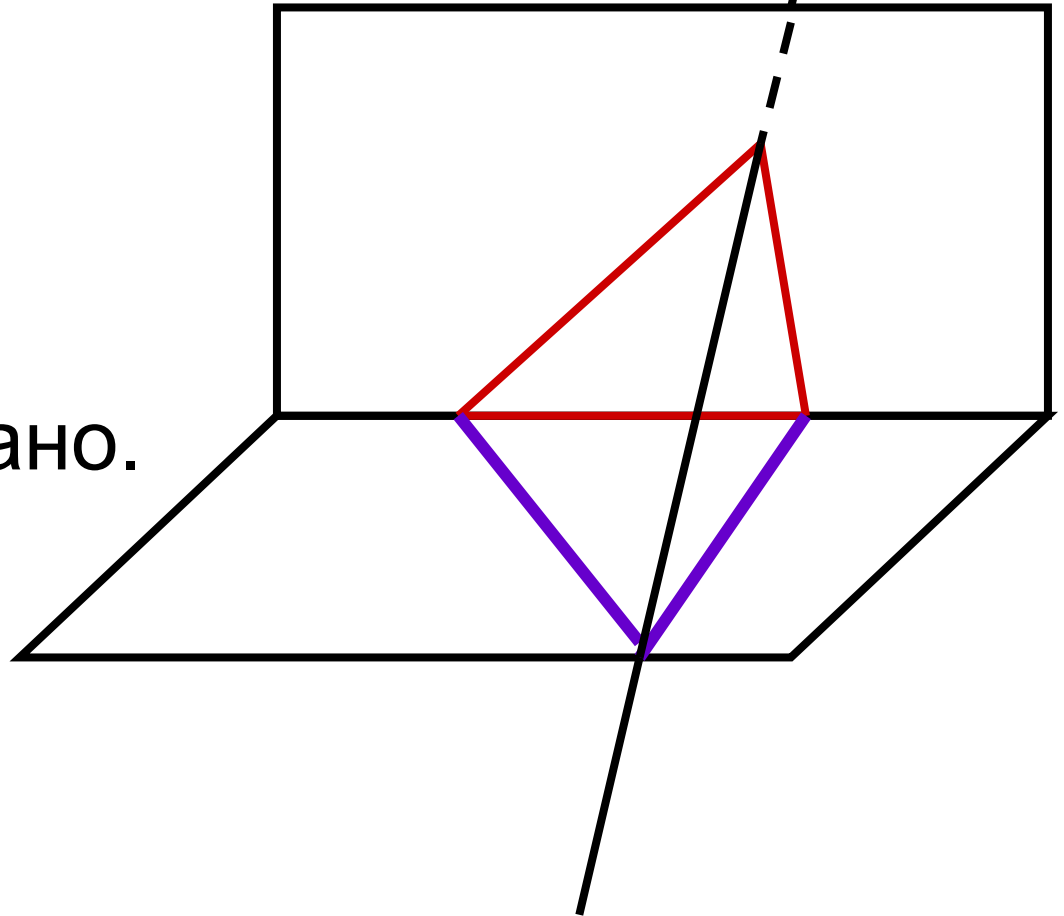
Можно ли спроектировать произвольный треугольник в равносторонний?

Ответ: да, можно.

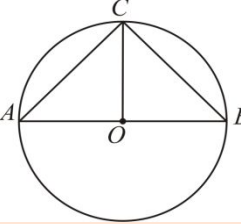
Частный пример проектирования



Дан произвольный
треугольник.
Направление
проектирования
изначально не дано.
Его проекция –
равносторонний
треугольник.



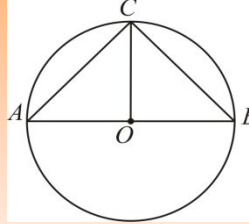
Основные свойства проектирования



Середины отрезков проектируются в
середины отрезков.

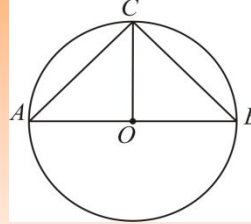
Углы при параллельном проектировании
не сохраняются.

Примеры



В примерах будут даны два изображения. Слева то изображение, которое мы видим в плоскости тетради, при этом лист тетради совпадает с плоскостью доски. Справа дано изображение в пространстве, нарисованное на плоскости доски. Визуально оно не совпадает с первым изображением, это **проекция фигуры**.

Что можно строить на пространственном изображении



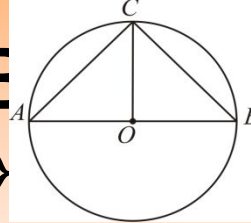
На изображении пространственной фигуры с использованием параллельного проектирования можно

- 1) проводить прямые, параллельные данным;
- 2) делить отрезок в заданном отношении (в том числе пополам);
- 3) проводить произвольные отрезки (хорды).

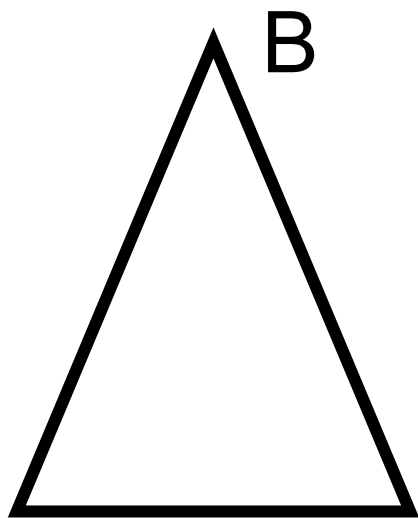
На плоскости

В пространстве

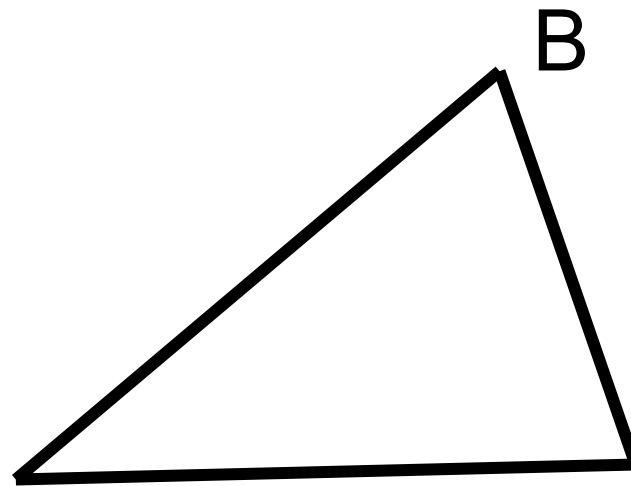
(на плоскости чертежа)



Равнобедренный треугольник



Изображение равнобедренного тр.

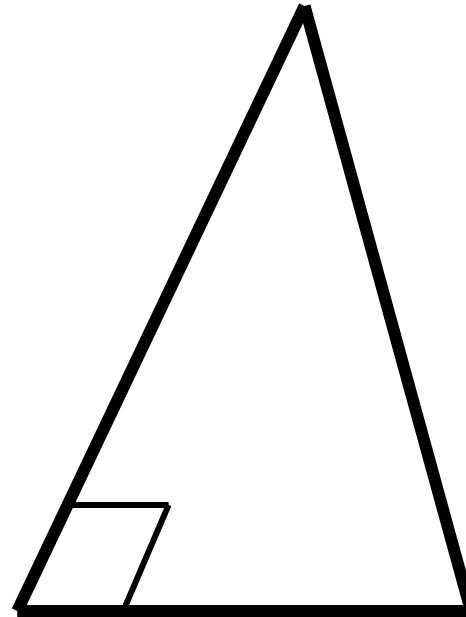
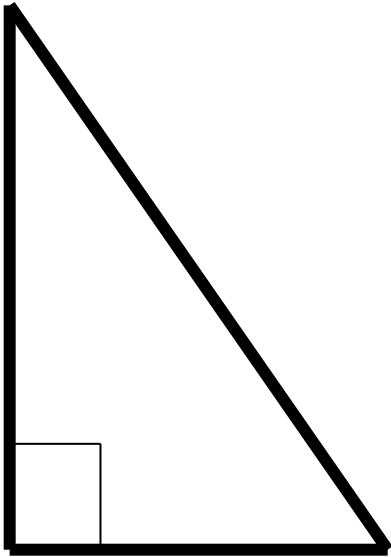
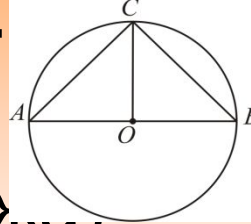


Как изобразить высоту из вершины В?

На плоскости

В пространст

(на плоскости чертежа)

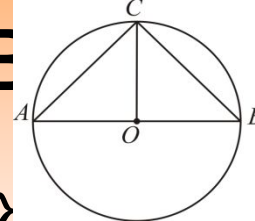


**Углы при параллельном
проектировании не сохраняются!**

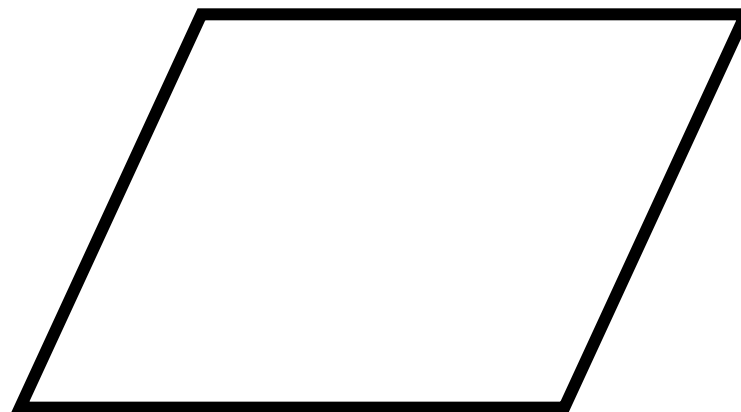
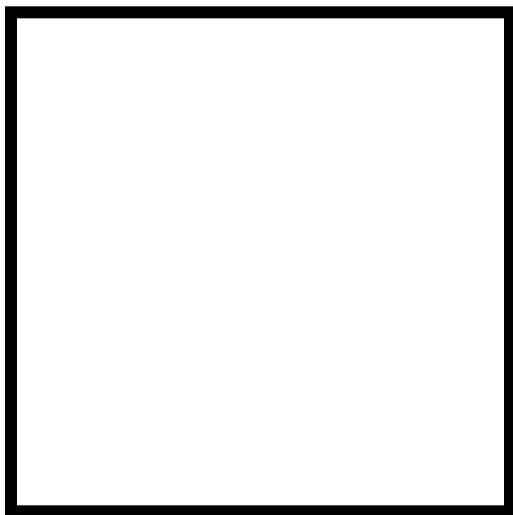
На плоскости

В пространстве

(на плоскости чертежа)



Квадрат

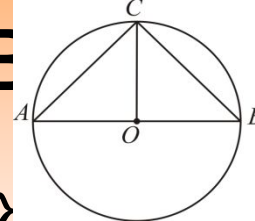


Как изобразить центр квадрата?

На плоскости

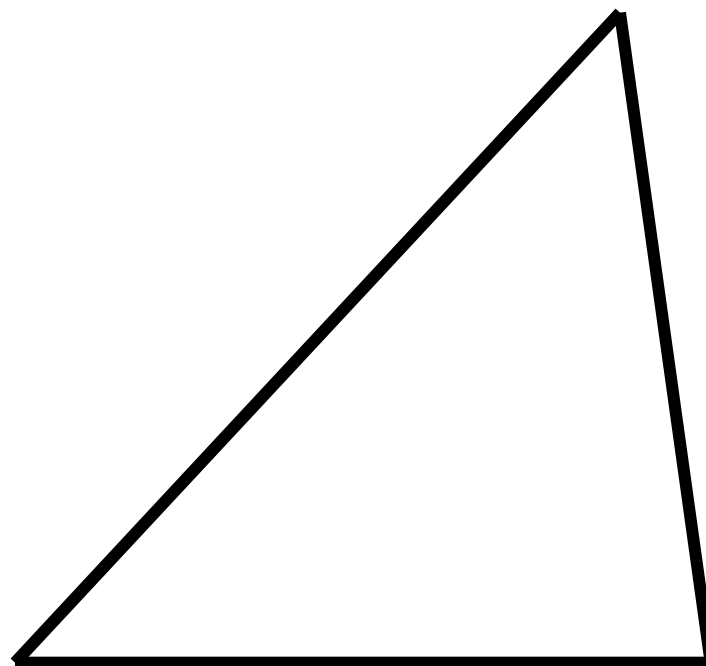
В пространстве

(на плоскости чертежа)



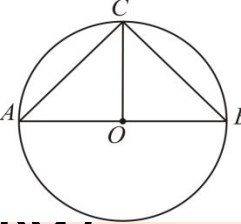
Дано изображение
равностороннего
треугольника.

Изобразите его
центр.



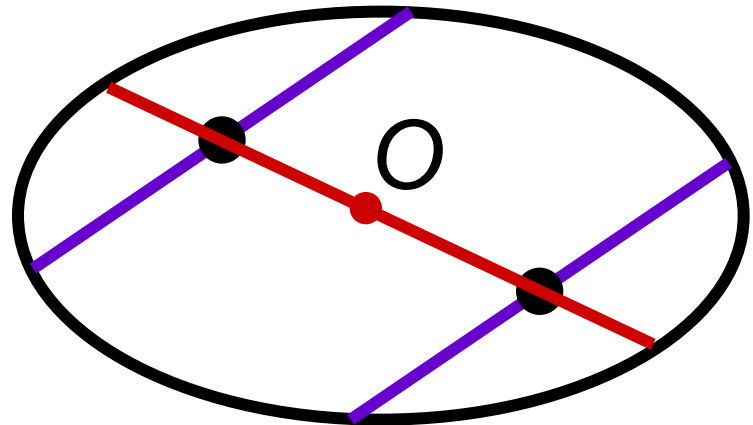
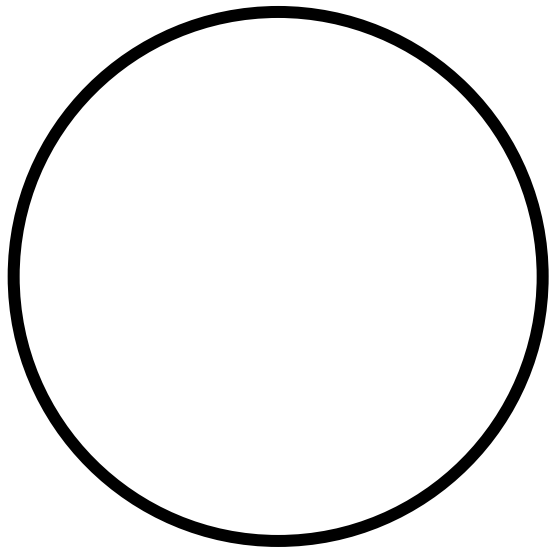
На плоскости

В пространстве



(на плоскости чертежа)

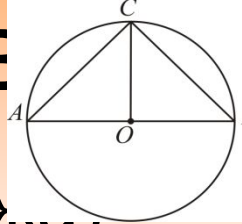
Изобразите центр окружности



Как построить проекцию диаметра окружности, перпендикулярного заданному?

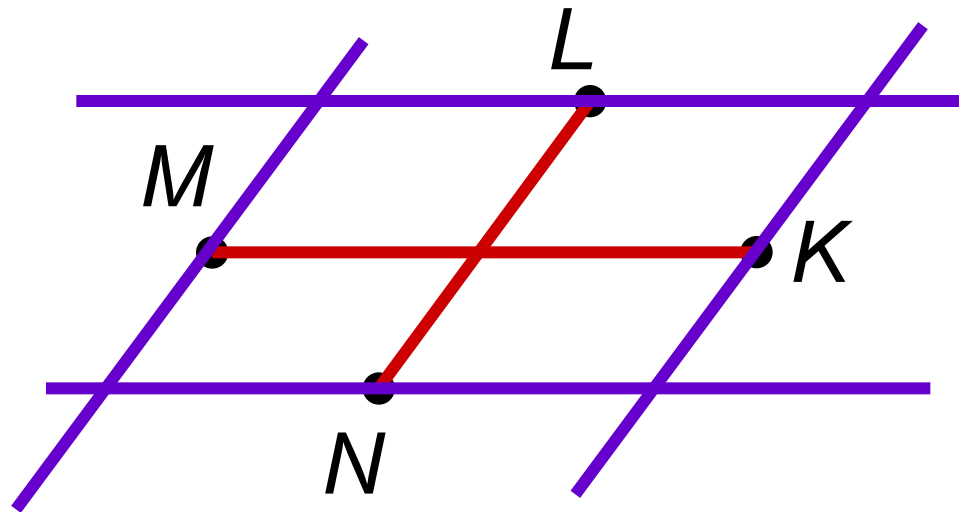
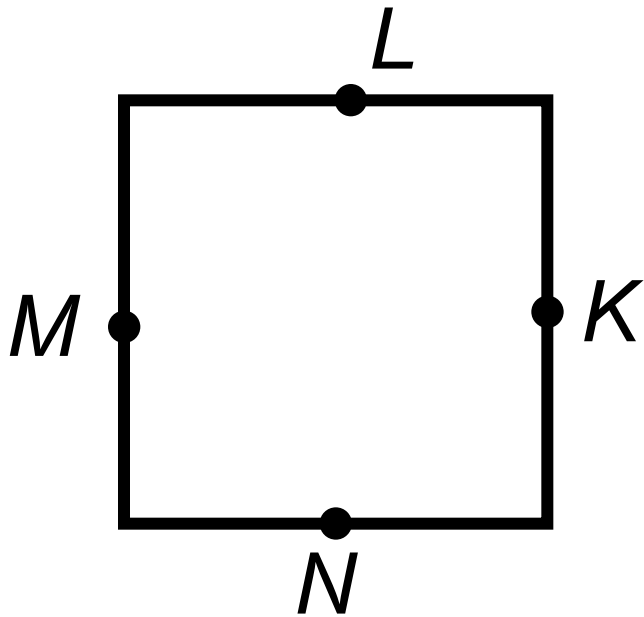
На плоскости

В пространстве



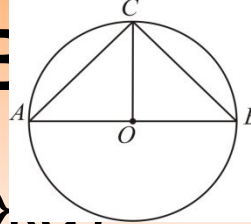
(на плоскости чертежа)

Дано изображение середин сторон квадрата. Постройте изображение квадрата.

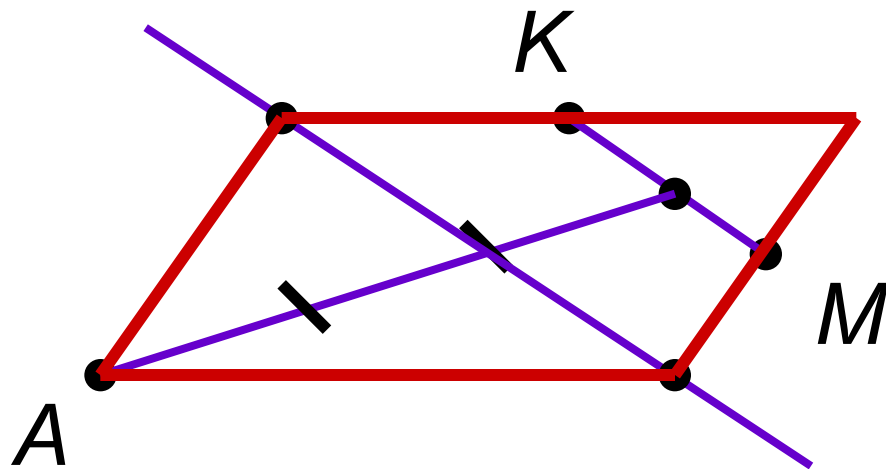
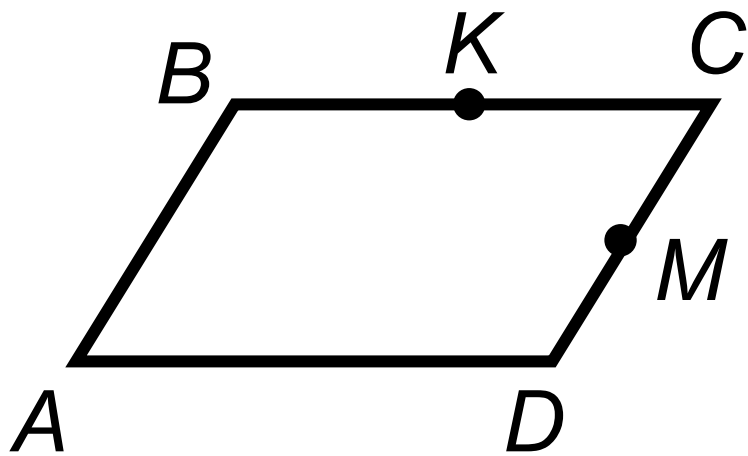


На плоскости В пространстве

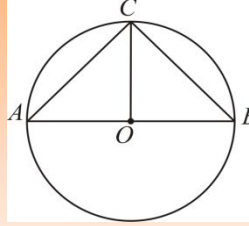
(на плоскости чертежа)



Постройте изображение параллелограмма ABCD по изображению вершины A и середин сторон BC и CD.

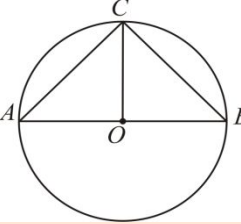


Устные задачи



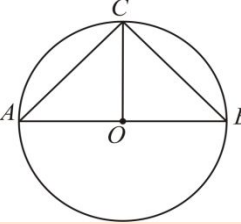
1. Дана параллельная проекция треугольника. Чем изобразится проекция средней линии треугольника?
2. Каким многоугольником является параллельная проекция трапеции?
3. Может ли при параллельном проектировании параллелограмма получится трапеция?

Параллельное проектирование



4. Может ли проекция параллелограмма быть квадратом?
5. Может ли отрезок быть проекцией треугольника?
6. Чем является проекция ромба?
7. Во что проектируется прямоугольник?

Ортогональное проектирование

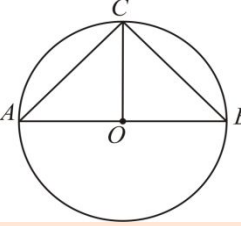


В задачах, связанных с многогранниками, часто приходится проектировать на определенную плоскость.

Если проектируем параллельно прямой, перпендикулярной этой плоскости, то говорят об *ортогональном* (перпендикулярном) *проектировании*.

Саму плоскость называют *плоскостью проекции*.

Пример



Назовите
ортогональную проекцию
на плоскость основания
ABCD точки A' .

На плоскость $DD'C'C$
точки B' .

На плоскость $BB'D'D$
точек A и A' .

