ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПЛОСКОСТЕЙ

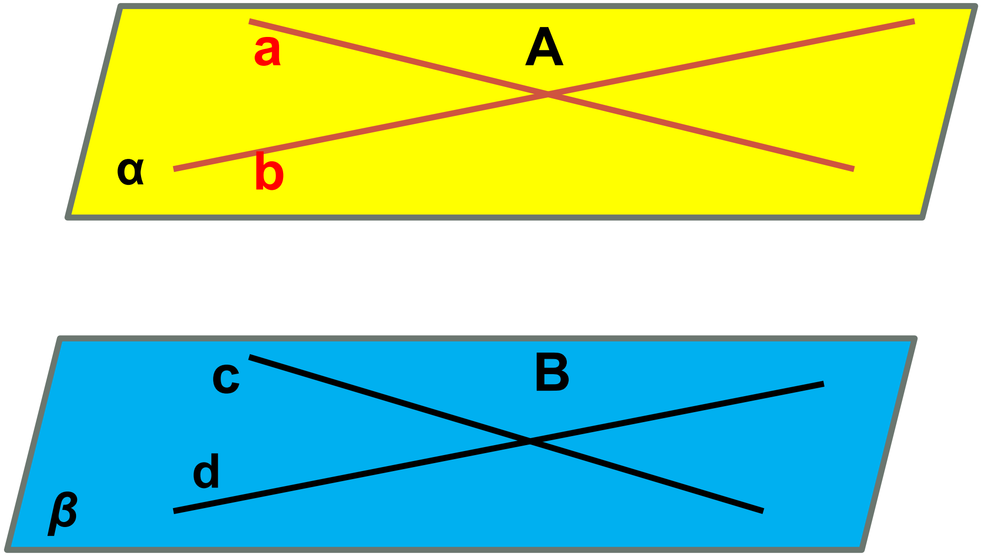
Определение.

Две плоскости называются параллельными,
 если они не имеют общих точек,
то есть не пересекаются

ПРИЗНАК ПАРАЛЛЕЛЬНОСТИ ПЛОСКОСТЕЙ

Теорема.

Если 2 пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно **параллельны** двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны



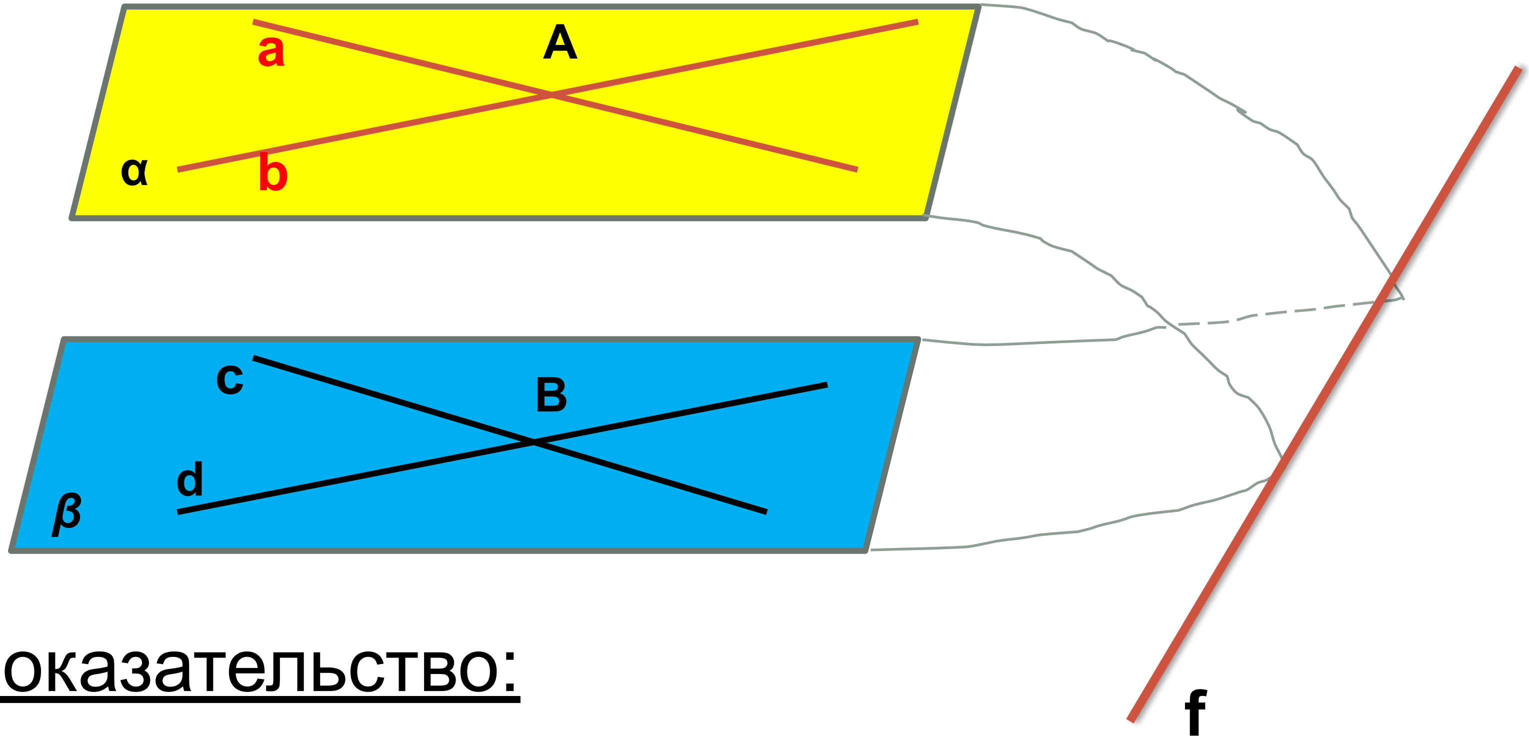
<u>Дано</u>: α, β, $a \in \alpha$, $b \in \alpha$,

$c \in \beta$, $d \in \beta$

$a \cap b = A$, $c \cap d = B$

$a \parallel c$, $b \parallel d$,

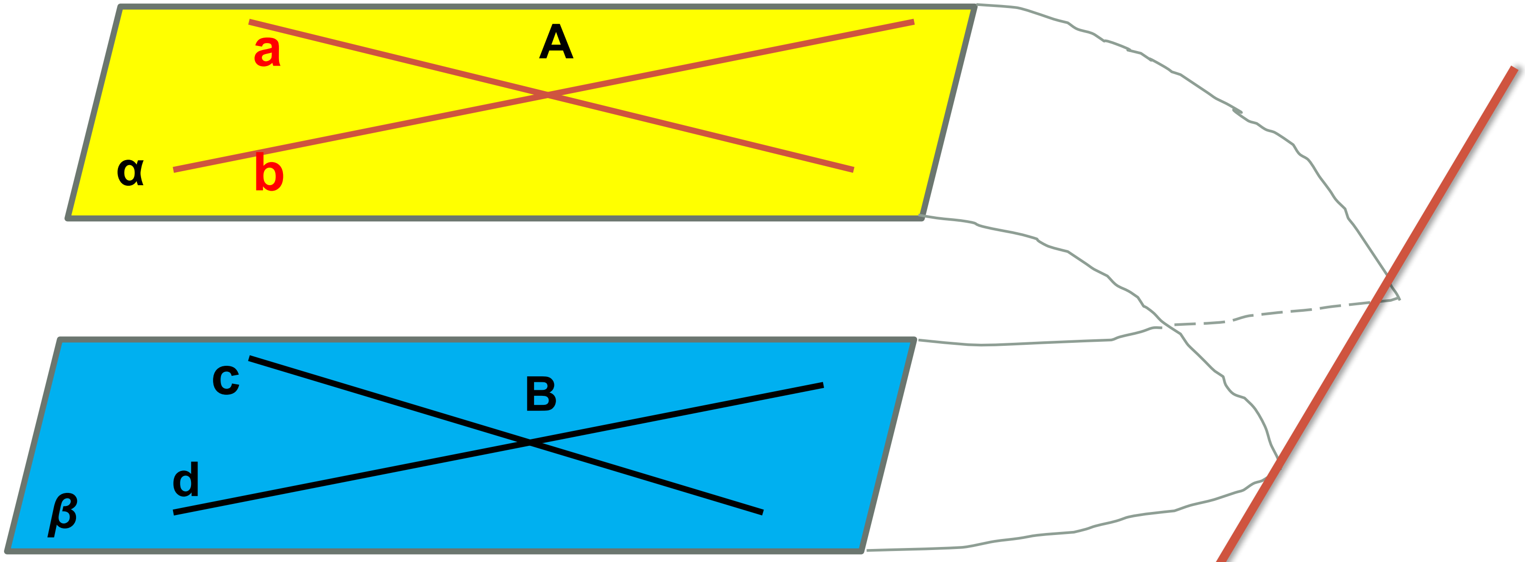
<u>Доказать</u>: $\alpha \parallel \beta$,



Доказательство:

1. Методом «от противного». Допустим, что $\alpha \nparallel \beta$,

Тогда $\propto \cap \boldsymbol{\beta}$ по прямой, обозначим эту прямую $\boldsymbol{f}$



Доказательство:

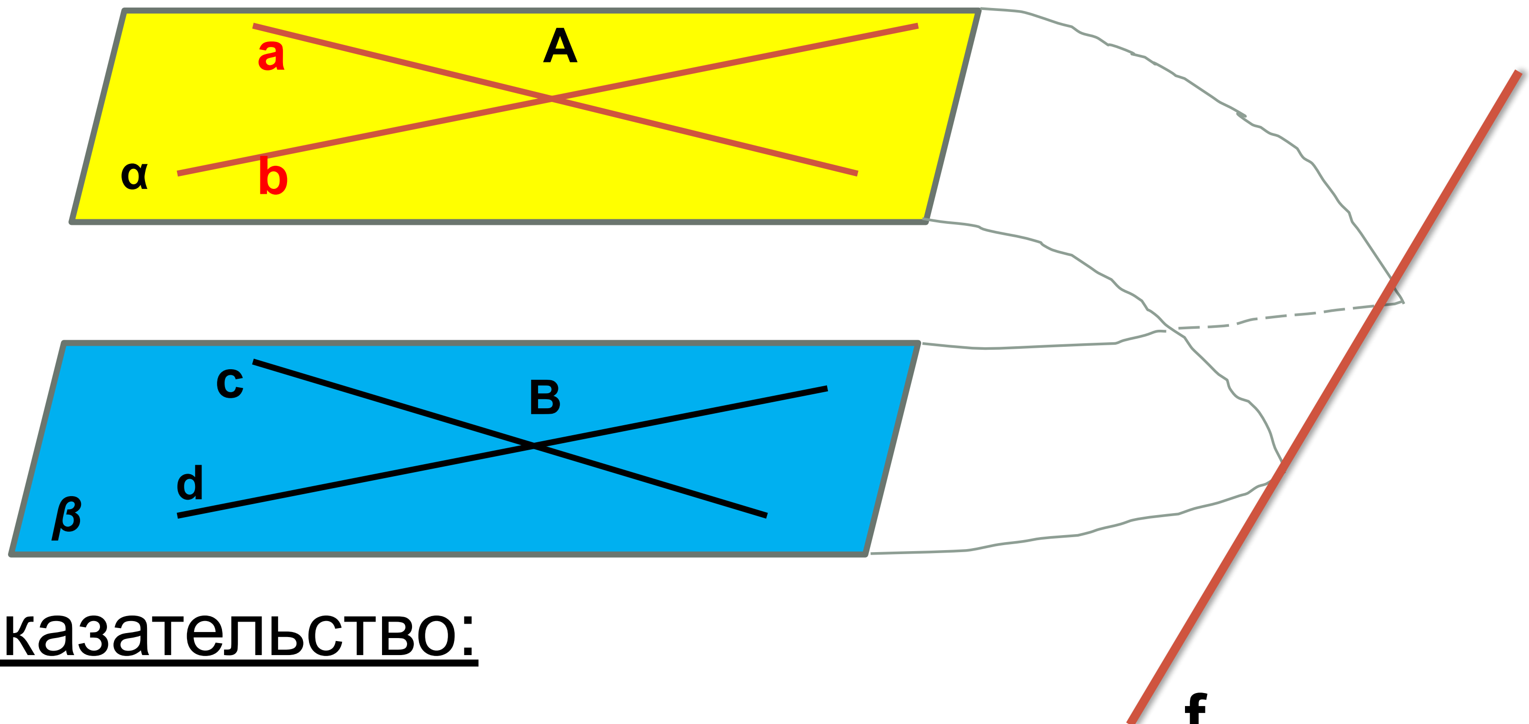
2. Так как $a \parallel c$, $c \in \beta$, то $a \parallel \beta$

по признаку параллельности прямой и плоскости

3. Тогда $a \not\cap \beta$, а значит ***прямая а не пересекает и*** прямую f

Следовательно, $a \parallel f$,

Так как они находятся в одной плоскости α и не пересекаются



<u>Доказательство:</u>

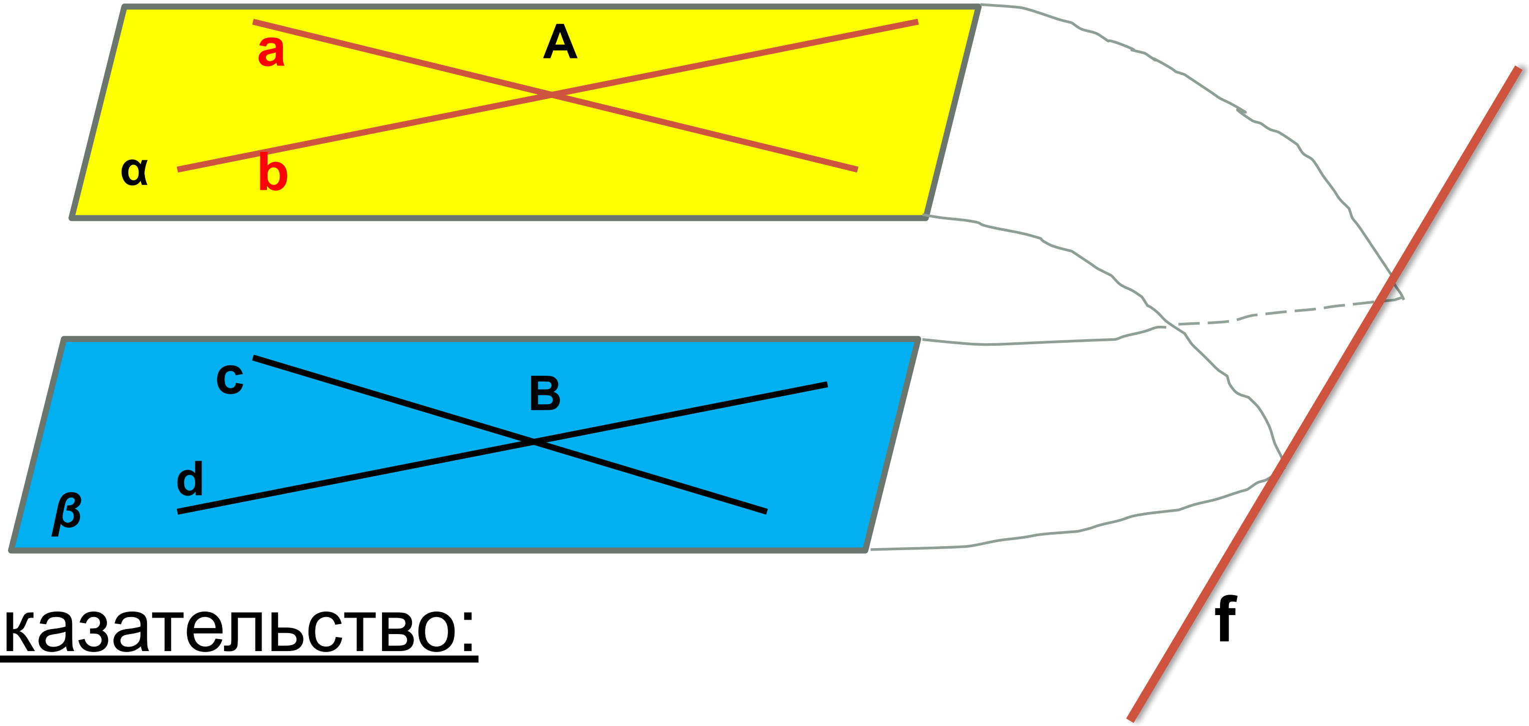
4. Так как $b \parallel c$, $b \in \beta$, то $b \parallel \beta$

по признаку параллельности прямой и плоскости

5. Тогда $b \not\cap \boldsymbol{\beta}$, а значит ***прямая b не пересекает и*** прямую $\boldsymbol{f}$

Следовательно, $b \parallel f$,

Так как они находятся в одной плоскости α и не пересекаются



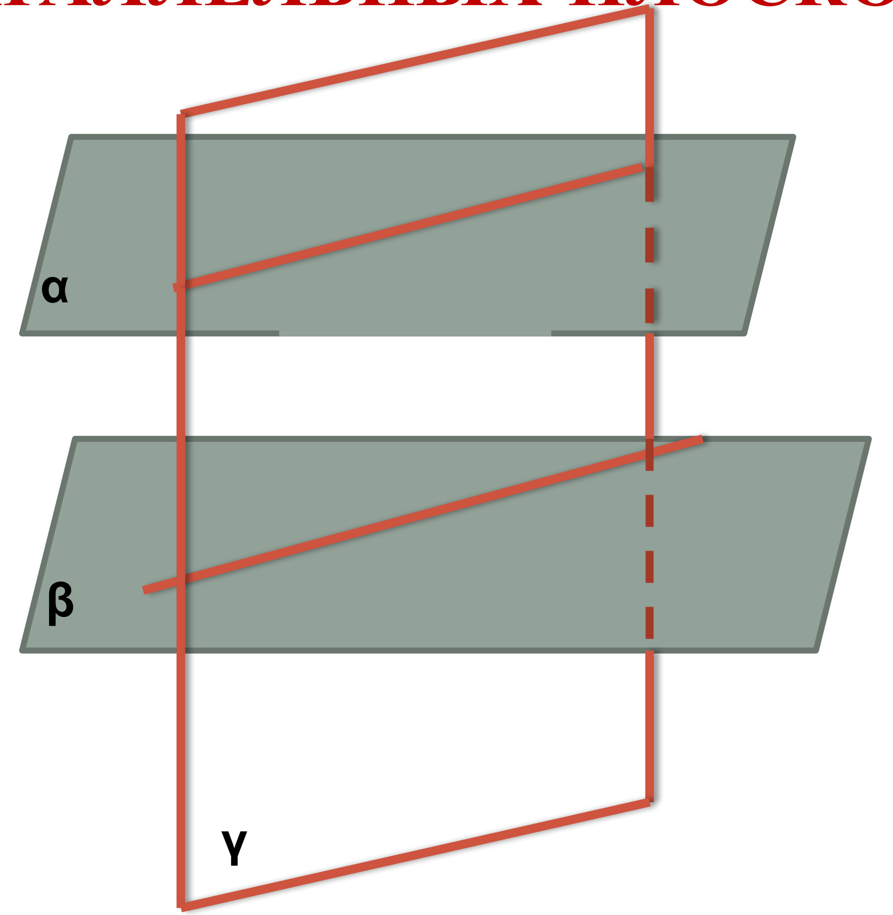
<u>Доказательство:</u>

6. Получилось, что через точку А проходят две прямые a и b, параллельные прямой f, что противоречит теореме 2.1

7. Значит, допущение неверно.

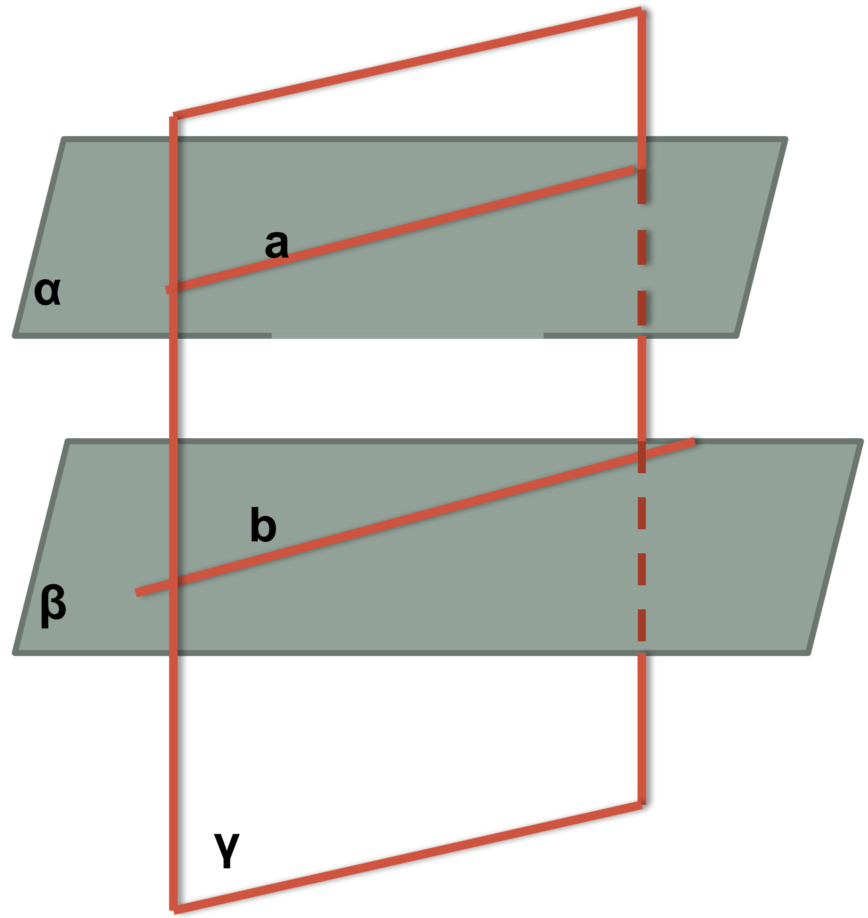
Следовательно, $\alpha \parallel \beta$, **что и требовалось доказать**

СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ПЛОСКОСТЕЙ



1 СВОЙСТВО

Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны



Дано: $\alpha \parallel \beta$,

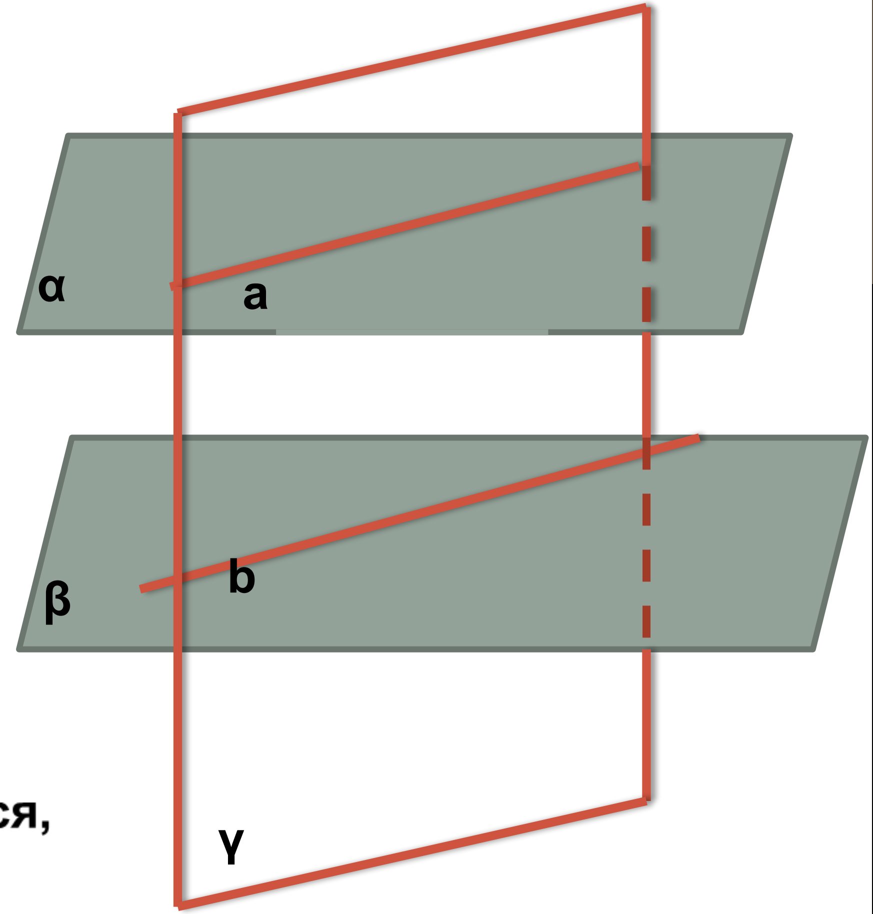
$\gamma \cap \alpha = a$,

$\gamma \cap \beta = b$

$a \parallel b$,

Доказать: $a \parallel b$

1 свойство



Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то прямые пересечения параллельны

<u>Доказательство</u>:

α || β, то есть плоскости не пересекаются,
а значит, и прямые, лежащие
в этих плоскостях не пересекаются

Значит, прямые a и b не пересекаются

А так как обе эти прямые лежат в одной плоскости γ, то прямые параллельны по определению

a || b **Что и требовалось доказать**

2 свойство

Отрезки параллельных прямых, заключённые между двумя параллельными плоскостями, равны

<u>Дано</u>: α || β,

a ∩ α = A,

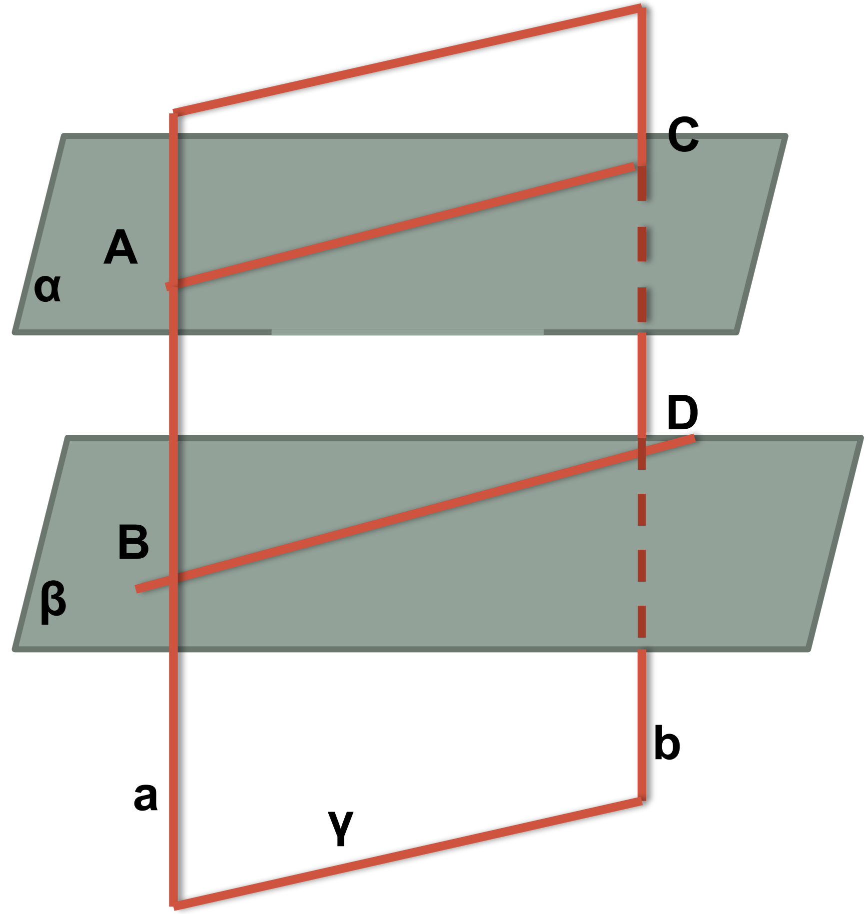
a ∩ $\beta = B$

b ∩ α = C,

b ∩ $\beta = D$

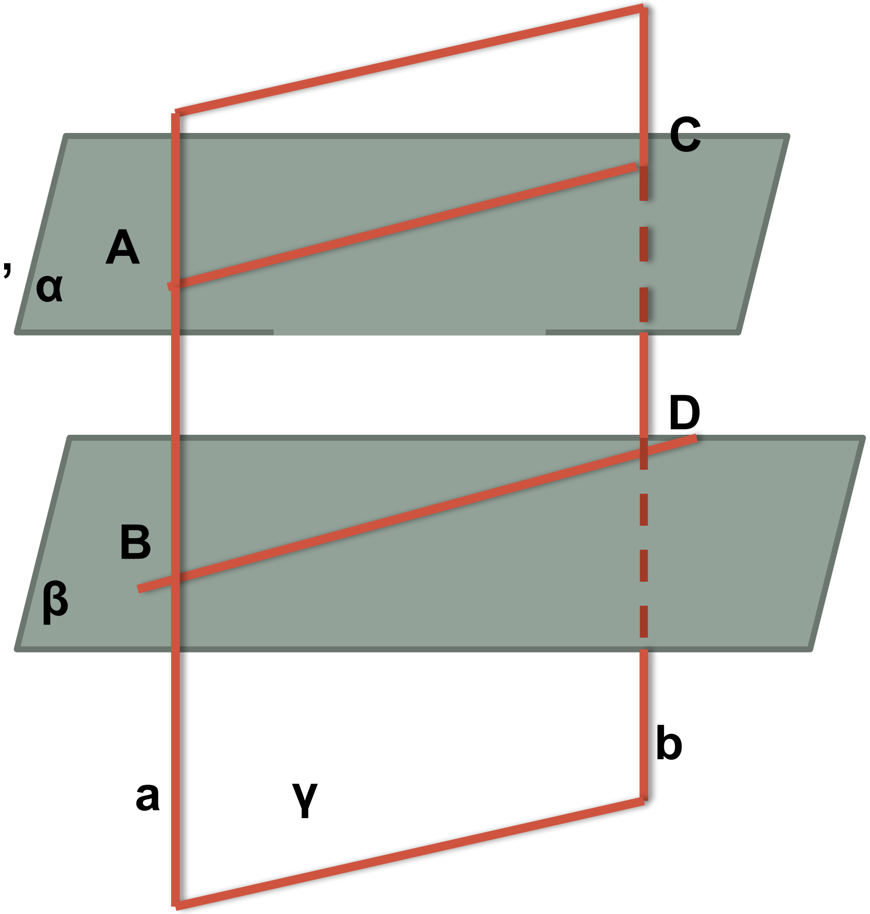
a || b,

<u>Доказать</u>: AB = CD



2 свойство

Отрезки параллельных прямых, заключённых между двумя параллельными плоскостями, равны



Доказательство :

α || β,

Проведём через 2 параллельные прямые a и b плоскость γ

Тогда по 1 свойству прямые пересечения плоскостей параллельны, т.е. AC || BD,

Таким образом, AC || BD, AB || CD, а значит, четырёхугольник ABCD является параллелограммом

Поэтому, противолежащие стороны равны, т.е. AB = CD