

*Первообразная и  
неопределенный  
интеграл*

# Интеграл

- *Сумма бесконечного числа бесконечно малых величин*
- *integer – целый*



Функцию  $F(x)$ , заданную на некотором промежутке  $X$ , называют **первообразной** для функции заданной на том же промежутке, если для всех  $x \in X$  выполняется равенство  **$F'(x) = f(x)$**

ПРИМЕР:

$$F(x) = x^2$$

$$f(x) = F'(x) = (x^2)' = 2x$$

Является ли функция  $x^2$   
единственной  
первообразной для функции  
 $2x$



Всякая функция вида  $x^2 + C$ ,  
где  $C$  – некоторое число,  
является первообразной  
функции  $2x$ .

# ТЕОРЕМА

*Если функция  $f$  имеет на промежутке первообразную  $F$ , то для любого числа  $C$  функция  $F + C$  также является первообразной для  $f$ . Иных первообразных функция  $f$  на  $X$  не имеет.*

# Таблица первообразных

| Функция              | Первообразные             |
|----------------------|---------------------------|
| $a$                  | $ax + C$                  |
| $x^p, p \neq -1$     | $\frac{x^{p+1}}{p+1} + C$ |
| $\frac{1}{x}, x > 0$ | $\ln x + C$               |
| $\frac{1}{x}, x < 0$ | $\ln(-x) + C$             |
| $e^x$                | $e^x + C$                 |

# Таблица первообразных

| Функция              | Первообразные               |
|----------------------|-----------------------------|
| $a^x$                | $\frac{a^x}{\ln a} + C$     |
| $\sin x$             | $-\cos x + C$               |
| $\cos x$             | $\sin x + C$                |
| $\frac{1}{\cos^2 x}$ | $\operatorname{tg} x + C$   |
| $\frac{1}{\sin^2 x}$ | $-\operatorname{ctg} x + C$ |



*Совокупность всех первообразных функции  $f$  называют неопределенным интегралом этой функции.*

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

*$f$  - подынтегральная функция;*

*$f(x)dx$  - подынтегральное выражение;*

*$x$  - переменная интегрирования;*

*$C$  - постоянная интегрирования.*

# Таблица интегралов основных элементарных функций

$$1. \int 0 dx = C$$

$$2. \int a dx = ax + C, \quad \text{где } a = \text{const}$$

$$3. \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C, \quad \text{где } n \neq -1$$

$$4. \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C$$

$$5. \int e^x dx = e^x + C$$

# Таблица интегралов основных элементарных функций

$$6. \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C, \quad \text{где } a = \text{const}$$

$$7. \int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$8. \int \cos x dx = \sin x + C$$

$$9. \int \frac{dx}{\cos^2 x} = \operatorname{tg} x + C$$

$$10. \int \frac{dx}{\sin^2 x} = \operatorname{ctg} x + C$$

# Основные правила вычисления

- Постоянный множитель можно вынести за знак интеграла.
- Интеграл суммы равен сумме интегралов слагаемых.

$$1. \int k \cdot f(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$2. \int (f(x) \pm g(x)) dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$