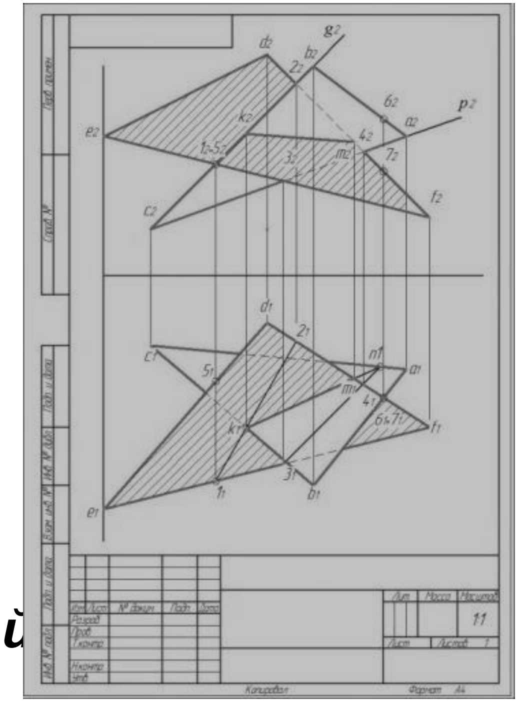
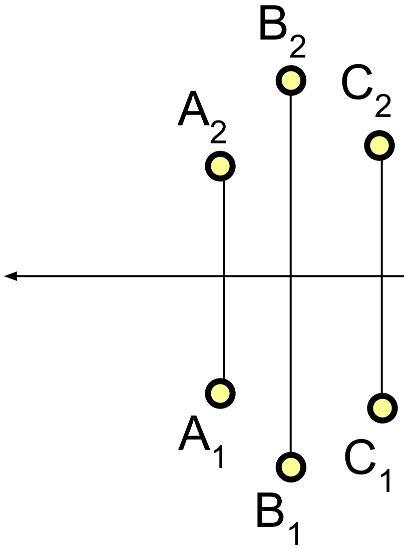
Плоскость



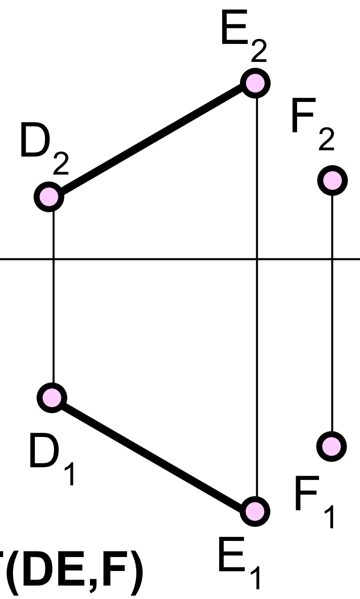
доцент кафедры
Инженерная графика и дизай
НИТУ «МИСиС»
Дербенева О.Л. olderbeneva@mail.ru

2015 г.

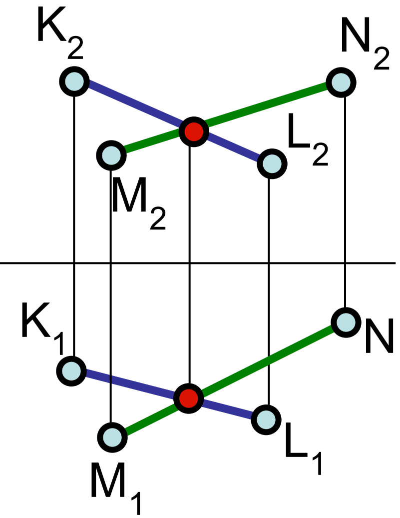
Способы задания плоскости на чертеже



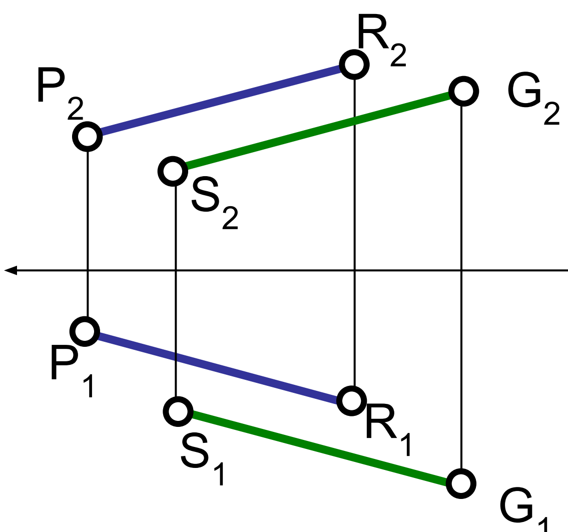
Σ(ABC)



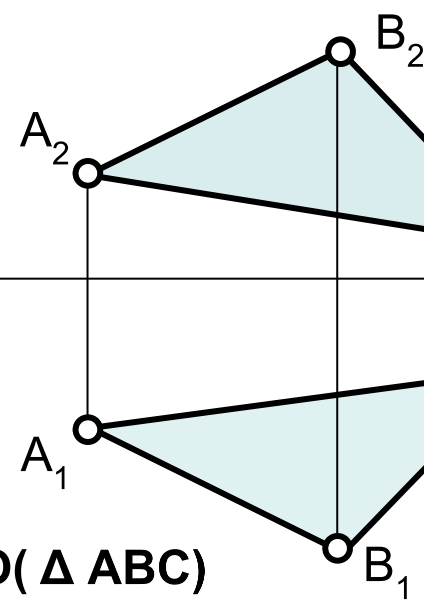
Γ(DE,F)



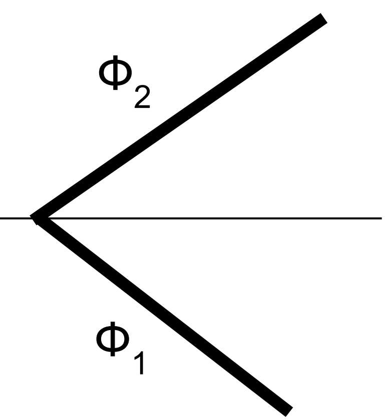
Ω(KL∩MN)



Δ(PR||SG)

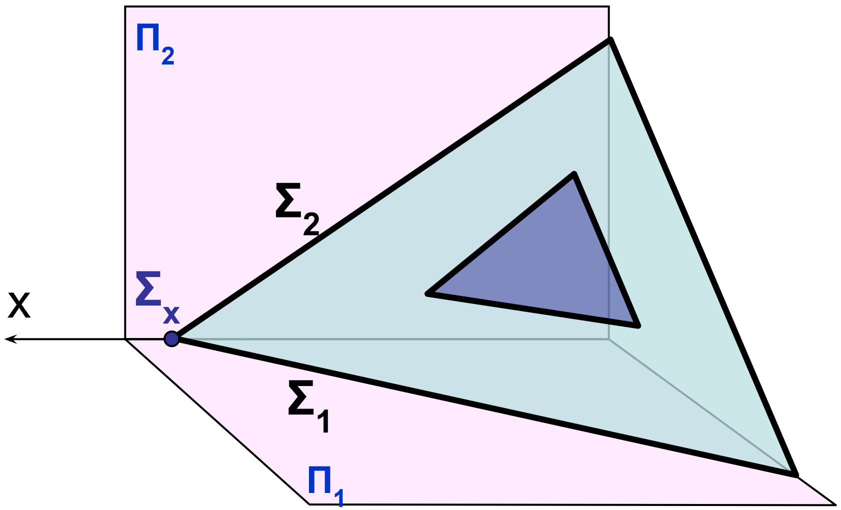


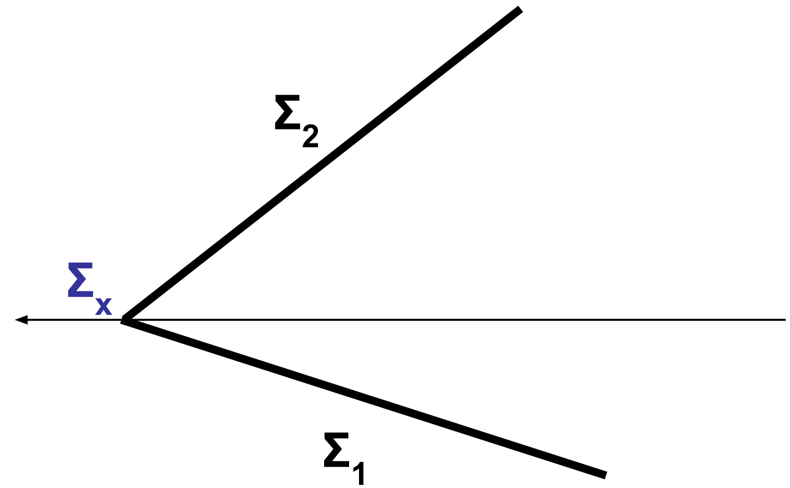
Θ(Δ ABC)



Ф ($Ф_1Ф_2$)

Задание плоскости следами





Следом плоскости называется линия пересечения данной плоскости с плоскостью проекций.

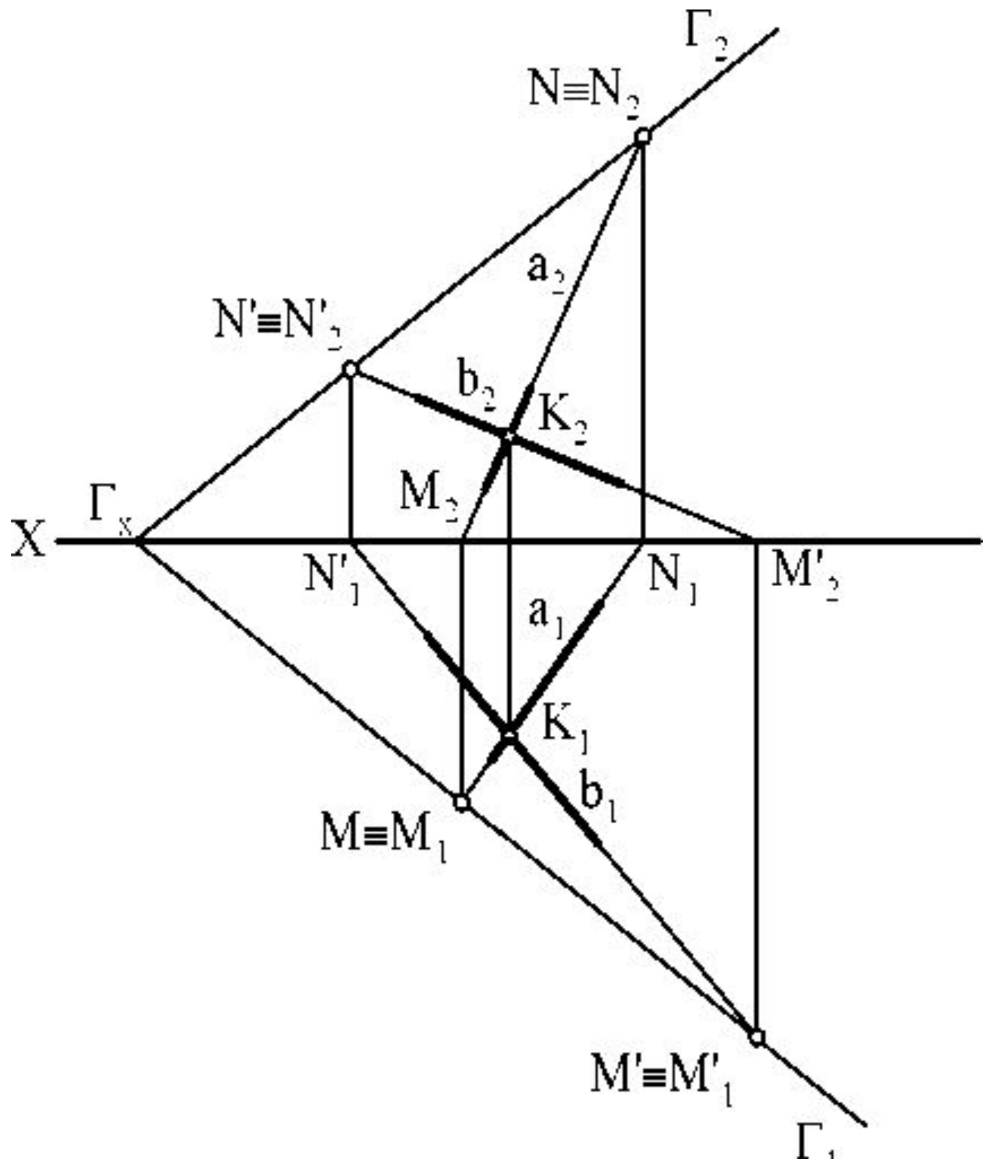
$$\Sigma\ (\Sigma_1, \Sigma_2)\ \cancel{\parallel}\ \cancel{\perp}\ \Pi_1\ \Pi_2$$

Σ_x - **точка схода следов**

Σ_1 - **горизонтальный след плоскости(h_0)**

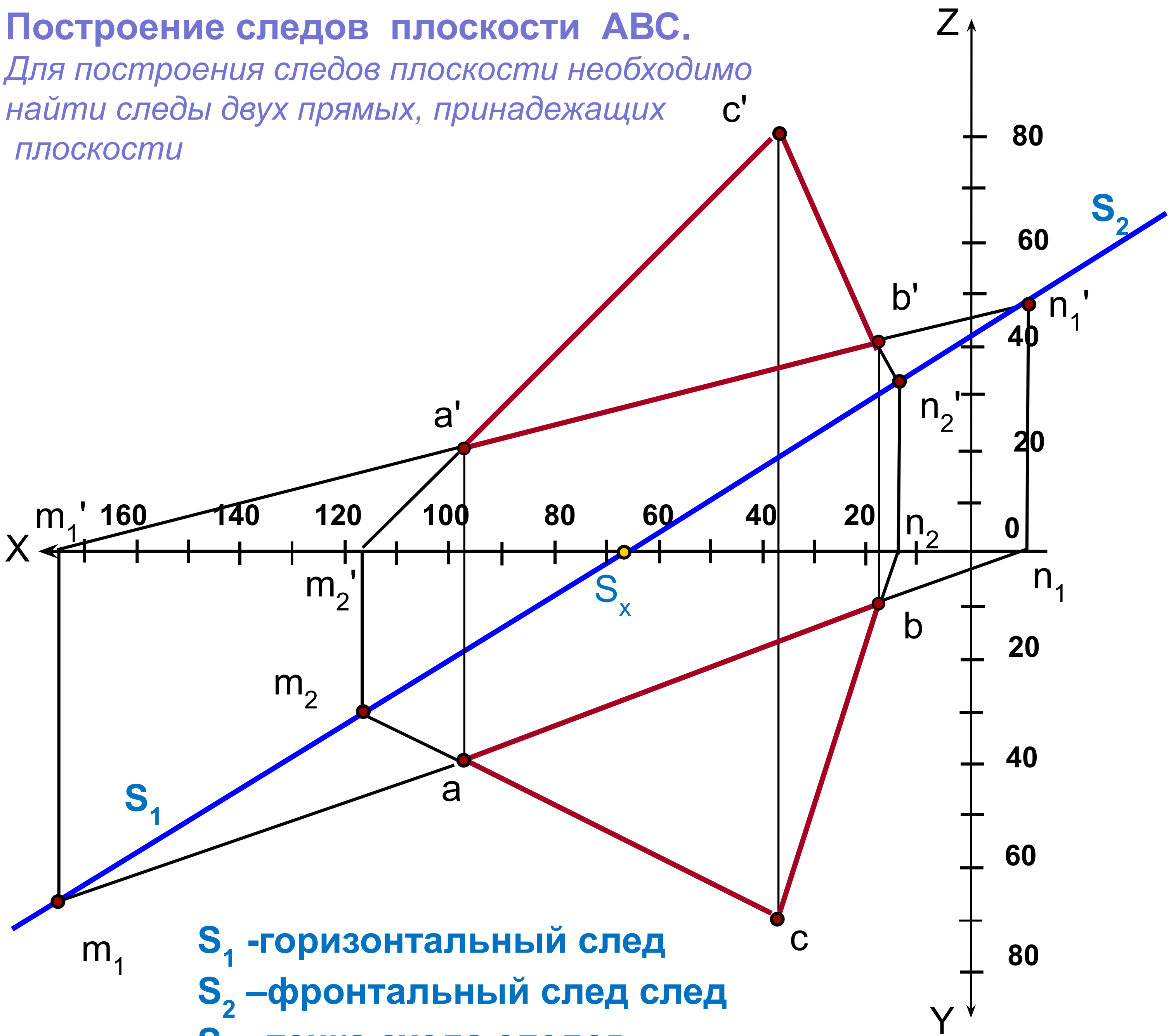
Σ_2 - **фронтальный след плоскости(f_0)**

Построение следов плоскости



Построение следов плоскости ABC.

Для построения следов плоскости необходимо найти следы двух прямых, принадежащих плоскости



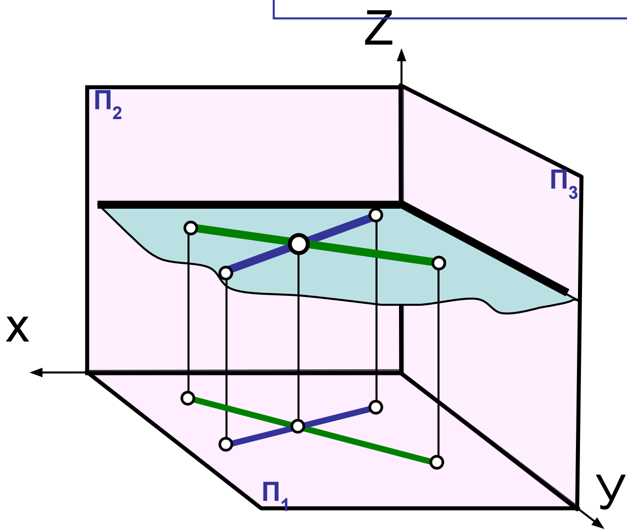
S_1 -горизонтальный след

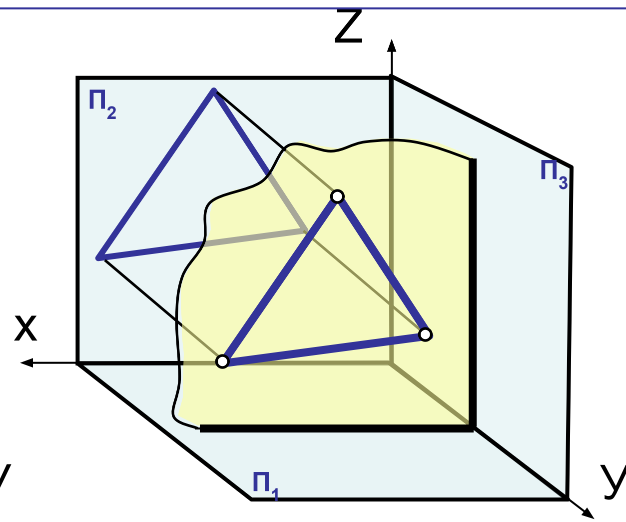
S_2 –фронтальный след след

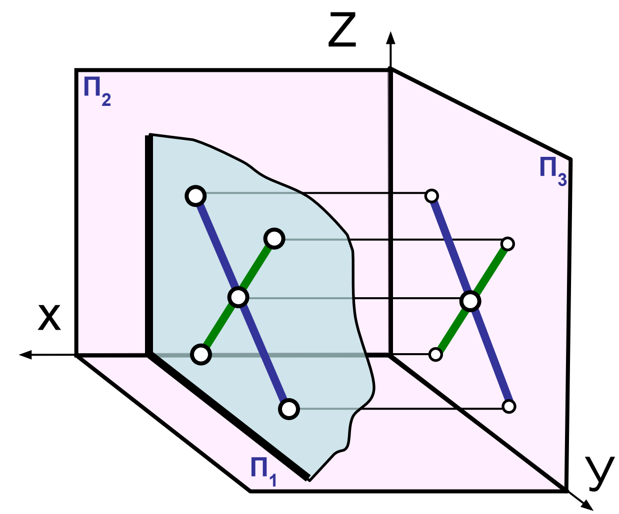
S_x –точка схода следов

Плоскости частного положения

Плоскости уровня



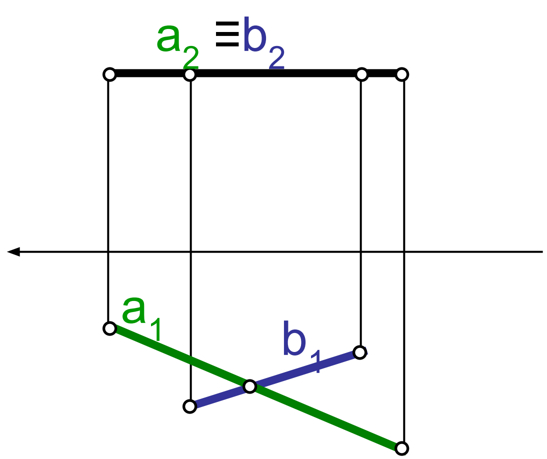


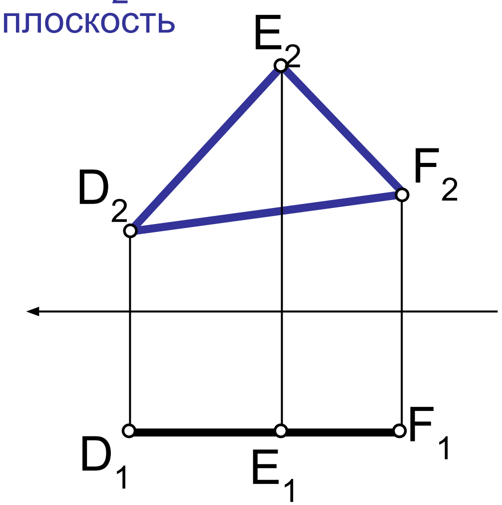


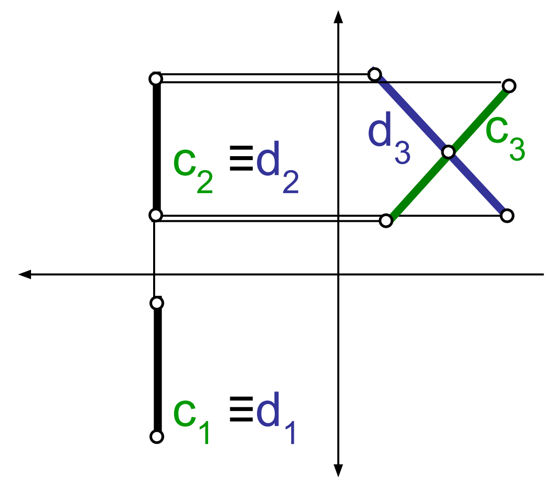
$\Omega \| \Pi_1$ – горизонтальная плоскость

$\Theta \| \Pi_2$ – фронтальная плоскость

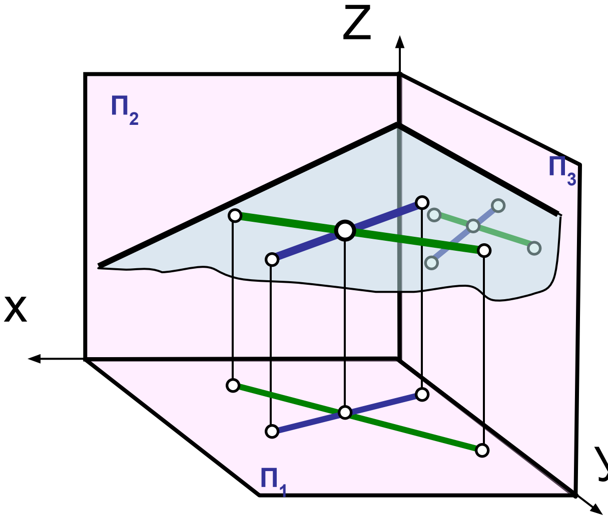
$\Psi \| \Pi_3$ – профильная плоскость



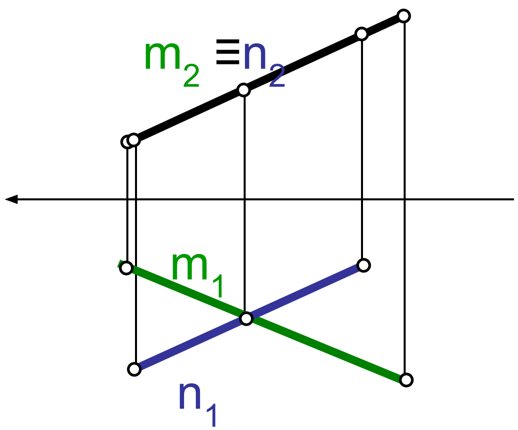


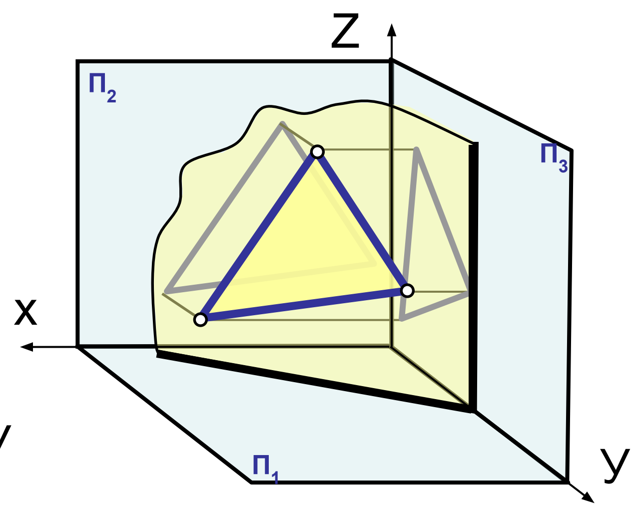


Проецирующие плоскости

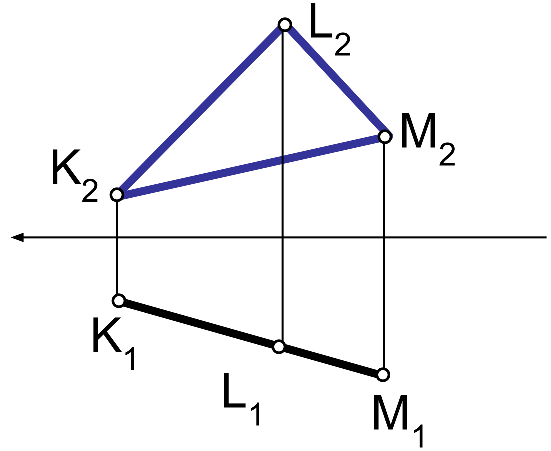


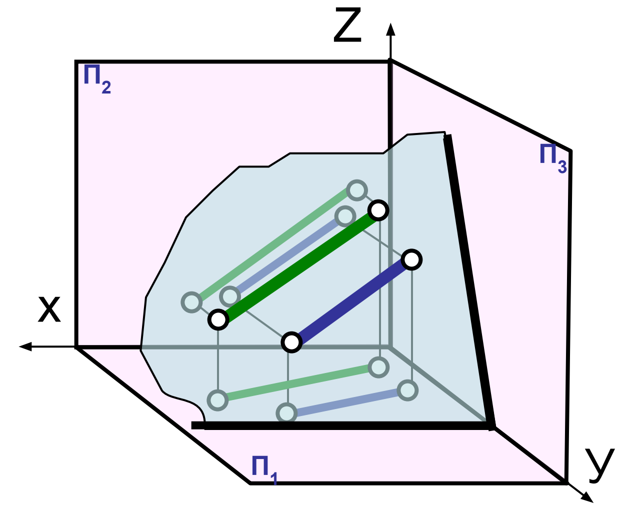
$\Phi \perp \Pi_2$ – фронтально-проецирующая плоскость



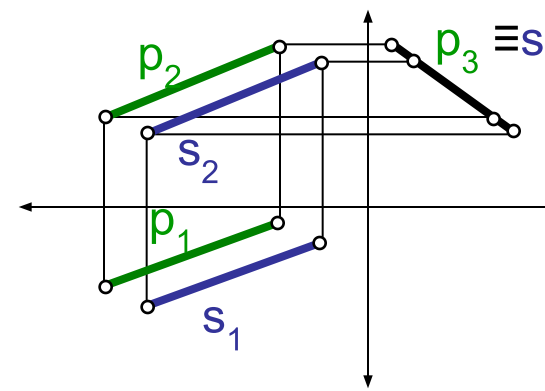


$\Gamma \perp \Pi_2$ – горизонтально-проецирующая плоскость





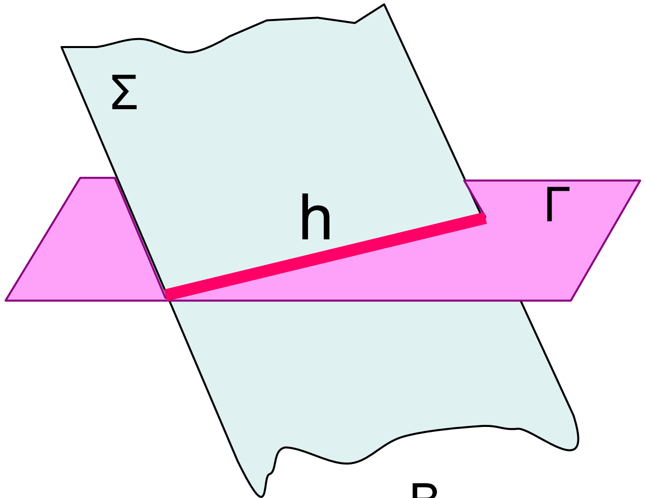
$\Lambda \perp \Pi_3$ – профильно-проецирующая плоскость



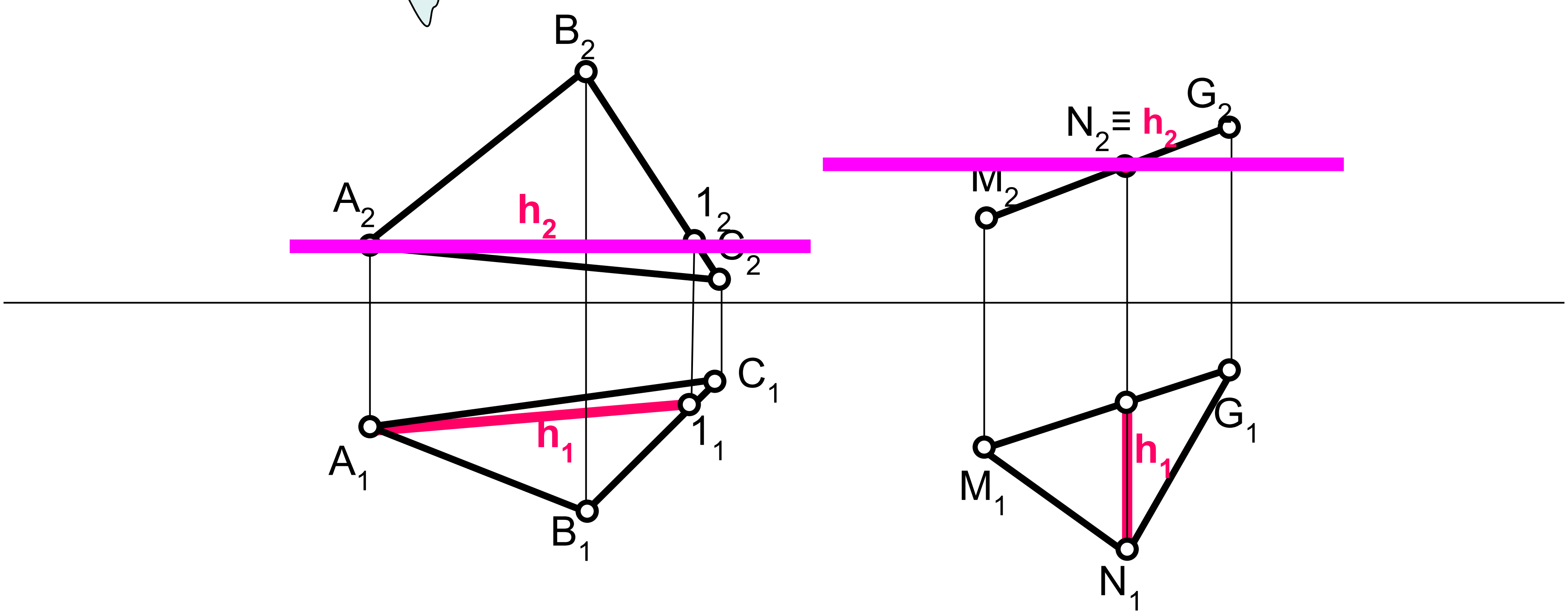
Главные линии плоскости:

- горизонталь плоскости
- фронталь плоскости
- линия наибольшего наклона (ската) плоскости

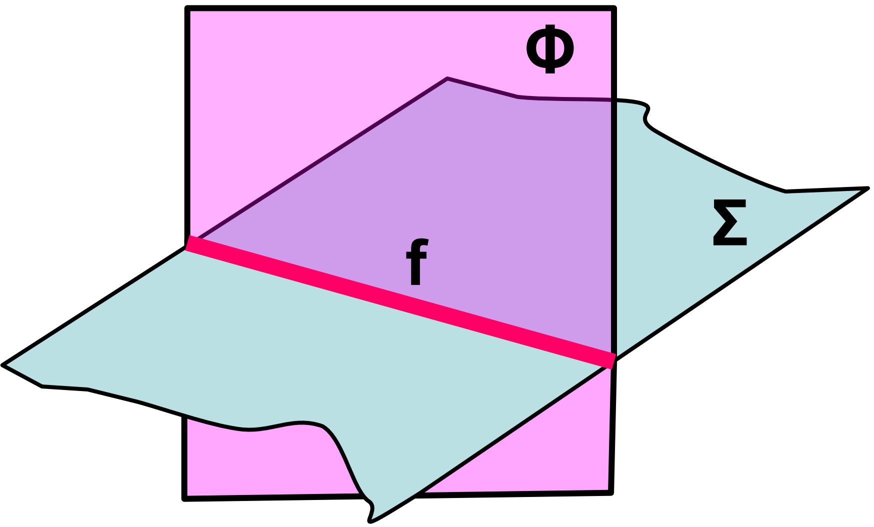
Горизонталь плоскости



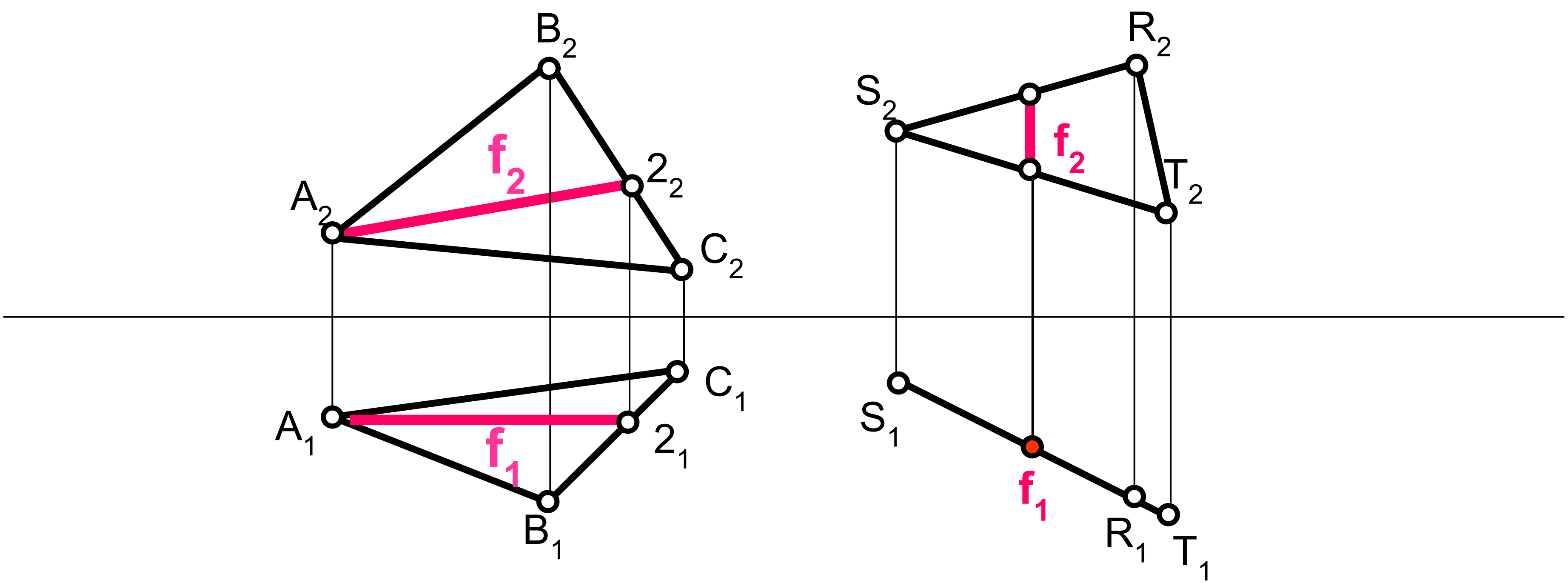
Горизонталью плоскости называется всякая прямая линия, лежащая в плоскости и расположенная параллельно горизонтальной плоскости проекций $П_1$



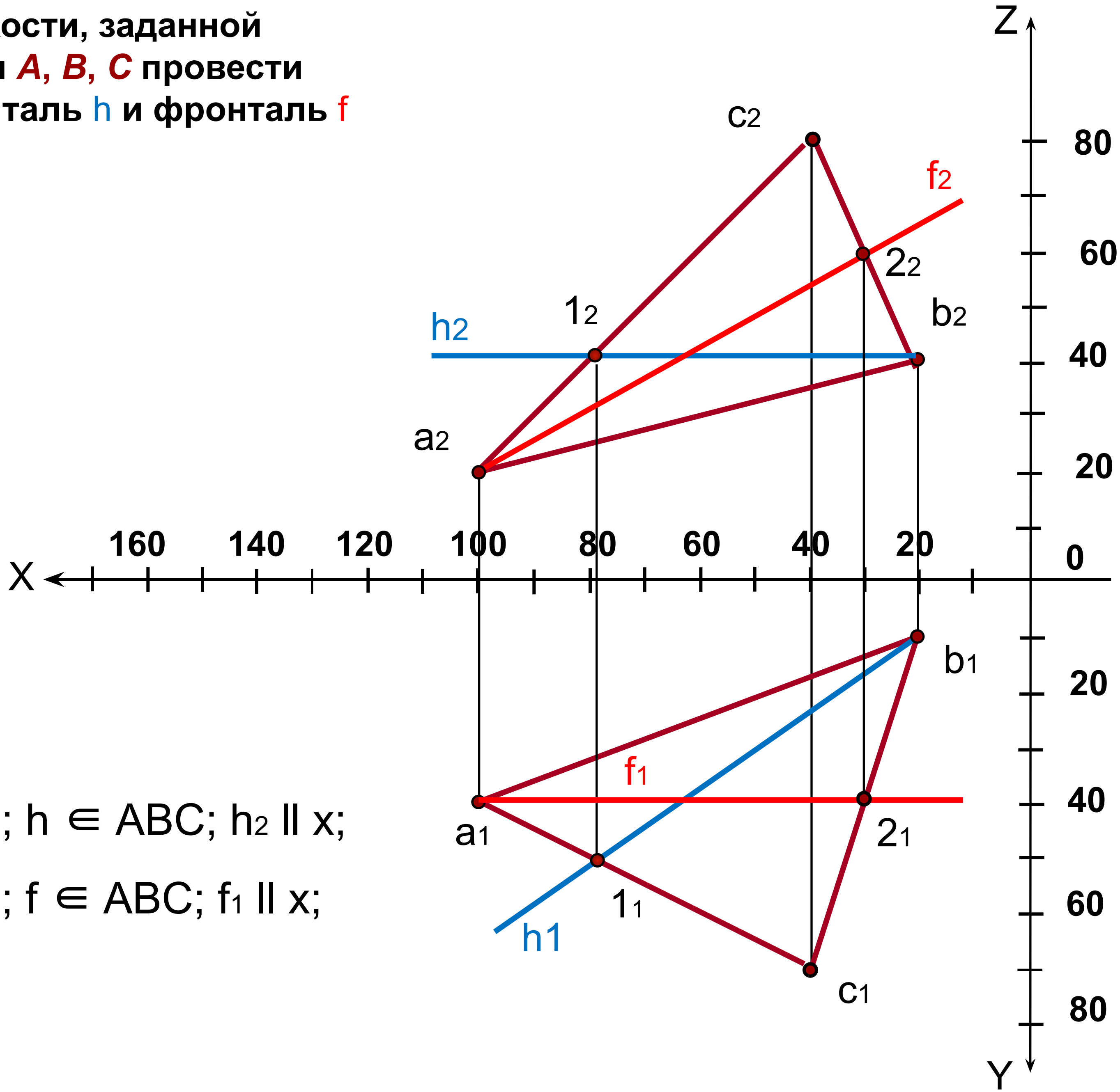
Фронталь плоскости



Фронталью плоскости называется всякая прямая линия, лежащая в любой плоскости и расположенная параллельно плоскости $П_2$



В плоскости, заданной точками *A, B, C* провести горизонталь h и фронталь f



$h \parallel \Pi_1$; $h \in ABC$; $h_2 \parallel x$;

$f_2 \parallel \Pi_2$; $f \in ABC$; $f_1 \parallel x$;

Линия наибольшего наклона (ската) плоскости

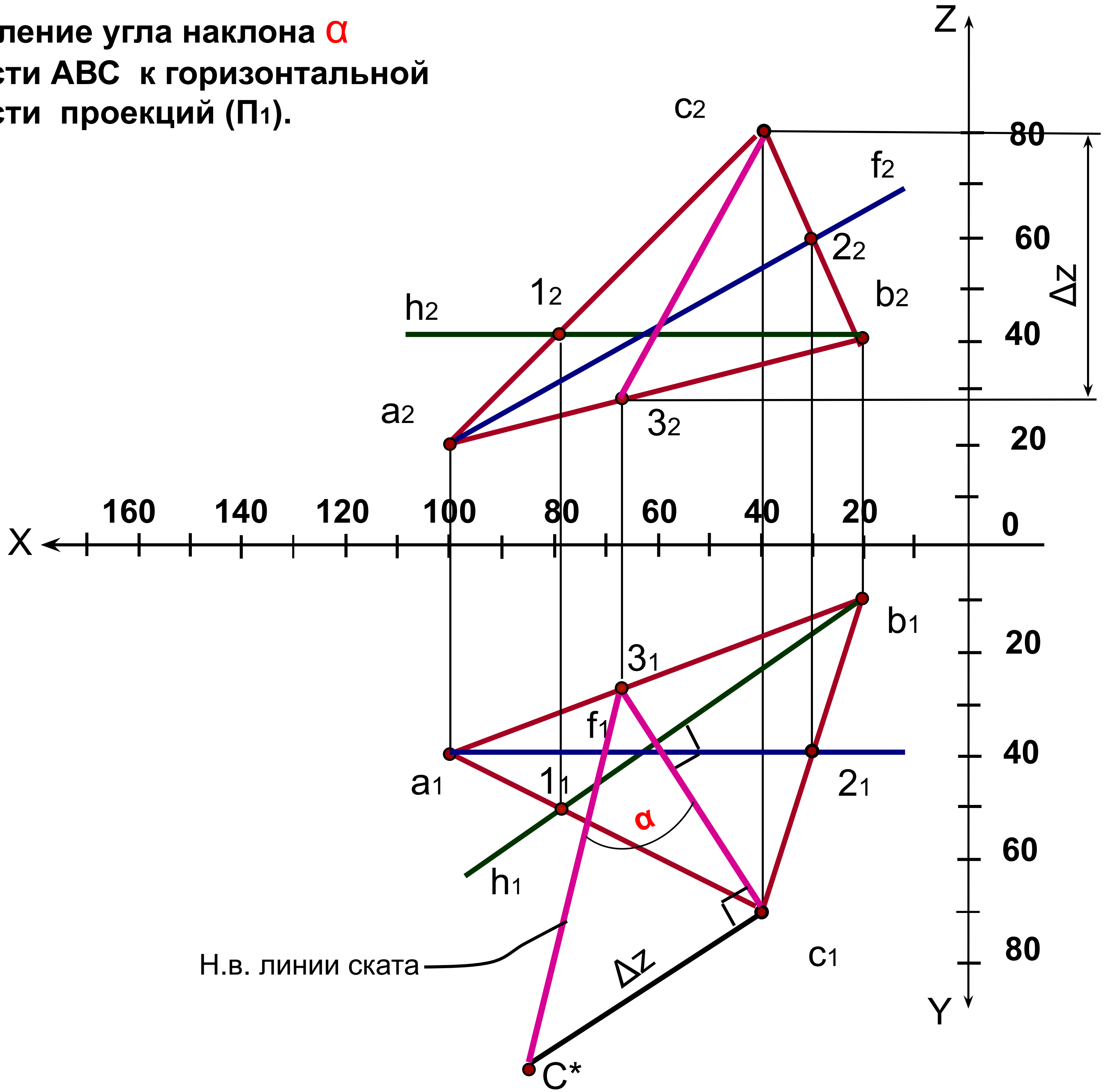
Линии наибольшего ската *–это прямые, проведенные в плоскости перпендикулярно её горизонталям.*

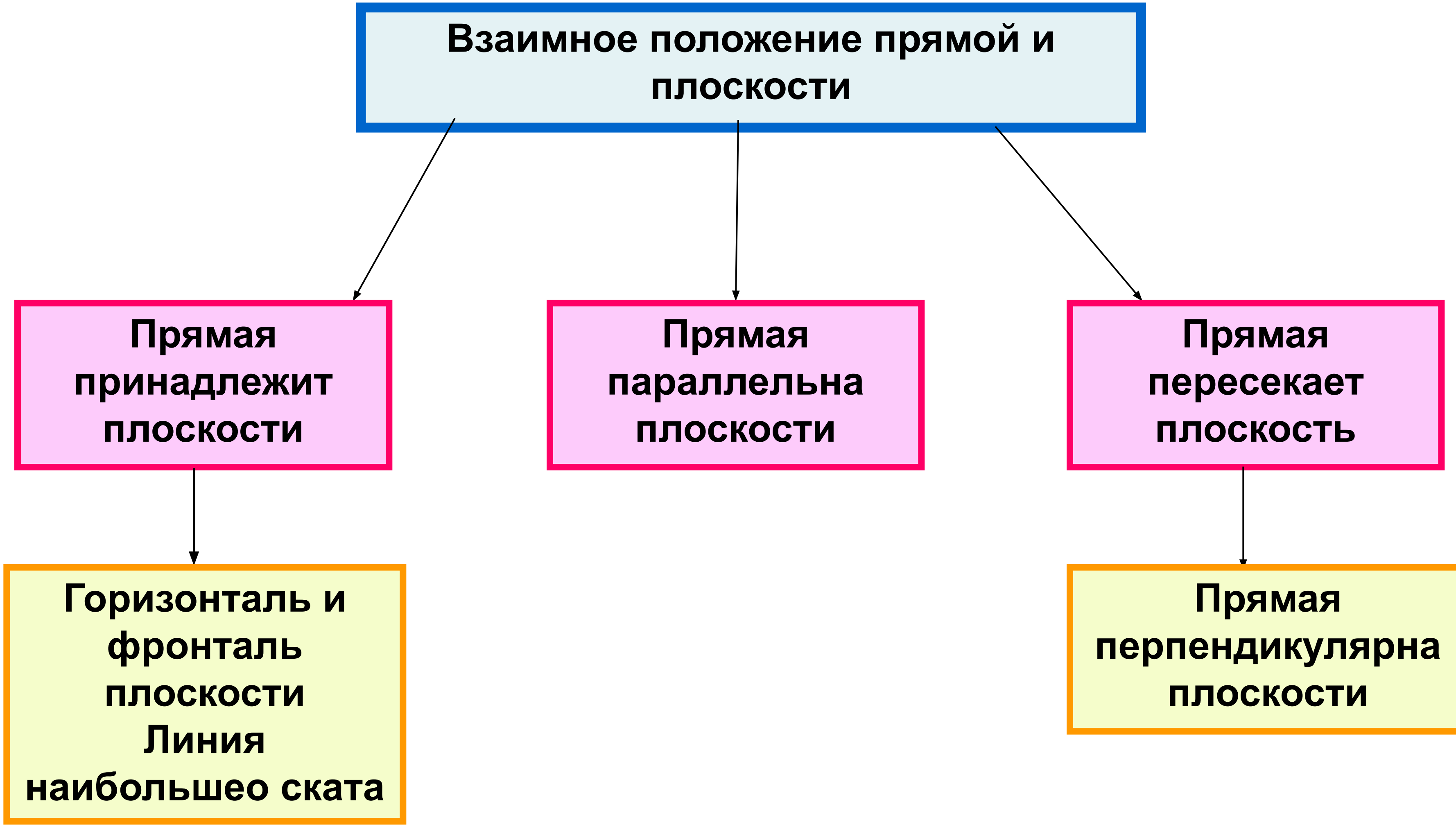
По углу наклонения линии наибольшего ската к плоскости П1 определяют двугранный угол наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций.

Правило построения линии наибольшего ската плоскости

Горизонтальная проекция линии наибольшего ската плоскости перпендикулярна горизонтальным проекциям горизонталей плоскости.

Определение угла наклона α плоскости ABC к горизонтальной плоскости проекций (П1).

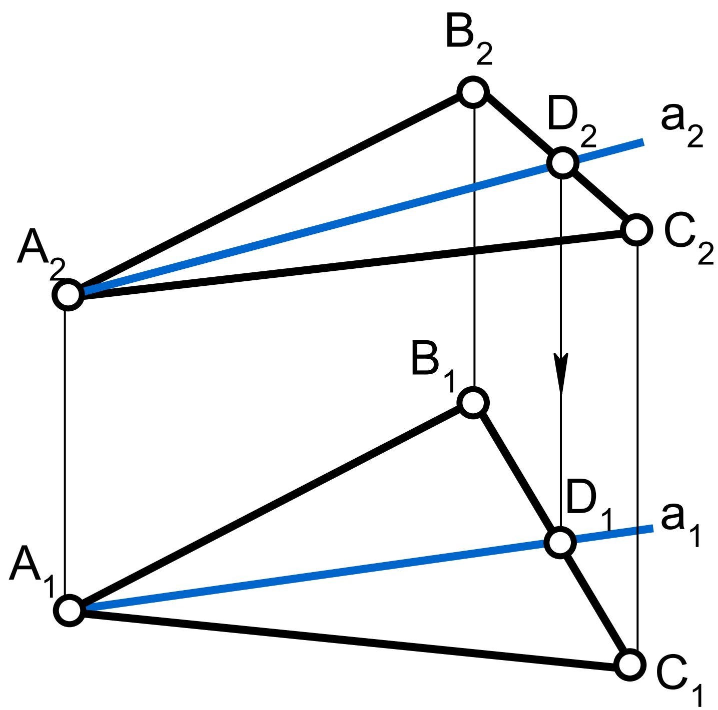



Взаимное положение прямой и плоскости
Прямая принадлежит плоскости
Прямая параллельна плоскости
Прямая пересекает плоскость
Горизонталь и фронталь плоскости Линия наибольшео ската
Прямая перпендикулярна плоскости

Принадлежность прямой плоскости

Прямая принадлежит плоскости, если две ее точки принадлежат этой плоскости.

Точка принадлежит плоскости, если она принадлежит прямой этой плоскости.



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1 , \Pi_2$

$a \subset \Sigma$

---

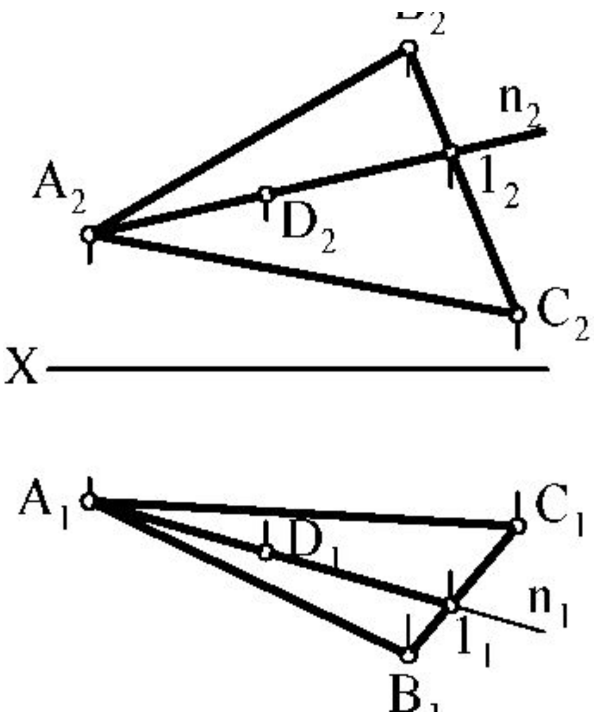
a_1-?

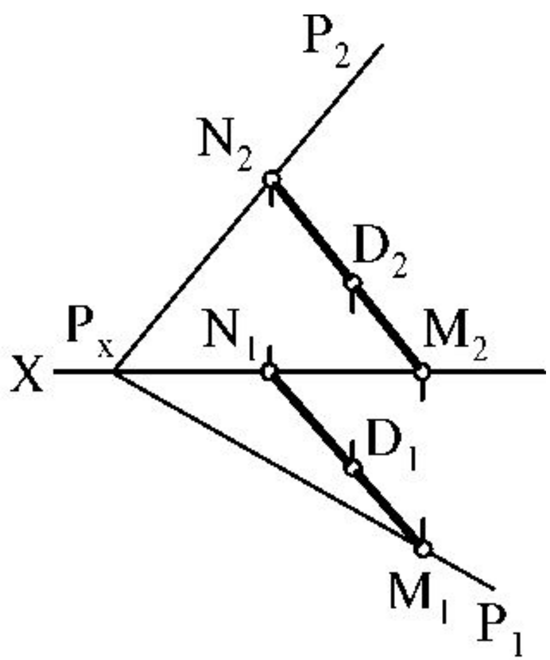
$$\left.\begin{array}{l} a \subset \Sigma \\ A \wedge D \in a \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} A_2 \wedge D_2 \in \Sigma_2 \\ A_1 \wedge D_1 \in \Sigma_1 \\ A_1 \wedge D_1 \in a_1 \end{array}$$

Принадлежность прямой плоскости

<u>Прямая принадлежит плоскости</u>, если две ее точки принадлежат следам этой плоскости.

<u>Точка принадлежит плоскости</u>, если она принадлежит прямой этой плоскости.





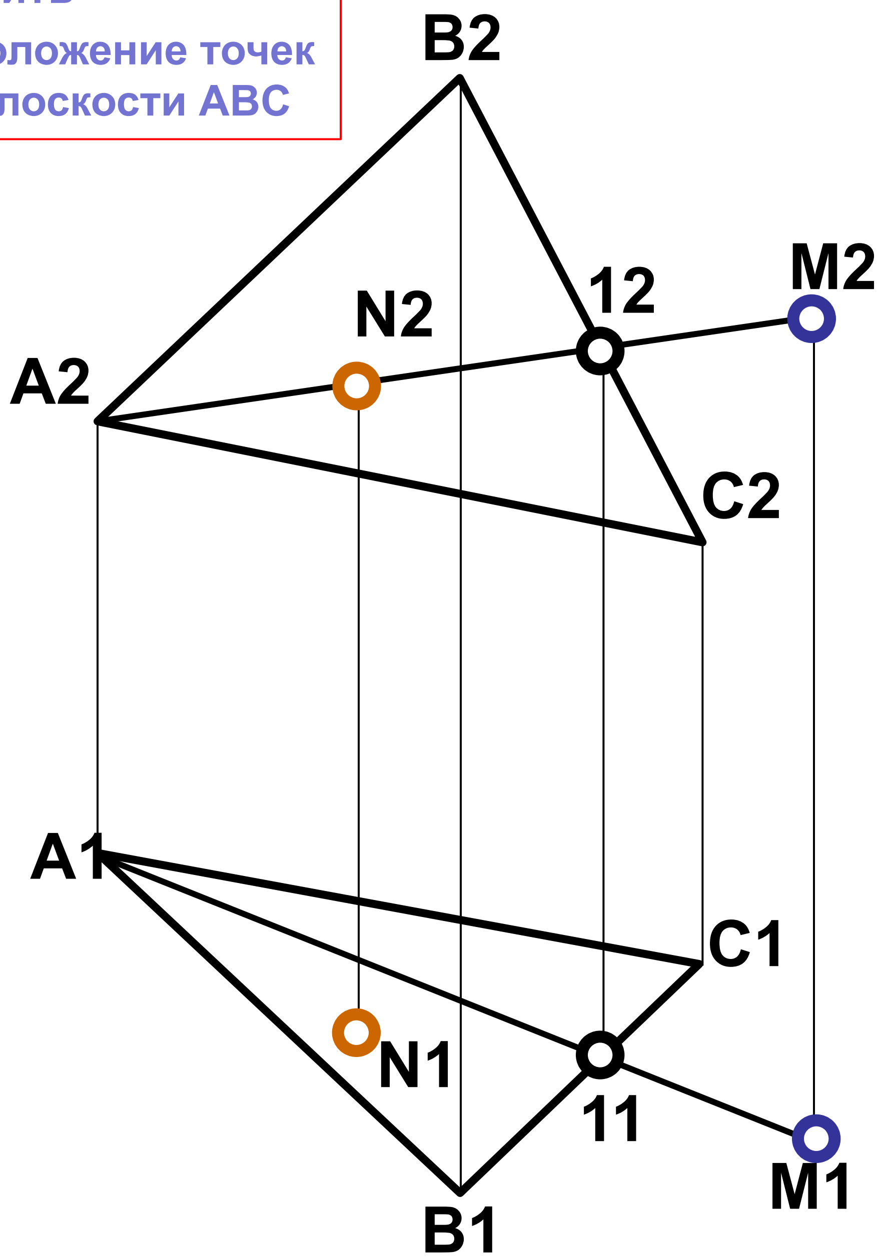
NM∈P

D ∈P

n ∈ ABC

D ∈ABC

Определить взаимоположение точек M и N и плоскости ABC



Дано:

Θ(ΔABC) $\nparallel$ $\not\perp$ П1 П2

M∈Θ ?

N∈Θ ?

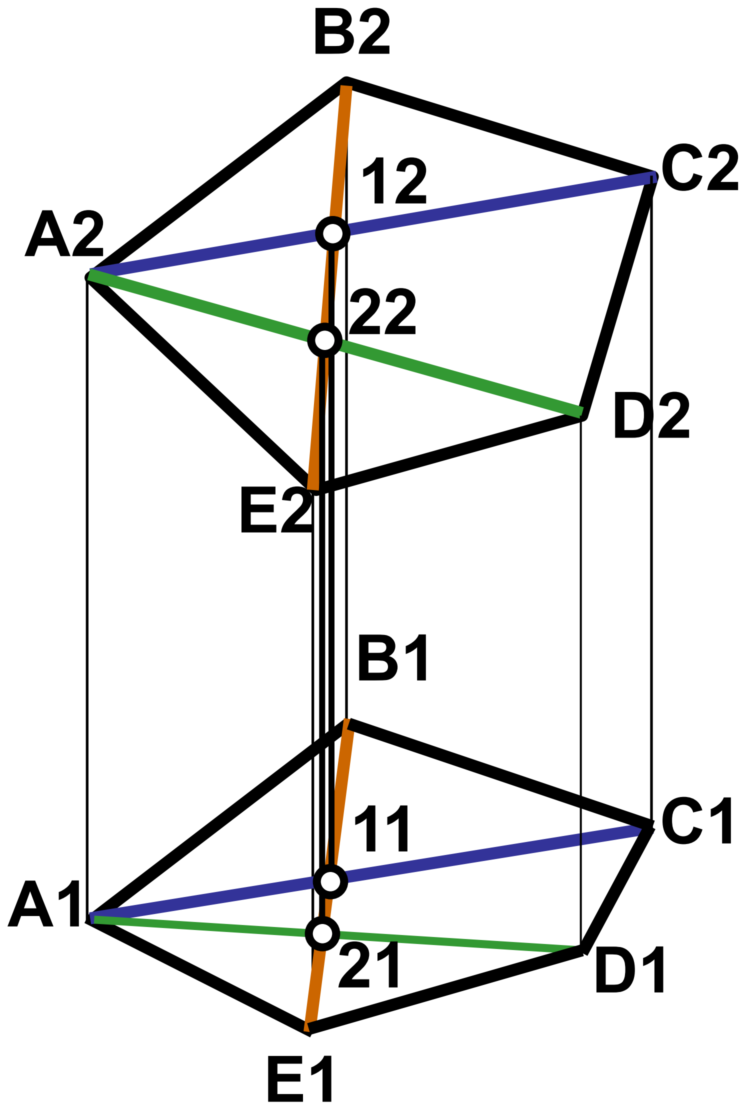
M∈Θ **M2 ∈ (A212)**

M1 ∈ (A111)

(A1) ⊂ Θ

N∉Θ **N2 ∈ (A212)**

N1 ∉ (A111)



Дано:

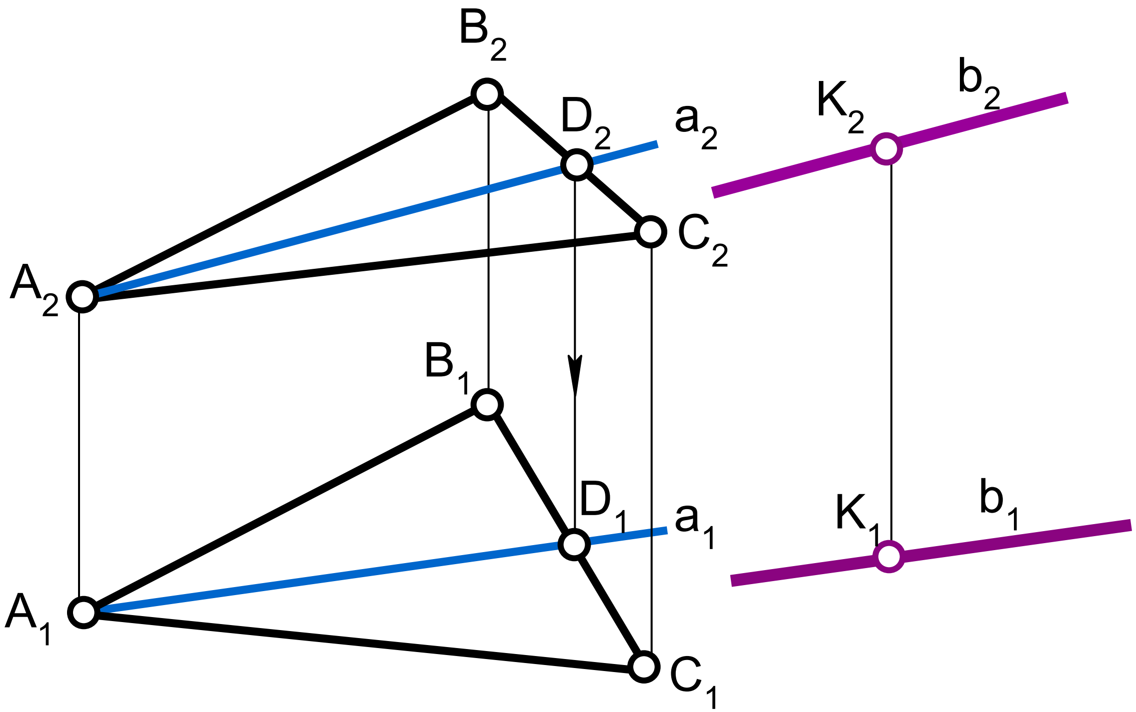
Ф(ABCDE) ~~||~~ ~~⊥~~ П1 П2

Ф1 - ?

Определить недостающие проекции точек C_1 и D_1 плоскости ABCDE.

Прямая параллельна плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, лежащей в плоскости.



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \nparallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$K \notin \Sigma$

$b \parallel \Sigma$ -?

$K \in b$

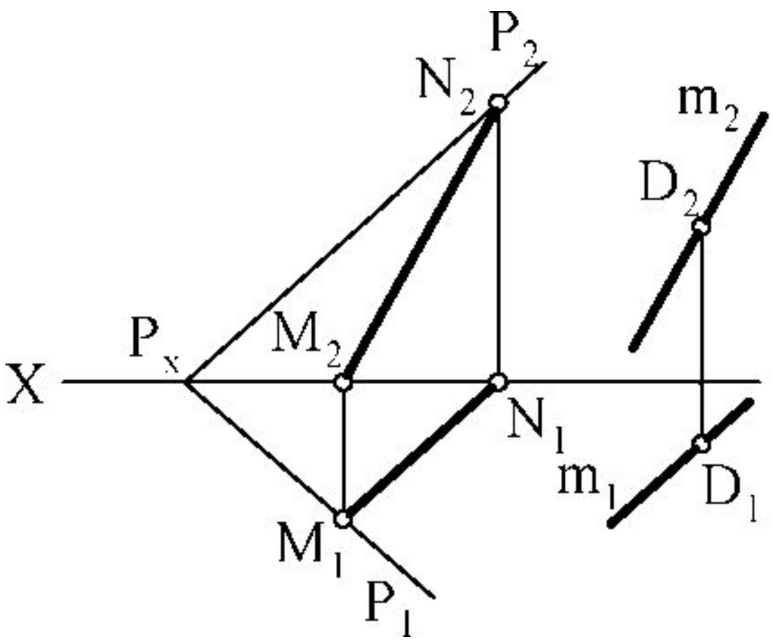
$b \parallel a$

$a \subset \Sigma$

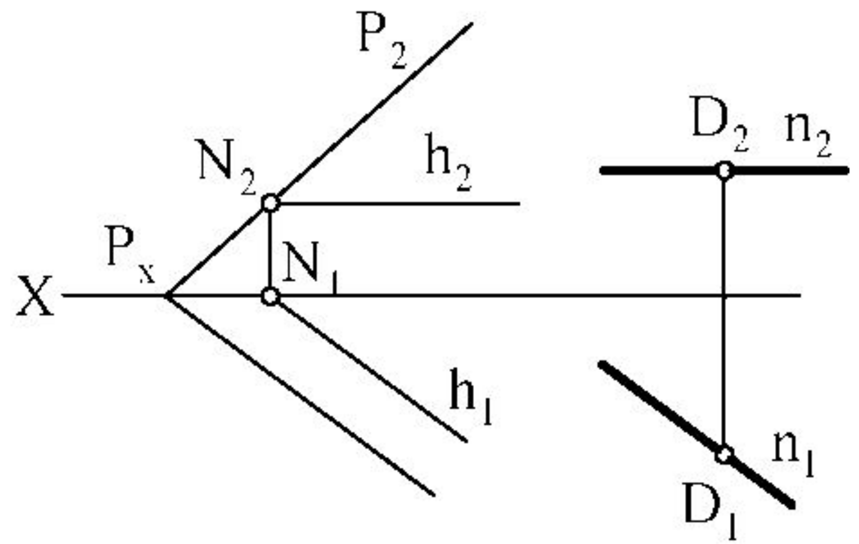
$\Rightarrow b \parallel \Sigma$

Прямая параллельна плоскости

Прямая параллельна плоскости, если она параллельна прямой, лежащей в плоскости.



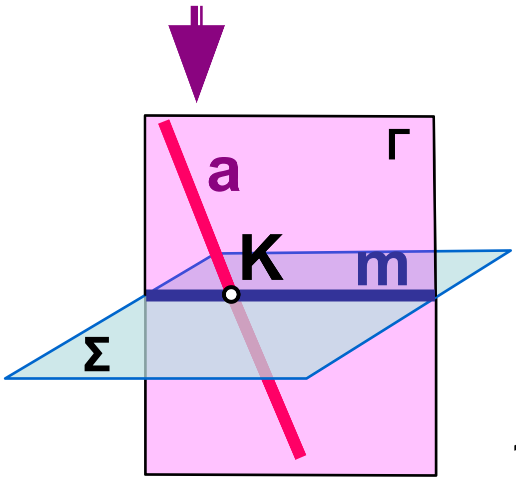
m//P



n//P

Пересечение прямой с плоскостью

Прямая пересекает плоскость



Дано:

Σ - плоскость

a – прямая линия

$a \cap \Sigma$

$a \cap \Sigma = K$ - ?

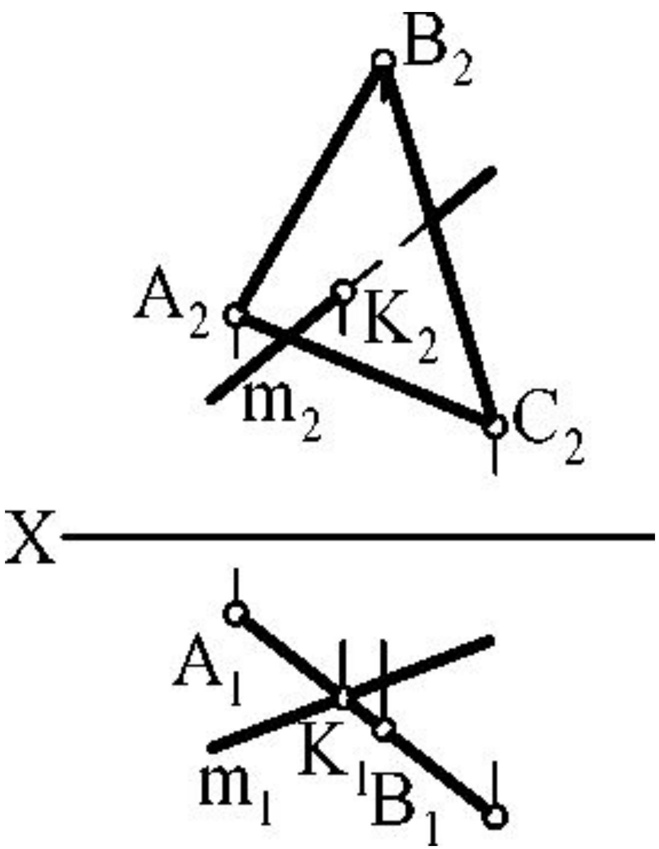
1. Заключаем прямую **a** во вспомогательную плоскость Г

2. Находим линию пересечения заданной плоскости Σ и вспомогательной плоскости Г

3. Определяем точку пересечения **K** заданной линии **a** и линии **m**

4. Определяем видимость прямой **a**

Прямая пересекает плоскость частного положения



Дано:

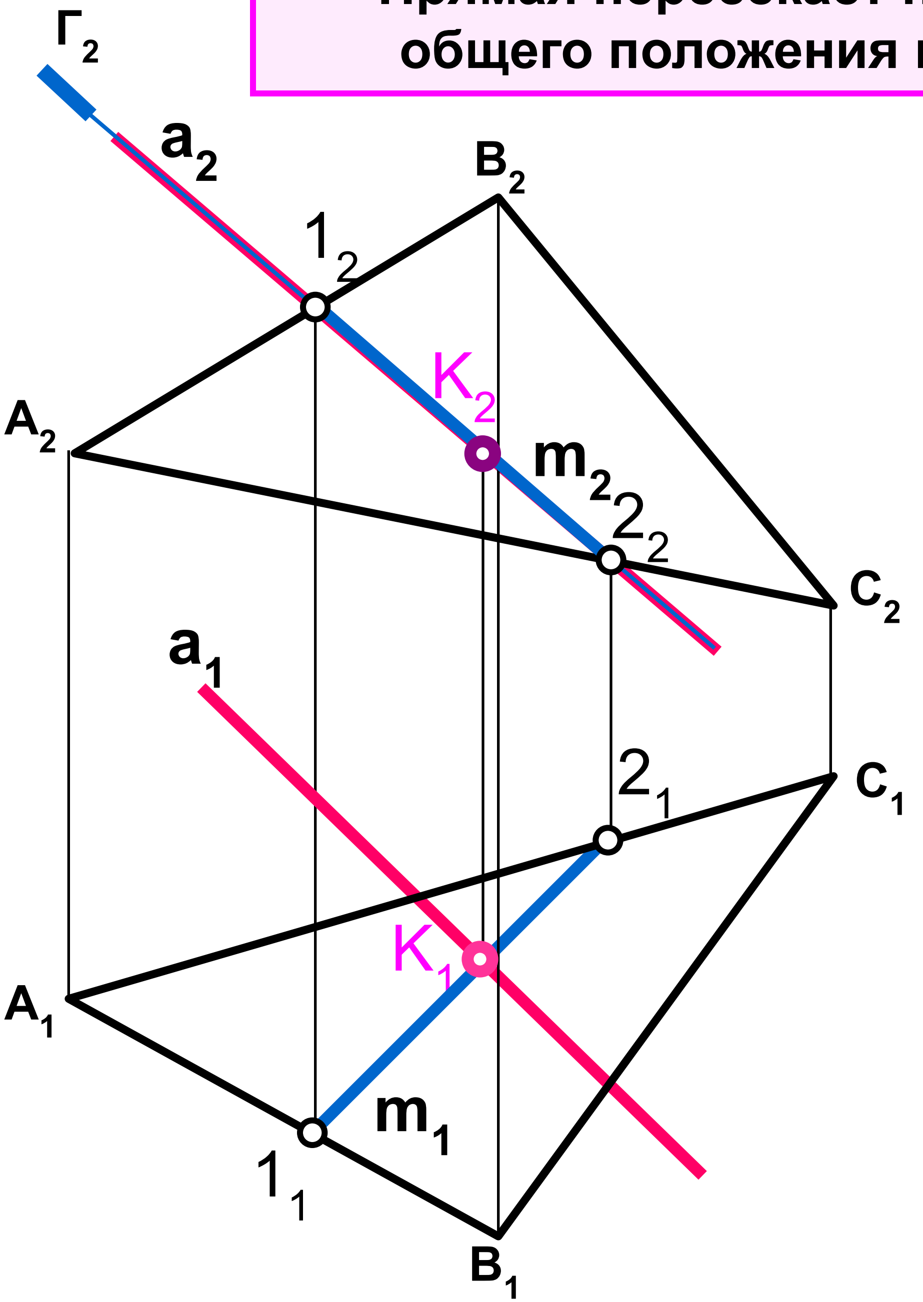
$(\Delta ABC) \perp \Pi_1$

$m \not\subset \Delta ABC$

$m \cap \Delta ABC = ?$

$m \cap \Delta ABC$ **= K**

Прямая пересекает плоскость общего положения в точке К



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \nparallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$a \nparallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$a \not\subset \Sigma$

$a \cap \Sigma = ?$

1. $a \subset \Gamma$

$\Gamma \perp \Pi_2$

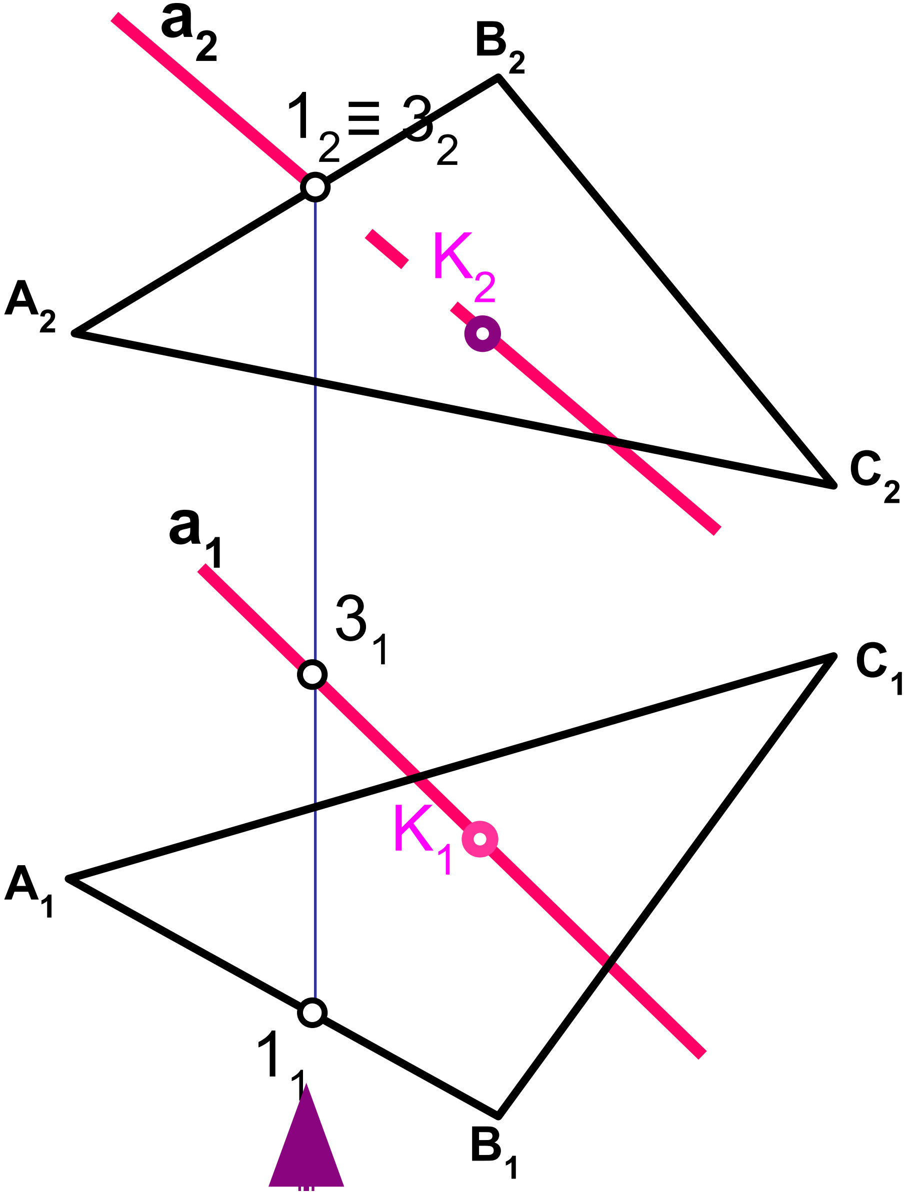
2. $\Gamma \cap \Sigma = m$

3. $m \cap a = K$

$m \subset \Sigma \Rightarrow$

$\Sigma \cap a = K$

Прямая пересекает плоскость АВС в точке К



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1 ,$ Π_2

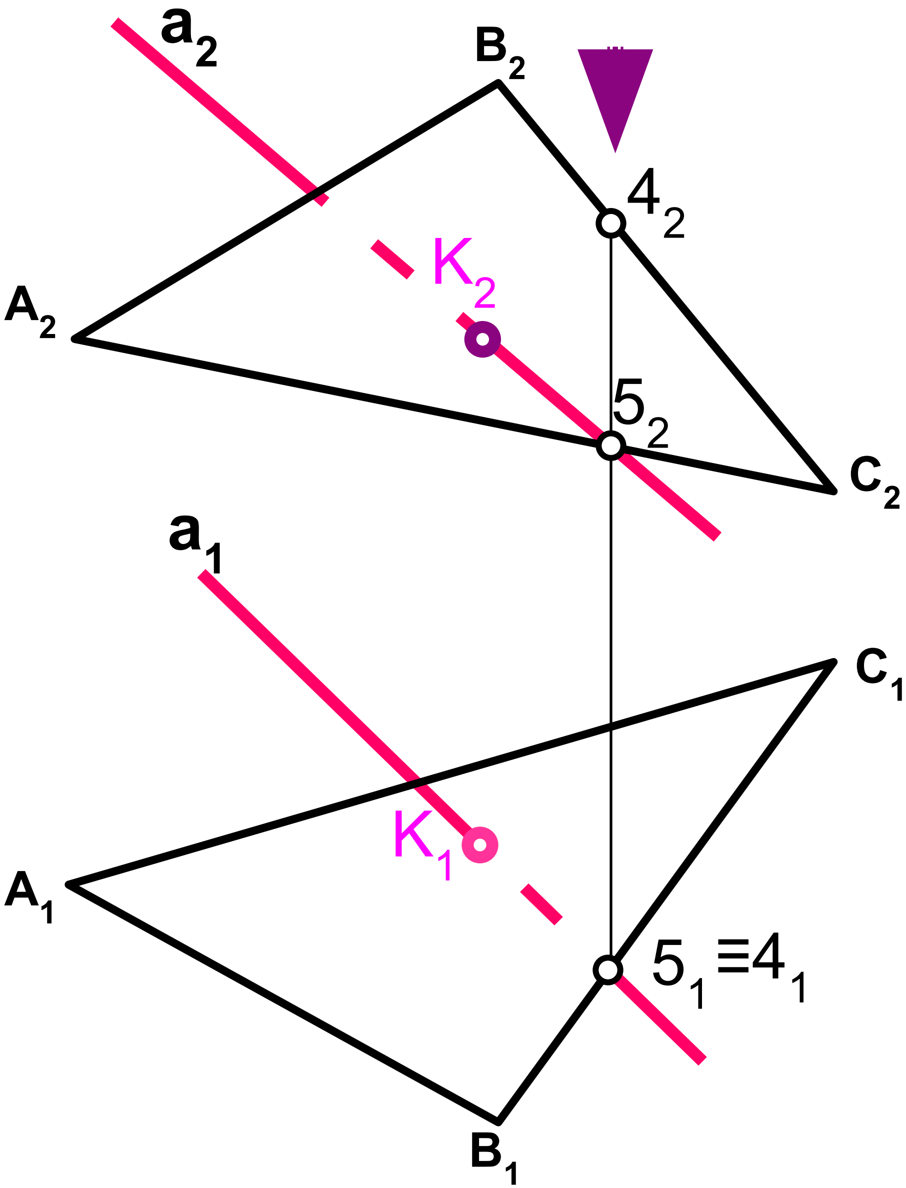
$a \not\parallel \not\perp \Pi_1 , \Pi_2$

$a \not\subset \Sigma$

$a \cap \Sigma = ?$

1. Определим видимость прямой **а** от точки **К** и выше на фронтальной проекции.

Прямая пересекает плоскость



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1$,

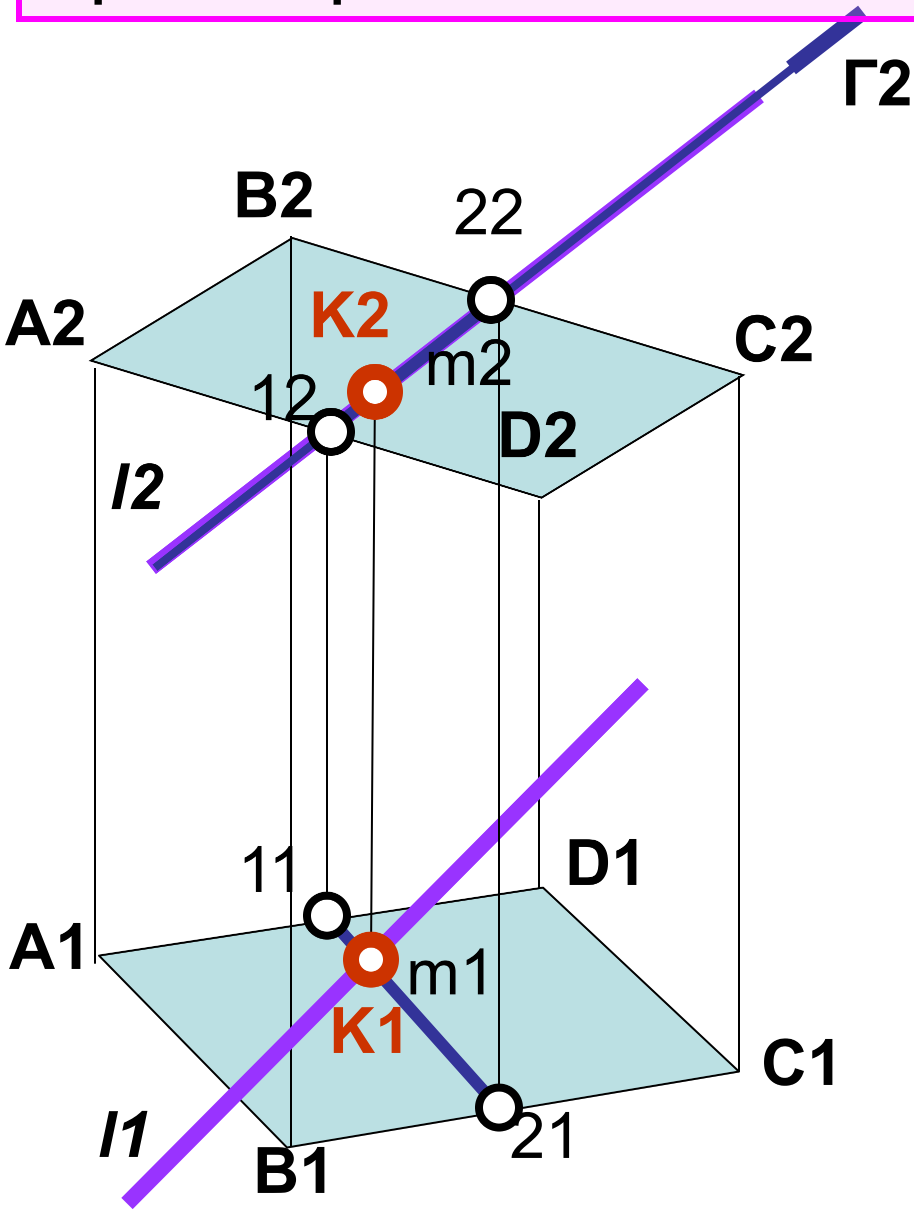
$a_2 \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$a \not\subset \Sigma$

$a \cap \Sigma = ?$

2. Определим видимость прямой **a** от точки **К** и ниже на горизонтальной проекции.

Прямая пересекает плоскость общего положения



1. l ⊂ Г

   Г ⊥ П2

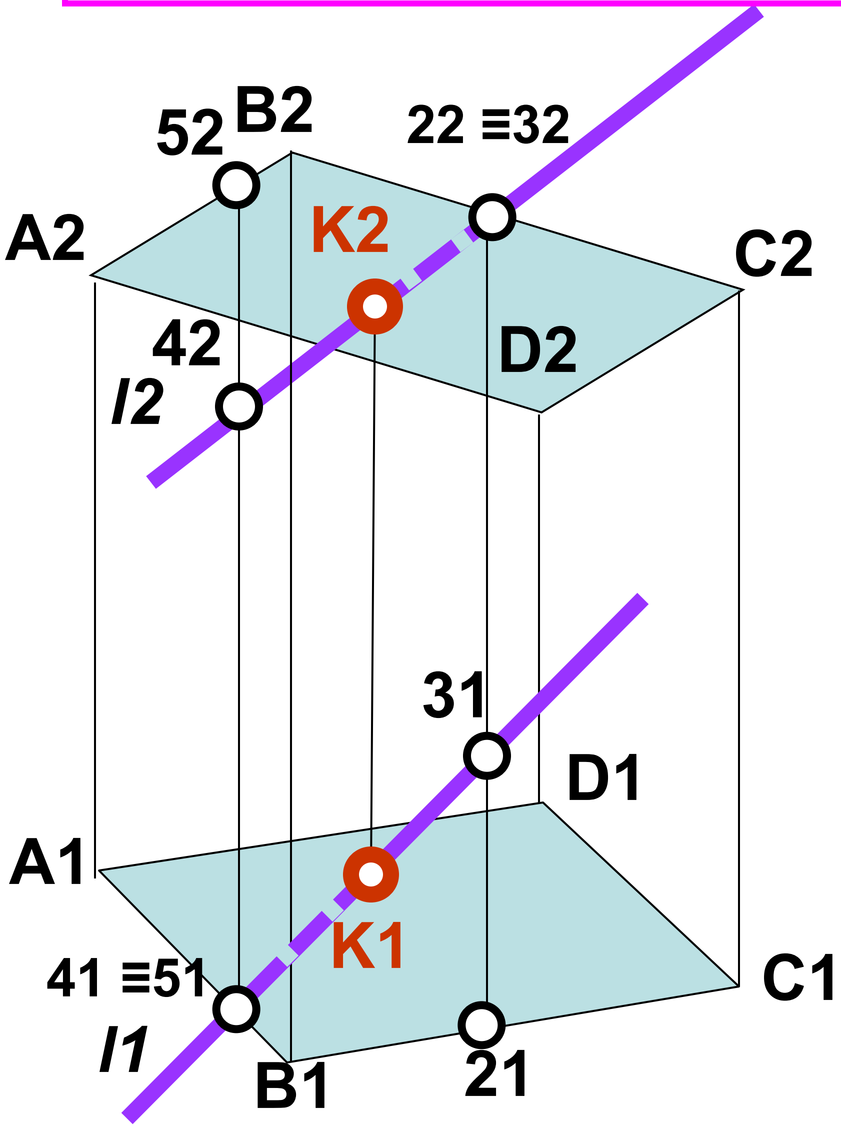
2. Г ∩Σ = m

3. m ∩ l = K

   m ⊂ Σ ⇒

   Σ ∩ a = K

Определение видимости элементов прямой и плоскости



1. $l \subset \Gamma$

   $\Gamma \perp \Pi 2$

2. $\Gamma \cap \Sigma = m$

3. $m \cap l = K$

   $m \subset \Sigma \Rightarrow$

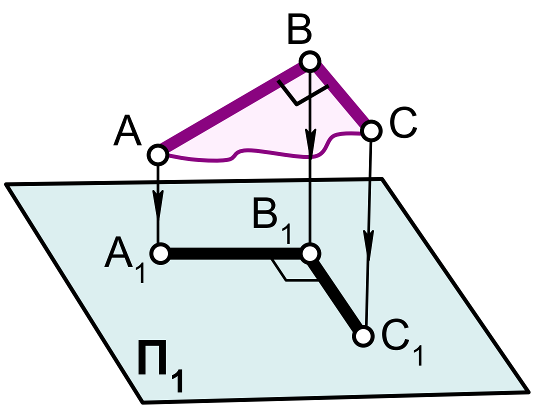
   $\Sigma \cap l = K$

Перпендикулярность прямой и плоскости

Прямая перпендикулярна плоскости

Прямая $a \perp \Sigma$, если она перпендикулярна двум пересекающимся прямым b и c этой плоскости

Теорема о проецировании прямого угла



Если плоскость прямого угла не перпендикулярна плоскости проекций и хотя бы одна его сторона параллельна этой плоскости, то прямой угол проецируется на нее без искажения.

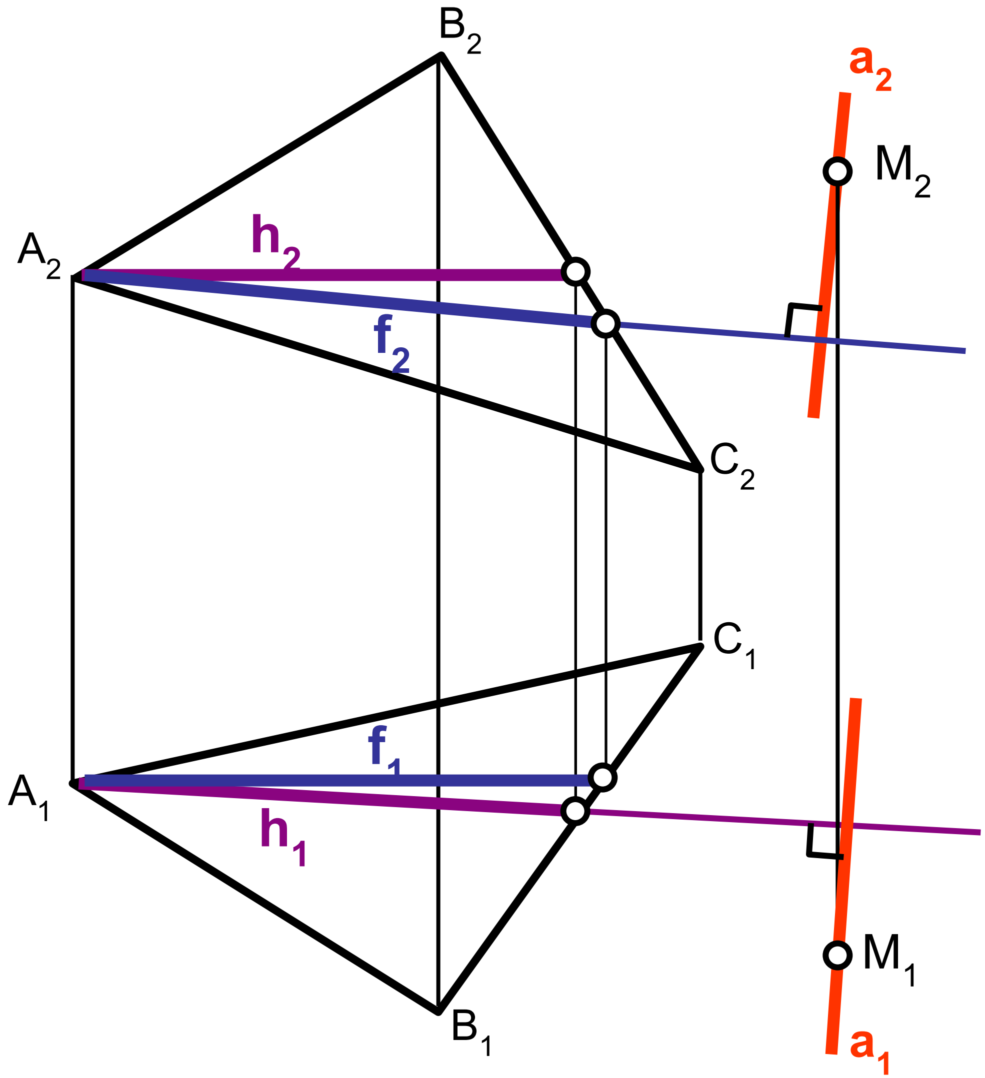
$CB \parallel П_1$

$\widehat{ACB} = 90^0$

$\widehat{A_1C_1B_1} = 90^0$

Прямая перпендикулярна плоскости

Пример 1 **Из точки М провести прямую, перпендикулярную плоскости Σ**



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$M \notin \Sigma$

$a \perp \Sigma$

Проведем **h** и **f** в **Σ**

$a \perp h$ $h \parallel \Pi_1$

$a \perp f$ $f \parallel \Pi_2$

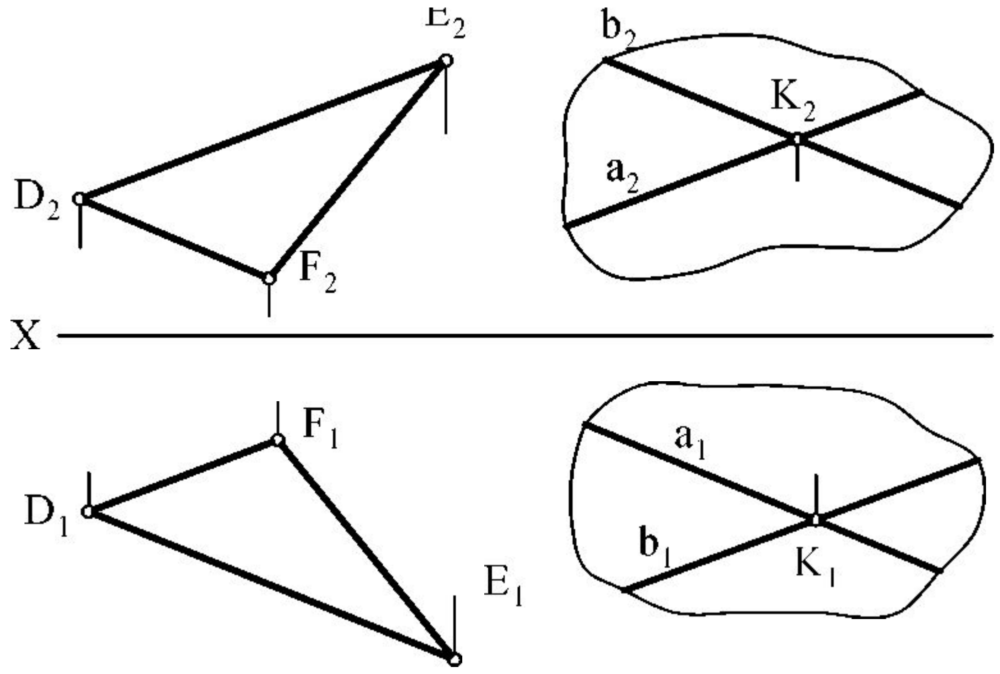
$h \subset \Sigma$ $f \subset \Sigma$

$a \perp \Sigma$

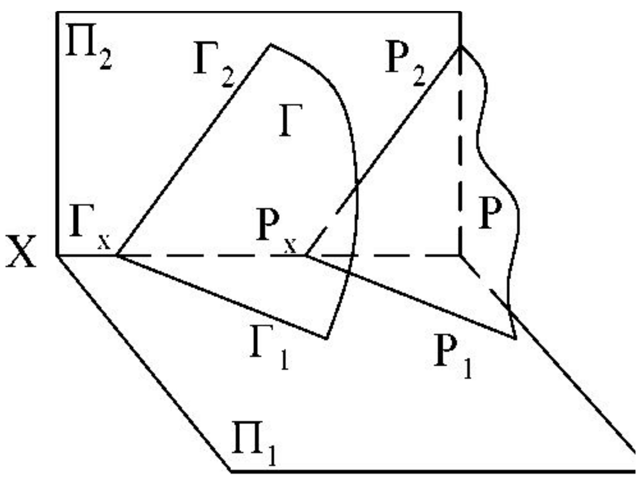
Взаимоположение плоскостей

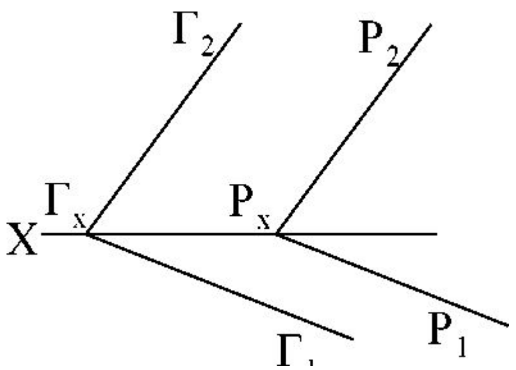
- Плоскости параллельны
- Плоскости пересекаются

Плоскости параллельны

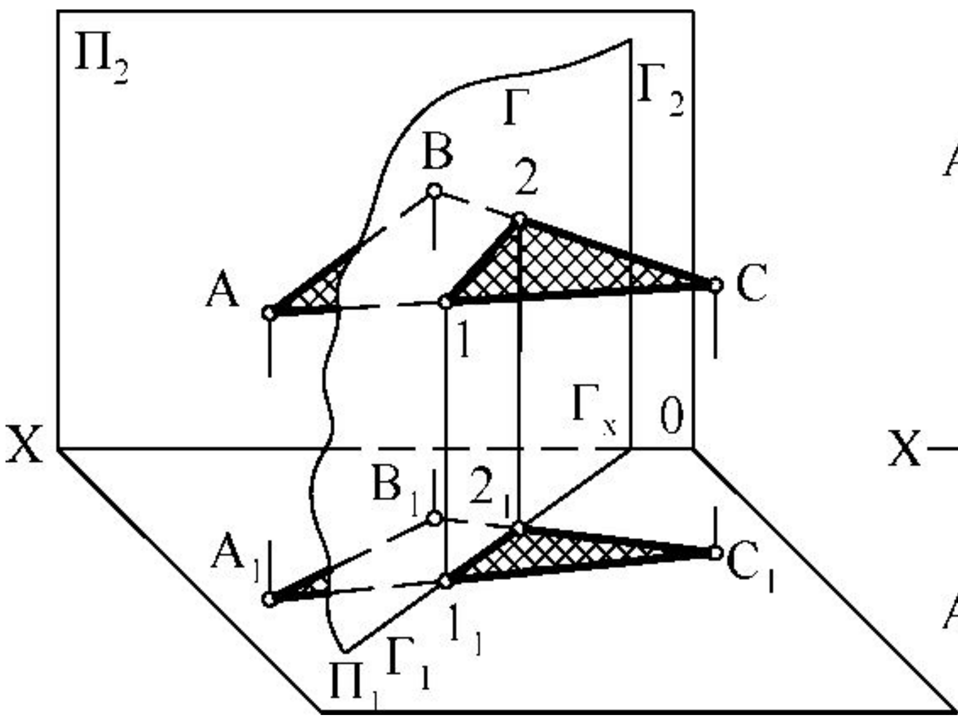


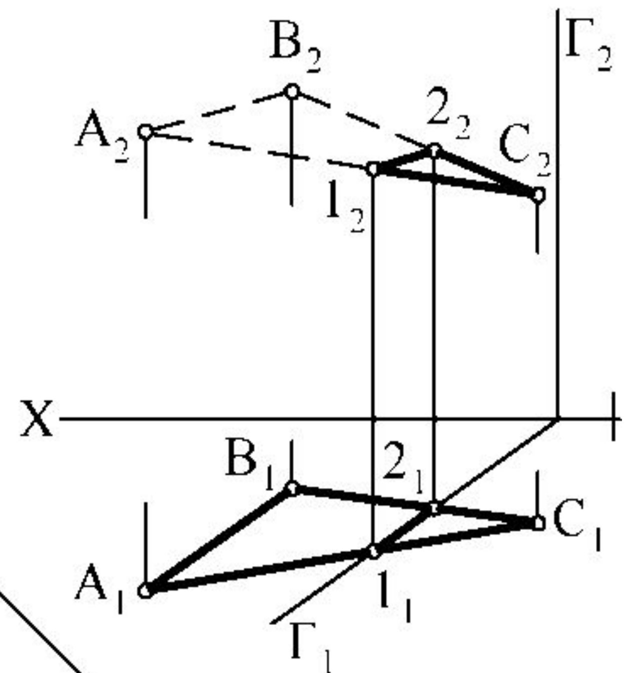
Плоскости параллельны



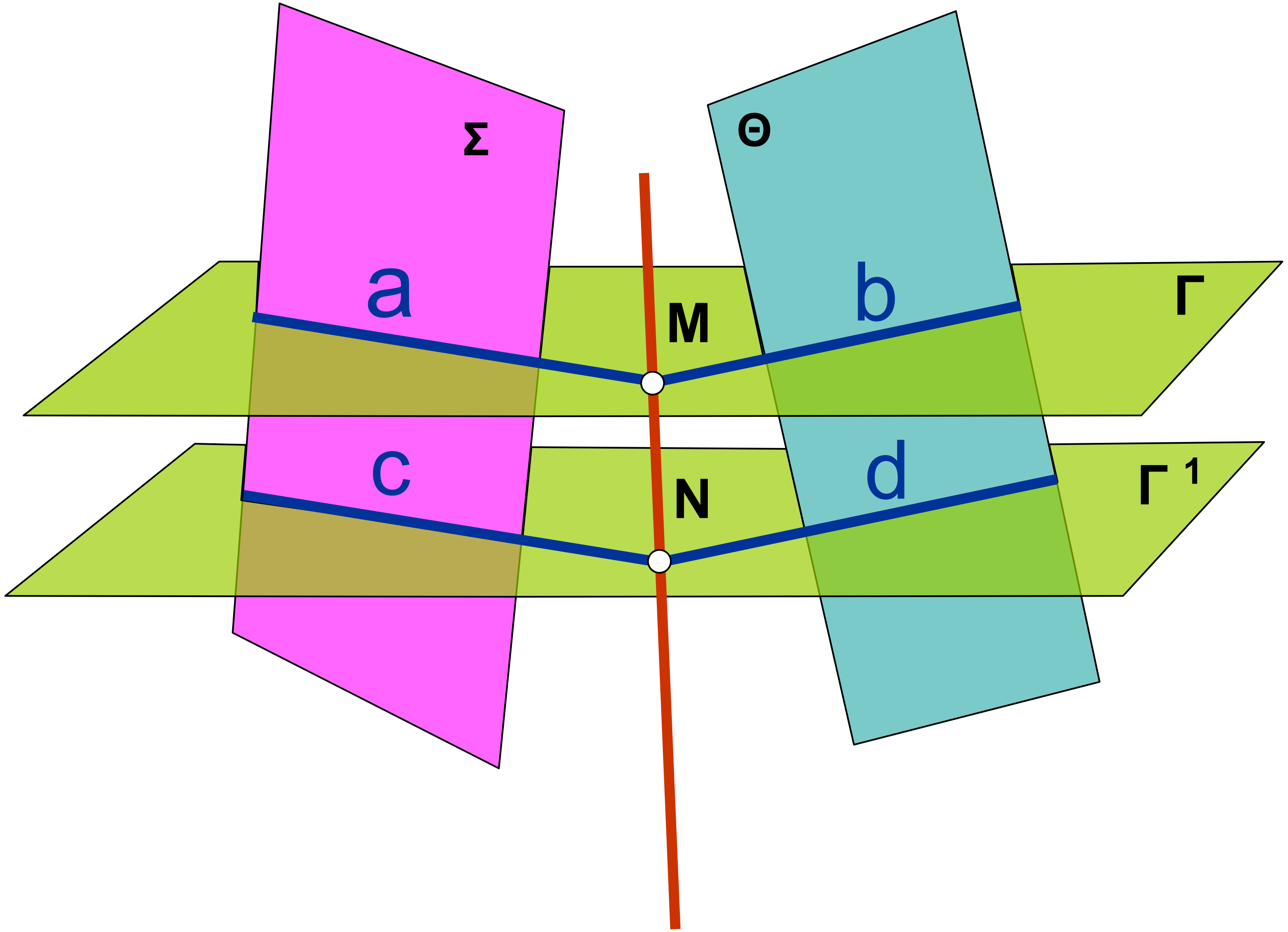


Пересечение плоскости частного положения с плоскостью общего положения

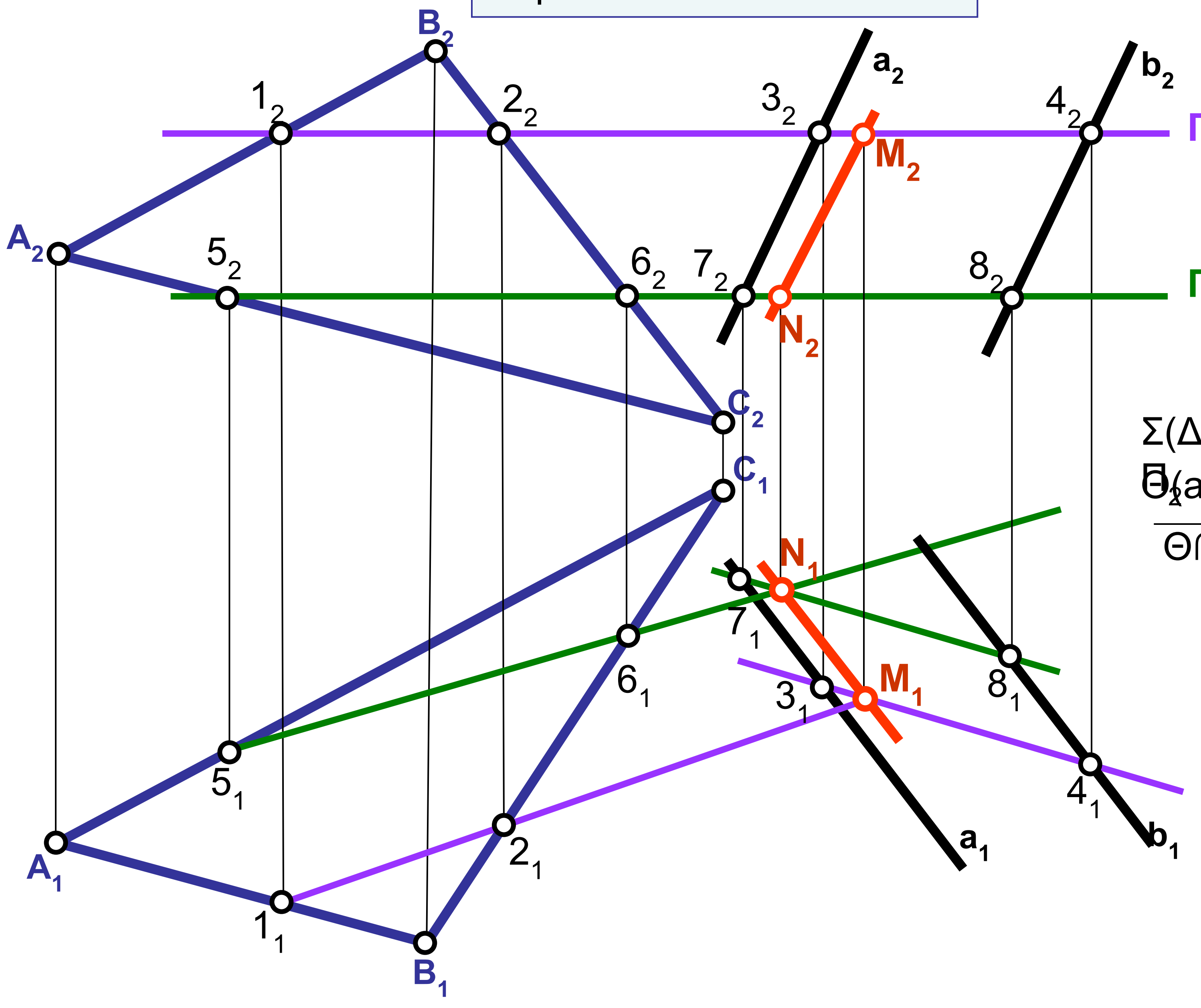




Определение линии пересечения плоскостей общего положения при помощи вспомогательных плоскостей Г и Г1



Пересечение плоскостей



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

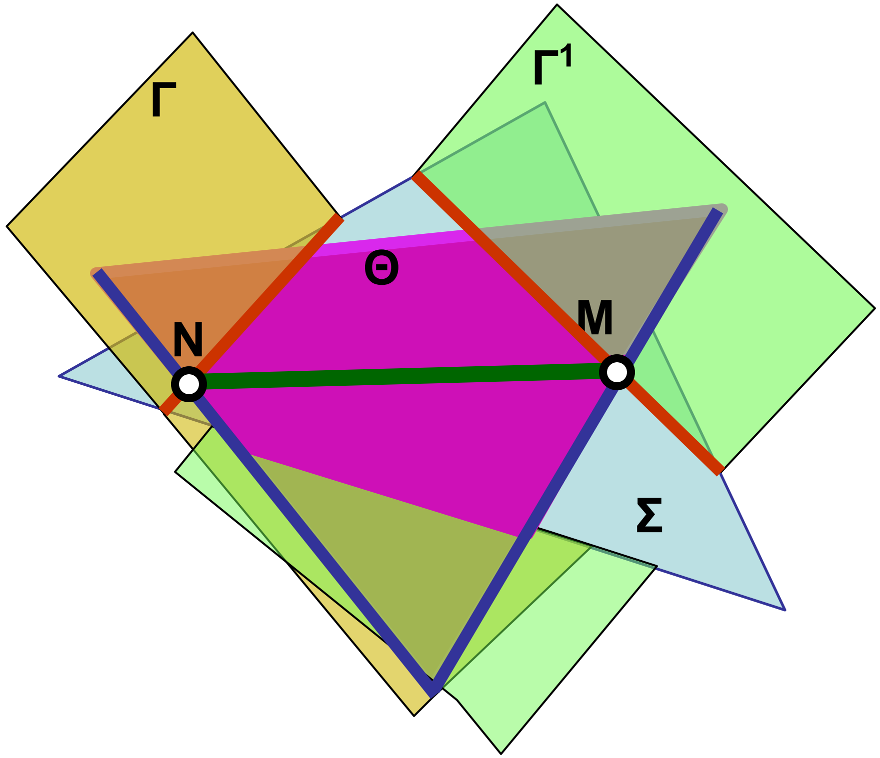
$\Theta(a \| b) \not\parallel \not\perp \Pi_1, \Pi_2$

$\Theta \cap \Sigma = MN$ -?

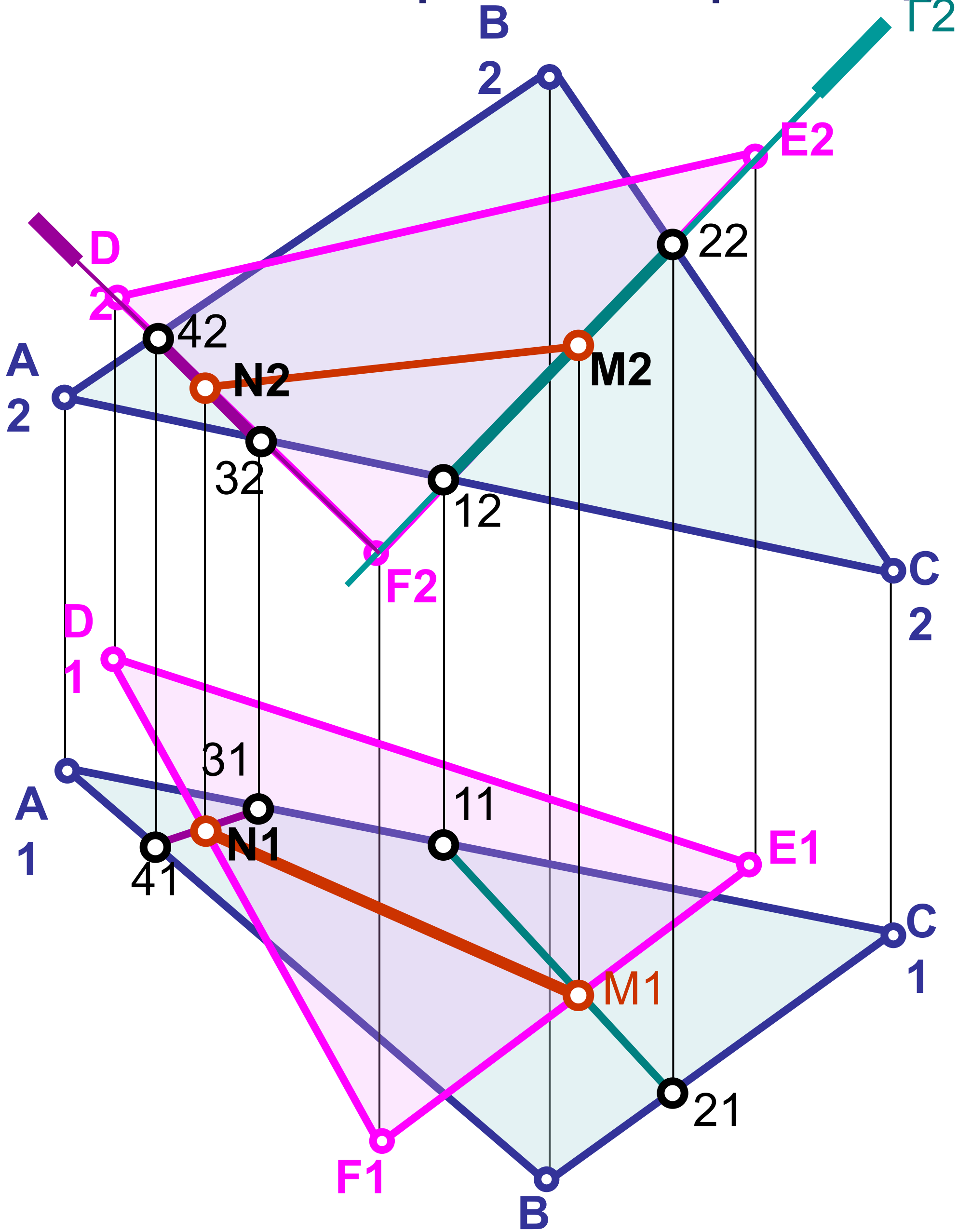
1. **$\Gamma \parallel \Pi_1$**
2. **$\Gamma \cap \Sigma = [12]$**
3. **$\Gamma \cap \Theta = [34]$**
4. **$[12] \cap [34] = M$**
5. **$\Gamma^1 \parallel \Pi_1$**
6. **$\Gamma^1 \cap \Sigma = [56]$**
7. **$\Gamma^1 \cap \Theta = [78]$**
8. **$[56] \cap [78] = N$**

$\Theta \cap \Sigma = MN$

Определение линии пересечения плоскостей при помощи точек пересечения прямых одной плоскости с другой



Определение линии пересечения плоскостей при помощи точек пересечения прямых одной плоскости с другой



Дано:

$\Sigma(\Delta ABC) \parallel \cancel{\perp} \cancel{\Pi}1\ \Pi2$

$\Theta(\Delta DTF) \parallel \cancel{\perp} \cancel{\Pi}1,\ \Pi2$

$\Theta \cap \Sigma = MN$ -?

1. **[FE] ⊂ Г**
2. **Г∩Σ = [12]**
3. **[12] ∩ [FE] = M**

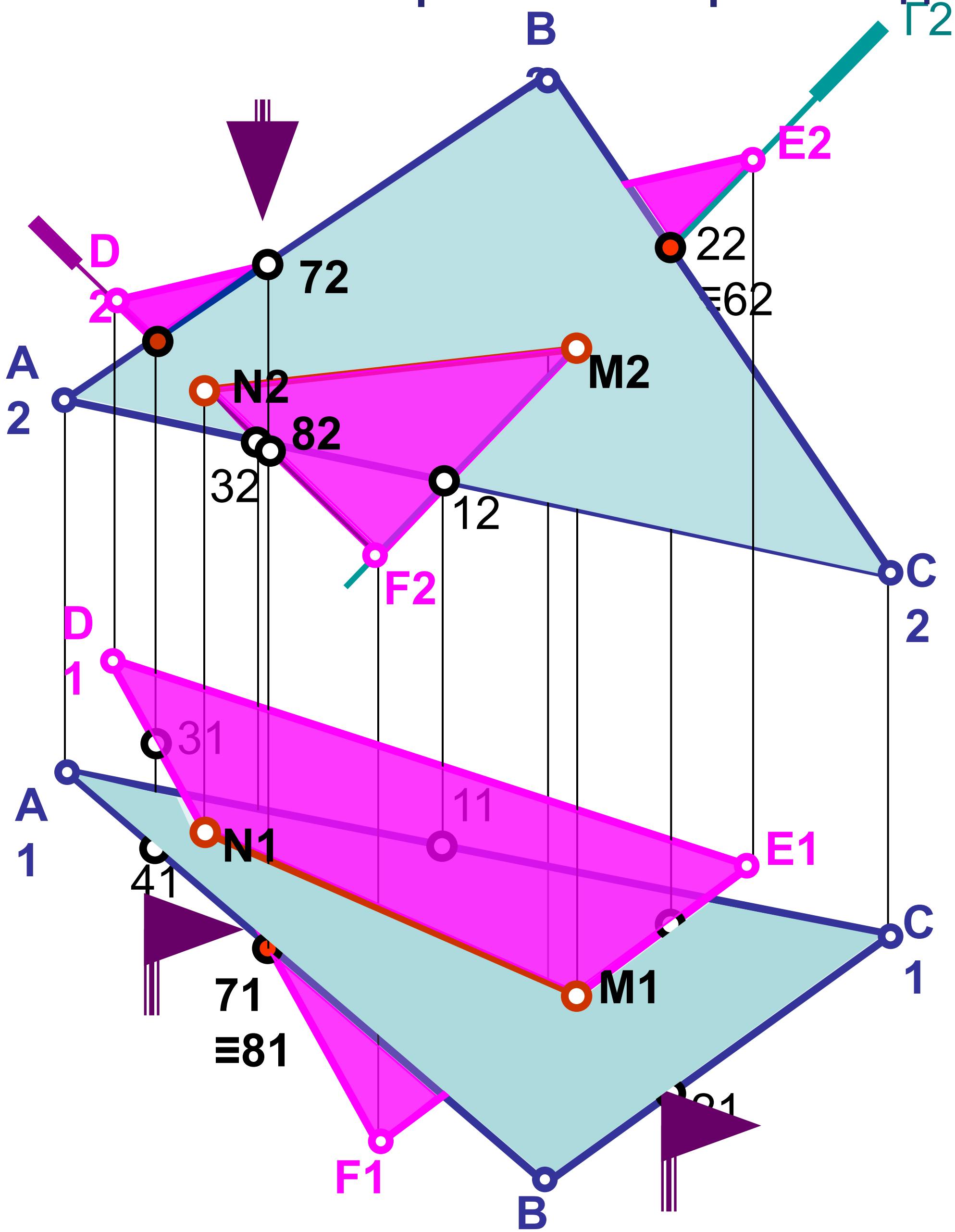
[12] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [FE] = M

4. **[DF] ⊂ Г^1**
5. **Г^1 ∩Σ = [34]**
6. **[34] ∩ [DF] = N**

[34] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [DF] = N

Θ∩Σ= MN

Определение линии пересечения плоскостей при помощи точек пересечения прямых одной плоскости с другой



Дано:

Σ(ΔABC) $\not\parallel \not\perp$ П1 , П2

Θ(ΔDTF) $\not\parallel \not\perp$ П1 , П2

Θ∩Σ= MN -?

1. [FE] ⊂ Г
2. Г∩Σ = [12]
3. [12] ∩ [FE] = M

[12] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [FE] = M

4. [DF] ⊂ Г[1]
5. Г[1] ∩Σ = [34]
6. [34] ∩ [DF] = N

[34] ⊂ Σ ⇒ Σ ∩ [DF] = N

Θ∩Σ= MN