



ПОИСК КОЛИЧЕСТВА ПРОГРАММ ПО ЗАДАННОМУ ЧИСЛУ

ПОИСК КОЛИЧЕСТВА ПРОГРАММ ПО ЗАДАННОМУ ЧИСЛУ

- Примерная формулировка такой задачи: Нам «дается» исполнитель, выполняющее N -ное количество команд. Есть начальное число, и число конечное. Нужно найти количество команд, которое преобразует первое число во второе.
- Данную задачу можно решить двумя способами, которые мы рассмотрим далее:

СПОСОБ 1. ПРЕДСТАВИТЬ, КАК ГРАФЫ

- Этот способ решения подобного рода задач мне нравится больше всего.
- Возьмем, например, задачу, где нам надо из числа 2 получить число 21 используя следующие команды:
 - 1) Прибавить 1
 - 2) Прибавить 2
 - 3) Умножить на 4
 - 3) умножить на 6

- 1) Взять бумагу, написать цепочку чисел (программу) при получении нужного нам числа, пользуясь только **ОДНОЙ КОМАНДОЙ**, а именно той, которая изменяет число на меньшее количество единиц
- Первая команда у нас «Прибавь 1», значит, цепочка получится такой:

2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21

- Была бы у нас «Меньшая команда» «Прибавь 2» или «Умножь на 2», то цепочки вышли бы такие:

2-4-6-8-10-12-14-16-18-20...

2-4-8-16...

- А дальше- все просто. Стрелочками указываем результаты умножения и сложения от каждого последующего числа, главное, чтобы результаты этих вычислений не были бы больше 21 и не «вылетели» за таблицу. И считаем, как графы (Поиск количества путей)

2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21

- Красными и синими стрелочками мы «прибавляли два»
- Зелеными стрелочками мы «умножали на 4»
- Желтыми стрелочками мы «умножали на 6»
- «Прибавь 1»- тире, между каждым последующим числом.

2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21

1	1	2	3	5	8	14	22	36	58	96	154	250	404	656	1060	1717	2777	4497	7274
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------

При решении рассуждаем так: В число 12 идут 4 стрелочки, значит, чтобы получить количество программ, преобразующие начальное число в 12, мы должны сложить количество программ в тех четырех ячейках, из которых на 12 направлены стрелочки.

Эти ячейки 2,3,10,11, сложив количество программ под ними получаем 96

2-3-4-5-6-7-8-9-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-21

1	1	2	3	5	8	14	22	36	58	96	154	250	404	656	1060	1717	2777	4497	7274
---	---	---	---	---	---	----	----	----	----	----	-----	-----	-----	-----	------	------	------	------	------

Под числами два и три мы пишем по одной программе. Почему? Потому что три мы можем получить только прибавлением единицы к двойке, а два нам получать не нужно. Начиная с 4, когда 4 мы можем получить и из двойки и из тройки мы просто складываем количество программ, нужные для получения 2 и 3.

СПОСОБ 2. ФОРМУЛАМИ.

- У исполнителя Удвоитель две команды, которым присвоены номера:
 - **1. прибавь 1,**
 - **2. умножь на 2.**
 -
- Первая из них увеличивает на 1 число на экране, вторая удваивает его. Программа для Удвоителя — это последовательность команд. Сколько есть программ, которые число 2 преобразуют в число 20?

- Допустим, обозначим $R(n)$ — количество программ, которые преобразуют число 2 в число n .
- Обозначим $t(n)$ наибольшее кратное 2, не превосходящее n . Заметим, что мы можем получить только числа, кратные 2.
- Обе команды увеличивают исходное число, поэтому количество команд не может превосходить $20 - 2 = 18$.
- Если n не делится на 2, то тогда $R(n) = R(t(n))$, так как существует единственный способ получения n из $t(n)$ — прибавлением единиц.
- Но если n делится на 2, тогда $R(n) = R(n / 2) + R(n - 1) = R(n / 2) + R(n - 2)$ (если $n > 2$).
- При $n = 3$ $R(n) = 1$ (один способ: прибавлением единицы).
- Поэтому достаточно постепенно вычислить значения $R(n)$ для всех чисел, кратных 2 и не превосходящих 20:

- $R(4) = 2 = R(5)$
- $R(6) = 2 + 1 = 3 = R(7),$
- $R(8) = R(4) + R(6) = 2 + 3 = 5 = R(9),$
- $R(10) = R(5) + R(8) = 2 + 5 = 7 = R(11),$
- $R(12) = R(6) + R(10) = 3 + 7 = 10 = R(13),$
- $R(14) = R(7) + R(12) = 3 + 10 = 13 = R(15),$
- $R(16) = R(8) + R(14) = 5 + 13 = 18 = R(17),$
- $R(18) = R(9) + R(16) = 5 + 18 = 23 = R(19),$
- $R(20) = R(10) + R(18) = 7 + 23 = 30.$

- В ответе указываем 30.



СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ