

# Понятие эконометрики как науки

**Эконометрика** – наука, которая на основе математических и экономико-статистических методов моделей придает конкретное количественное выражение общим (качественным) закономерностям.



Применение экономических методов:

- 1) Теоретическое обоснование
- 2) Наличие базовых данных, позволяющих моделировать поведение экономических факторов
- 3) Математико-статистический инструментарий

## Классификация задач, решаемых с помощью эконометрики

- По прикладным целям (**Анализ** или **Прогноз**, имитационное моделирование)
- По иерархии анализируемой информации (макроуровень, мезоуровень, микроуровень)
- По профилю анализируемой экономической системы (теория рисков, инвестиционная политика, анализ спроса и предложения, маркетинговые /геомаркетинговые исследования, налоговая политика, демография, социальная психология, экономическая социология и др.)

# Эконометрические разделы

- Кросс-секционный анализ или пространственная регрессия
- Анализ временных рядов
- Системы регрессионных уравнений
- Панельный анализ

$$Y = N \text{ штук} \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} y_{11} \\ \dots \\ y_{1T} \\ \dots \\ y_{N1} \\ \dots \\ y_{NT} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \text{ раз} \\ \\ \\ T \text{ раз} \end{array} \\ \end{array} \right. X = \left\{ \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} x_{11}^1 \dots x_{11}^k \\ \dots \\ x_{1T}^1 \dots x_{1T}^k \\ \dots \\ x_{N1}^1 \dots x_{N1}^k \\ \dots \\ x_{NT}^1 \dots x_{NT}^k \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \\ \text{штук} \\ \\ T \\ \text{штук} \end{array} \\ \end{array} \right. N \text{ штук}$$

# История возникновения эконометрики

- 17 в. – количественное исследование экономики (Петти, Кинг)
- Конец 19 в. – парная корреляция между брачностью и благосостоянием в Англии.
- 1900 г. первые исследования временных рядов (Пирсон, Эрджворт, Гальтон)
- 1911 исследования по экономической статистике (Р.Мур)
- 30-ые гг. 20 в. Применение множественной регрессии
- 29.12.1930 И.Фишер, Р.Фриш и Я. Тинберген на заседании Американской ассоциации развития науки создали Эконометрическое общество, новая наука – Эконометрика
- 1933 г. журнал «Эконометрика»
- 1969 первая Нобелевская премия по экономике «досталась» эконометристам Я.Тинбергену, Р. Фришу.

## Развитие эконометрики

- 70 гг. 20 в. Развитие моделей временных рядов. Модели Бокса и Дженкинса
- Производственные функции –модели экономического роста Тинберген (Н/П 1969), К. Эрроу (Н/П 1972), Ж.Дебре (Н/П 1972), Р.Солоу (Н/П 1983)
- Модели дискретного выбора - Нобелевская премия 2000 г. Хэкман и Макфадден.
- Модели условной дисперсии (ARCH-модели) Н/П 2003 (1986) Р. Ингл
- Модели коинтеграции временных рядов Н/П 2003 К. Гренджер
- Цензурированные модели Н/П 1982 Д.Тобин
- 2011 г. Н/П Т.Сарджент и К. Симс –макроэконометрические системы регрессионных уравнений.

## Задача оценивания

Пусть имеются данные выборки, например значения некоторого признака,  $X_1, X_2, \dots, X_n$ , полученные в результате  $n$  наблюдений. Для того чтобы найти **статистическую оценку**  $\theta$  неизвестного параметра теоретического распределения через эти данные необходимо найти функцию от наблюдаемых случайных величин, которые дают приближенное значение оцениваемого параметра.

Статистическую оценку, которая определяется одним числом, называют **точечной**.

# Свойства оценок

Полученные оценки должны быть **достоверными**, т.е. обладать свойствами **несмещенности, эффективности и состоятельности**.

- **Несмешанной** называют статистическую оценку  $\theta^*$ , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру  $\theta$  при любом объеме выборки, т.е.  $M(\theta^*) = \theta$ .
- **Эффективной** оценкой называют статистическую оценку  $\theta^*$ , которая при заданном объеме выборки  $n$  имеет наименьшую возможную дисперсию.
- **Состоятельной** называют статистическую оценку, которая при  $n \rightarrow \infty$  и стремится по вероятности к оцениваемому параметру, т.е.:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\theta^*) = \theta$$

# Понятие регрессии

**Регрессионное уравнение** (регрессионная модель) отражает зависимость между переменными: между одной зависимой (эндогенной, объясняемой) и одной или же несколькими независимыми (экзогенными, объясняющими) переменными (факторами, регрессорами). Зависимая переменная обозначается как  $y$ , а независимые объясняющие переменные как  $x_1, x_2, \dots, x_n$ .

**Различают пространственную регрессию и регрессию временных рядов!!!**

**Пространственная (spatial)** (кросс-секционная,) регрессия проверяет связь между переменными в определенный период времени.

При анализе регрессии во **временных рядах (time series)** данные по каждой из переменных собираются в течении следующих друг за другом равных периодах времени в одном и том же пространственном субъекте. Регрессионный анализ временных рядов позволяет установить взаимосвязь в среднем в течении того периода времени, по которому имеются данные. Однако за счет возможного влияния показателя времени на временные переменные можно получить **ложную регрессию**.

# Понятие регрессии

**Определение:** Уравнение, отражающее зависимость между математическим ожиданием (условного распределения) одной переменной и соответствующими значениями другой переменной, называется регрессионным уравнением.

Таким образом, регрессионное уравнение может быть записано в виде  $M(y/x) = f(x)$ , где  $M(y/x)$  — условное математическое ожидание случайной переменной  $y$  при заданном значении  $x$ . В частности, для  $i$ -го заданного значения уравнение регрессии записывается в виде.

Регрессионное уравнение есть некая регулярная часть зависимости между  $y$  и  $x$ , фактически наблюдаемое значение  $y_i$  состоит из этой регулярной части и случайной компоненты  $\varepsilon_i$  :

Наличие случайной компоненты обусловлено двумя причинами:  $y_i = M(y/x_i) + \varepsilon_i$

- любая регрессионная модель является упрощением действительности. (на самом деле существуют другие факторы, от которых также зависит переменная  $Y_i$ );
- присутствуют ошибки измерения показателей.

# Однофакторная линейная регрессия

**Определение:** Однофакторным линейным регрессионным уравнением называется статистическая связь между зависимой переменной  $y$  и независимым фактором (регрессором)  $x$ , представленная в виде линейной зависимости.

$$\text{или } y = a + bx + \varepsilon$$

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$$

Здесь  $a$  и  $b$  неизвестные подлежащие оценке параметры регрессии.

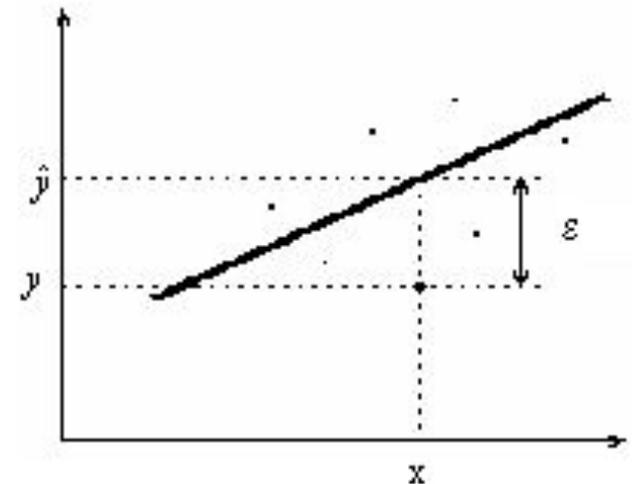
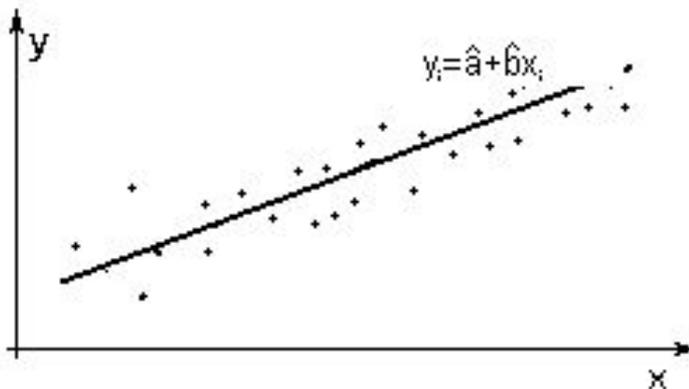
Случайная компонента определяется как

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

где:  $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_i$

$\hat{y}_i$  - расчетные значения,  $y_i$  - фактические значения.

$\hat{a}$  и  $\hat{b}$  оцененные значения коэффициентов  $a$  и  $b$ .



# Метод наименьших квадратов

Для того, чтобы теоретическая прямая  $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$  лежала в непосредственной близости от фактических наблюдений  $Y_i$ , необходимо минимизировать сумму квадратов отклонений между фактическими и расчетными значениями:

$$F = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2 \Rightarrow \min$$

Запишем необходимое условие экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \hat{a}} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \hat{b}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{cases}$$

Раскрывая скобки, получим стандартную форму нормальных уравнений:

$$\hat{a}n + \hat{b}\sum X_i = \sum Y_i$$

$$\hat{a}\sum X_i + \hat{b}\sum X_i^2 = \sum X_i Y_i$$

Разрешая систему относительно  $\hat{a}, \hat{b}$

$$\hat{b} = \frac{n\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{n}\sum Y_i - \frac{1}{n}\sum X_i \cdot \hat{b}$$

# Смысл коэффициентов регрессии

Метод, использованный для оценки коэффициентов  $a$  и  $b$ , называется **методом наименьших квадратов** (МНК), а сам коэффициент  $a$  — **свободным членом**,  $b$  — **коэффициентом регрессии**.

**Коэффициент регрессии показывает прирост результата, приходящийся на единицу прироста фактора.**

Если знак при коэффициенте  $b$  «+» в уравнении регрессии, то между зависимым и независимым фактором прямая связь (линия уравнения регрессии направлена «вверх»), если при коэффициенте  $b$  «-», то между зависимым и независимым фактором обратная связь (линия уравнения регрессии направлена «вниз»).

Свободный член регрессии  $a$  показывает величину зависимой переменной, при условии, что независимая переменная равна 0.

Коэффициент регрессии и свободный член — размерные величины, их абсолютные значения зависят от единиц измерения зависимой и независимой переменной.