Понятие эконометрики как науки

Эконометрика – наука, которая на основе математических и экономико-статистических методов моделей придает конкретное количественное выражение общим (качественным) за

Применение экономических методов:

1) Теоретическое обоснование
2) Наличие базовых данных, позволяющих моделировать поведение экономических факторов
3) Математико-статистический инструментарий

Классификация задач, решаемых с помощью эконометрики

- По прикладным целям (**Анализ** или **Прогно**з, имитационное моделирование)
- По иерархии анализируемой информации (макроуровень, мезоуровень, микроуровень)
- По профилю анализируемой экономической системы (теория рисков, инвестиционная политика, анализ спроса и предложения, маркетинговые /геомаркетинговые исследования, налоговая политика, демография, социальная психология, экономическая социология и др.)

Эконометрические разделы

- Кросс-секционный анализ или пространственная регресиия
- Анализ временных рядов
- Системы регрессионных уравнений
- Панельный анализ

$$Y = N\ \text{штук}\left\{\begin{pmatrix} y_{11} \\ \dots \\ y_{1T} \\ \dots \\ \dots \\ y_{N1} \\ \dots \\ y_{NT} \end{pmatrix}\right. \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{T раз} \\ \\ \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{T раз} \end{matrix} \qquad X = \begin{pmatrix} x_{11}^{1} & \dots & x_{11}^{k} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{1T}^{1} & \dots & x_{1T}^{k} \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{N1}^{1} & \dots & x_{N1}^{k} \\ \dots & \dots & \dots \\ x_{NT}^{1} & \dots & x_{NT}^{k} \end{pmatrix} \begin{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{T штук} \\ \\ \\ \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{T штук} \end{matrix} \left.\begin{matrix} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{matrix}\right\} \text{N штук}$$

История возникновения эконометрики

- 17 в. – количественное исследование экономики (Петти, Кинг)
- Конец 19 в. – парная корреляция между брачностью и благосостоянием в Англии.
- 1900 г. первые исследования временных рядов (Пирсон, Эрджворт, Гальтон)
- 1911 исследования по экономической статистике (Р.Мур)
- 30-ые гг. 20 в. Применение множественной регресии
- 29.12.1930 И.Фишер, Р.Фриш и Я. Тинберген на заседании Амереканской ассоциации развития науки создали Эконометрическое общество, новая наука –Эконометрика
- 1933 г. журнал «Эконометрика
- 1969 первая Нобелевская премия по экономике «досталась» эконометристам Я.Тинбергену, Р. Фришу.

Развитие эконометрики

- 70 гг. 20 в. Развитие моделей временных рядов. Модели Бокса и Дженкинса
- Производтственые функции –модели экономического роста Тинберген (Н/П 1969), К. Эрроу (Н/П 1972), Ж.Дебре (Н/П 1972), Р.Солоу (Н/П 1983)
- Модели дискретного выбора - Нобелевская премия 2000 г. Хэкман и Макфадден.
- Модели условной дисперсии (ARCH-модели) Н/П 2003 (1986) Р. Ингл
- Модели коинтеграции временных рядов Н/П 2003 К. Гренджер
- Цензурированные модели Н/П 1982 Д.Тобин
- 2011 г. Н/П Т.Сарджент и К. Симс –макроэконометрические системы регрессионных уравнений.

Задача оценивания

Пусть имеются данные выборки, например значения некоторого признака, $X_1, X_2, \ldots, X_n$, полученные в результате n наблюдений. Для того чтобы найти **статистическую оценку** θ неизвестного параметра теоретического распределения через эти данные необходимо найти функцию от наблюдаемых случайных величин, которые дают приближенное значение оцениваемого параметра.

Статистическую оценку, которая определяется одним числом, называют **точечной**.

Свойства оценок

Полученные оценки должны быть **достоверными**, т.е. обладать свойствами ***несмещенности, эффективности и состоятельности***.

- **Несмешанной** называют статистическую оценку θ^*, математическое ожидание которой равно оценивающему параметру θ при любом объеме выборки, т.е. $M(\theta^*)=\theta$.
- **Эффективной** оценкой называют статистическую оценку θ^*, которая при заданном объеме выборки n имеет наименьшую возможную дисперсию.
- **Состоятельной** называют статистическую оценку, которая при $n \to \infty$ и стремится по вероятности к оцениваемому параметру, т.е.:

$$\lim_{n\to\infty} P(\theta^*) = \theta$$

Понятие регрессии

Регрессионное уравнение (регрессионная модель) отражает зависимость между переменными: между одной зависимой (эндогенной, объясняемой) и одной или же несколькими независимыми (экзогенными, объясняющими) переменными (факторами, регрессорами). Зависимая переменная обозначается как y, а независимые объясняющие переменные как $x_1, x_2, \dots, x_n$.

Различают пространственную регрессию и регрессию временных рядов!!!

Пространственная (spatial) (кросс-секционная,) регрессия проверяет связь между переменными в определенный период времени.

При анализе регрессии во **временных рядах (time series)** данные по каждой из переменных собираются в течении следующих друг за другом равных периодах времени в одном и том же пространственном субъекте. Регрессионный анализ временных рядов позволяет установить взаимосвязь в среднем в течении того периода времени, по которому имеются данные. Однако за счет возможного влияния показателя времени на временные переменные можно получить **ложную регрессию.**

Понятие регрессии

Определение: Уравнение, отражающее зависимость между математическим ожиданием (условного распределения) одной переменной и соответствующими значениями другой переменной, называется **регрессионным уравнением**.

Таким образом, регрессионное уравнение может быть записано в виде

$$M\left(\frac{y}{x}\right) = f(x_i)$$

где ***M(y/x)*** — условное математическое ожидание случайной переменной ***y*** при заданном значении ***x***. В частности, для ***i***-го заданного значения уравнение регрессии записывается в виде.

$$M(y/x_i) = f(x_i)$$

Регрессионное уравнение есть некая регулярная часть зависимости между ***y*** и ***x***, фактически наблюдаемое значение , состоит из этой регулярной части и случайной компоненты ε_i:

$$y_i = M(y/x_i) + \varepsilon_i$$

Наличие случайной компоненты обусловлено двумя причинами:

- любая регрессионная модель является упрощением действительности. (на самом деле существуют другие факторы, от которых также зависит переменная *Yi*);
- присутствуют ошибки измерения показателей.

Однофакторная линейная регрессия

Определение: Однофакторным линейным регрессионным уравнением называется статистическая связь между зависимой переменной *y* и независимым фактором (регрессором) *x*, представленная в виде линейной зависимости.

$$y = a + bx + \varepsilon$$

или

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$$

Здесь *a* и *b* неизвестные подлежащие оценке параметры регрессии.

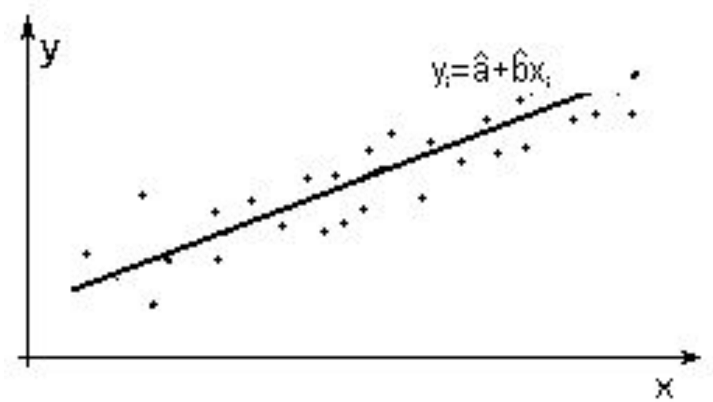
Случайная компонента определяется как

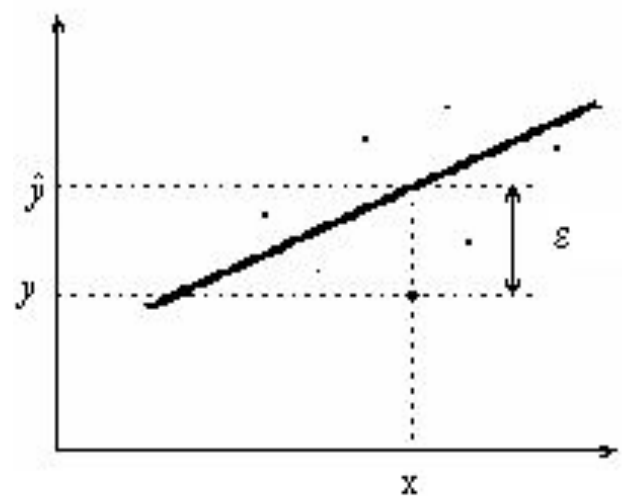
$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

где: $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_i$

$\hat{y}_i$ - расчетные значения, y_i - фактические значения.

$\hat{\boldsymbol{a}}$ и $\hat{\boldsymbol{b}}$ оцененные значения коэффициентов ***a*** и ***b***.





Метод наименьших квадратов

Для того, чтобы теоретическая прямая $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$ лежала в непосредственной близости от фактических наблюдений Y_i необходимо минимизировать сумму квадратов отклонений между фактическими и расчетными значениями :

$$F = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2 \Rightarrow \min$$

Запишем необходимое условие экстремума:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial F}{\partial \hat{a}} = 0 \\ \dfrac{\partial F}{\partial \hat{b}} = 0 \end{cases} ;\Rightarrow \quad \begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial a} = -2\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ &\text{или} \\ &\frac{\partial F}{\partial b} = -2\sum_{i=1}^{n}X_t(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{aligned} \quad \begin{aligned} &\sum_{i=1}^{n}(y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ &\sum_{i=1}^{n}X_i(Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{aligned}$$

Раскрывая скобки, получим стандартную форму нормальных уравнений:

$$\hat{a}n + \hat{b}\sum X_i = \sum Y_i$$
$$\hat{a}\sum X_i + \hat{b}\sum X_i^2 = \sum X_i Y_i$$

Разрешая систему относительно $\boldsymbol{\hat{a}, \hat{b}}$

$$\boldsymbol{\hat{b} = \frac{n\sum X_i Y_i - \left(\sum X_i\right)\left(\sum Y_i\right)}{n\sum X_i^2 - \left(\sum X_i\right)^2}}$$

$$\boldsymbol{\hat{a} = \frac{1}{n}\sum Y_i - \frac{1}{n}\sum X_i \cdot \hat{b}}$$

Смысл коэффициентов регрессии

Метод, использованный для оценки коэффициентов ***a*** и ***b*** , называется ***методом наименьших квадратов*** (МНК), а сам коэффициент ***a*** — **свободным членом**, ***b*** — *коэффициентом регрессии*.

Коэффициент регрессии показывает прирост результата, приходящийся на единицу прироста фактора.

Если знак при коэффициенте ***b*** «+» в уравнении регрессии, то между зависимым и независимым фактором прямая связь (линия уравнения регрессии направлена «вверх»), если при коэффициенте ***b*** «-», то между зависимым и независимым фактором обратная связь (линия уравнения регрессии направлена «вниз»).

Свободный член регрессии ***a*** показывает величину зависимой переменной, при условии, что независимая переменная равна 0.

Коэффициент регрессии и свободный член – размерные величины, их абсолютные значения зависят от единиц измерения зависимой и независимой переменной.