

Понятие эконометрики как науки

Эконометрика – наука, которая на основе математических и экономико-статистических методов моделей придает конкретное количественное выражение общим (качественным) закономерностям.



Применение экономических методов:

- 1) Теоретическое обоснование
- 2) Наличие базовых данных, позволяющих моделировать поведение экономических факторов
- 3) Математико-статистический инструментарий

Классификация задач, решаемых с помощью эконометрики

- По прикладным целям (**Анализ** или **Прогноз**, имитационное моделирование)
- По иерархии анализируемой информации (макроуровень, мезоуровень, микроуровень)
- По профилю анализируемой экономической системы (теория рисков, инвестиционная политика, анализ спроса и предложения, маркетинговые /геомаркетинговые исследования, налоговая политика, демография, социальная психология, экономическая социология и др.)

Эконометрические разделы

- Кросс-секционный анализ или пространственная регрессия
- Анализ временных рядов
- Системы регрессионных уравнений
- Панельный анализ

$$Y = N \text{ штук} \left\{ \begin{array}{l} y_{11} \\ \dots \\ y_{1T} \\ \dots \\ y_{N1} \\ \dots \\ y_{NT} \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \text{ раз} \\ \\ T \text{ раз} \end{array}$$
$$X = \left\{ \begin{array}{l} x_{11}^1 \dots x_{11}^k \\ \dots \\ x_{1T}^1 \dots x_{1T}^k \\ \dots \\ x_{N1}^1 \dots x_{N1}^k \\ \dots \\ x_{NT}^1 \dots x_{NT}^k \end{array} \right\} \begin{array}{l} T \text{ штук} \\ \\ T \text{ штук} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} x_{11}^1 \dots x_{11}^k \\ \dots \\ x_{1T}^1 \dots x_{1T}^k \\ \dots \\ x_{N1}^1 \dots x_{N1}^k \\ \dots \\ x_{NT}^1 \dots x_{NT}^k \end{array}} \right\} N \text{ штук}$$

История возникновения эконометрики

- 17 в. – количественное исследование экономики (Петти, Кинг)
- Конец 19 в. – парная корреляция между брачностью и благосостоянием в Англии.
- 1900 г. первые исследования временных рядов (Пирсон, Эрджворт, Гальтон)
- 1911 исследования по экономической статистике (Р.Мур)
- 30-ые гг. 20 в. Применение множественной регрессии
- 29.12.1930 И.Фишер, Р.Фриш и Я. Тинберген на заседании Американской ассоциации развития науки создали Эконометрическое общество, новая наука – Эконометрика
- 1933 г. журнал «Эконометрика»
- 1969 первая Нобелевская премия по экономике «досталась» эконометристам Я.Тинбергену, Р. Фришу.

Развитие эконометрики

- 70 гг. 20 в. Развитие моделей временных рядов. Модели Бокса и Дженкинса
- Производственные функции –модели экономического роста Тинберген (Н/П 1969), К. Эрроу (Н/П 1972), Ж.Дебре (Н/П 1972), Р.Солоу (Н/П 1983)
- Модели дискретного выбора - Нобелевская премия 2000 г. Хэкман и Макфадден.
- Модели условной дисперсии (ARCH-модели) Н/П 2003 (1986) Р. Ингл
- Модели коинтеграции временных рядов Н/П 2003 К. Гренджер
- Цензурированные модели Н/П 1982 Д.Тобин
- 2011 г. Н/П Т.Сарджент и К. Симс –макроэконометрические системы регрессионных уравнений.

Задача оценивания

Пусть имеются данные выборки, например значения некоторого признака, X_1, X_2, \dots, X_n , полученные в результате n наблюдений. Для того чтобы найти **статистическую оценку** θ неизвестного параметра теоретического распределения через эти данные необходимо найти функцию от наблюдаемых случайных величин, которые дают приближенное значение оцениваемого параметра.

Статистическую оценку, которая определяется одним числом, называют **точечной**.

Свойства оценок

Полученные оценки должны быть **достоверными**, т.е. обладать свойствами **несмещенности, эффективности и состоятельности**.

- **Несмешанной** называют статистическую оценку θ^* , математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру θ при любом объеме выборки, т.е. $M(\theta^*) = \theta$.
- **Эффективной** оценкой называют статистическую оценку θ^* , которая при заданном объеме выборки n имеет наименьшую возможную дисперсию.
- **Состоятельной** называют статистическую оценку, которая при $n \rightarrow \infty$ и стремится по вероятности к оцениваемому параметру, т.е.:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(\theta^*) = \theta$$

Понятие регрессии

Регрессионное уравнение (регрессионная модель) отражает зависимость между переменными: между одной зависимой (эндогенной, объясняемой) и одной или же несколькими независимыми (экзогенными, объясняющими) переменными (факторами, регрессорами). Зависимая переменная обозначается как y , а независимые объясняющие переменные как x_1, x_2, \dots, x_n .

Различают пространственную регрессию и регрессию временных рядов!!!

Пространственная (spatial) (кросс-секционная,) регрессия проверяет связь между переменными в определенный период времени.

При анализе регрессии во **временных рядах (time series)** данные по каждой из переменных собираются в течении следующих друг за другом равных периодах времени в одном и том же пространственном субъекте. Регрессионный анализ временных рядов позволяет установить взаимосвязь в среднем в течении того периода времени, по которому имеются данные. Однако за счет возможного влияния показателя времени на временные переменные можно получить **ложную регрессию**.

Понятие регрессии

Определение: Уравнение, отражающее зависимость между математическим ожиданием (условного распределения) одной переменной и соответствующими значениями другой переменной, называется регрессионным уравнением.

Таким образом, регрессионное уравнение может быть записано в виде $M(y/x) = f(x)$, где $M(y/x)$ — условное математическое ожидание случайной переменной y при заданном значении x . В частности, для i -го заданного значения уравнение регрессии записывается в виде.

Регрессионное уравнение есть некая регулярная часть зависимости между y и x , фактически наблюдаемое значение y_i состоит из этой регулярной части и случайной компоненты ε_i :

Наличие случайной компоненты обусловлено двумя причинами: $y_i = M(y/x_i) + \varepsilon_i$

- любая регрессионная модель является упрощением действительности. (на самом деле существуют другие факторы, от которых также зависит переменная Y_i);
- присутствуют ошибки измерения показателей.

Однофакторная линейная регрессия

Определение: Однофакторным линейным регрессионным уравнением называется статистическая связь между зависимой переменной y и независимым фактором (регрессором) x , представленная в виде линейной зависимости.

$$\text{или } y = a + bx + \varepsilon$$

$$y_i = a + bx_i + \varepsilon_i$$

Здесь a и b неизвестные подлежащие оценке параметры регрессии.

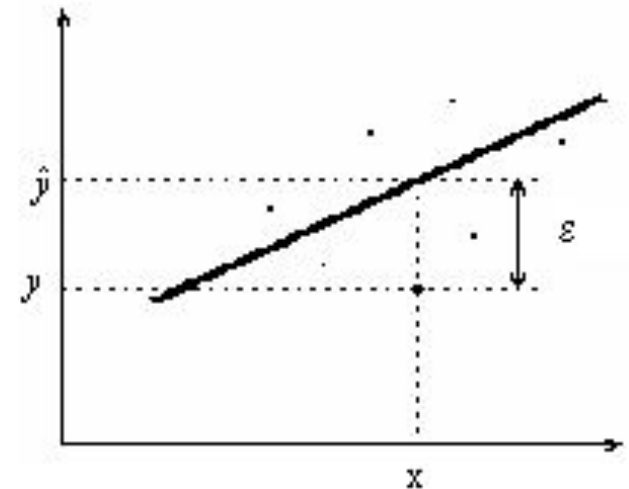
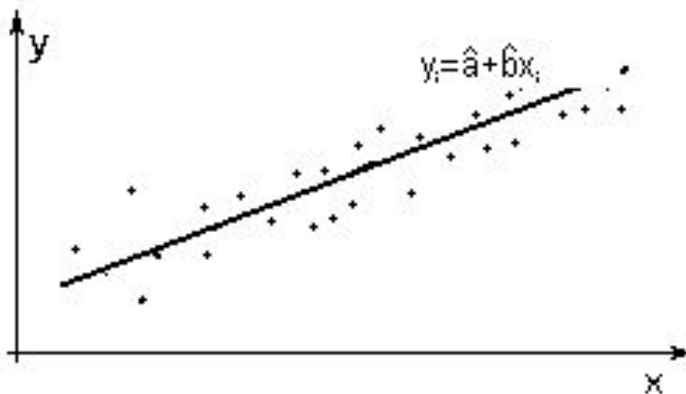
Случайная компонента определяется как

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

где: $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b} \cdot x_i$

\hat{y}_i - расчетные значения, y_i - фактические значения.

\hat{a} и \hat{b} оцененные значения коэффициентов a и b .



Метод наименьших квадратов

Для того, чтобы теоретическая прямая $\hat{y}_i = \hat{a} + \hat{b}X_i$ лежала в непосредственной близости от фактических наблюдений Y_i , необходимо минимизировать сумму квадратов отклонений между фактическими и расчетными значениями:

$$F = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}x_i)^2 \Rightarrow \min$$

Запишем необходимое условие экстремума:

$$\begin{cases} \frac{\partial F}{\partial \hat{a}} = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial \hat{b}} = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{\partial F}{\partial a} = -2 \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ \frac{\partial F}{\partial b} = -2 \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \\ \sum_{i=1}^n X_i (Y_i - \hat{a} - \hat{b}X_i) = 0 \end{cases}$$

Раскрывая скобки, получим стандартную форму нормальных уравнений:

$$\hat{a}n + \hat{b}\sum X_i = \sum Y_i$$

$$\hat{a}\sum X_i + \hat{b}\sum X_i^2 = \sum X_i Y_i$$

Разрешая систему относительно \hat{a}, \hat{b}

$$\hat{b} = \frac{n\sum X_i Y_i - (\sum X_i)(\sum Y_i)}{n\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2}$$

$$\hat{a} = \frac{1}{n}\sum Y_i - \frac{1}{n}\sum X_i \cdot \hat{b}$$

Смысл коэффициентов регрессии

Метод, использованный для оценки коэффициентов a и b , называется **методом наименьших квадратов** (МНК), а сам коэффициент a — **свободным членом**, b — **коэффициентом регрессии**.

Коэффициент регрессии показывает прирост результата, приходящийся на единицу прироста фактора.

Если знак при коэффициенте b «+» в уравнении регрессии, то между зависимым и независимым фактором прямая связь (линия уравнения регрессии направлена «вверх»), если при коэффициенте b «-», то между зависимым и независимым фактором обратная связь (линия уравнения регрессии направлена «вниз»).

Свободный член регрессии a показывает величину зависимой переменной, при условии, что независимая переменная равна 0.

Коэффициент регрессии и свободный член — размерные величины, их абсолютные значения зависят от единиц измерения зависимой и независимой переменной.