

# Построение линии пересечения многогранной и кривой поверхностей

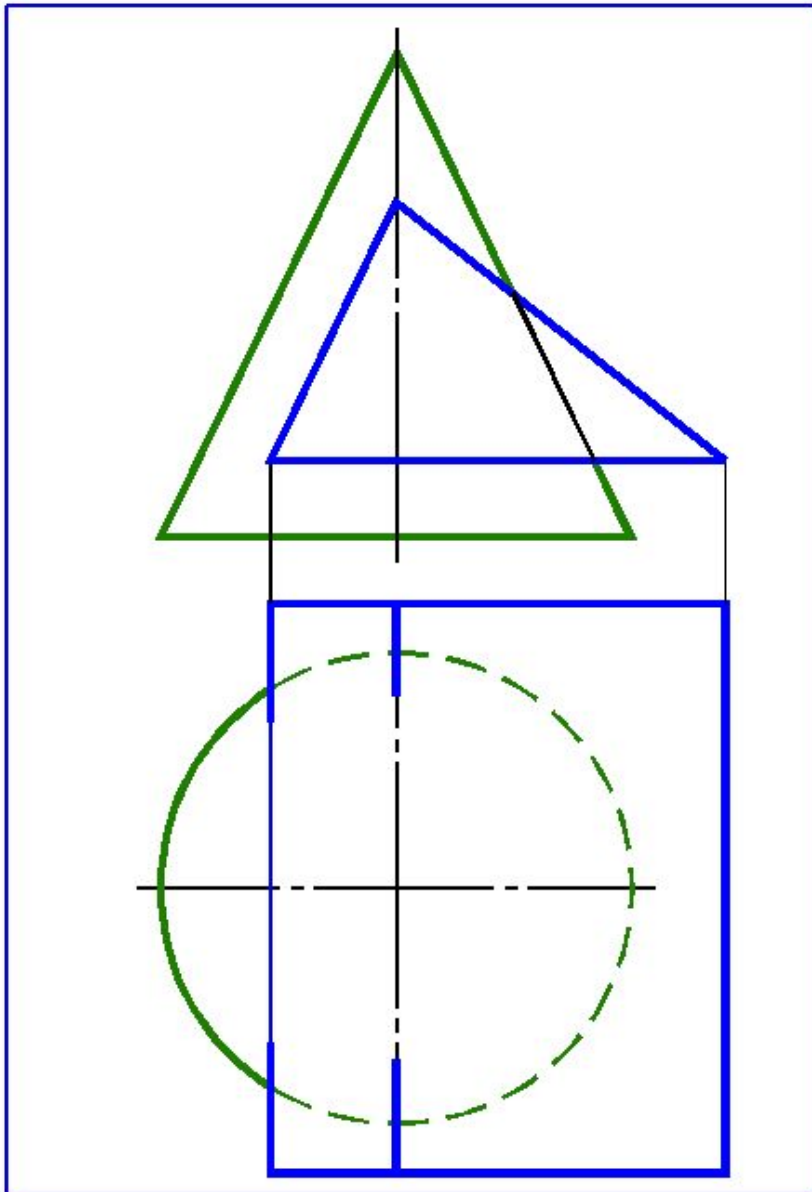
- Линия пересечения кривой и многогранной поверхностей является **совокупностью нескольких плоских кривых**, каждая из которых результат пересечения **кривой** поверхности с одной из граней **многогранника**. Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер **многогранника** с **кривой** поверхностью.
- Линию пересечения строят по отдельным точкам опорным и промежуточным. В первую очередь определяют опорные точки:
  - на ребрах многогранников,**
  - экстремальные,**
  - очерковые.**

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей:

- 1) выясняем вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга (врезка или проницание) и плоскостей проекций (задана ли проецирующая поверхность – цилиндр или призма);
- 2) определяем характер линии пересечения - **совокупность плоских кривых**;
- 3) определяем опорные точки (на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые);
- 4) определяем промежуточные точки;
- 5) соединяем найденные точки. Определяем видимость проекций линии пересечения и очерков поверхностей, обводим чертеж.

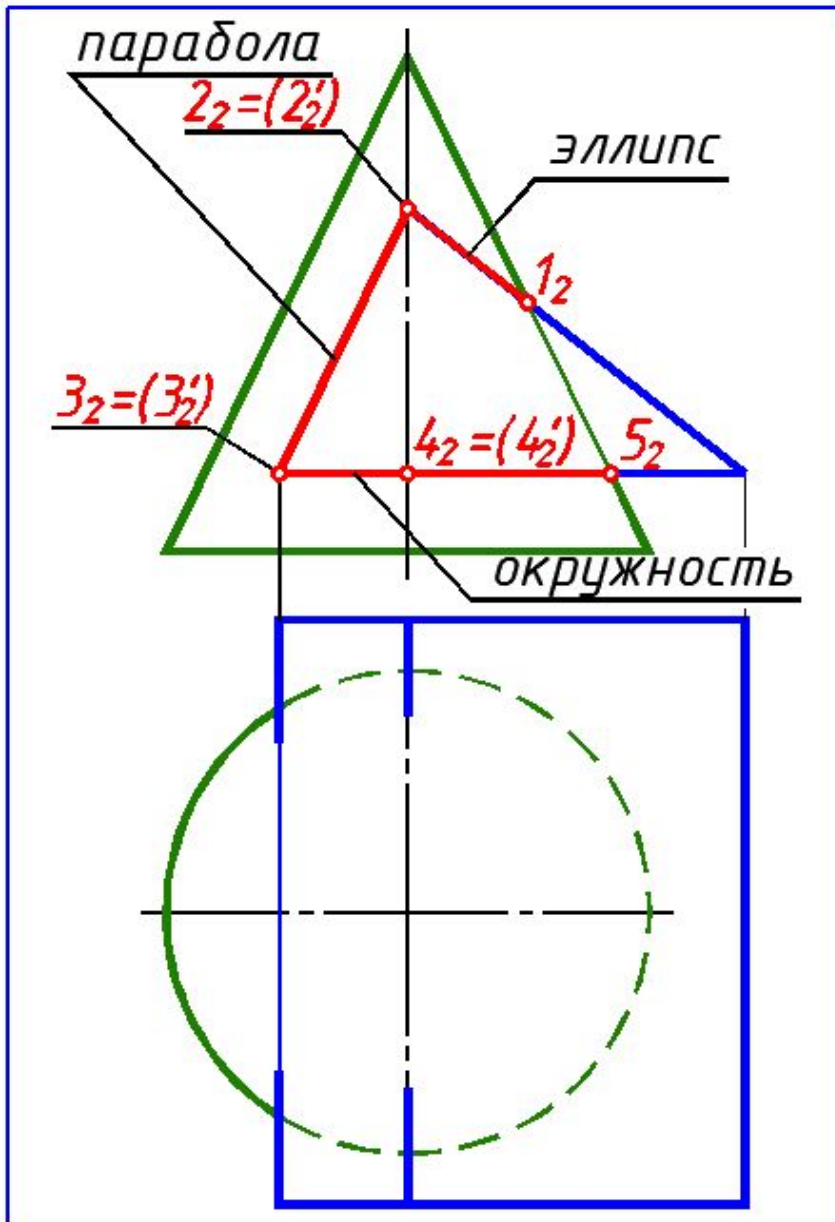
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



*Задача.* Построить линии пересечения конуса и призмы. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1) Задана кривая поверхность (**конус**) и многогранная (**призма**).  
Случай **врезки**. **Призма** занимает проецирующее положение относительно  $\Pi_2$ .

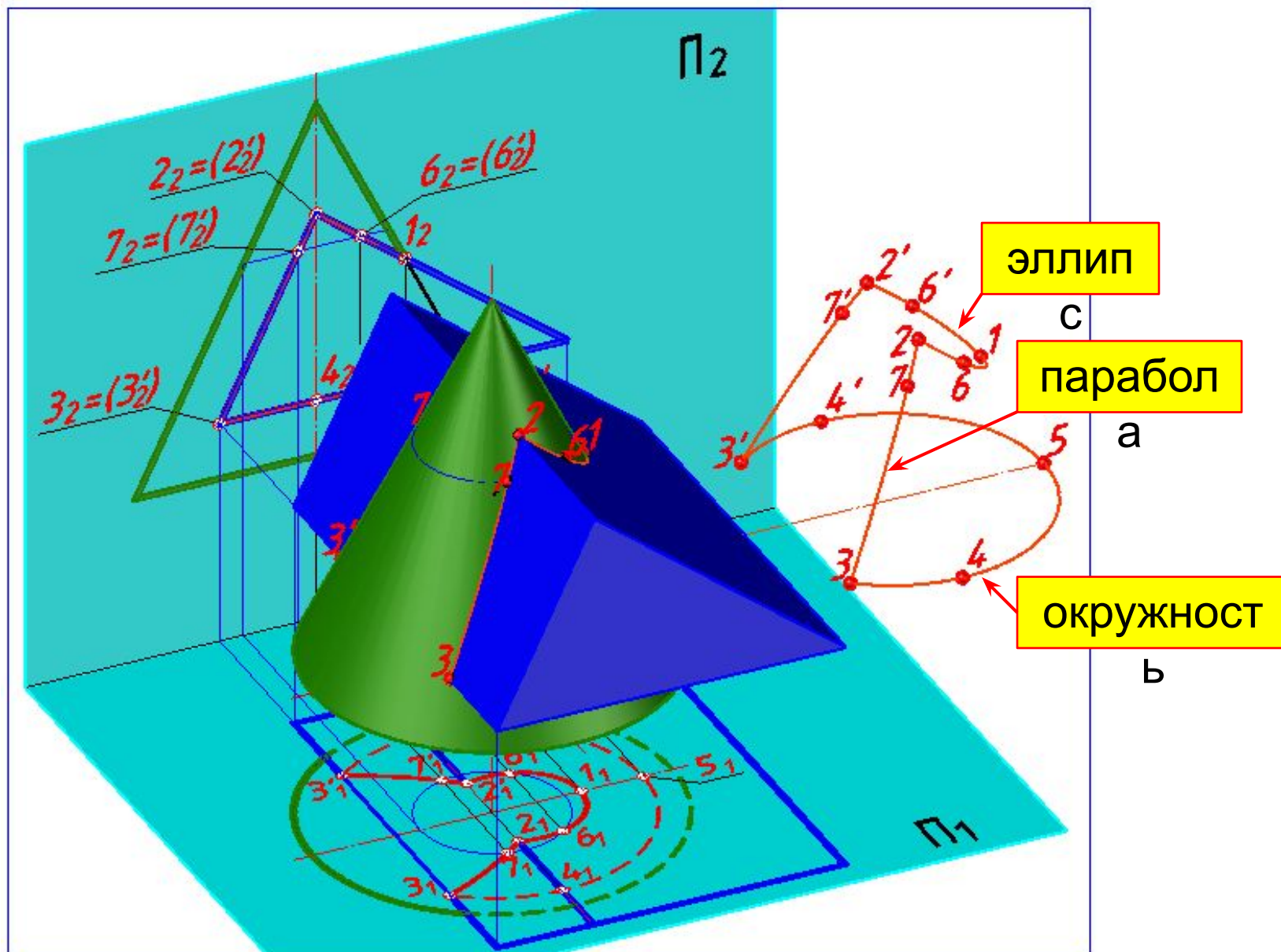
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



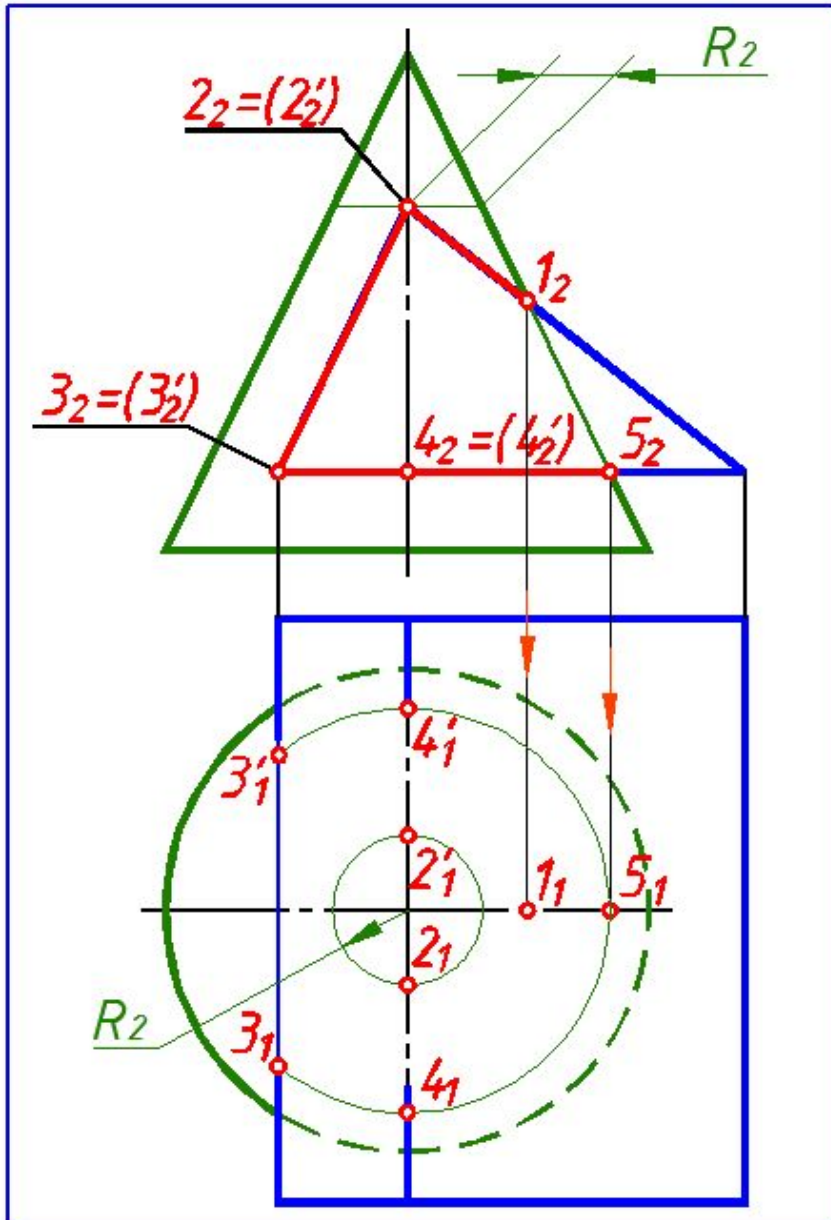
2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции призмы в пределах очерка конуса.

Линия пересечения состоит из трех кривых: части эллипса (точки 1-2-2'), параболы (2-3-3'-2') и окружности (3-4-5-4'-3'), которые пересекаются в точках на ребрах призмы (2, 2', 3 и 3').

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

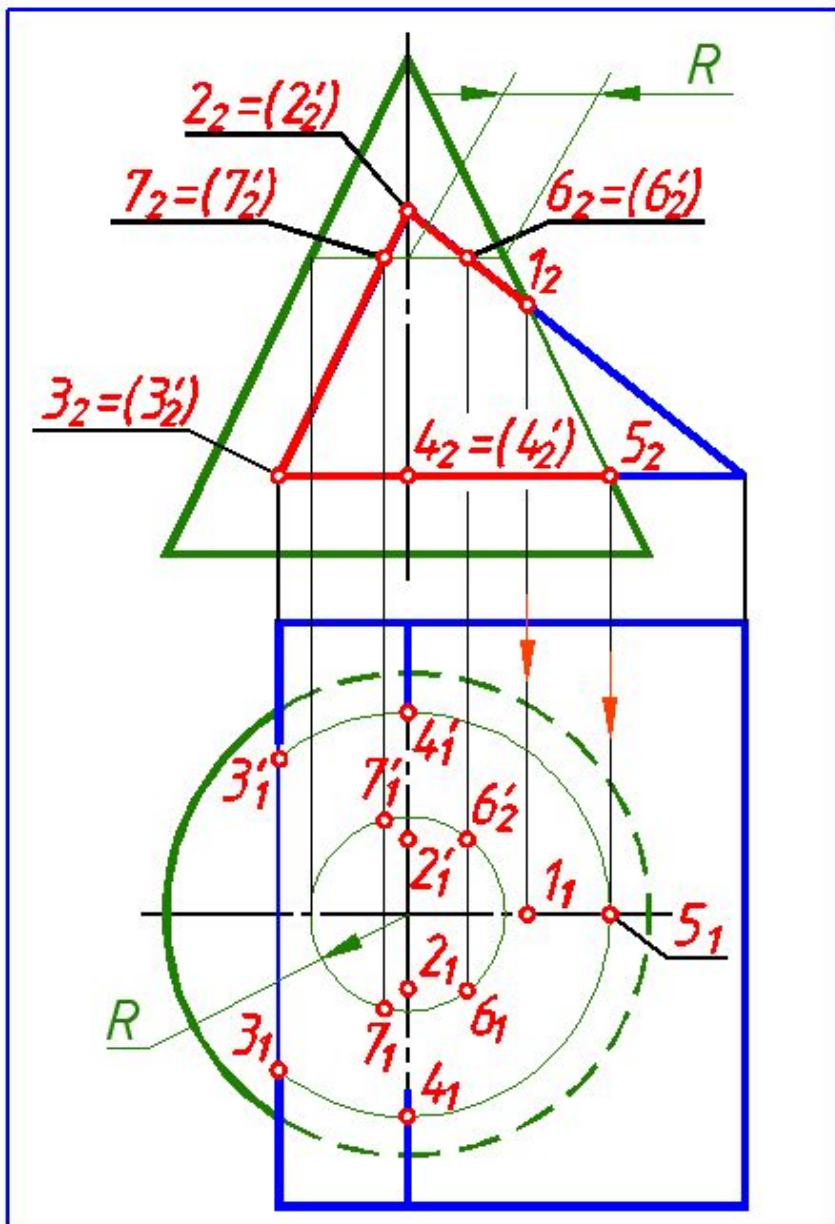


# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



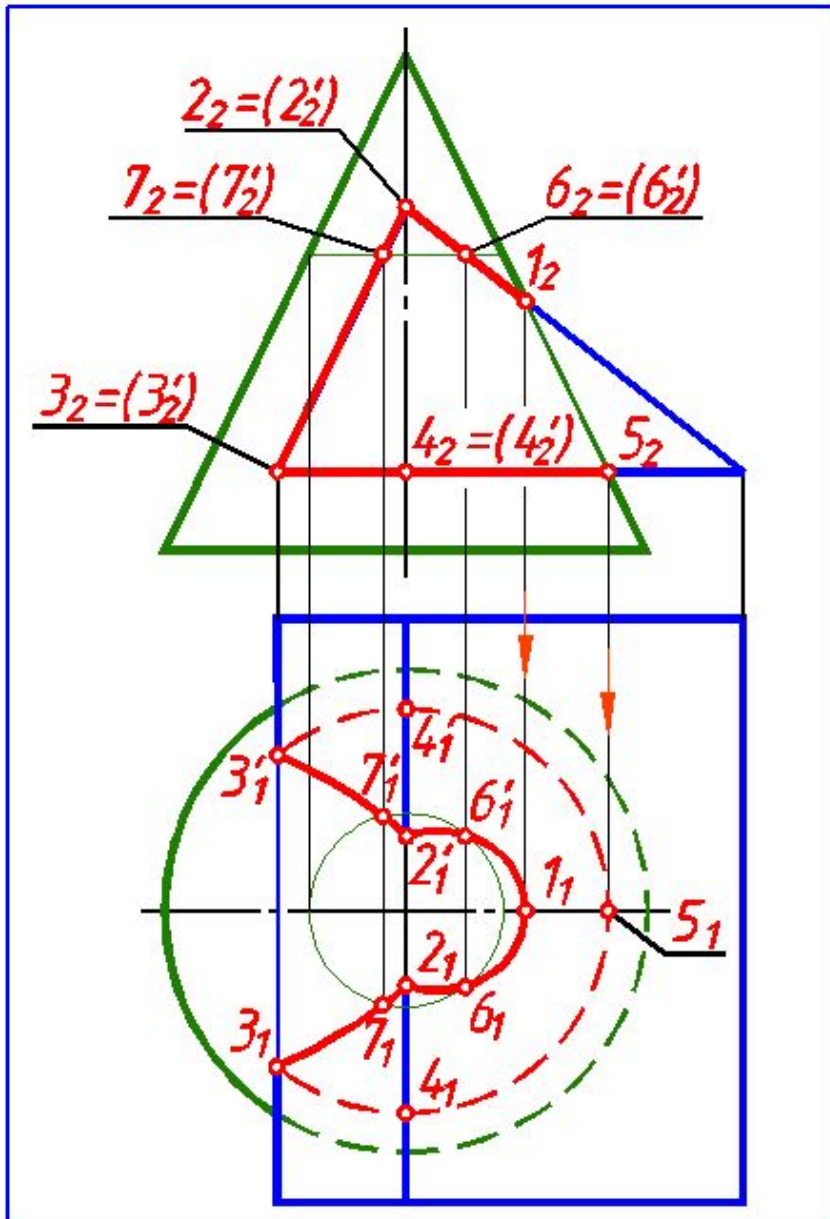
3) Опорные точки **1, 2, 2', 3, 3', 4, 4', 5** определены из условия принадлежности поверхности конуса с помощью параллелей (радиус - от оси до очерка).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) Промежуточные точки **6** и **6'** для построения **эллипса** и точки **7** и **7'** для построения **параболы** определены на **окружности** радиуса  $R$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



5) Обводим чертеж с учетом видимости.

Окружность на  $\Pi_1$  не видима.

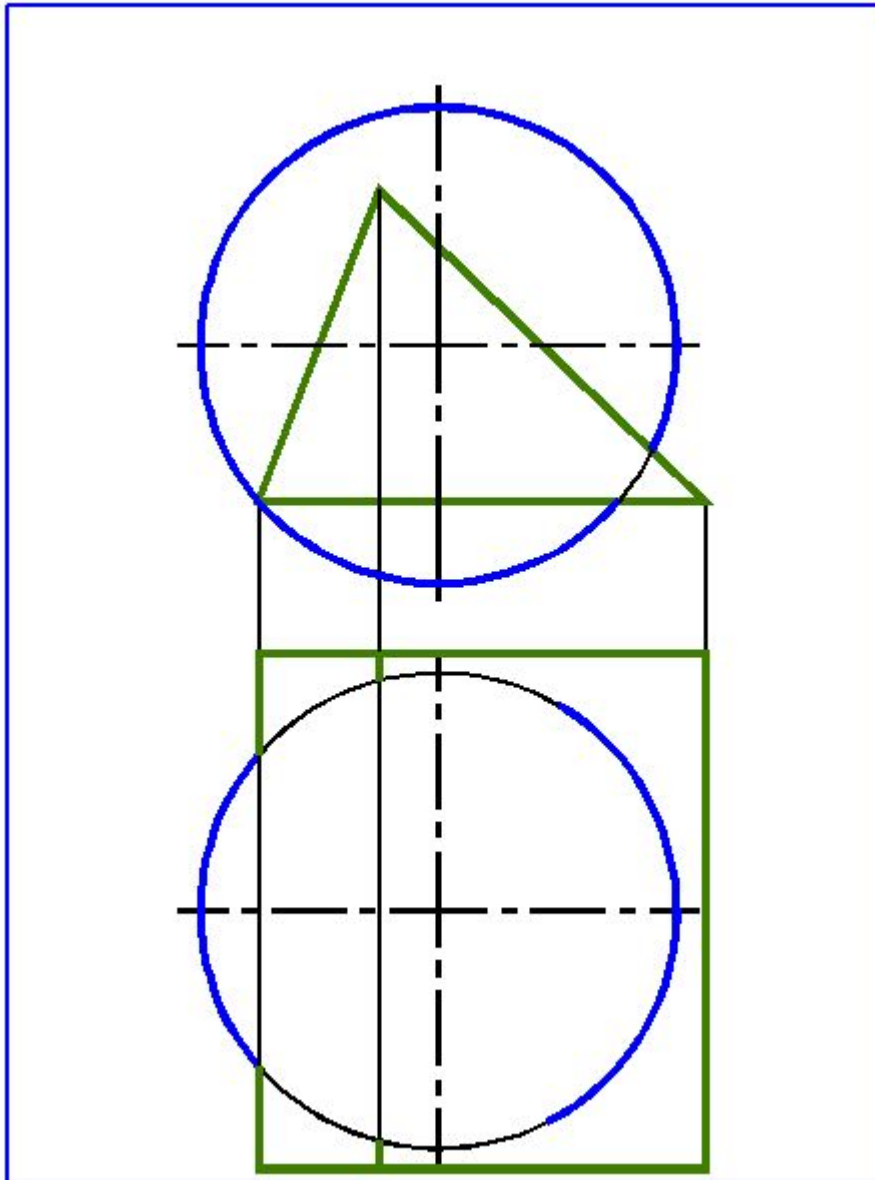
Ребра призмы

доводим до

точек **2, 2'** и **3, 3'**.



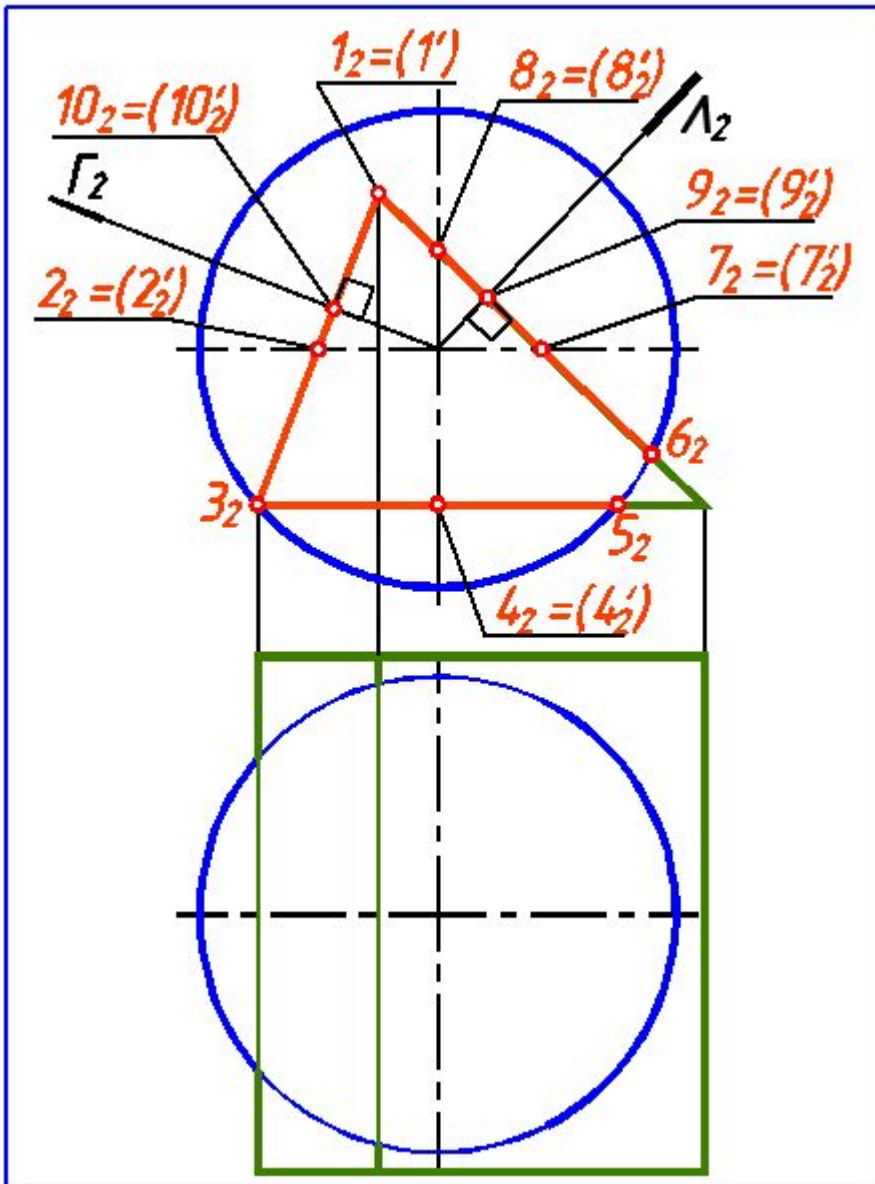
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



*Задача.* Построить линии пересечения **сферы** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

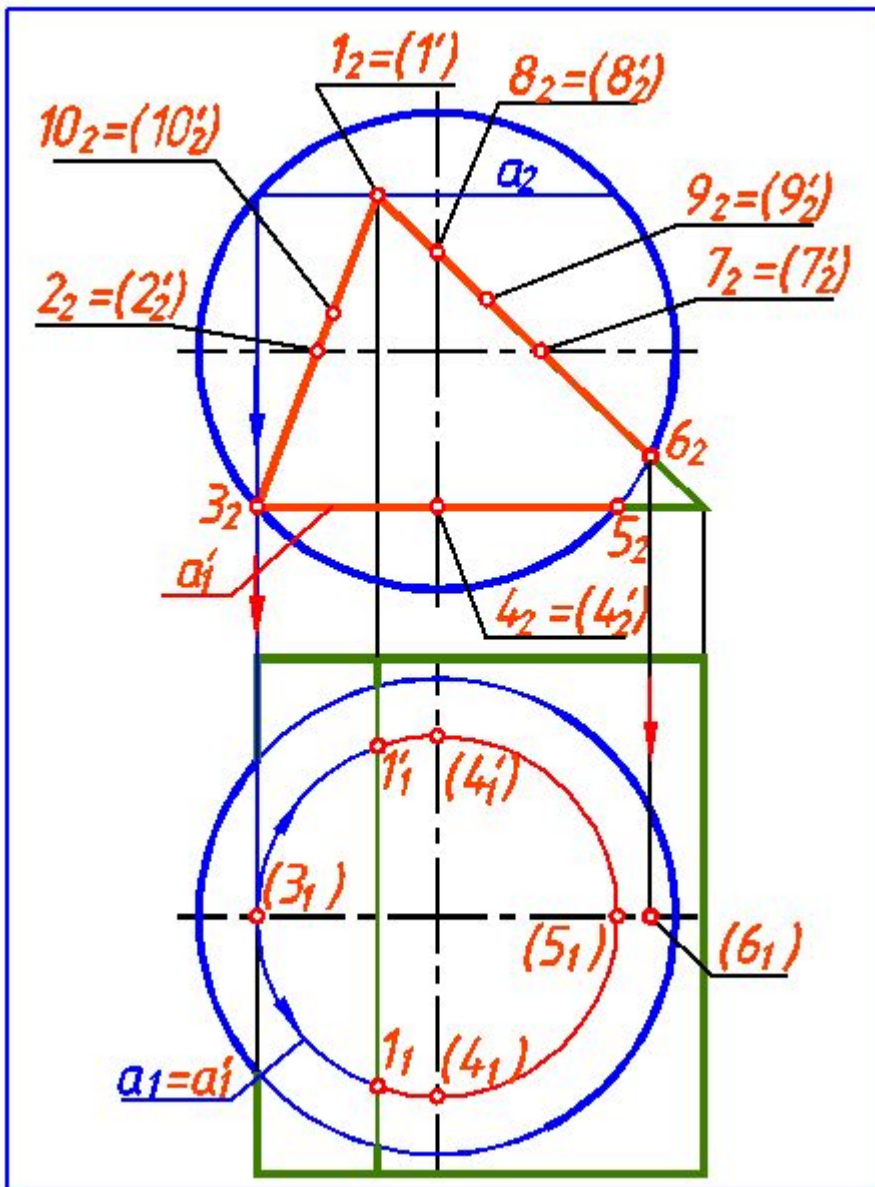
1) Задана кривая поверхность (**сфера**) и многогранная (**призма**).  
Случай врезки. Призма занимает проецирующее положение относительно  $\Pi_2$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции призмы в пределах очерка сферы. Линия пересечения состоит из трех окружностей, две из которых пересекаются в точках на ребре призмы (**1**, и **1'**). Грань призмы, параллельная  $\Pi_1$ , отсекает от сферы окружность **a'**, которая проецируется на  $\Pi_1$  без искажения. Окружности, отсекаемые от сферы наклонными ребрами призмы, проецируются на  $\Pi_1$  в эллипсы. Опорные точки: ближняя и дальняя точки эллипсов **9**, **9'** и **10**, **10'**, ограничивающие большие оси эллипсов, выявлены с помощью плоскостей  $\Gamma$  и  $\Lambda$  – общих плоскостей симметрии для сферы и наклонных граней призмы.

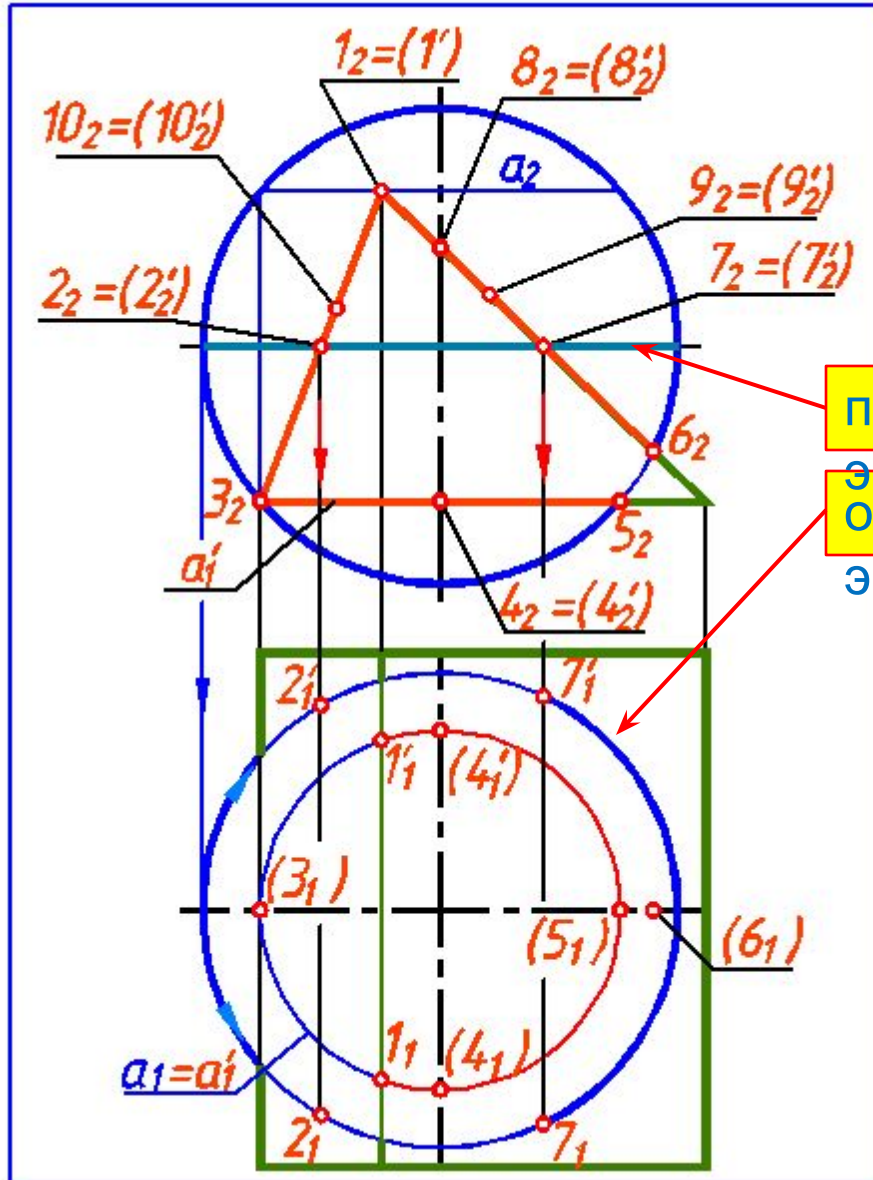
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки на ребре призмы (**1** и **1'**) определены из условия принадлежности поверхности **сферы** (на **окружности  $a$** ).

**Грань призмы**, параллельная  $\Pi_1$ , отсекает от **сферы** **окружность  $a'$** , которая проецируется на  $\Pi_1$  без искажения (опорные точки **3, 4, 4', 5**).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



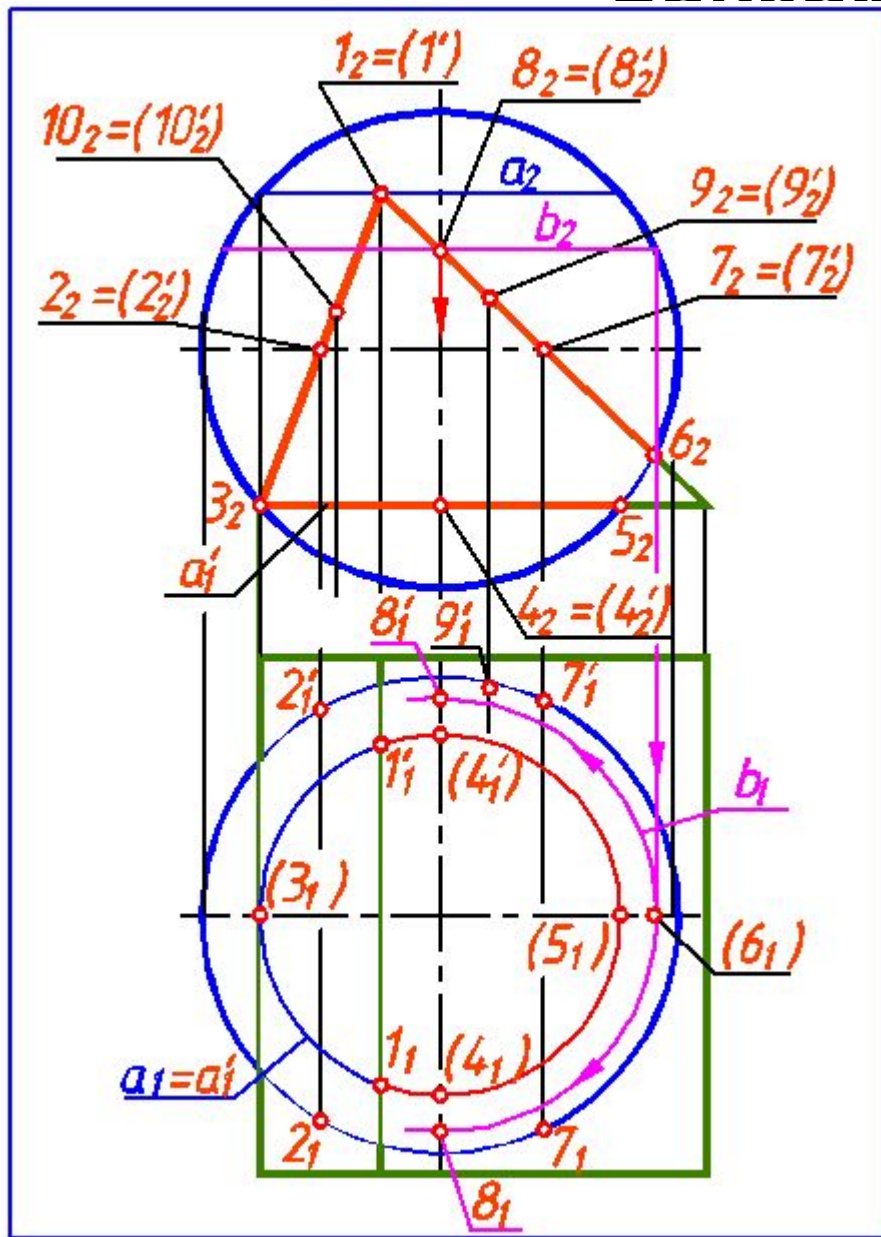
проекция

экватора  
окружности

экватора

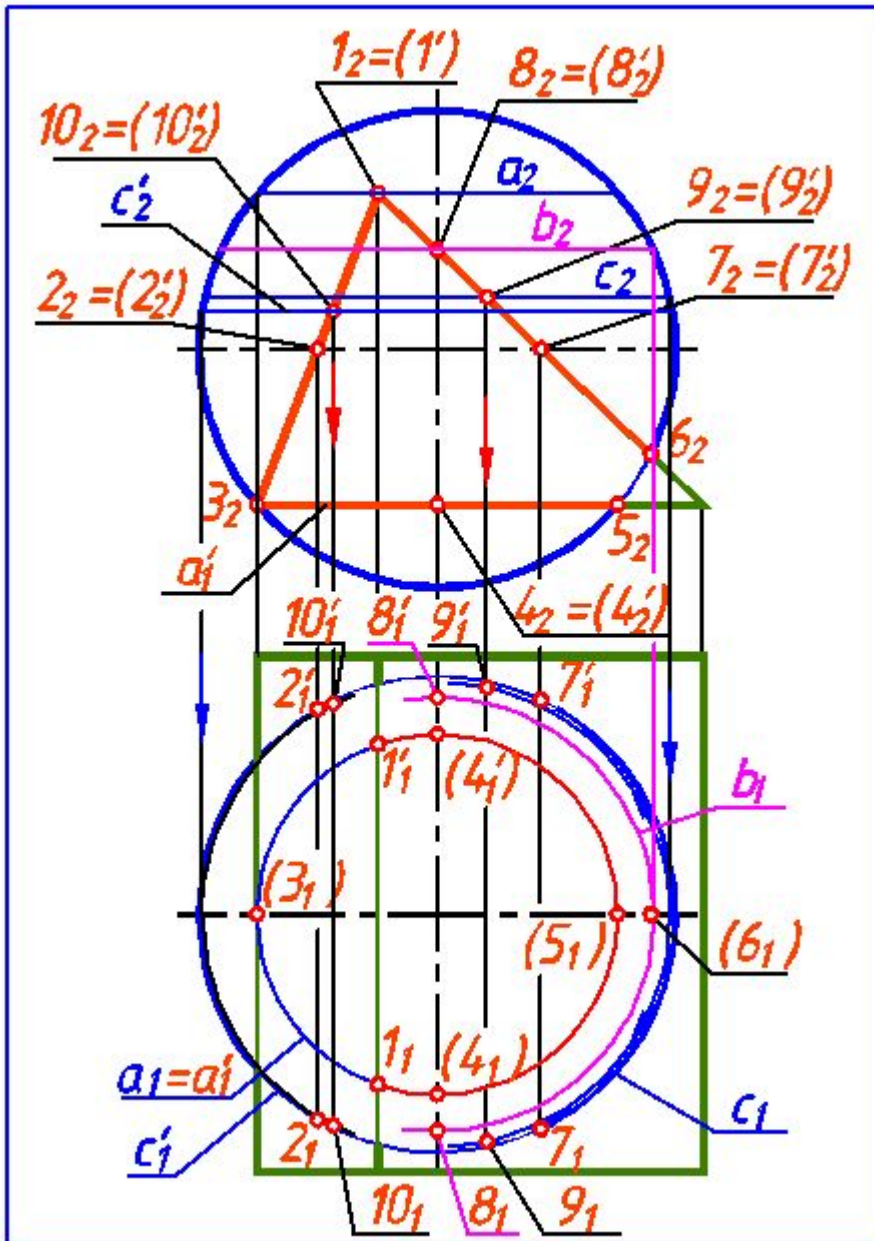
Опорные точки **2**, **2'** и **7**, **7'** - очерковые на  $\Pi_1$  для сферы определены из условия принадлежности поверхности сферы (окружности экватора).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



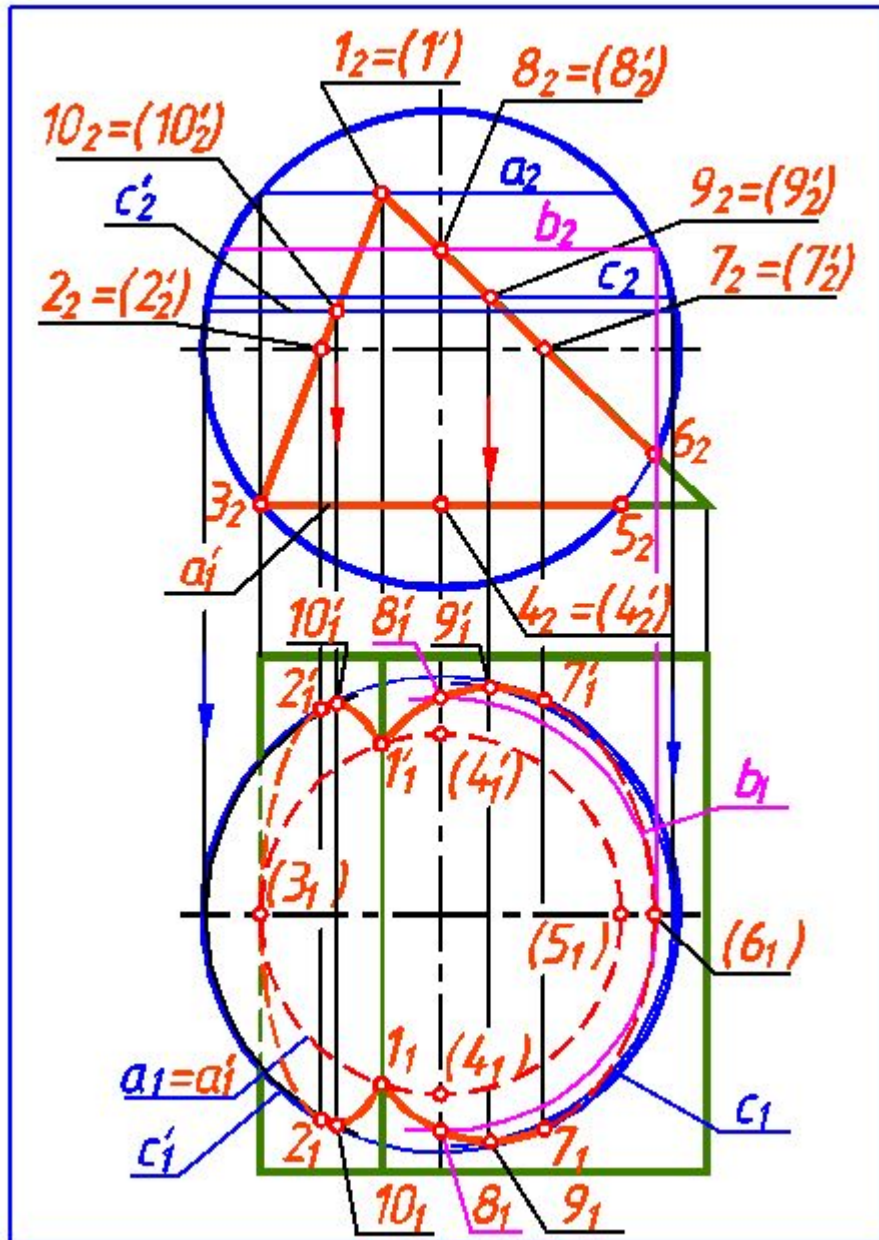
Опорные точки **8, 8'** -  
очерковые на  $\Pi_3$  для  
сферы определены из  
условия  
принадлежности  
поверхности сферы  
(окружность **b**).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



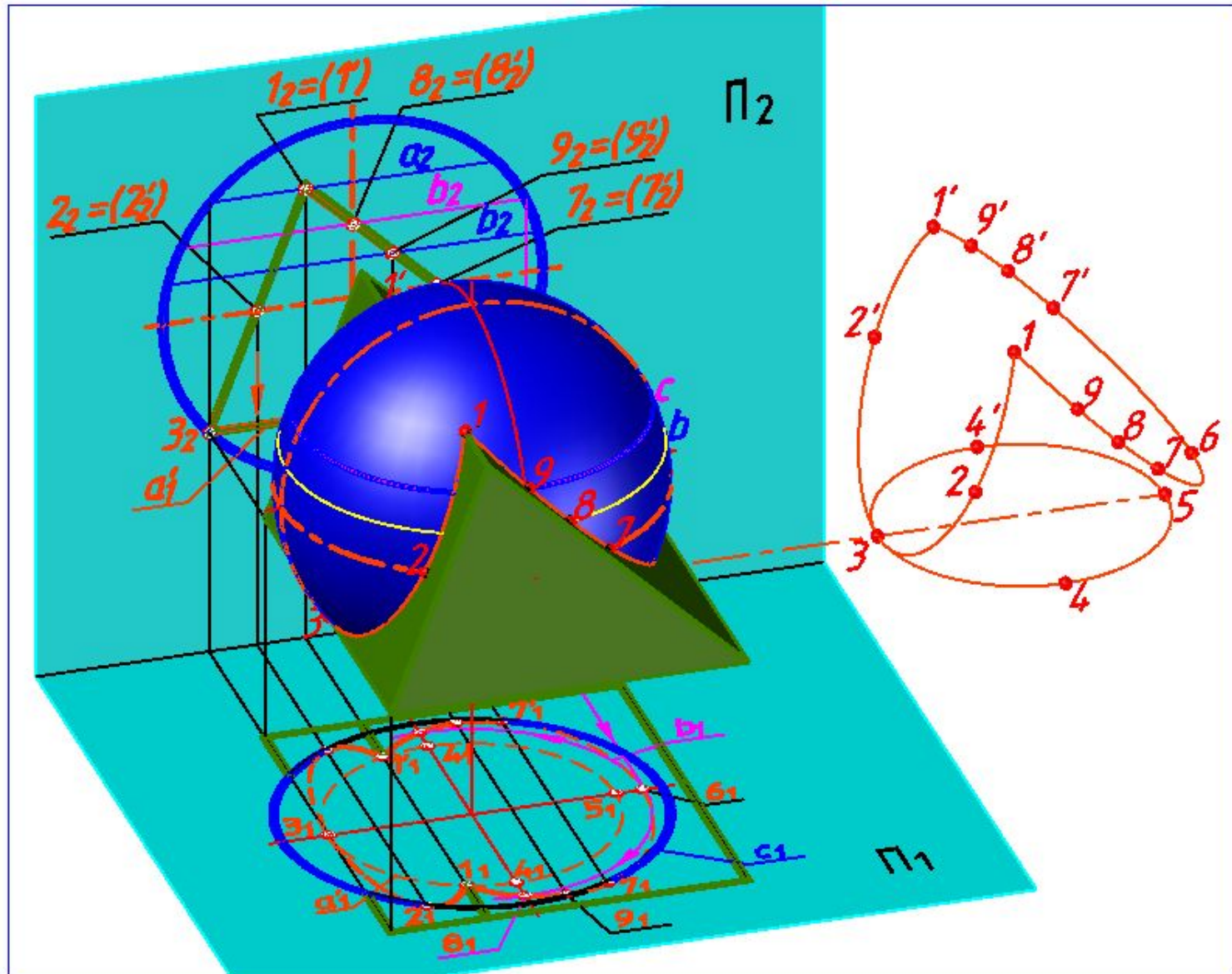
Опорные точки **9, 9'**  
и **10, 10'** -  
экстремальные  
точки эллипсов на  
 $\Pi_1$  определены из  
условия  
принадлежности  
поверхности сферы  
(окружности **c** и **c'**).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



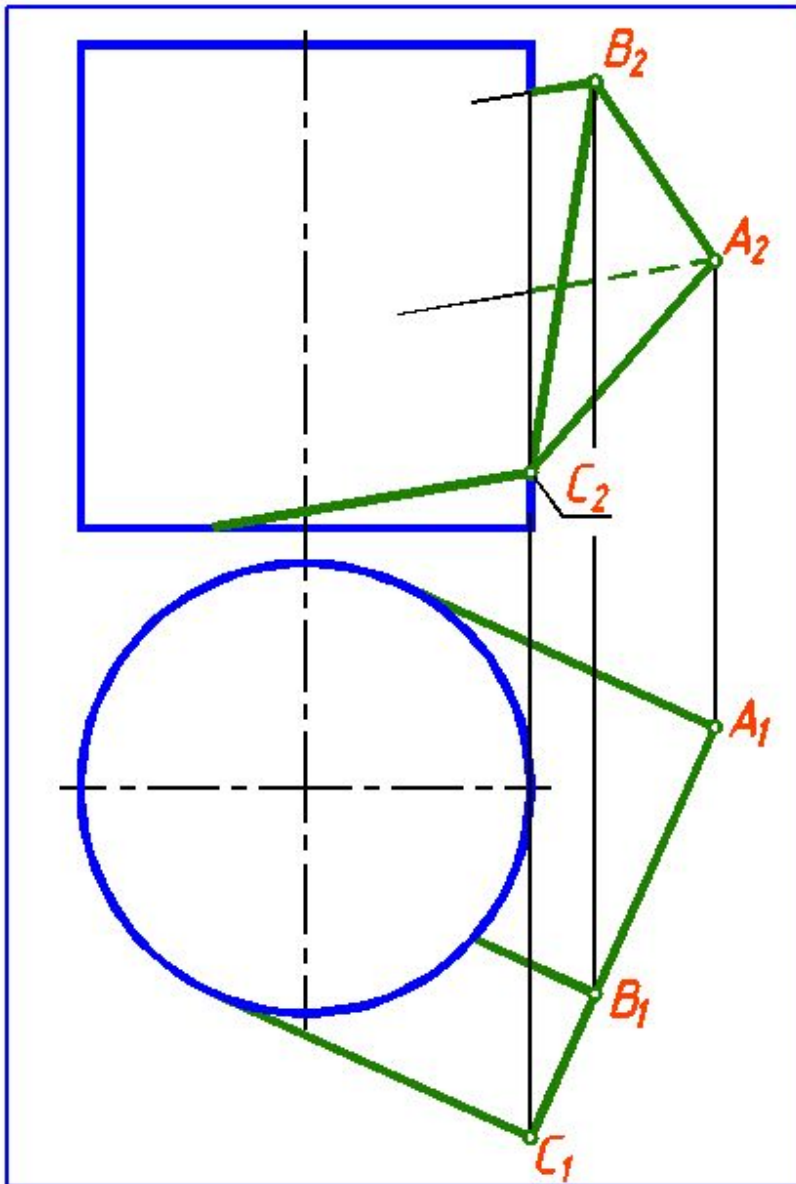
5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости. Окружность **a'** на  $\Pi_1$  не видна, так как принадлежит невидимой грани **призмы**. Точки **2, 2', 7, 7'** – точки смены видимости для эллипсов на  $\Pi_1$ . Верхнее **ребро призмы** доводим до точек **1, 1'**. **Очерк сферы** на  $\Pi_1$  доводим до точек **2, 2', 7, 7'**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей





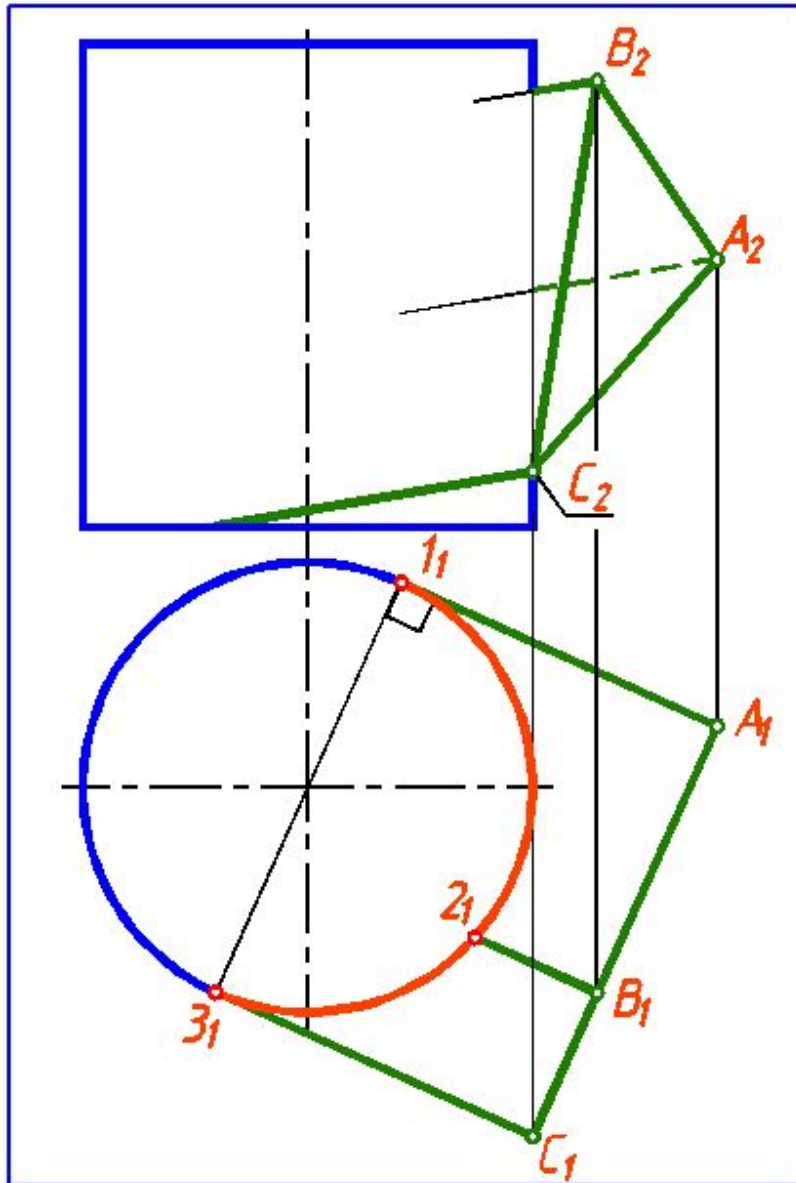
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **цилиндра** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

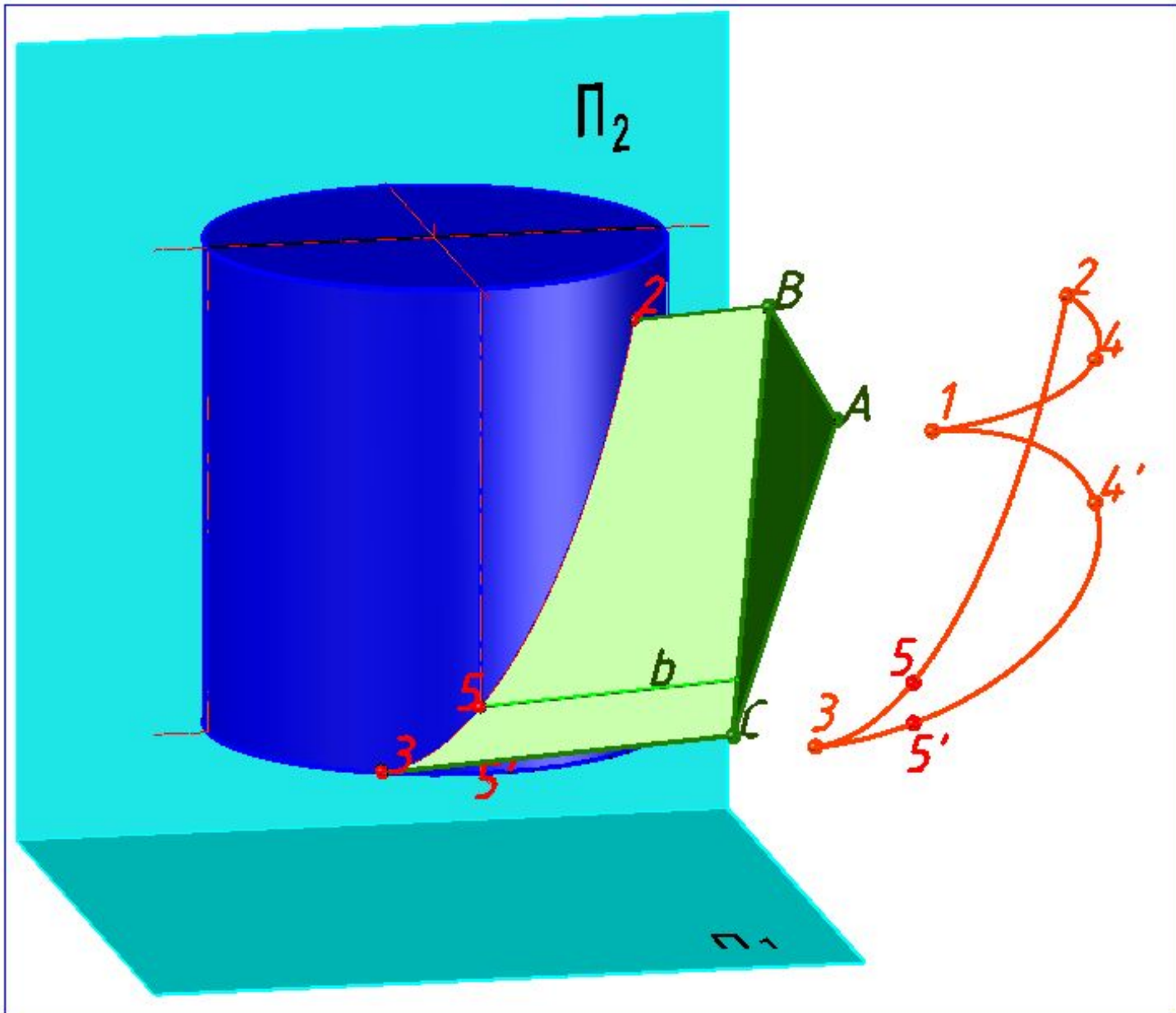
1) Задана кривая поверхность (**цилиндр**) и многогранная (**призма**).  
Случай врезки. **Цилиндр** занимает проецирующее положение относительно  $\Pi_1$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

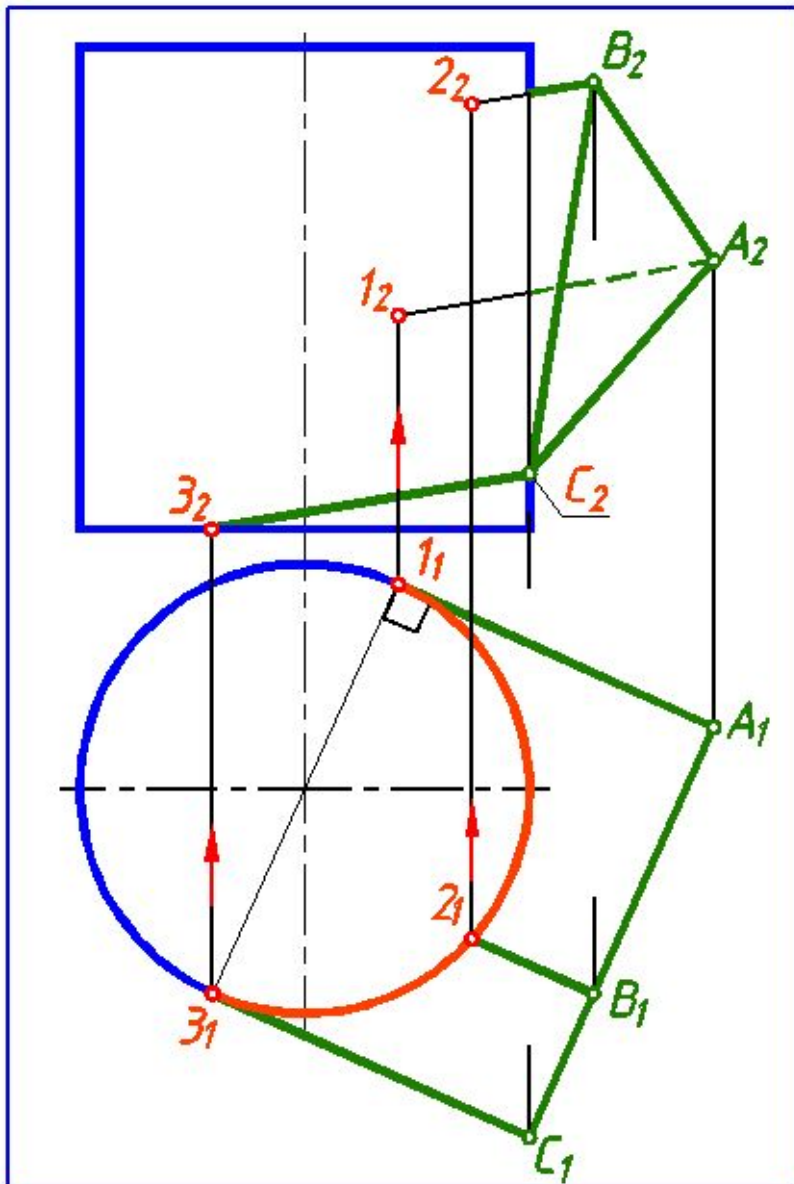


2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком горизонтальной проекции цилиндра в пределах очерка призмы. Линия пересечения состоит из трех кривых (частей эллипсов), пересекающихся в точках на ребрах призмы (**1**, **2**, **3**).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

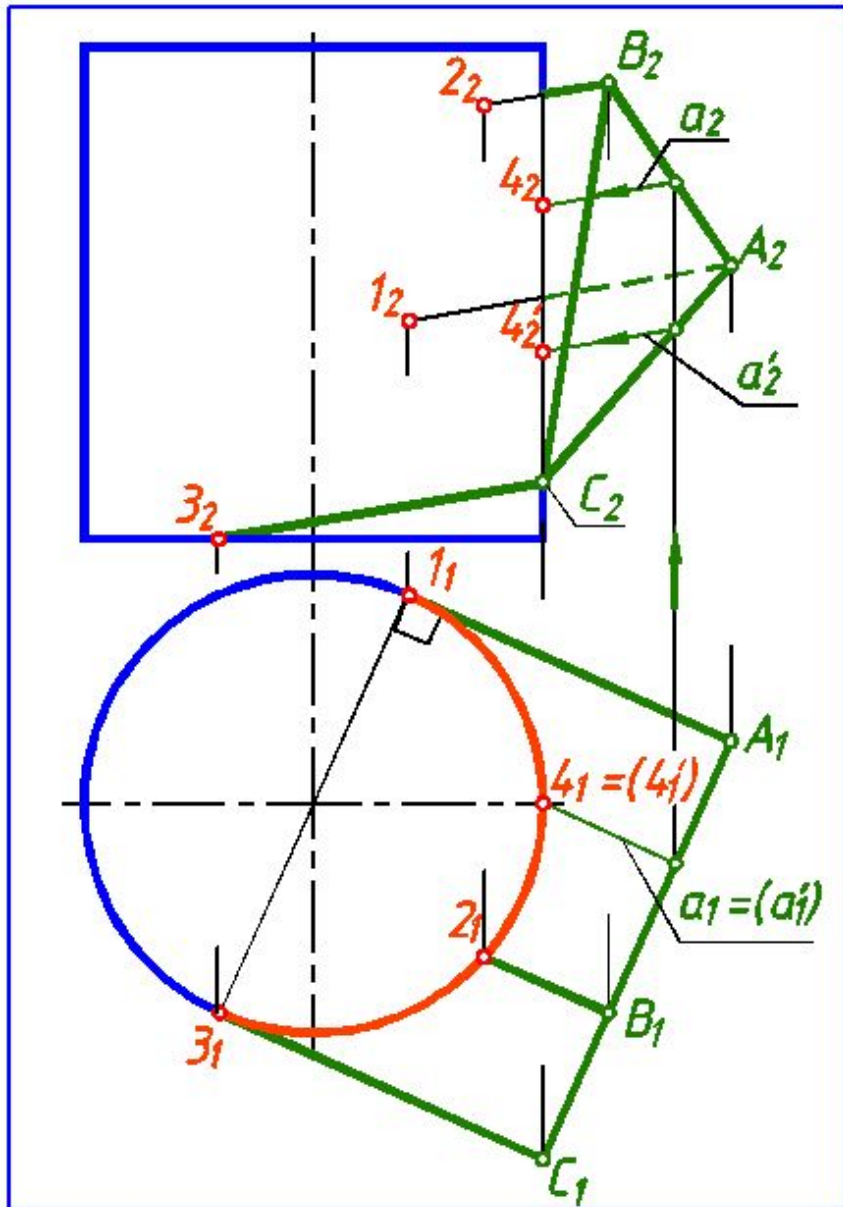


# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



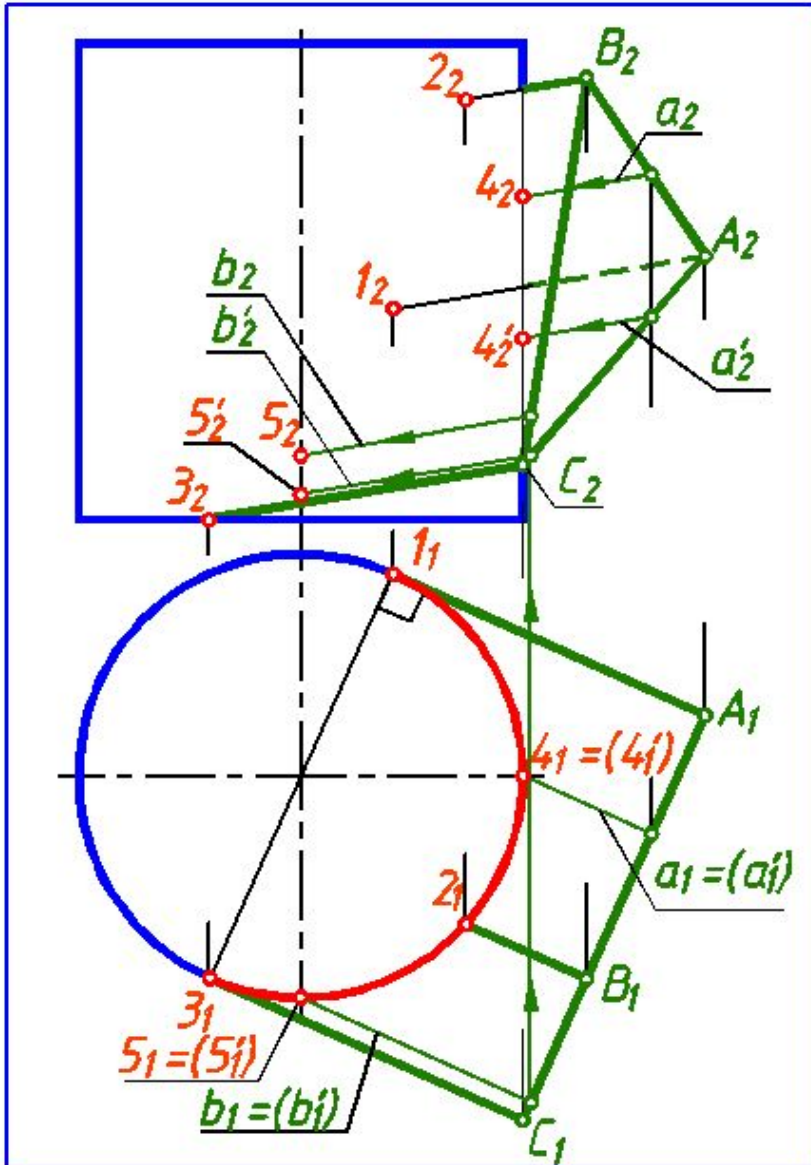
3) Опорные точки (**1**, **2**, **3**) определены из условия принадлежности ребрам призмы.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



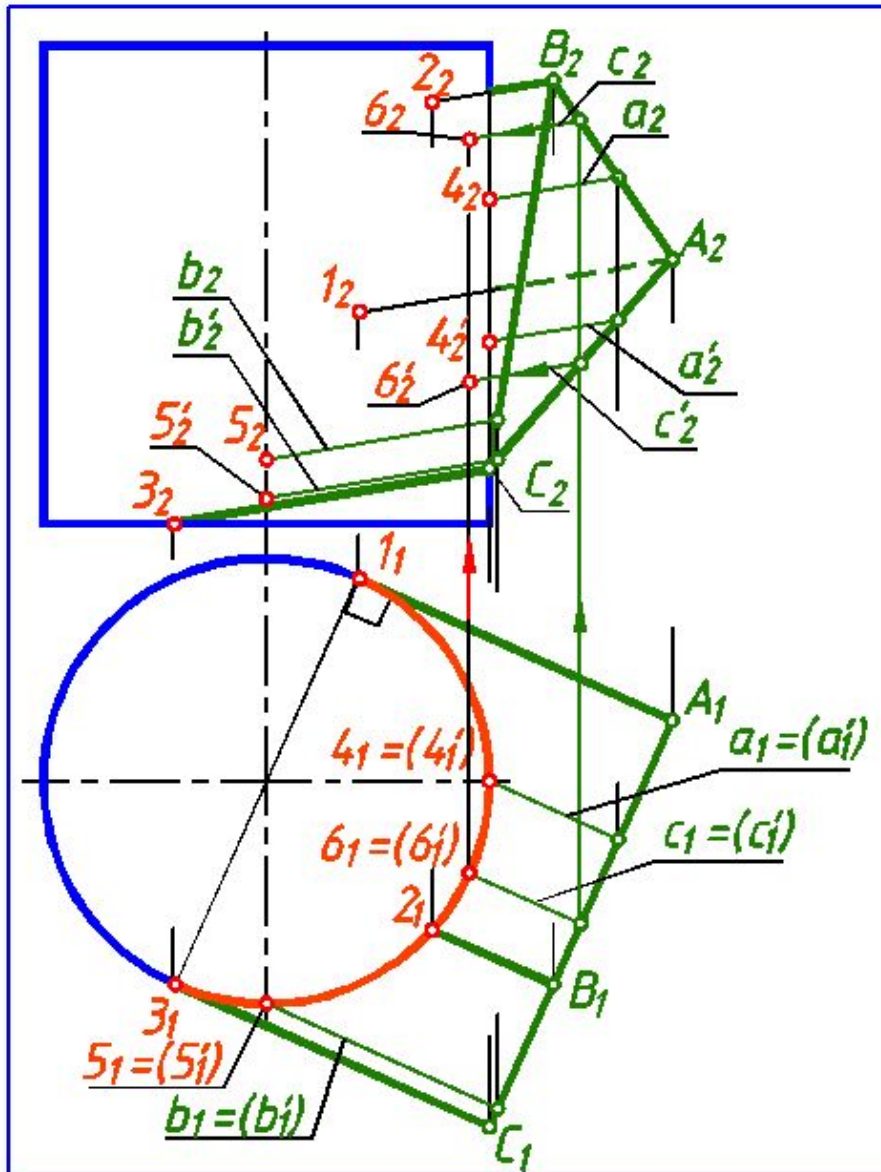
Опорные точки **4, 4'** –  
очерковые на  $\Pi_2$   
определены из условия  
принадлежности призме  
с помощью линий **a** и **a'**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



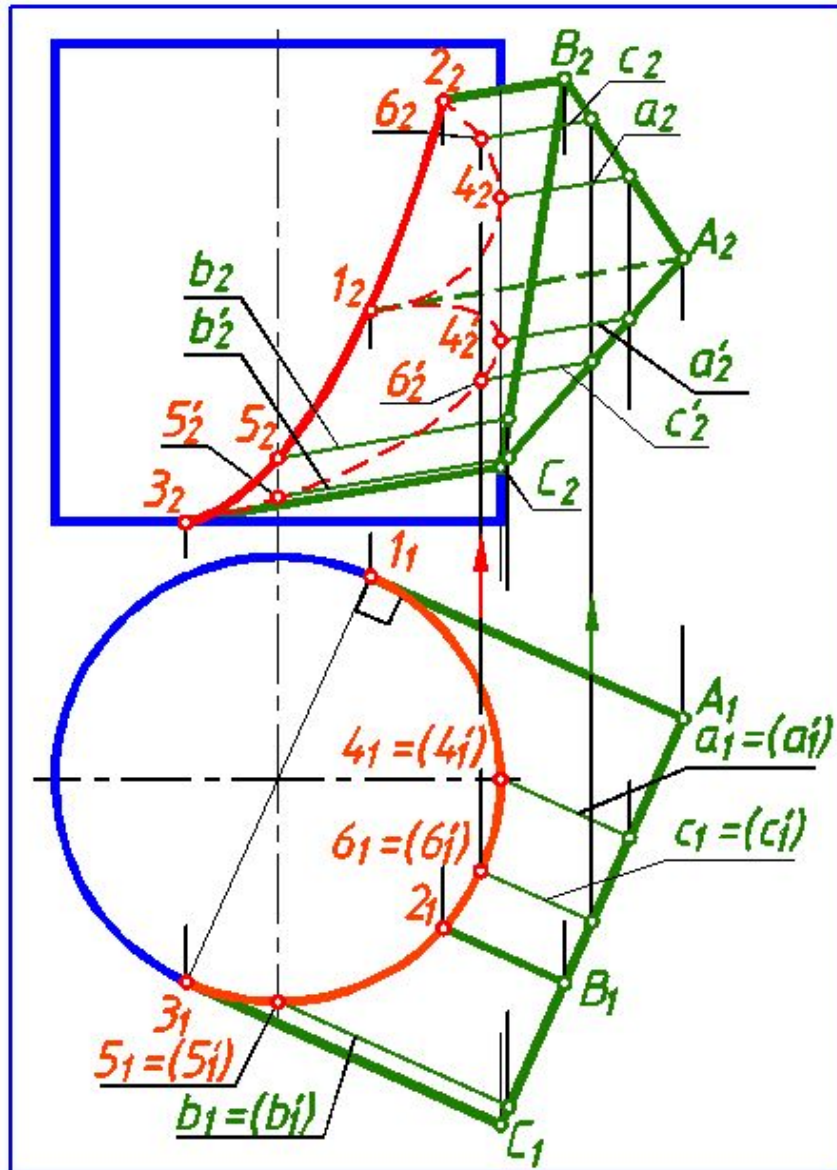
Опорные точки **5** и **5'** – очерковые на  $\Pi_3$  для цилиндра определены из условия принадлежности призме с помощью линий  $b$  и  $b'$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) Промежуточные точки **6** и **6'** для построения эллипса найдены из условия их принадлежности поверхности **призмы** с помощью линий **c** и **c'**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

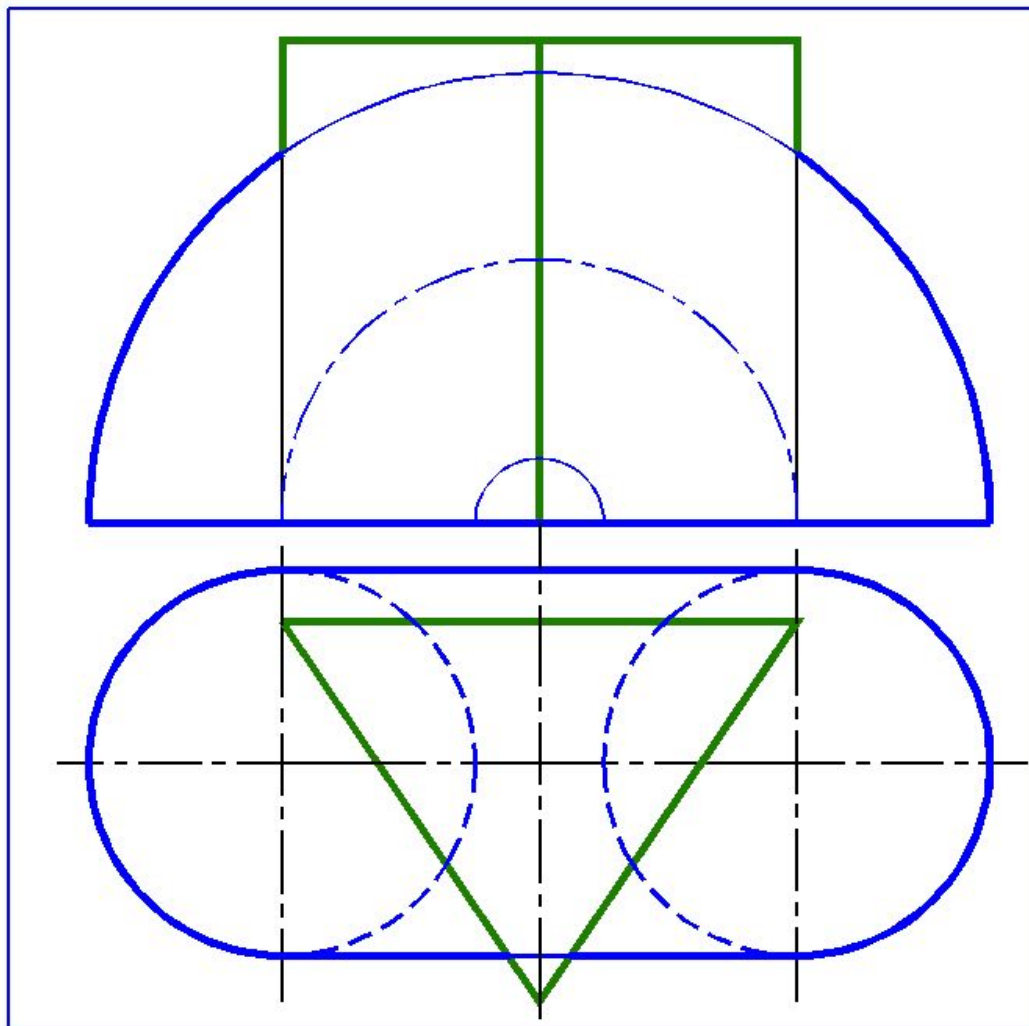


5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

**Эллипсы 2, 4, 1**  
и **1, 4', 6', 5', 3** на  $\Pi_2$  не видны, так как принадлежат невидимым граням **призмы**.  
Верхнее ребро **призмы** доводим до точки **2**.



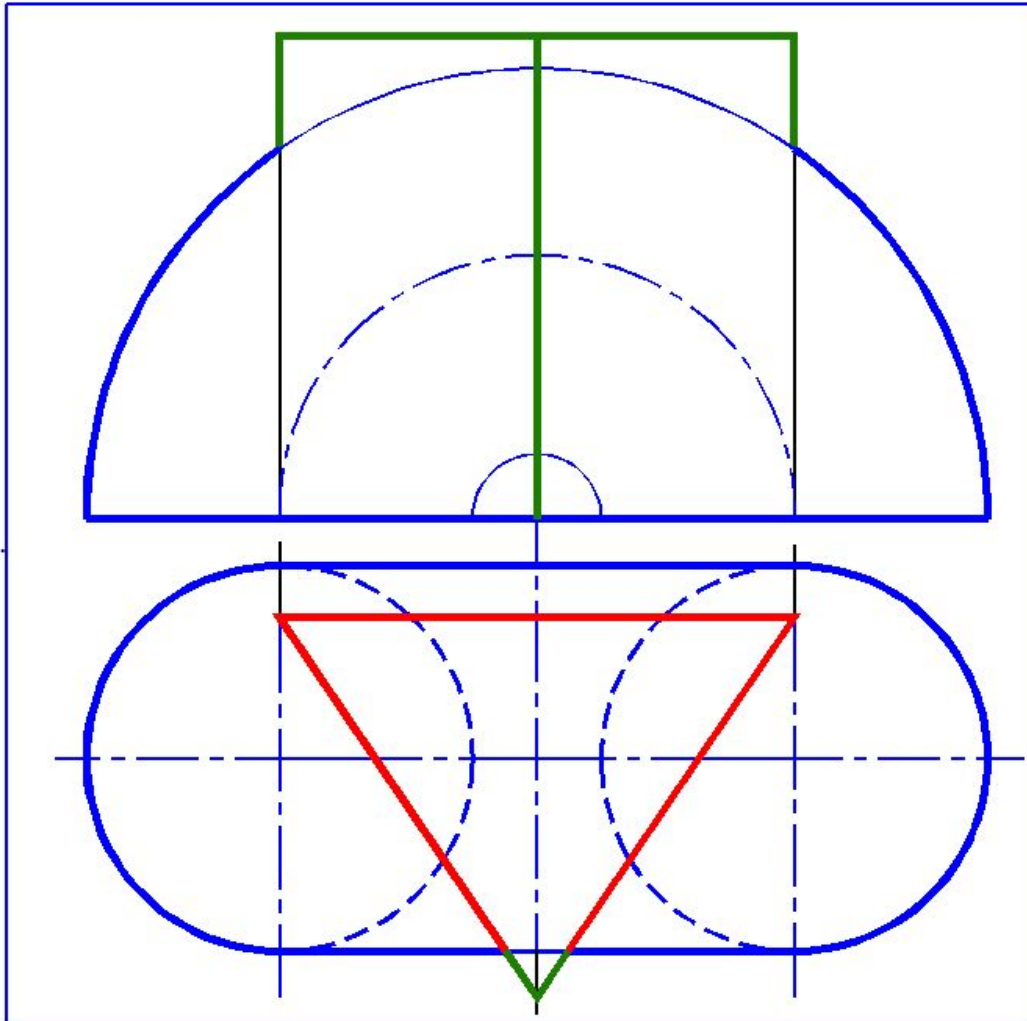
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



*Задача.* Построить линии пересечения **тора** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

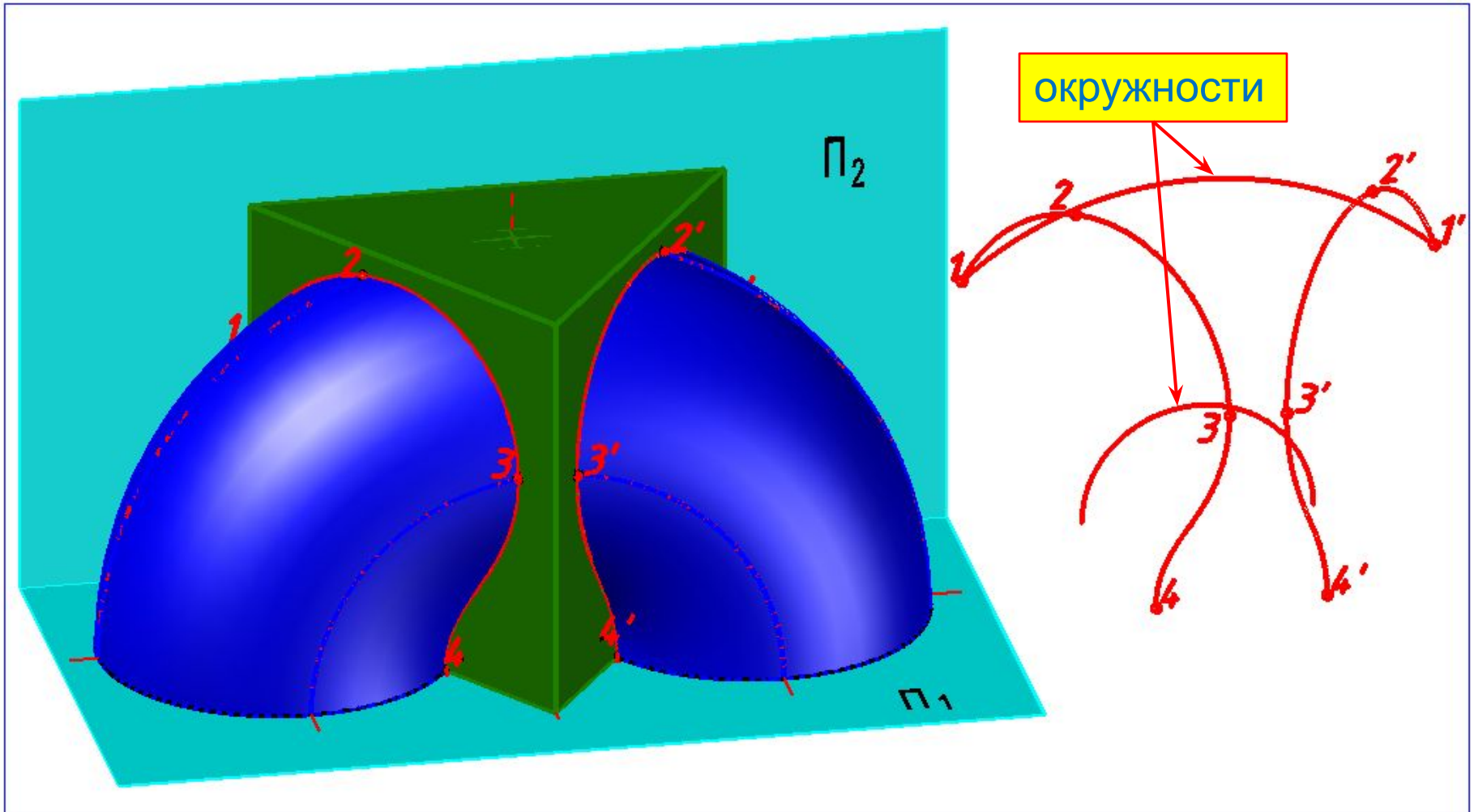
1) Задана кривая поверхность (**тор**) и многогранная (**призма**). **Призма** занимает проецирующее положение относительно  $\Pi_1$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей

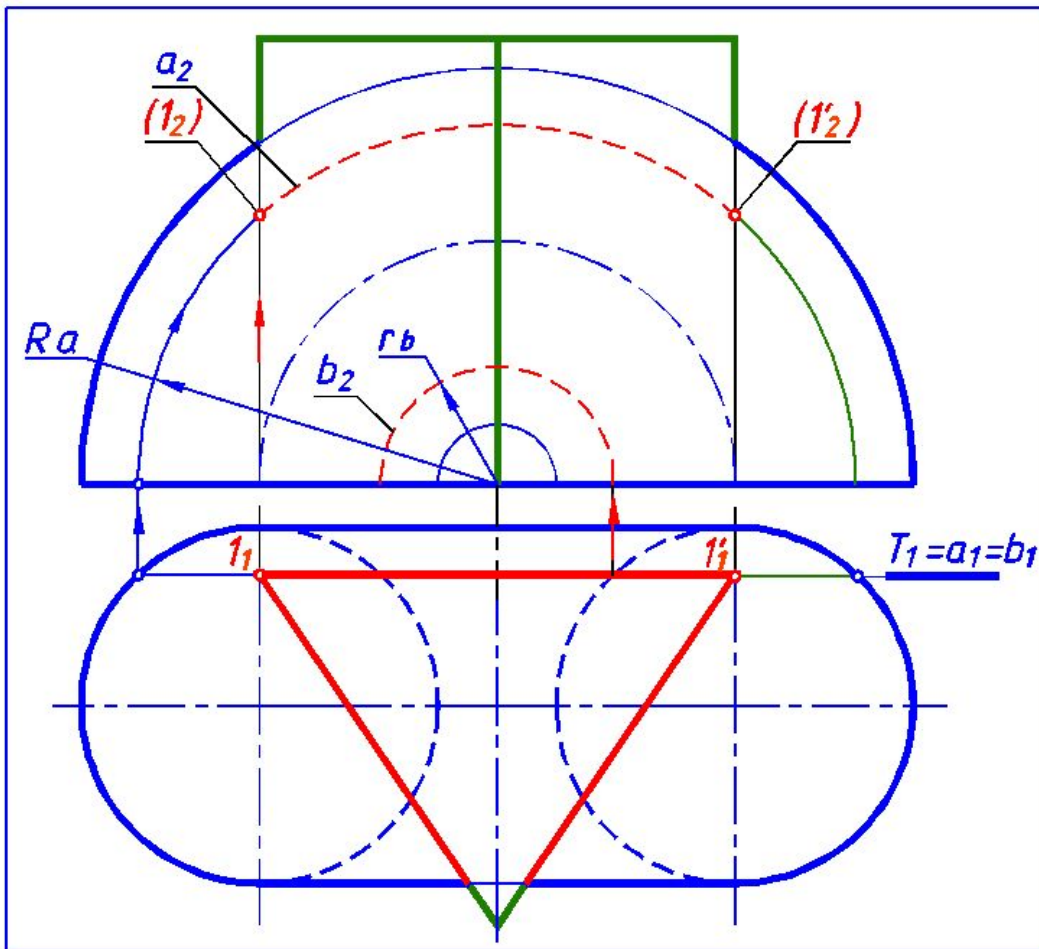


2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком горизонтальной проекции призмы в пределах очерка **тора**. Линия пересечения состоит из четырёх кривых. Задняя грань призмы пересекает тор по двум окружностям. Переднее ребро **призмы** в пересечении не участвует.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



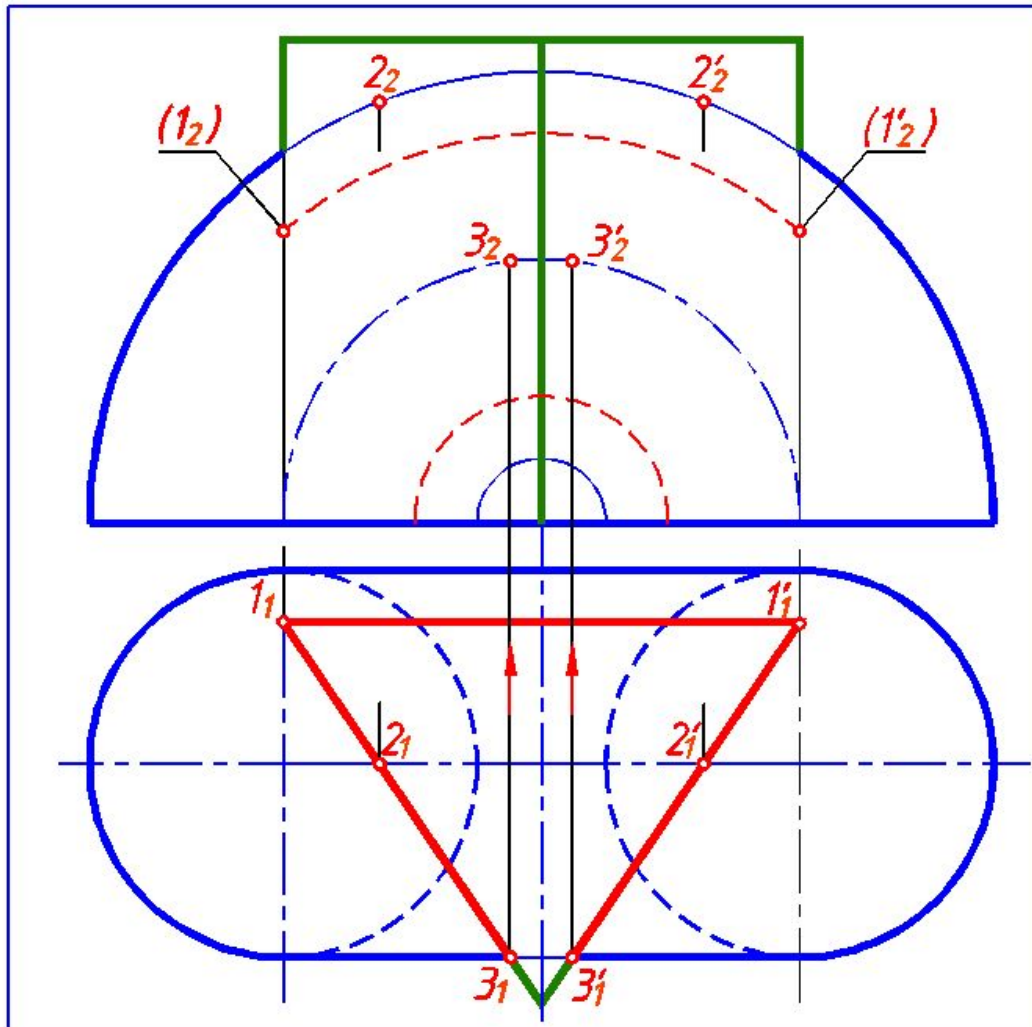
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Грань призмы, параллельная  $\Pi_2$ , пересекает **top** по окружностям  $a$  и  $b$ , которые проецируются на  $\Pi_2$  без искажения.

3) Опорные точки на ребрах призмы  $(1, 2)$  определены из условия принадлежности поверхности **тора** (параллель радиуса  $Ra$ ).

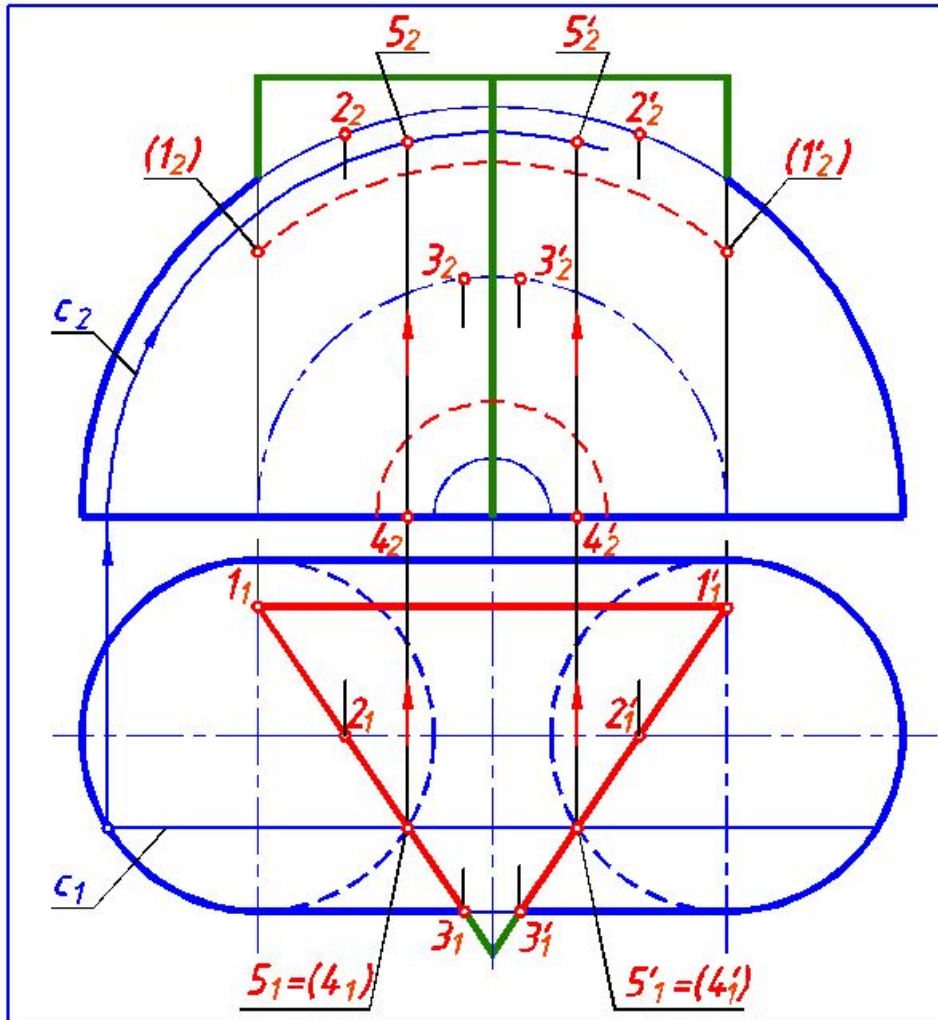
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки **2, 2'** – очерковые на  $\Pi_2$  определены из условия принадлежности поверхности тора (*ось – очерк*).

Опорные точки **3, 3'** – очерковые на  $\Pi_1$  определены из условия принадлежности поверхности тора (*очерк – ось*).

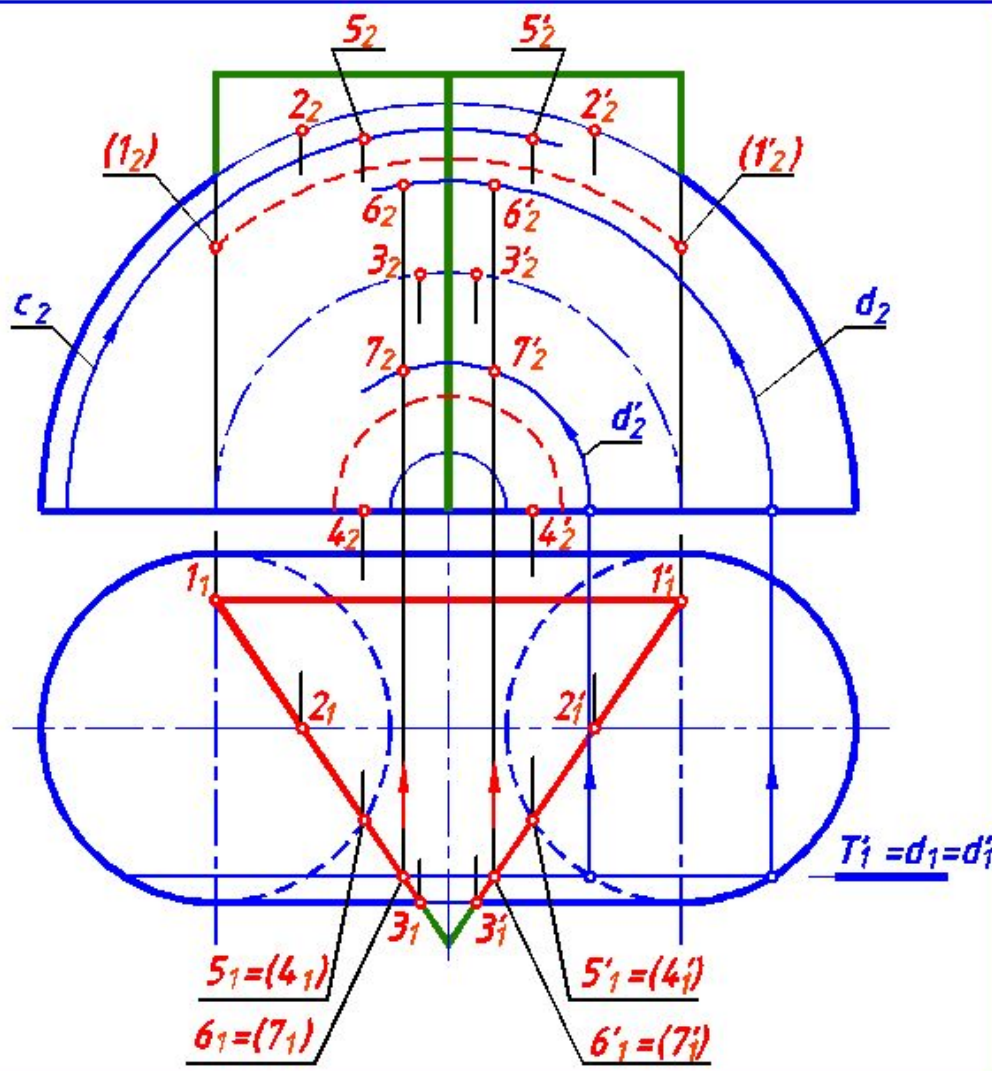
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки **4**, **4'** - очерковые внутренней поверхности **тора** на  $\Pi_1$ , определены из условия принадлежности поверхности **тора**.

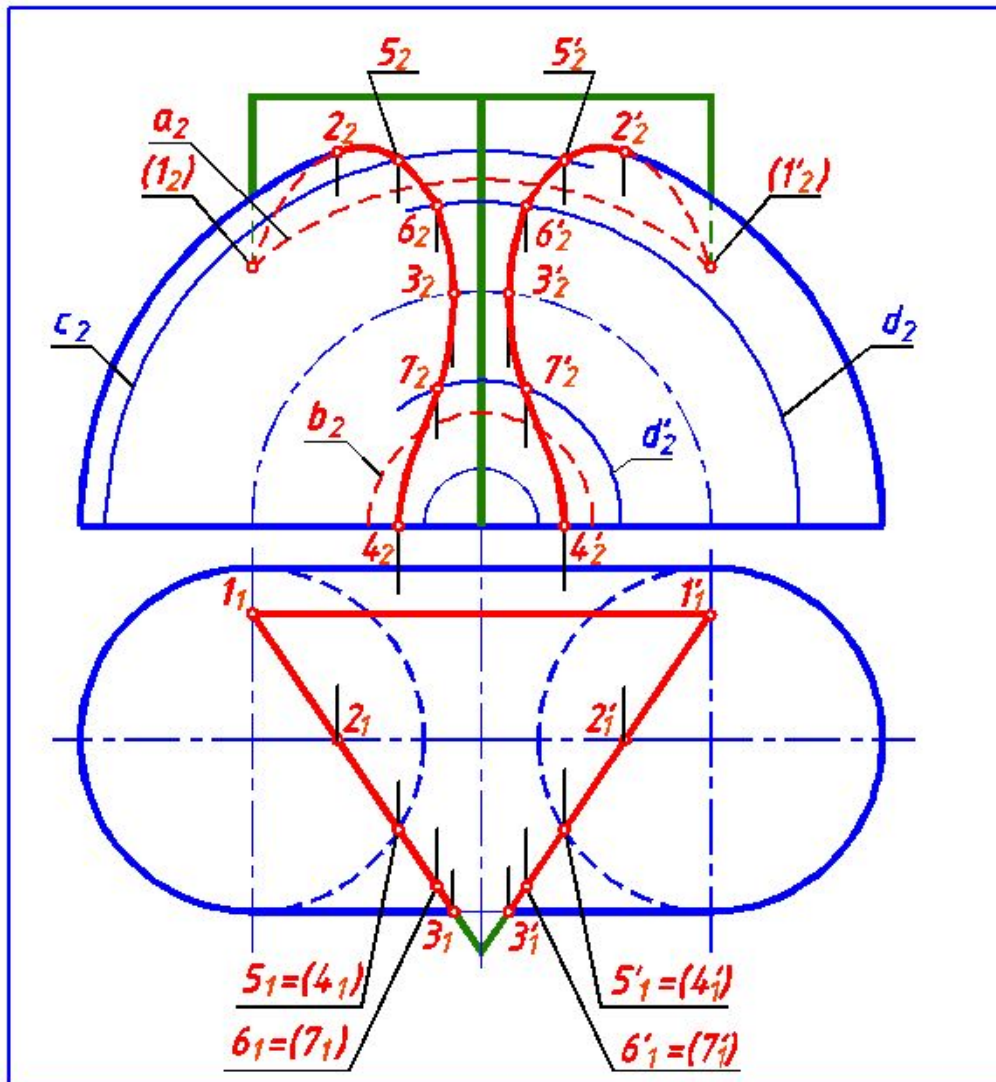
4) Промежуточные точки **5** и **5'** линий пересечения найдены из условия их принадлежности поверхности **тора** с помощью **окружности С**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Промежуточные точки **6, 6'** и **7, 7'** линий пересечения найдены из условия их принадлежности поверхности **тора** с помощью **окружностей  $d$  и  $d'$** .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



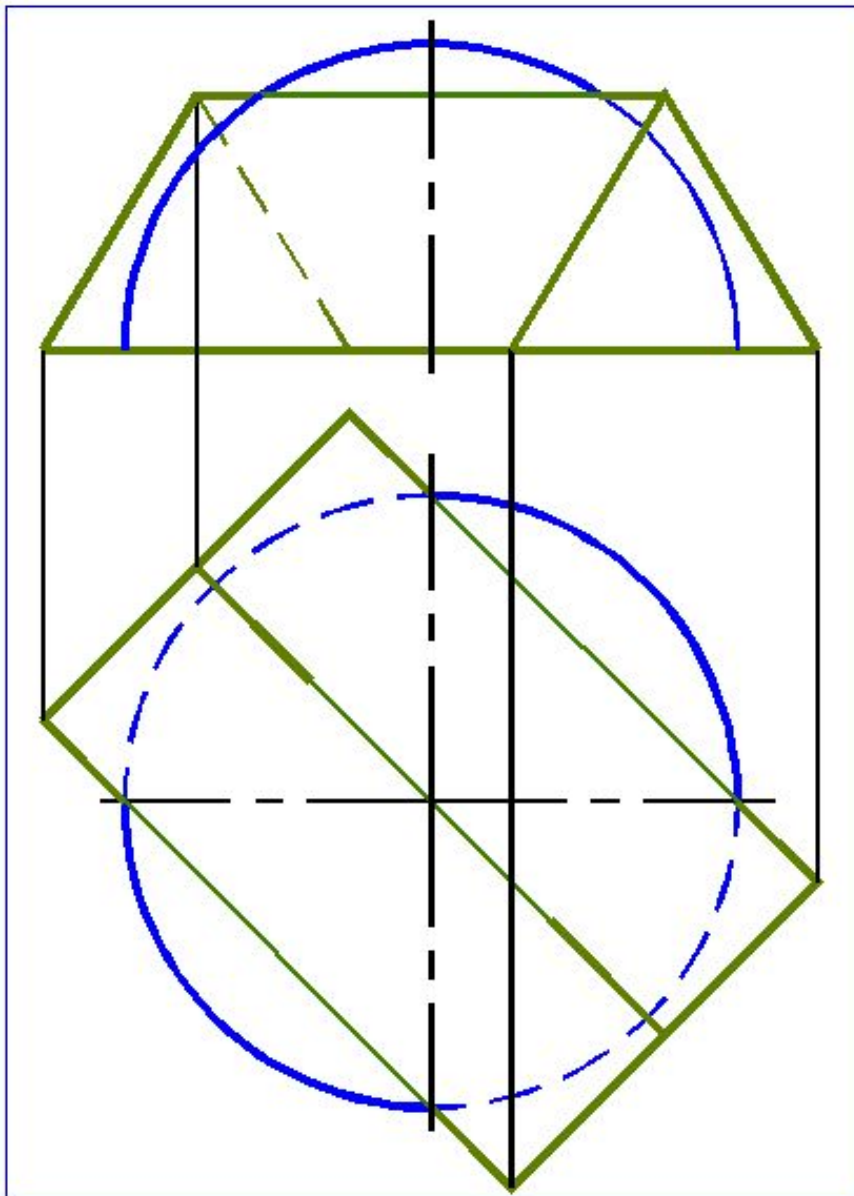
5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

Окружности **a** и **b** на  $\Pi_2$  не видны, так как принадлежат невидимой грани призмы.

Точки **2**, и **2'** – смены видимости. Доводим до них очерк **тора**.



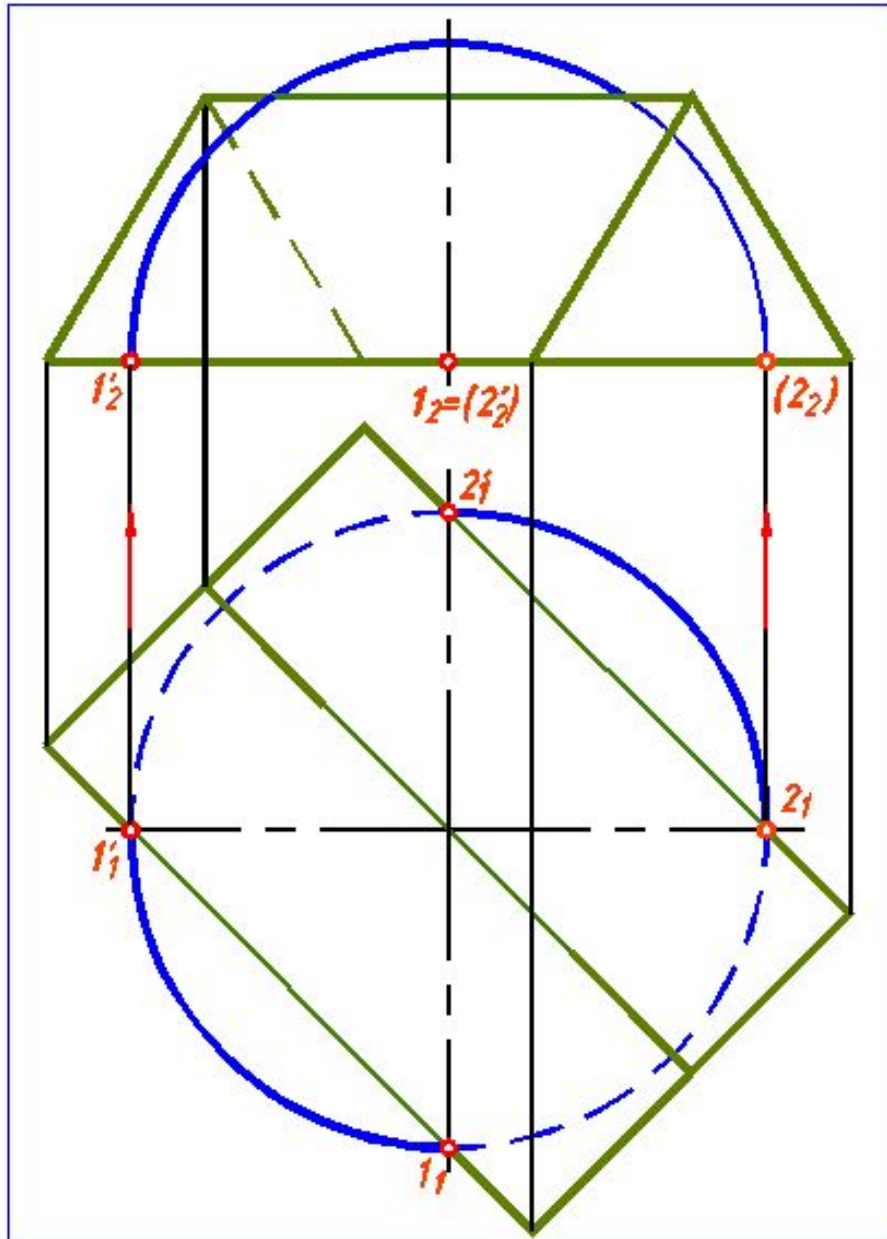
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



*Задача.* Построить линии пересечения **сферы** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

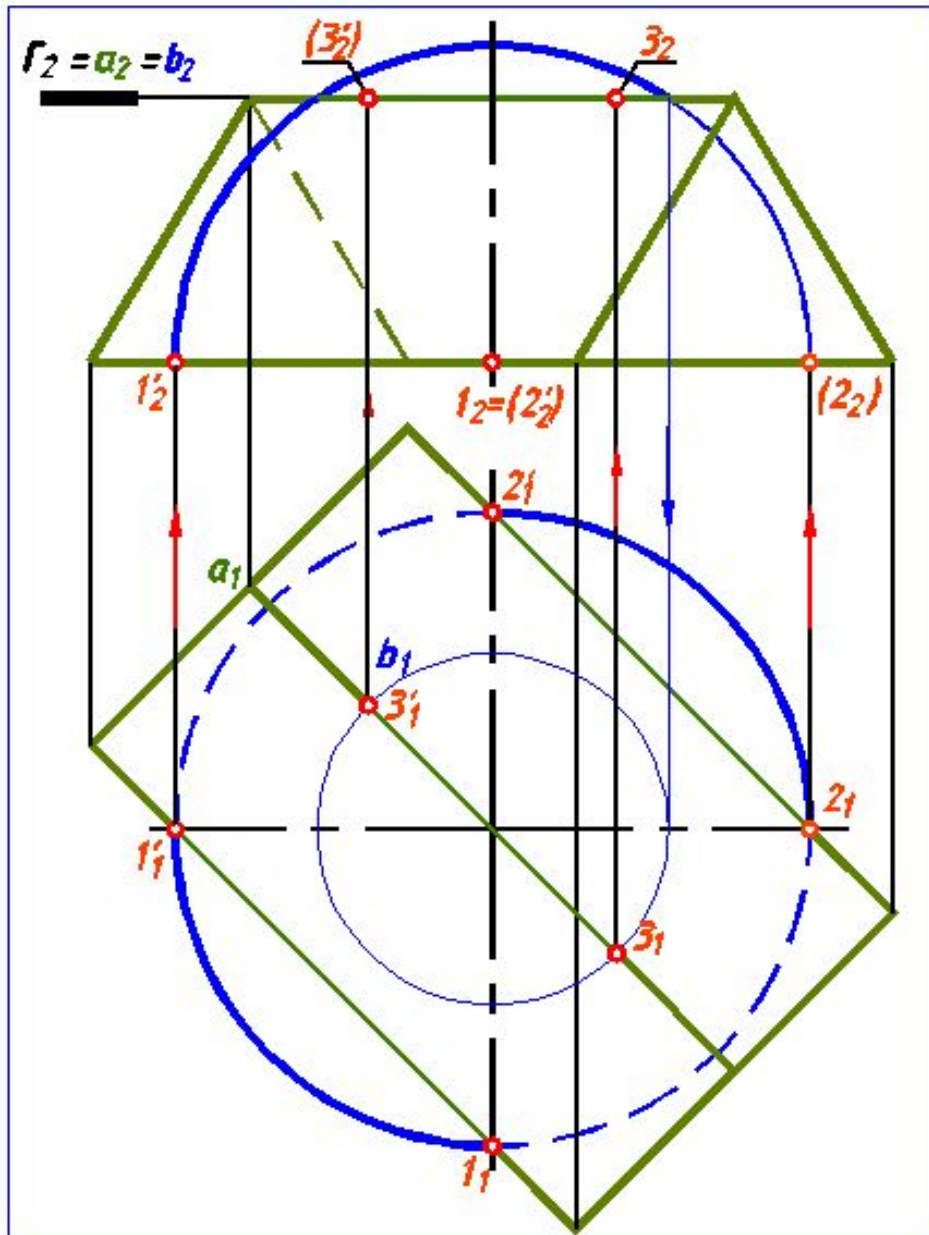
- 1) Задана кривая поверхность (**сфера**) и многогранная (**призма**). **Призма не занимает проецирующее положение**. Проекция линии пересечения нет.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



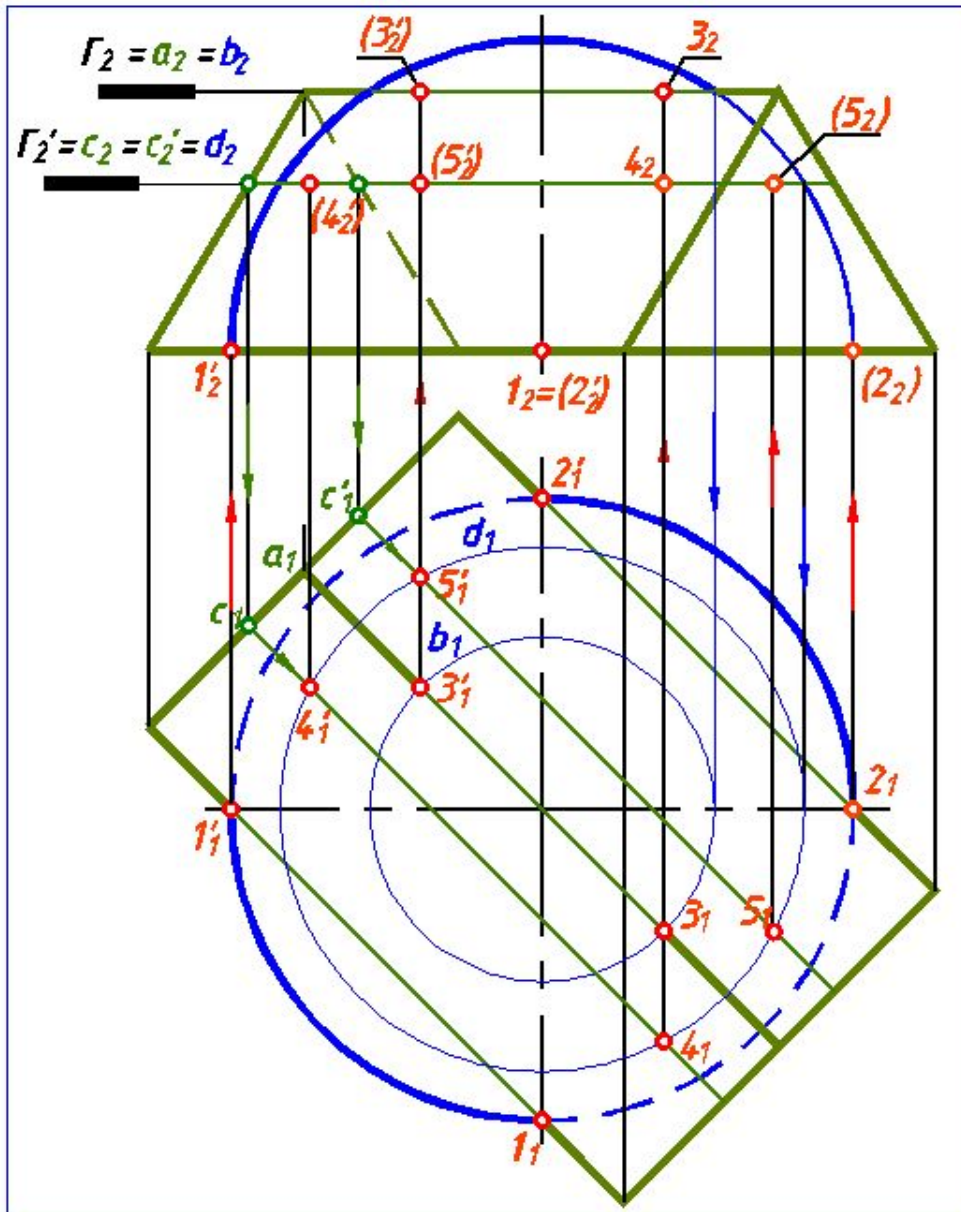
2. Линия пересечения распадается на две замкнутые кривые, состоящие из частей окружностей. Каждая грань треугольной призмы пересекается с полусферой по части окружности. Окружности проецируются в эллипсы.
3. Опорные точки **1, 1', 2, 2'** пересечения **нижних ребер призмы** и **основания полусферы** определены по линиям связи из условия принадлежности. **Нижние ребра призмы** и **основание полусферы** лежат в одной плоскости.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



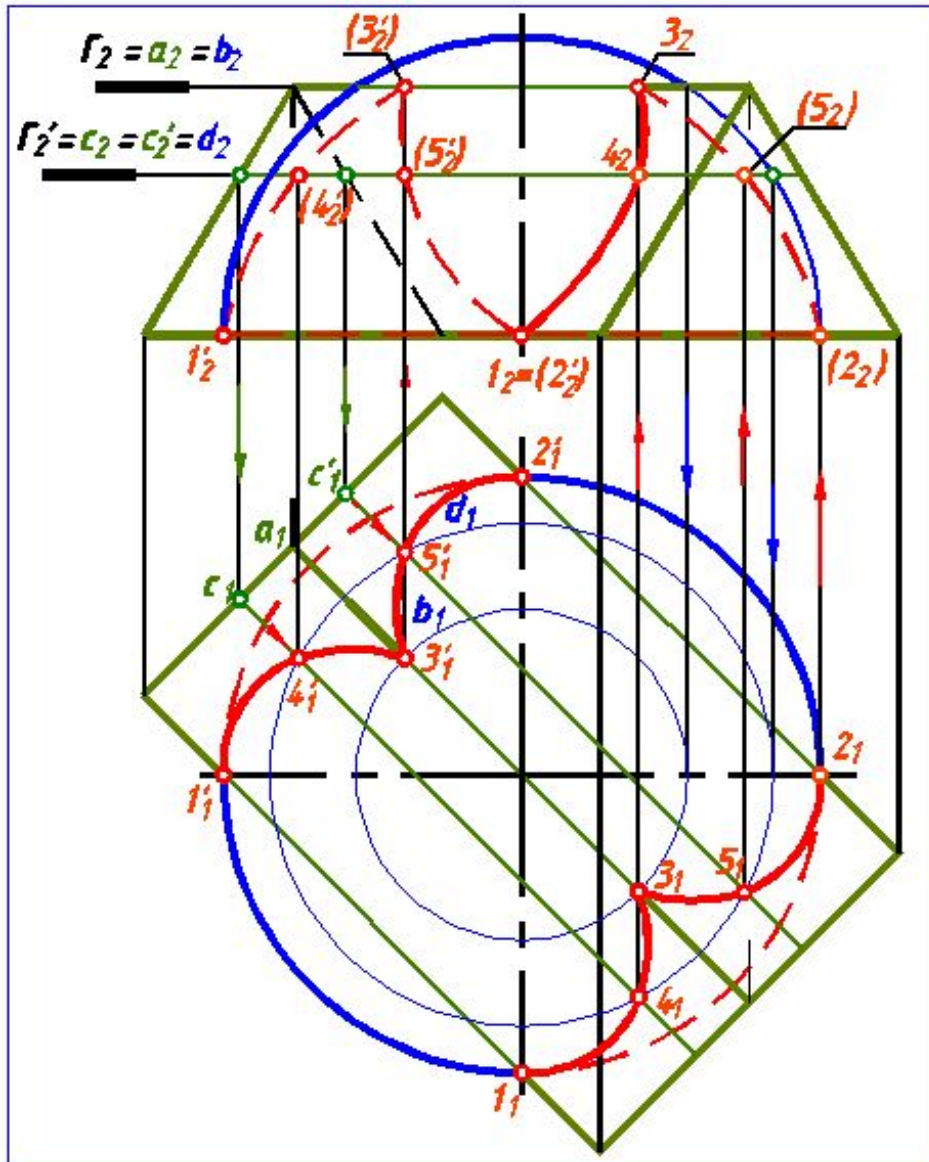
Опорные точки **3, 3'** пересечения **верхнего ребра призмы** и **полусферы** определены с помощью вспомогательной плоскости  $\Gamma \parallel \Pi_1$  которая пересекает **полусферу** по окружности **b**, а **призму** – по прямой **a** (верхнему ребру).

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



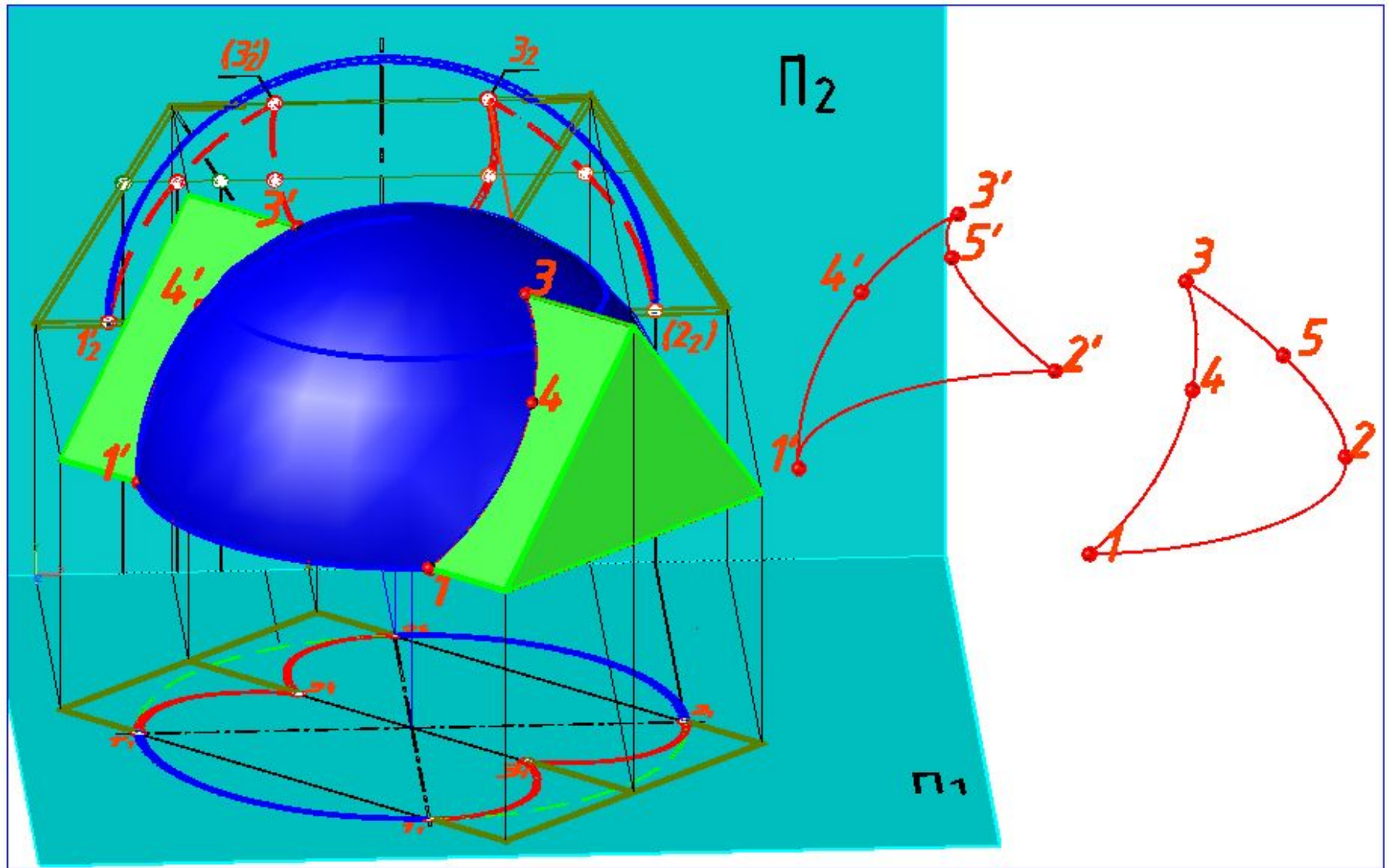
4. Промежуточные точки **4, 4', 5, 5'** линий пересечения **призмы** и **полусферы** определены с помощью вспомогательной плоскости  $\Gamma' \parallel \Pi_1$ , которая пересекает **полусферу** по **окружности  $d$** , а **призму** – по **прямым  $c$  и  $c'$** , параллельным ребрам призмы.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



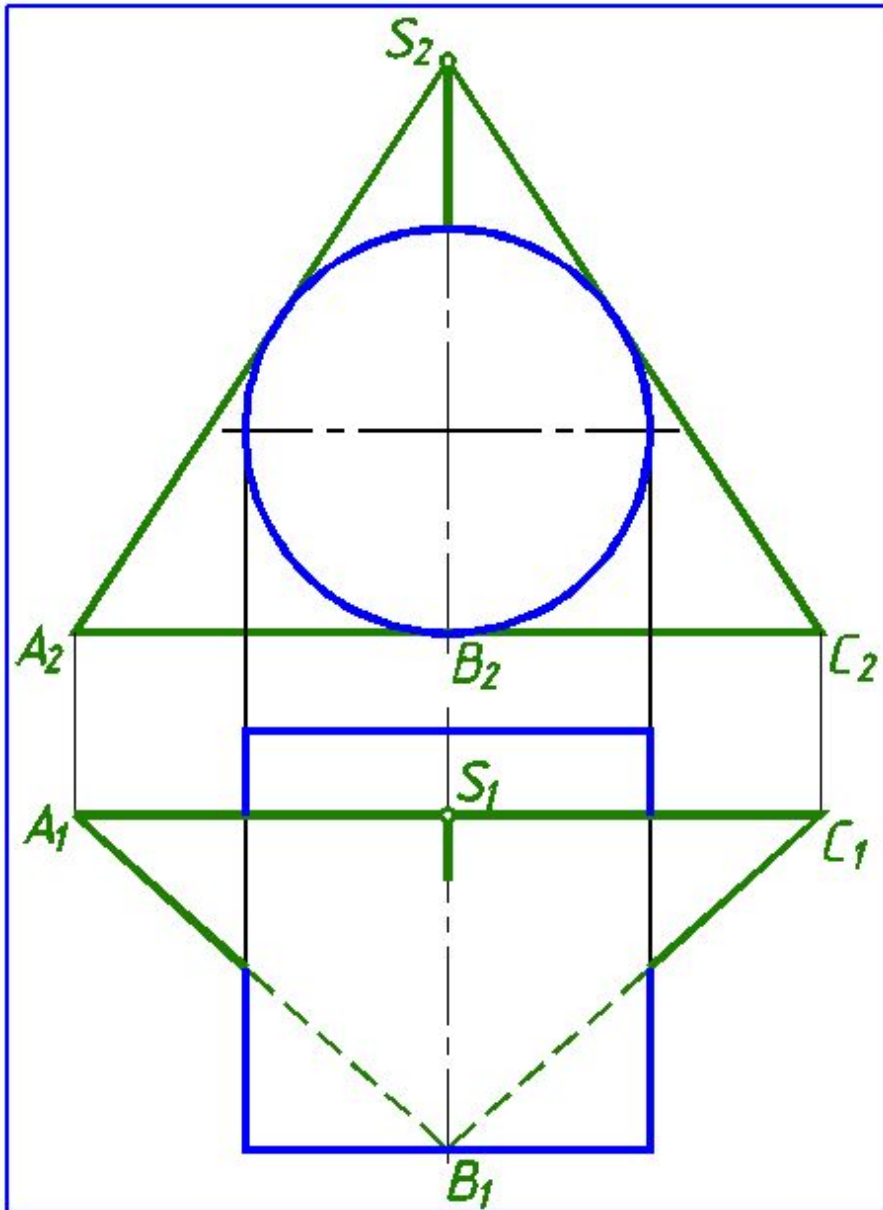
5. Найденные точки соединяем плавными кривыми с учетом видимости. Точки **4'**, **3'**, **5'**, **2'**, принадлежащие задней части **полусферы** на  $\Pi_2$  не видимы. На  $\Pi_1$  участки кривой **1-2** и **1'-2'** не видимы, так как являются результатом пересечения не видимой на  $\Pi_1$  грани **призмы**. Доводим рёбра призмы до точек пересечения **3** и **3'**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Линия пересечения распалась на две замкнутые кривые, состоящие из частей окружностей.

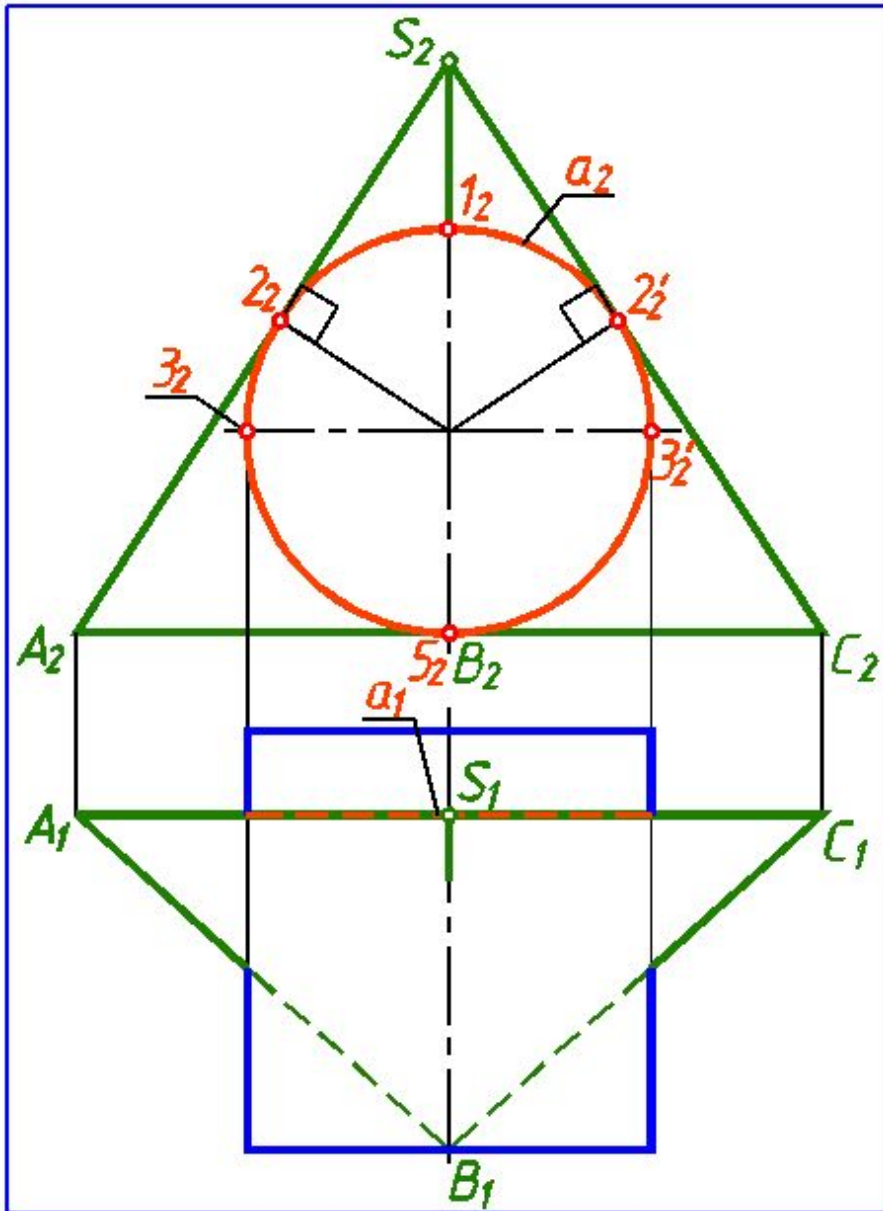
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **цилиндра** и **пирамиды**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

- 1) Задана кривая поверхность (**цилиндр**) и многогранная (**пирамида**). Случай проницания. **Цилиндр** занимает проецирующее положение на  $\Pi_2$ .

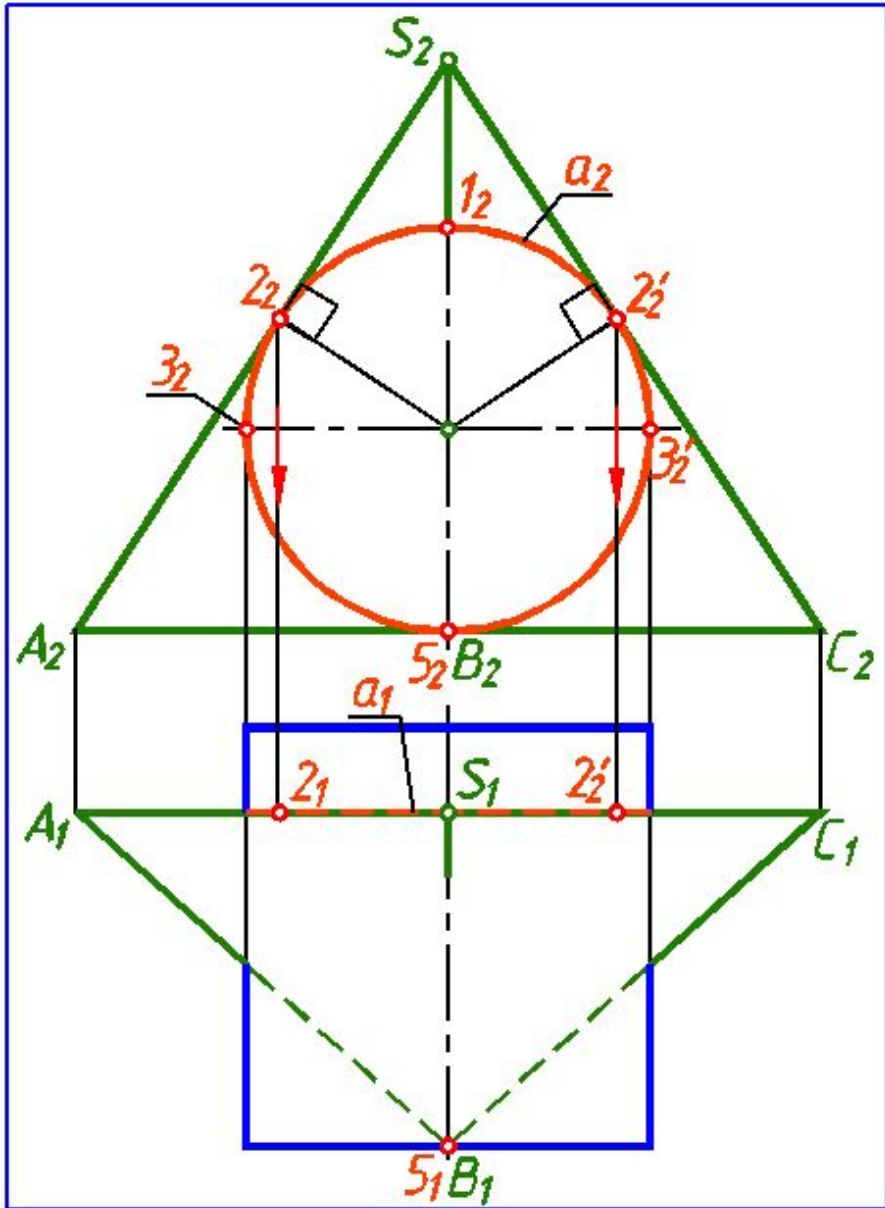
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции цилиндра. Линия пересечения представляет собой совокупность **трех кривых**, две из которых пересекаются в точках на **ребрах пирамиды** (**1** и **5**). Грань **ASC** пирамиды, параллельная  $\Pi_2$ , отсекает от цилиндра **окружность  $a$** , которая проецируется на  $\Pi_1$  в отрезок. Наклонные **грани  $ASB$  и  $CSB$**  пирамиды отсекают от цилиндра **эллипсы**.

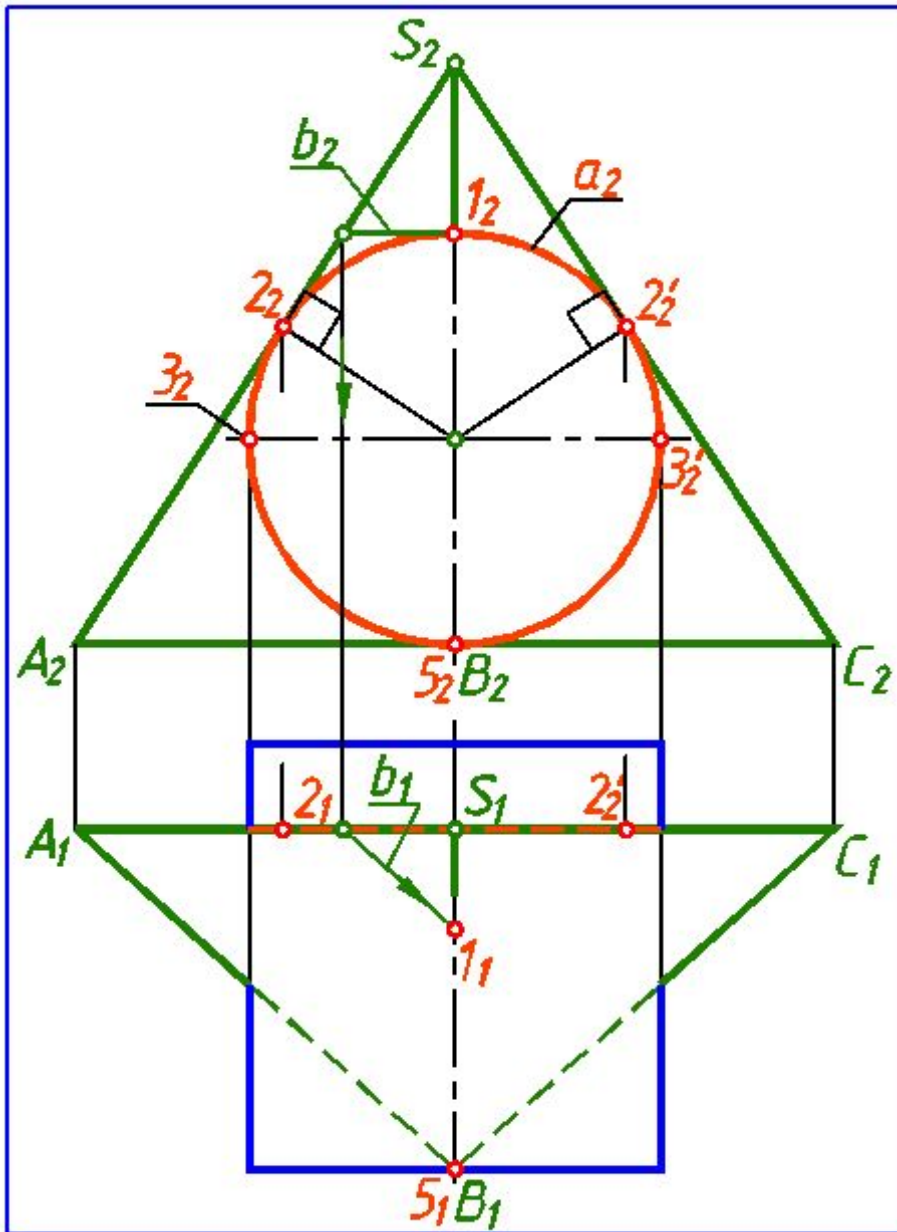


# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



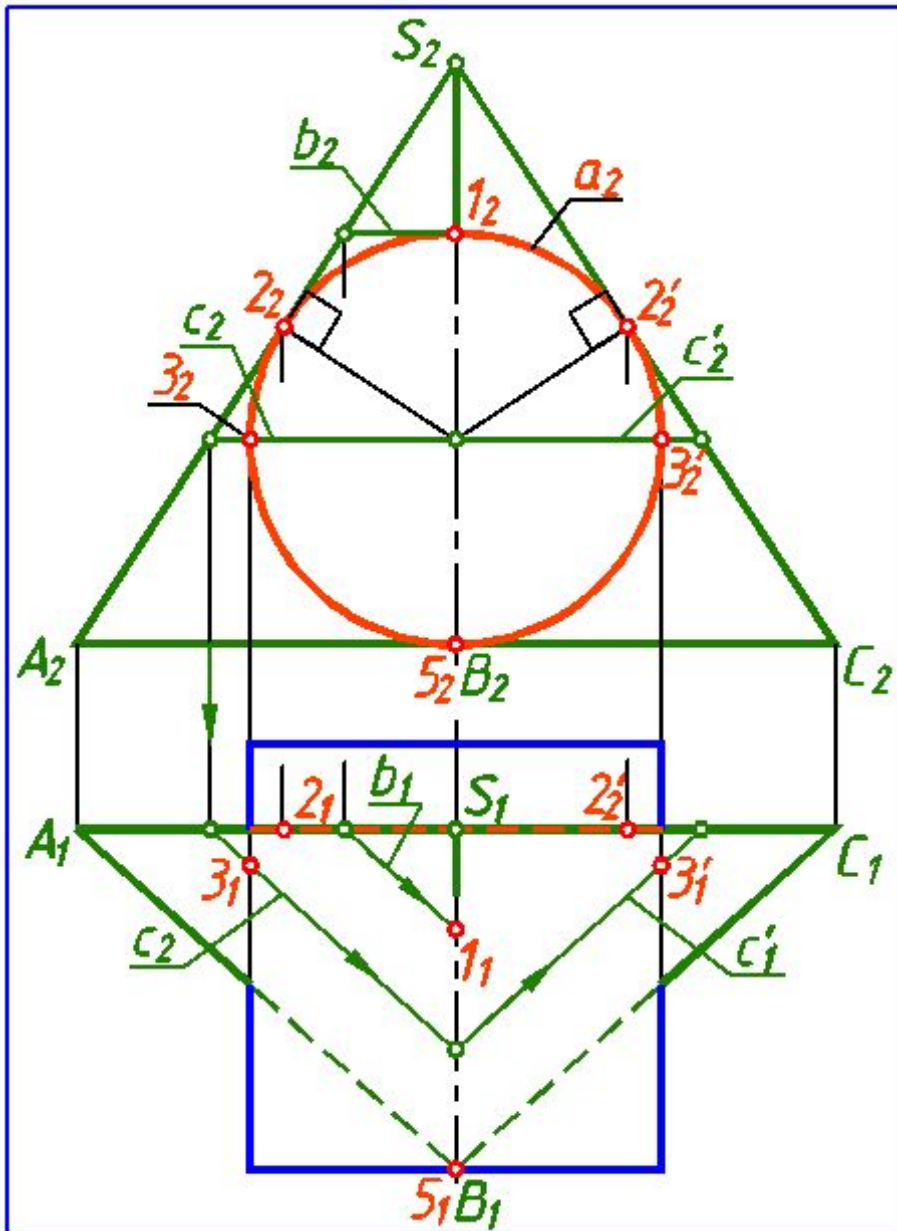
3) Опорные точки на ребрах пирамиды **2** и **2'** определены из условия принадлежности ребрам пирамиды **AS** и **SC**. Горизонтальная проекция **5<sub>1</sub>** точки **5** линии пересечения, совпадает с горизонтальной проекцией **B<sub>1</sub>** вершины **B** пирамиды.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



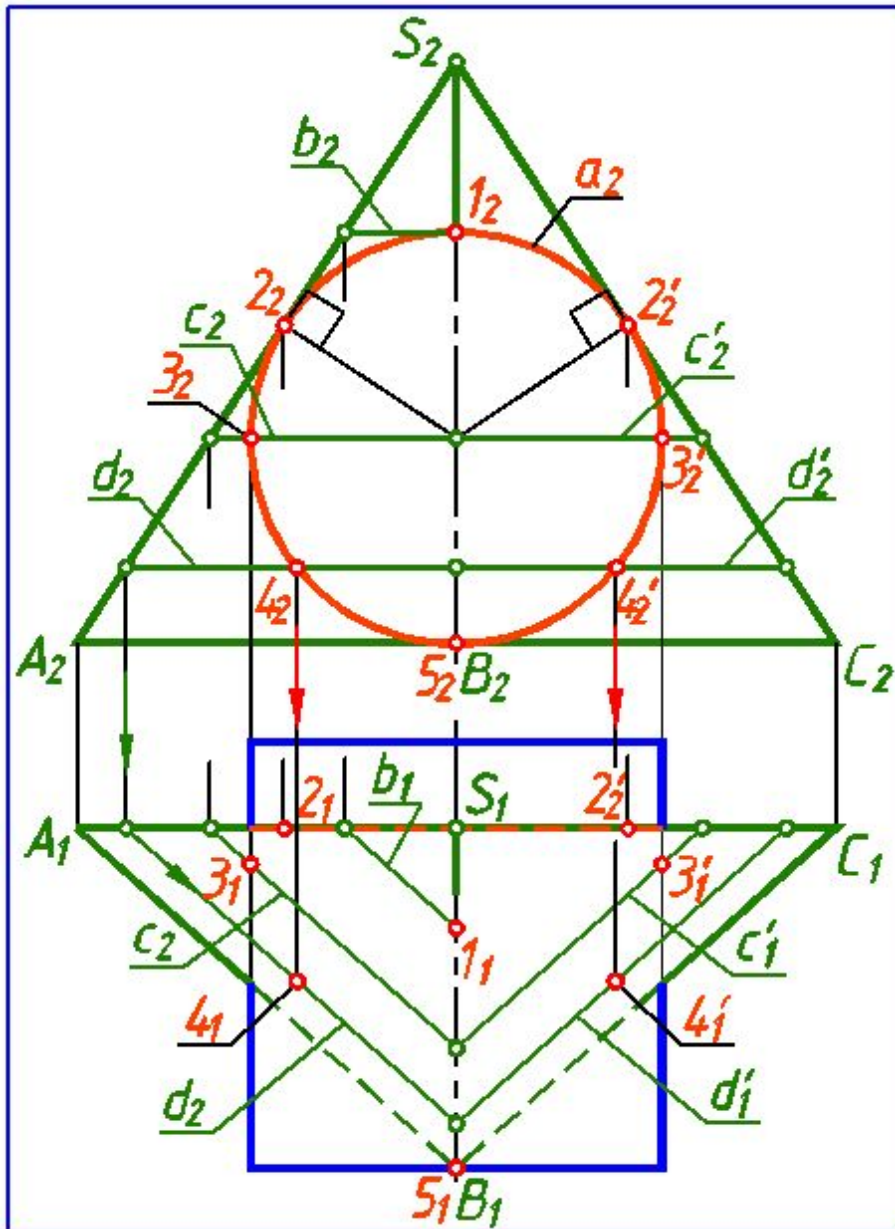
Опорная точка **1** на ребре **SB** определена из условия принадлежности поверхности пирамиды с помощью линии **b**, параллельной ребру **AB**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



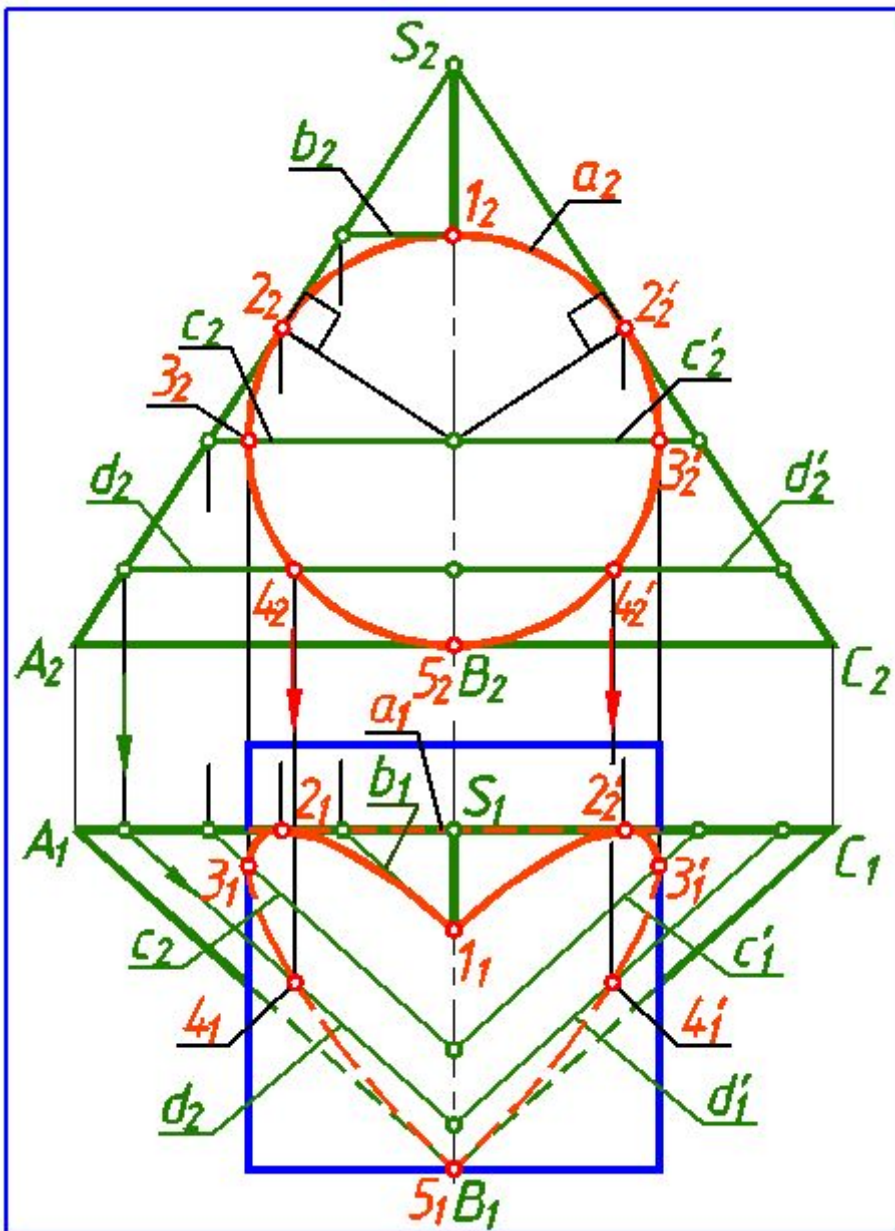
Опорные точки **3** и **3'**, очерковые на  $\Pi_1$  для цилиндра, определены из условия принадлежности поверхности пирамиды с помощью линий  $s$  и  $s'$  параллельных ребрам  $AB$  и  $BC$ .

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) промежуточные точки **4** и **4'** определены из условия принадлежности поверхности пирамиды на прямых  $d$  и  $d'$  параллельных  $AB$  и  $BC$ .

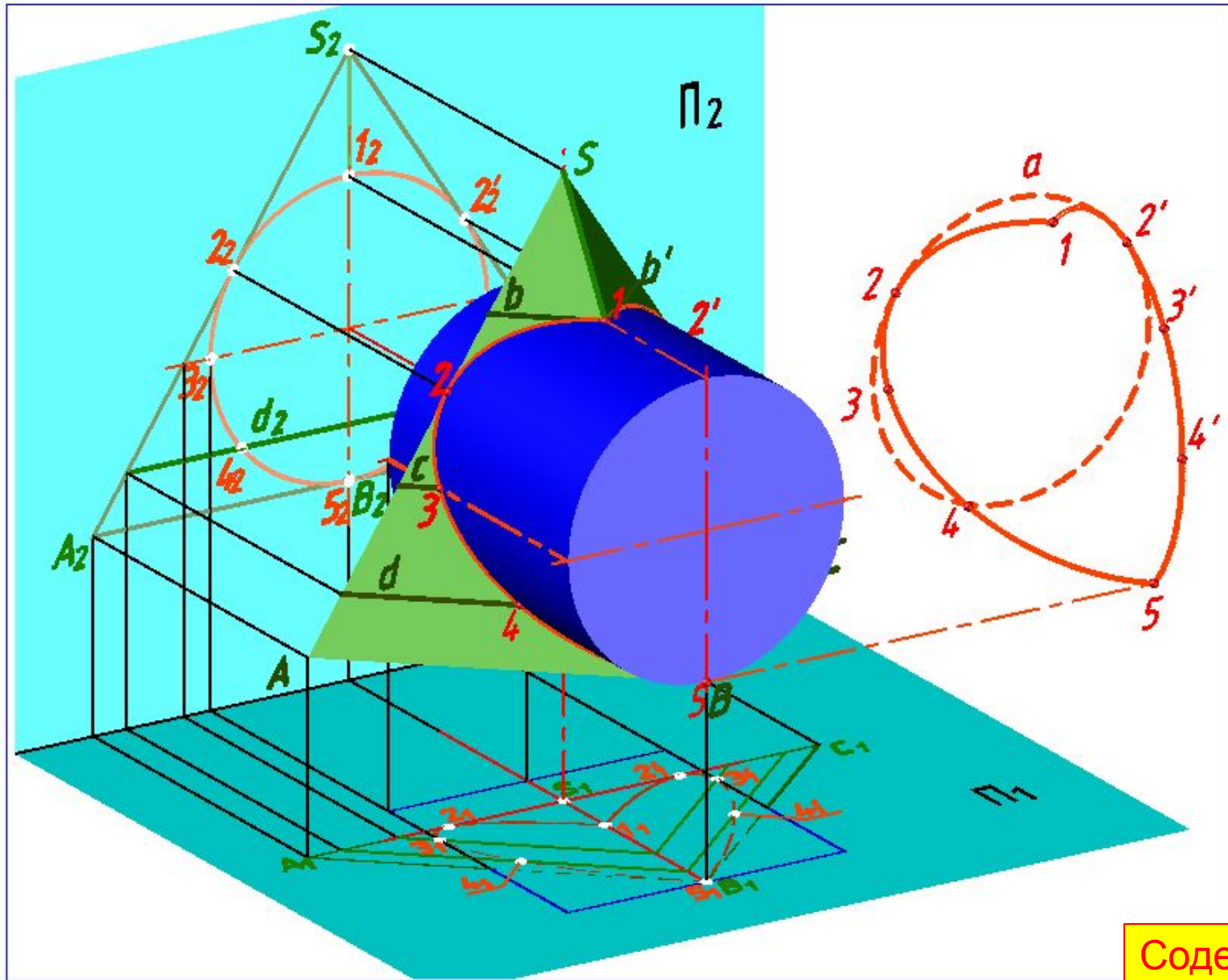
# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



5) Полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

Окружность **a** на  $\Pi_1$  не видна. Точки **3, 3'** – точки смены видимости для **эллипсов** на  $\Pi_1$ . Верхнее ребро пирамиды доводим до точки **1**, очерк цилиндра доводим до точек **3** и **3'**.

# Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Содержание

Линия пересечения распалась на три замкнутые кривые.