

Построение линии пересечения многогранной и кривой поверхностей

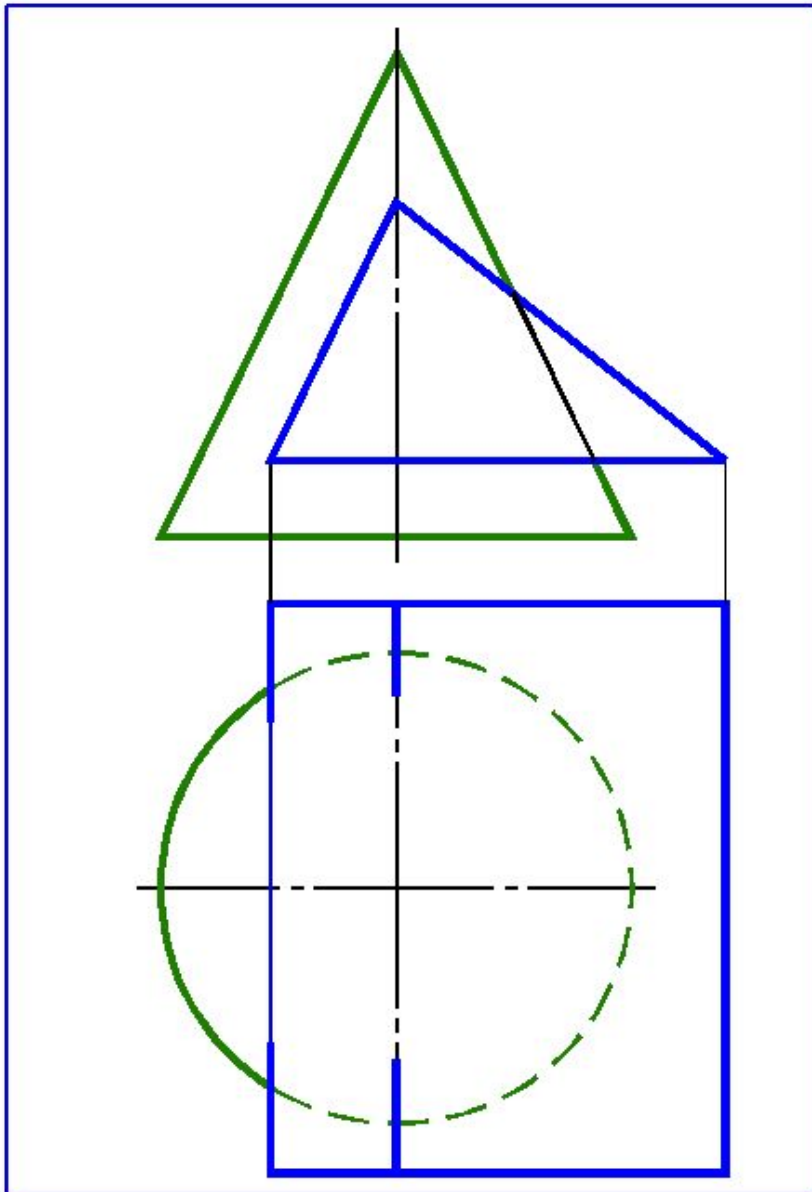
- Линия пересечения кривой и многогранной поверхностей является **совокупностью нескольких плоских кривых**, каждая из которых результат пересечения **кривой** поверхности с одной из граней **многогранника**. Эти плоские кривые попарно пересекаются в точках пересечения ребер **многогранника** с **кривой** поверхностью.
- Линию пересечения строят по отдельным точкам опорным и промежуточным. В первую очередь определяют опорные точки:
 - на ребрах многогранников,**
 - экстремальные,**
 - очерковые.**

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей:

- 1) выясняем вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга (врезка или проницание) и плоскостей проекций (задана ли проецирующая поверхность – цилиндр или призма);
- 2) определяем характер линии пересечения - **совокупность плоских кривых**;
- 3) определяем опорные точки (на ребрах многогранников, экстремальные и очерковые);
- 4) определяем промежуточные точки;
- 5) соединяем найденные точки. Определяем видимость проекций линии пересечения и очерков поверхностей, обводим чертеж.

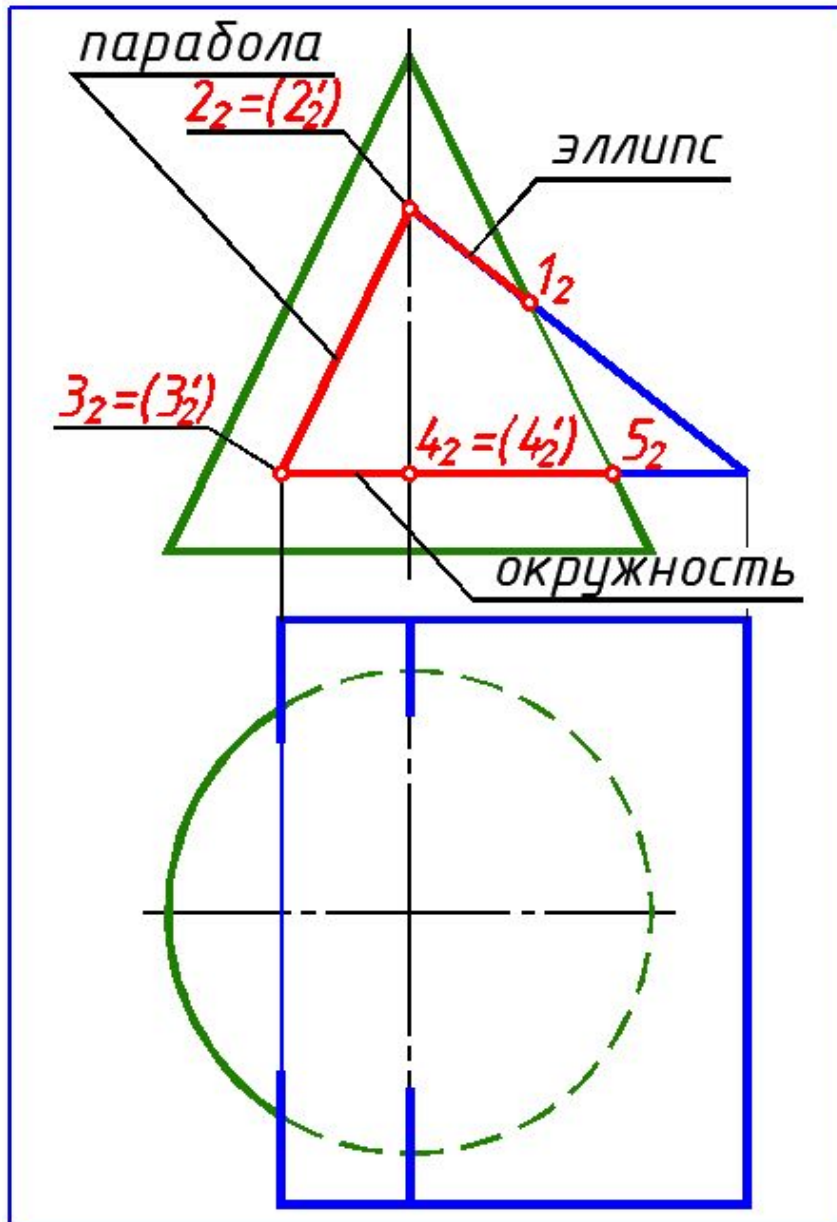
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения конуса и призмы. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1) Задана кривая поверхность (**конус**) и многогранная (**призма**).
Случай **врезки**. **Призма** занимает проецирующее положение относительно Π_2 .

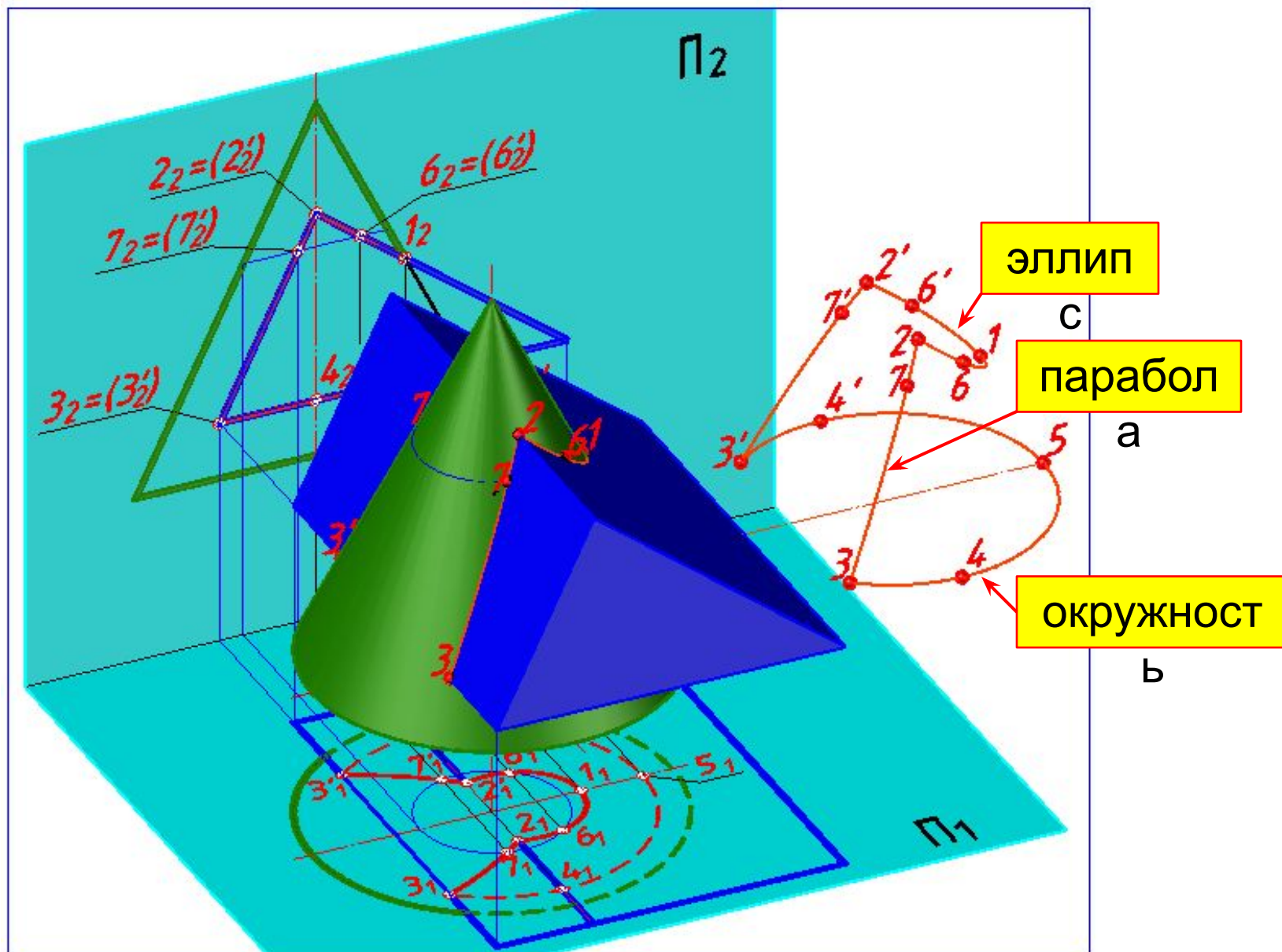
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



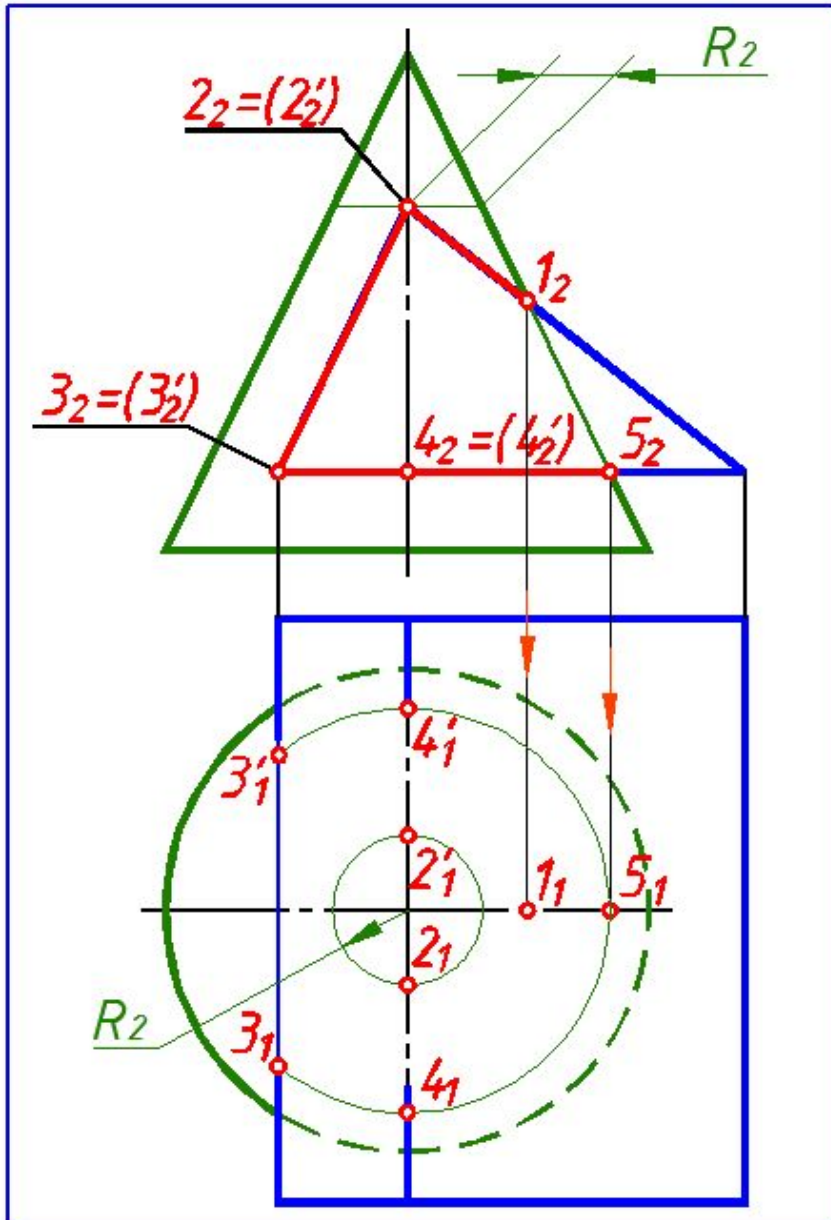
2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции призмы в пределах очерка конуса.

Линия пересечения состоит из трех кривых: части эллипса (точки 1-2-2'), параболы (2-3-3'-2') и окружности (3-4-5-4'-3'), которые пересекаются в точках на ребрах призмы (2, 2', 3 и 3').

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

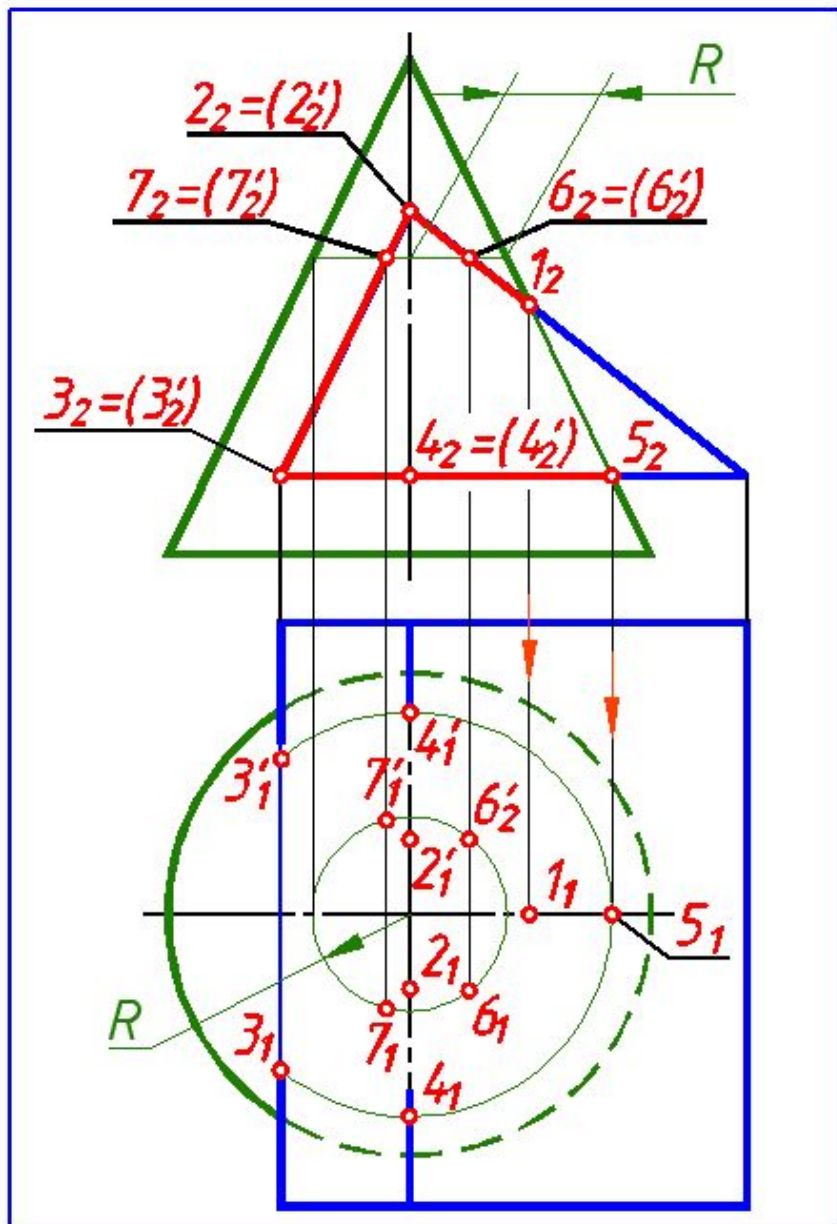


Пересечение многогранной и кривой поверхностей



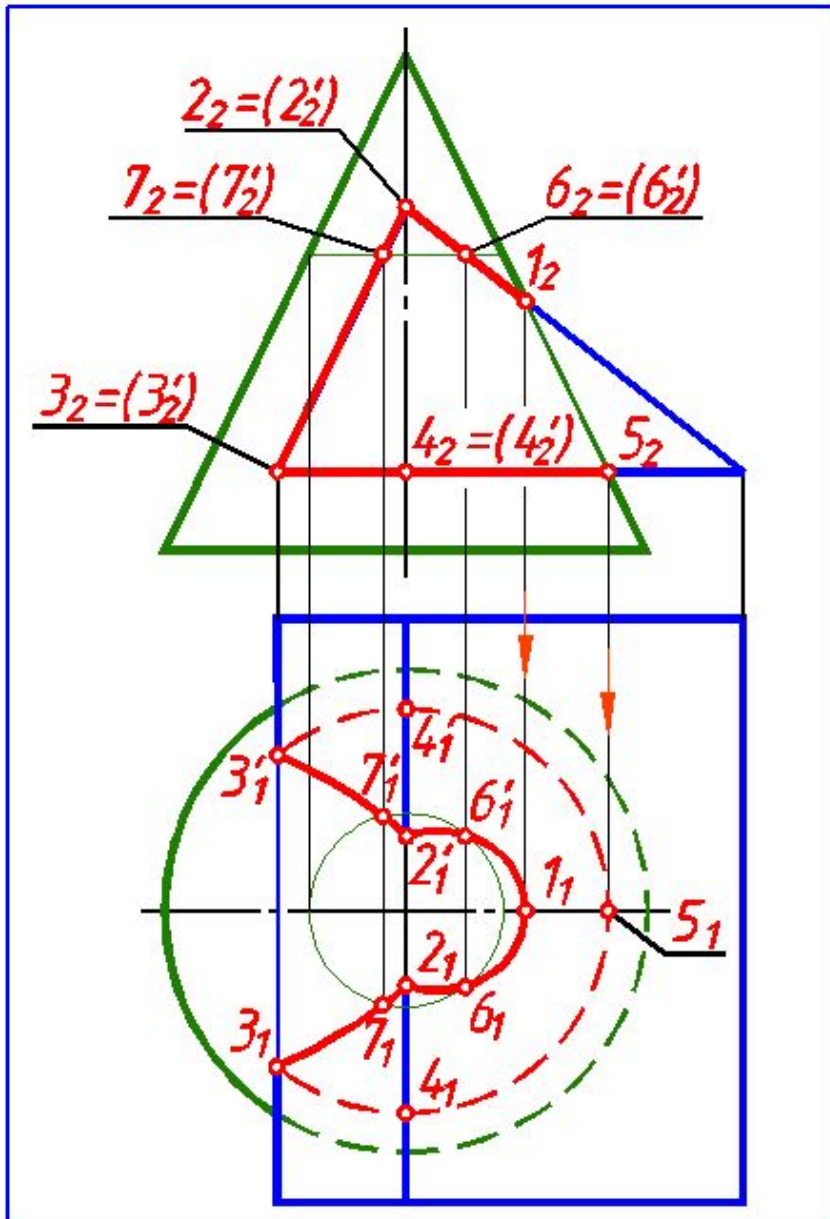
3) Опорные точки **1, 2, 2', 3, 3', 4, 4', 5** определены из условия принадлежности поверхности конуса с помощью параллелей (радиус - от оси до очерка).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) Промежуточные точки **6** и **6'** для построения **эллипса** и точки **7** и **7'** для построения **параболы** определены на **окружности** радиуса R .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



5) Обводим чертеж с учетом видимости.

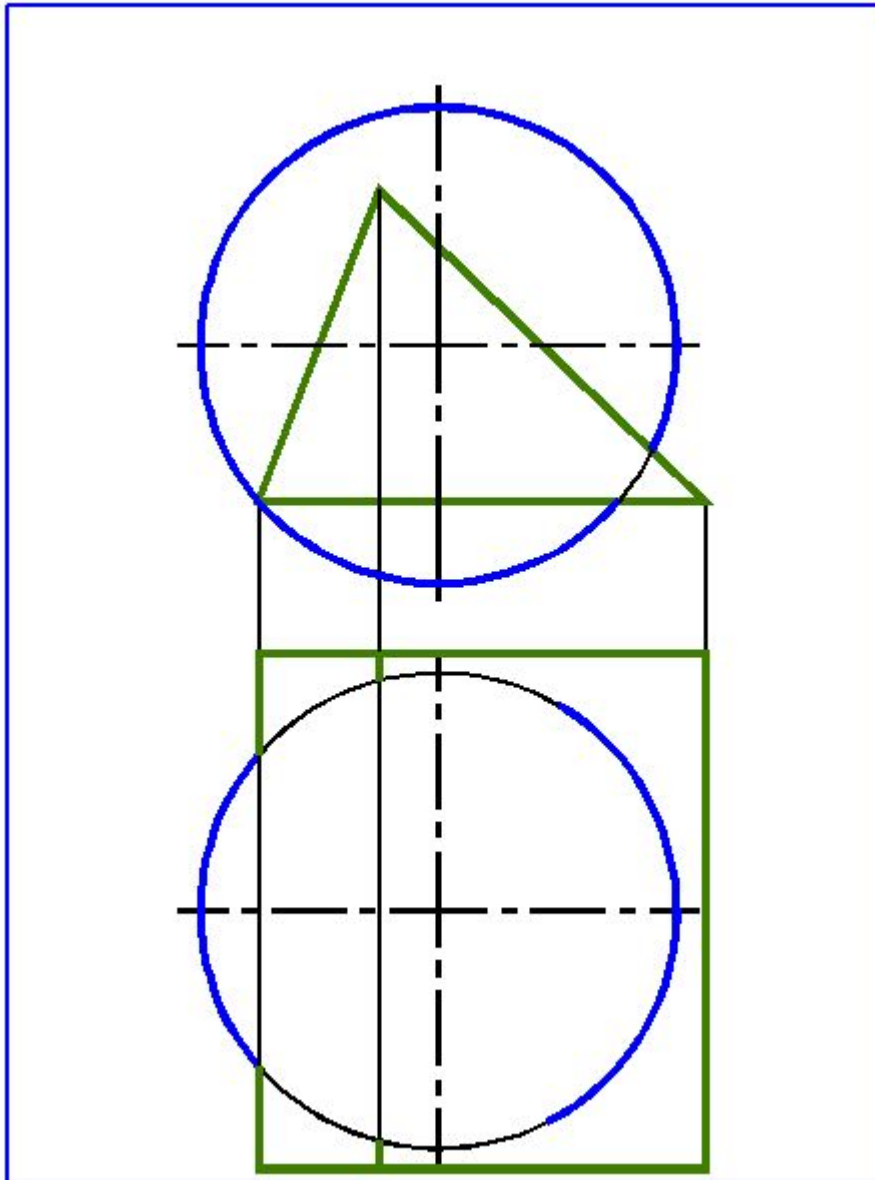
Окружность на Π_1 не видима.

Ребра призмы

доводим до

точек **2, 2'** и **3, 3'**.

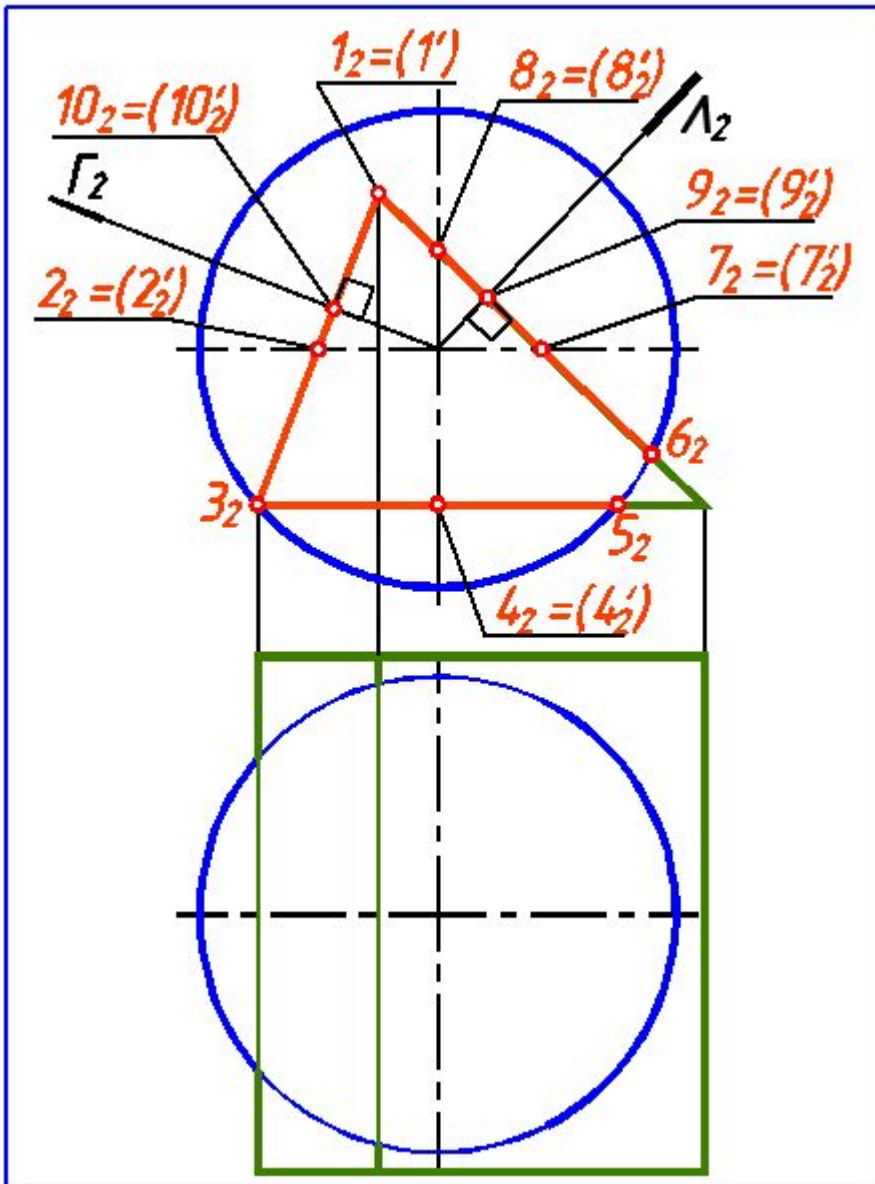
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **сферы** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

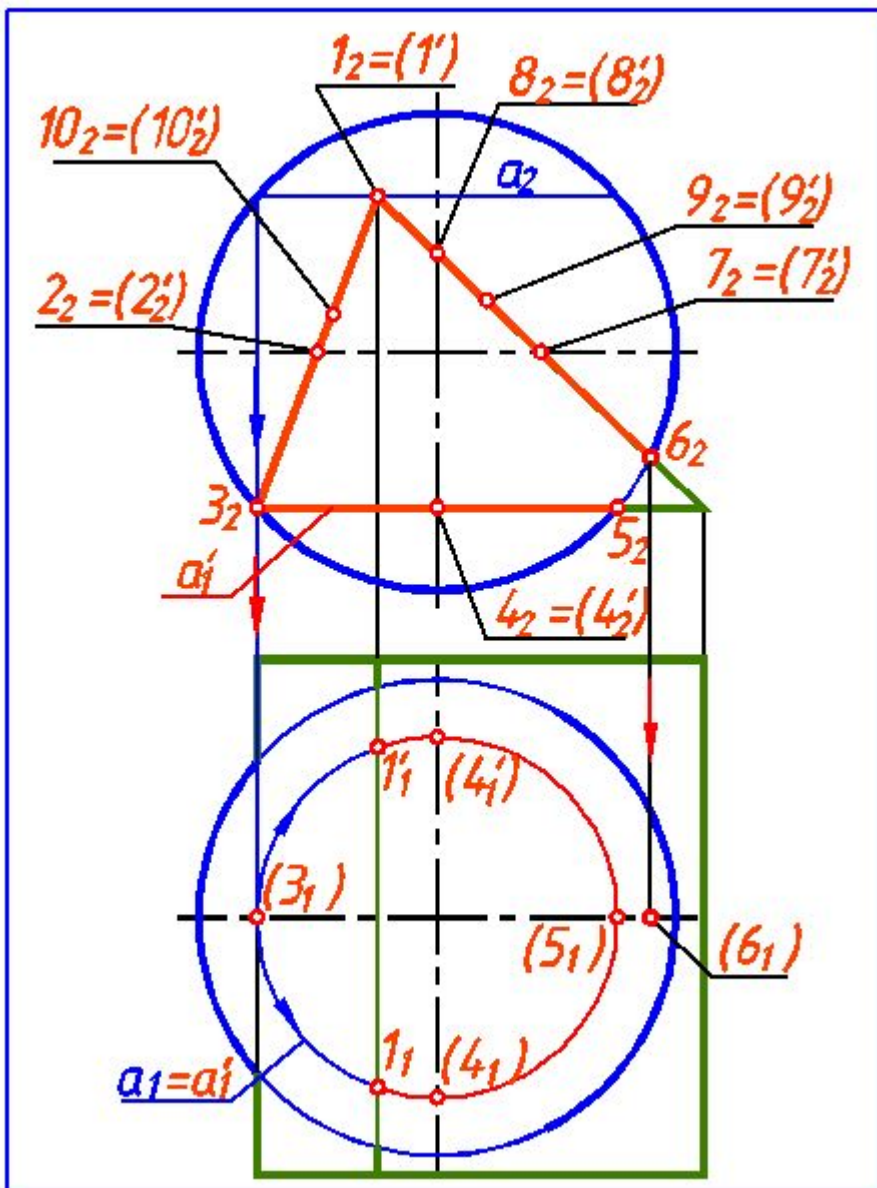
1) Задана кривая поверхность (**сфера**) и многогранная (**призма**).
Случай врезки. Призма занимает проецирующее положение относительно Π_2 .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции призмы в пределах очерка сферы. Линия пересечения состоит из трех окружностей, две из которых пересекаются в точках на ребре призмы (**1**, и **1'**). Грань призмы, параллельная Π_1 , отсекает от сферы окружность **a'**, которая проецируется на Π_1 без искажения. Окружности, отсекаемые от сферы наклонными ребрами призмы, проецируются на Π_1 в эллипсы. Опорные точки: ближняя и дальняя точки эллипсов **9**, **9'** и **10**, **10'**, ограничивающие большие оси эллипсов, выявлены с помощью плоскостей Γ и Λ – общих плоскостей симметрии для сферы и наклонных граней призмы.

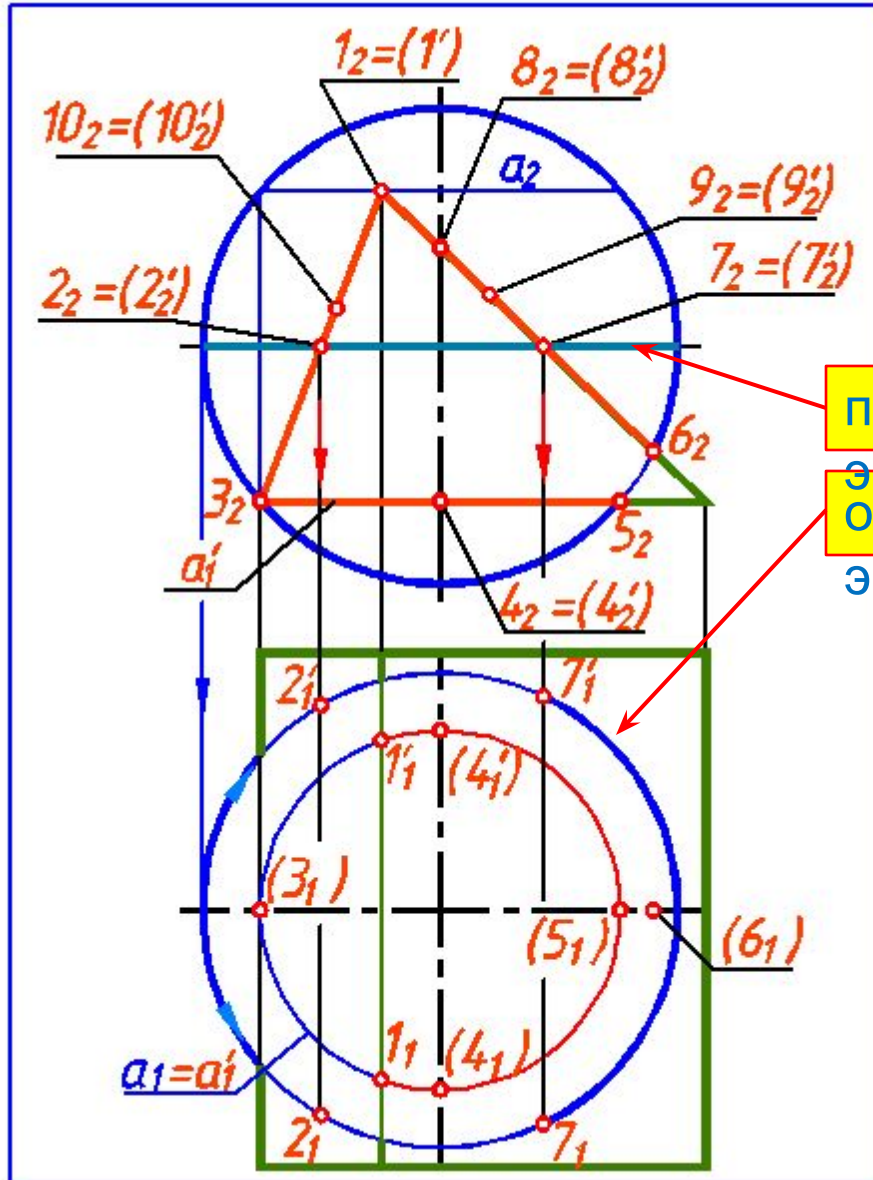
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки на ребре призмы (**1** и **1'**) определены из условия принадлежности поверхности **сферы** (на **окружности a**).

Грань призмы, параллельная Π_1 , отсекает от **сферы** **окружность a'** , которая проецируется на Π_1 без искажения (опорные точки **3, 4, 4', 5**).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



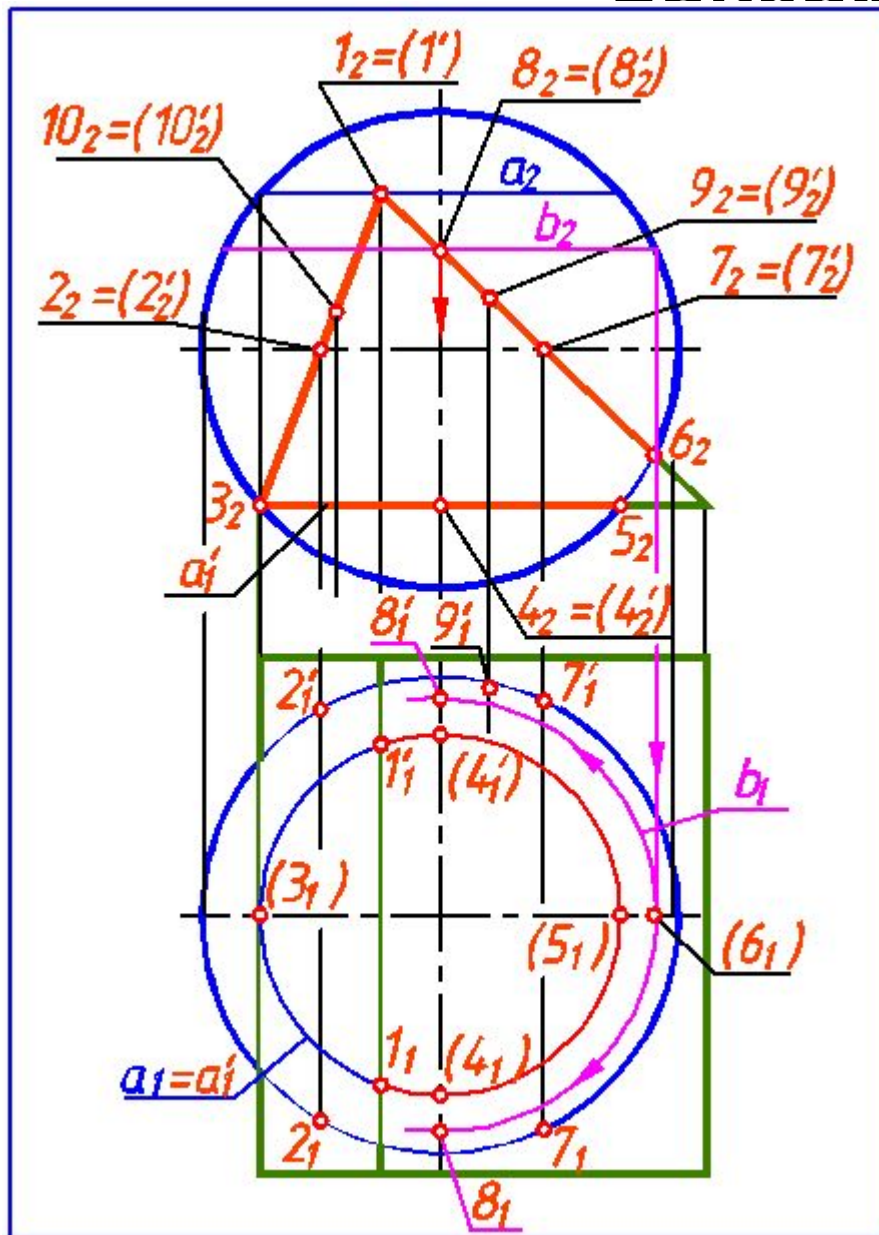
проекция

экватора
окружности

экватора

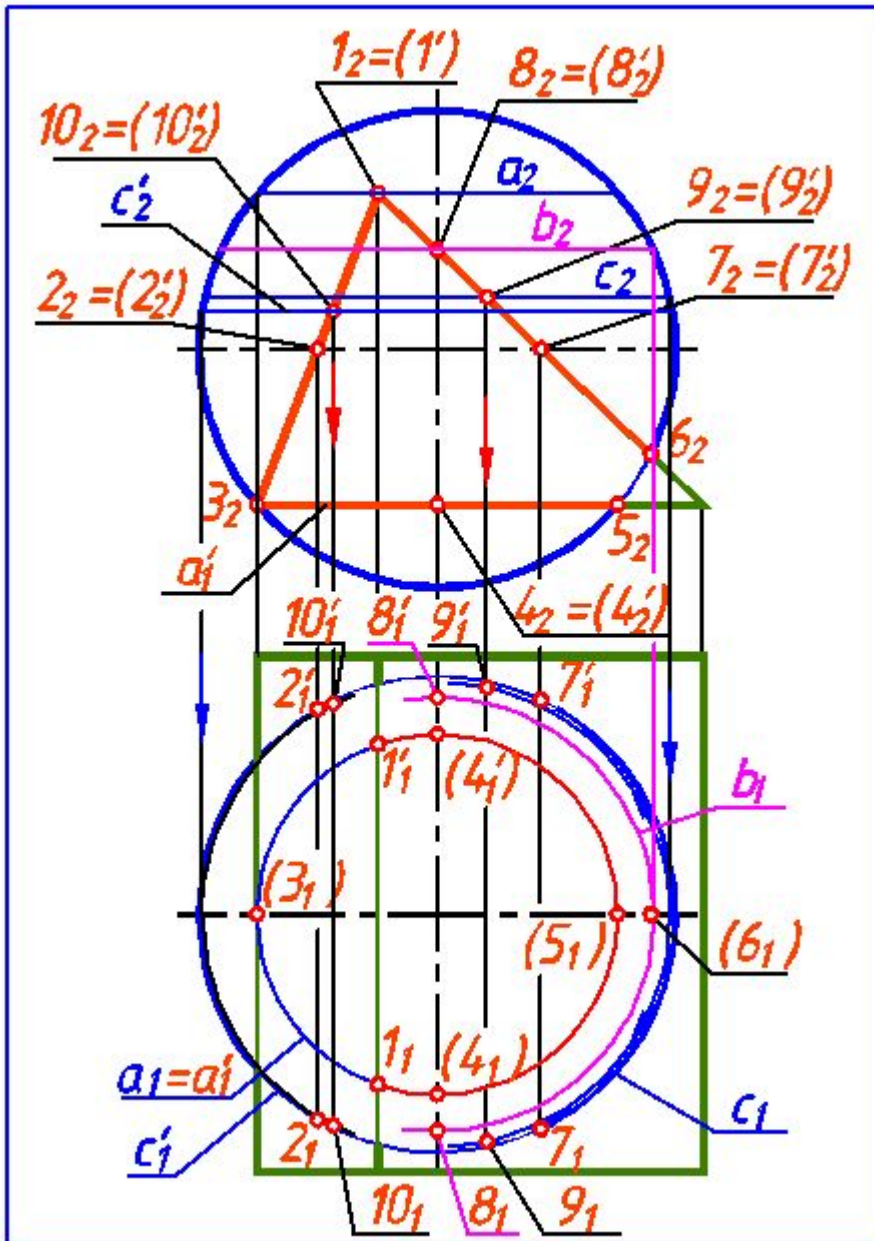
Опорные точки **2**, **2'** и **7**, **7'** - очерковые на Π_1 для сферы определены из условия принадлежности поверхности сферы (окружности экватора).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



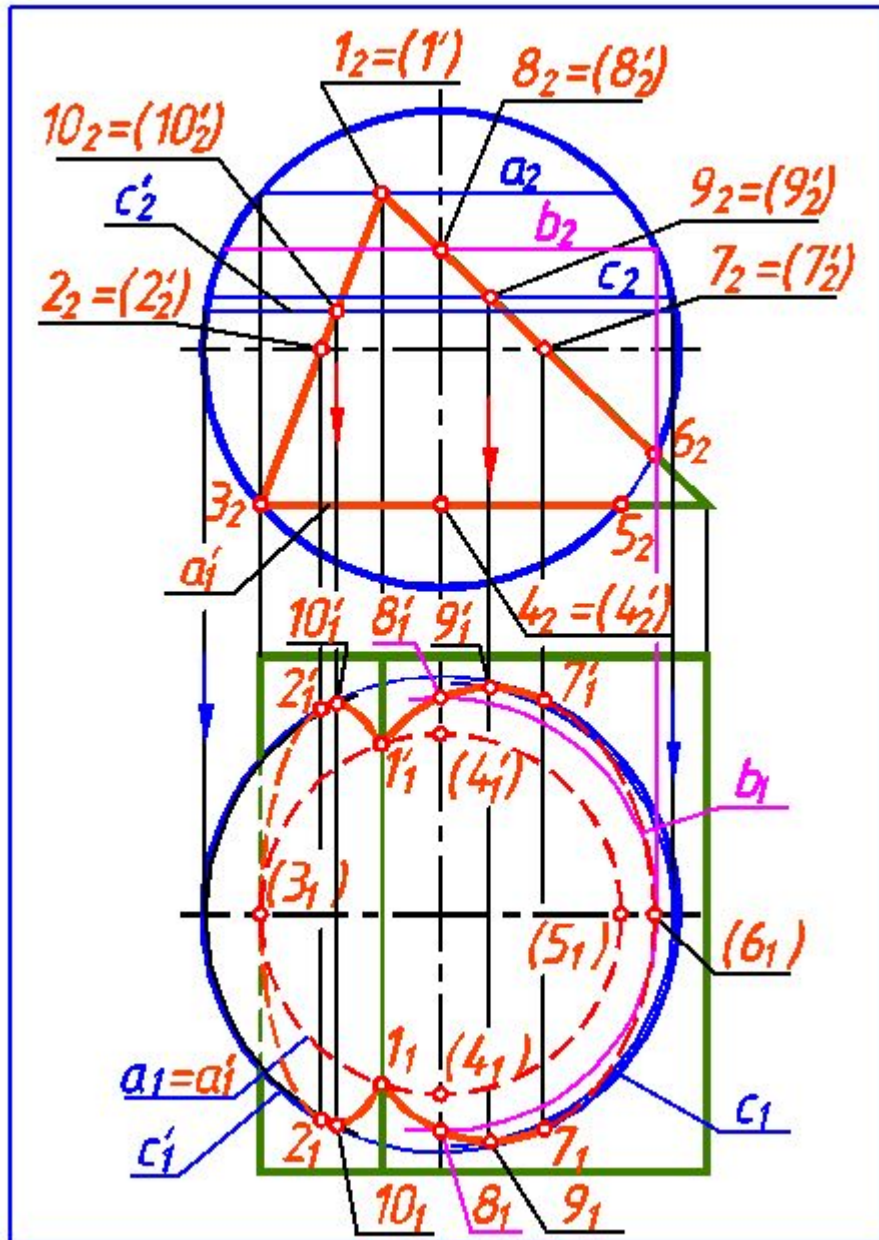
Опорные точки **8, 8'** - очерковые на Π_3 для сферы определены из условия принадлежности поверхности сферы (окружность **b**).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



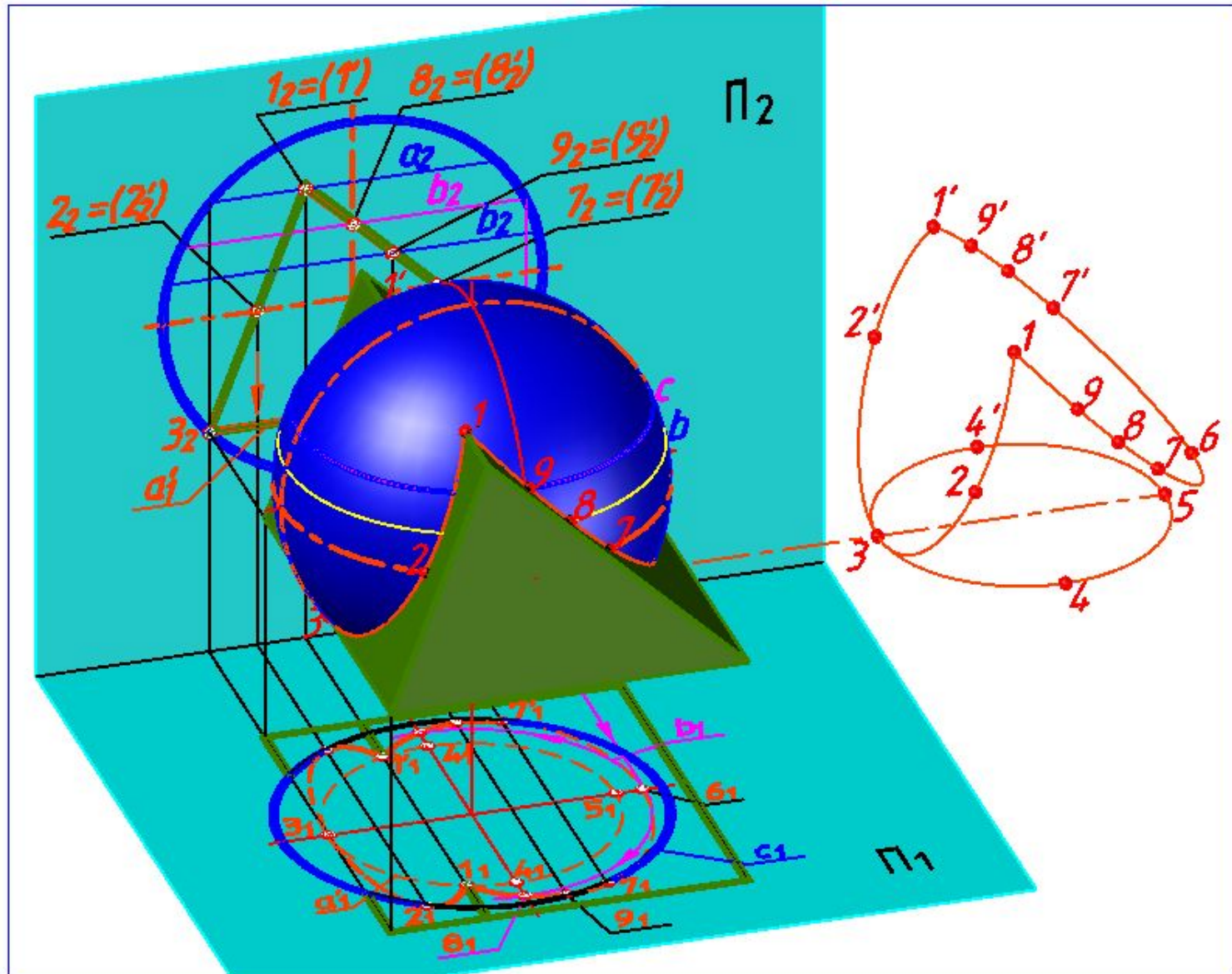
Опорные точки **9, 9'**
и **10, 10'** -
экстремальные
точки эллипсов на
 Π_1 определены из
условия
принадлежности
поверхности сферы
(окружности **c** и **c'**).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

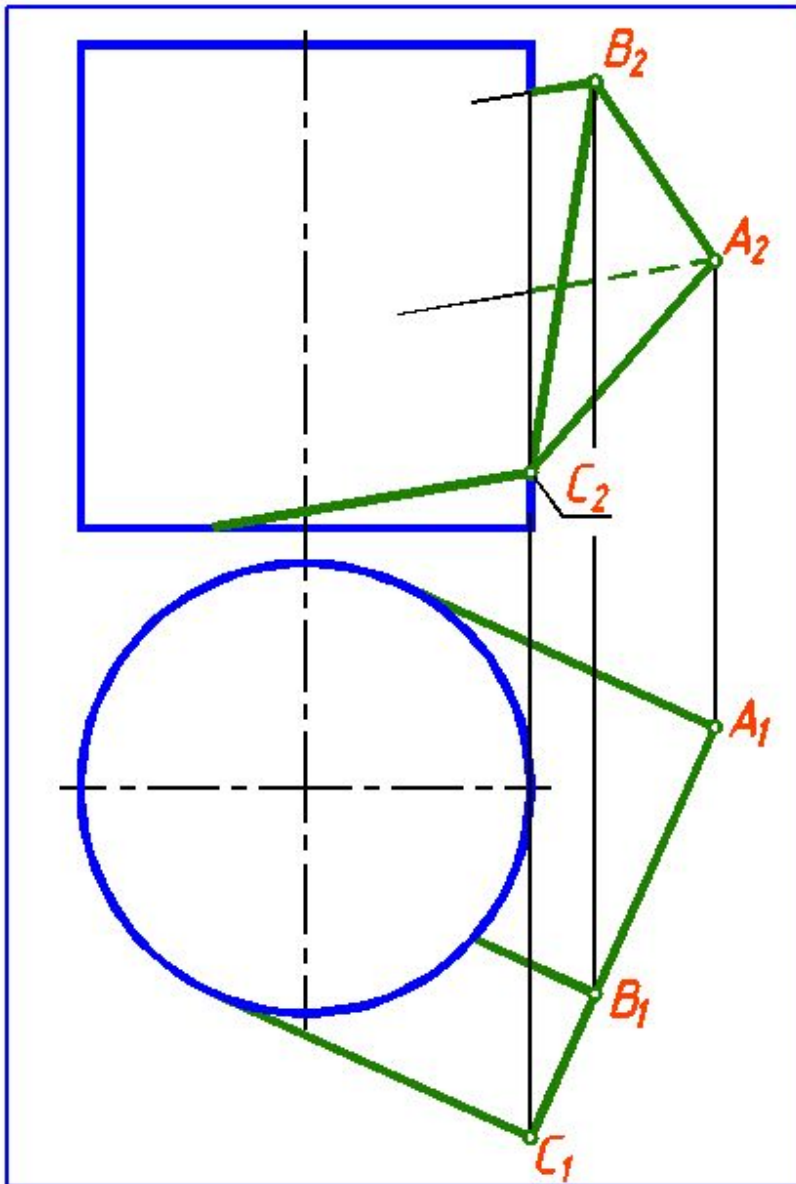


5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости. Окружность **a'** на Π_1 не видна, так как принадлежит невидимой грани **призмы**. Точки **2, 2', 7, 7'** – точки смены видимости для эллипсов на Π_1 . Верхнее **ребро призмы** доводим до точек **1, 1'**. **Очерк сферы** на Π_1 доводим до точек **2, 2', 7, 7'**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



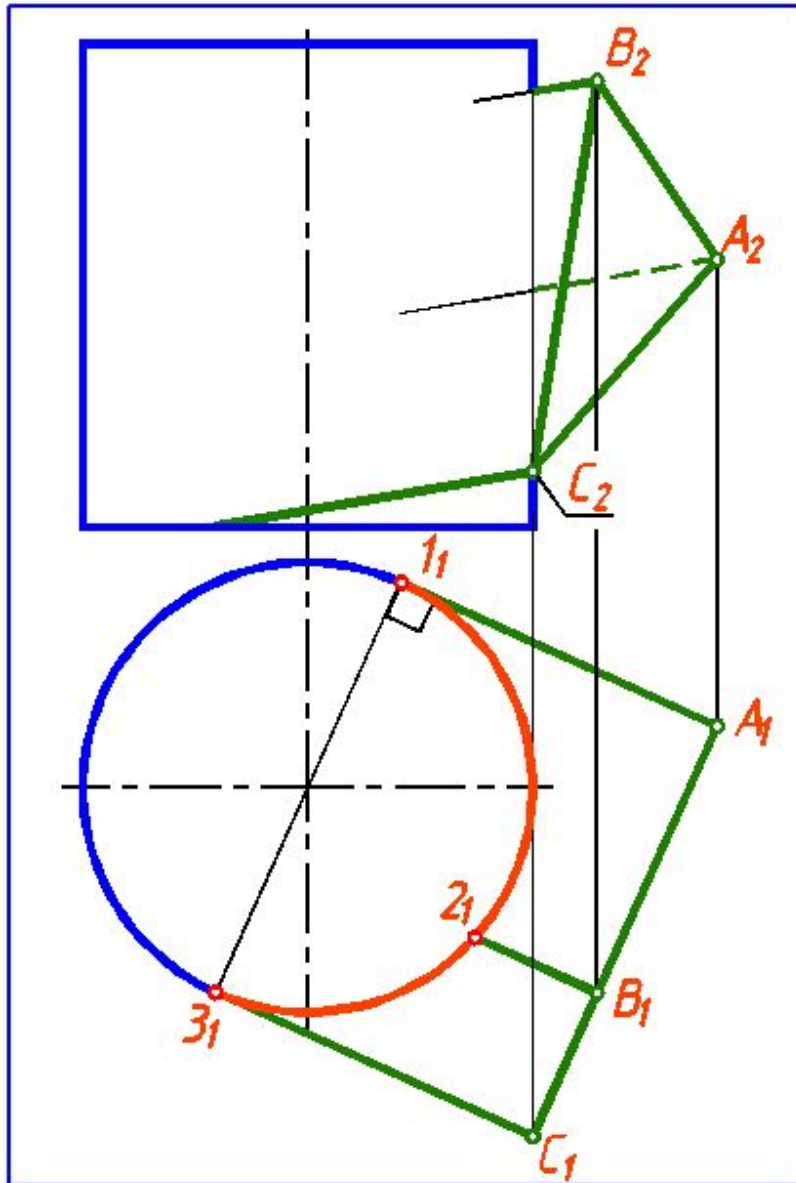
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **цилиндра** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

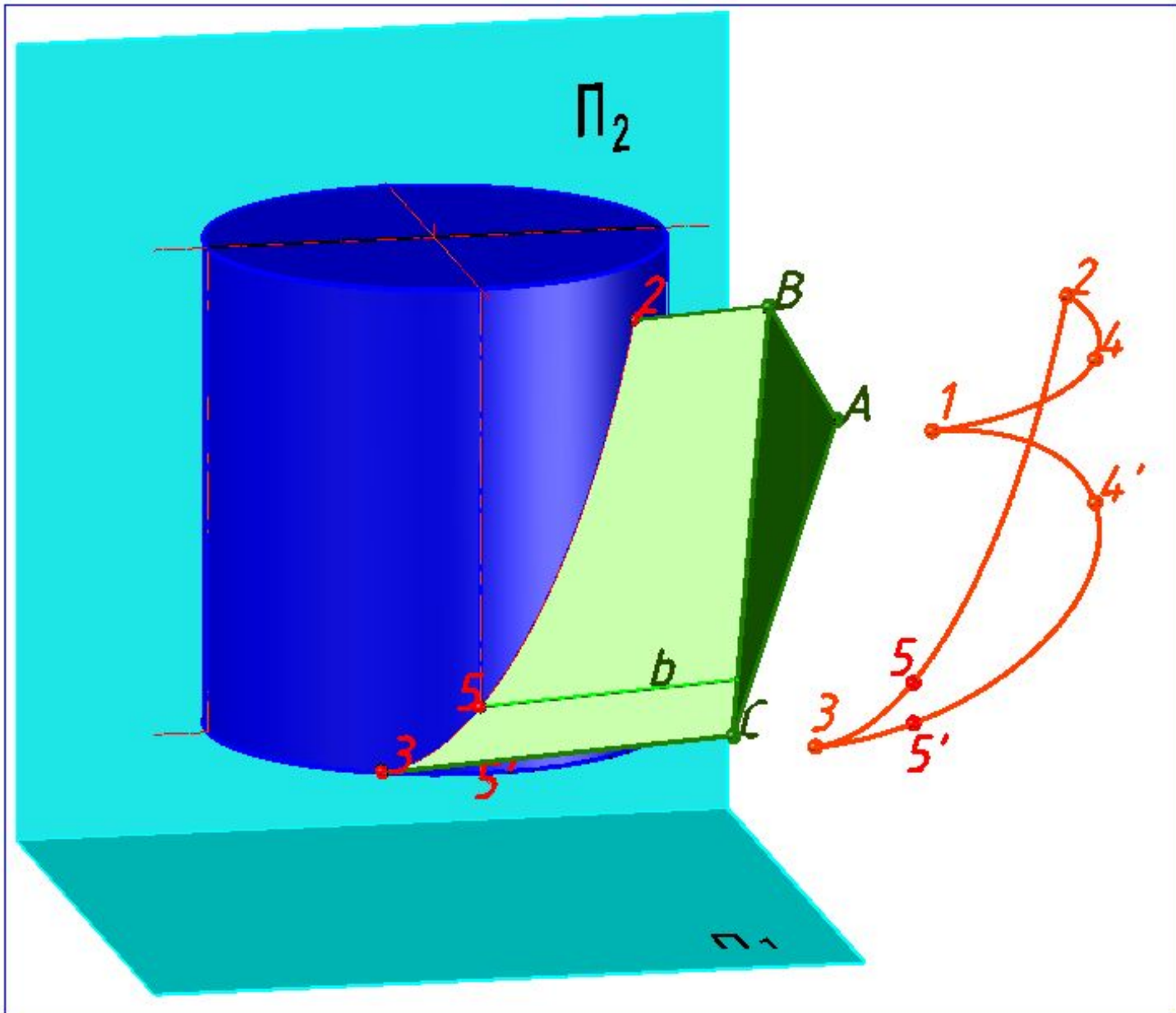
1) Задана кривая поверхность (**цилиндр**) и многогранная (**призма**).
Случай врезки. **Цилиндр** занимает проецирующее положение относительно Π_1 .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

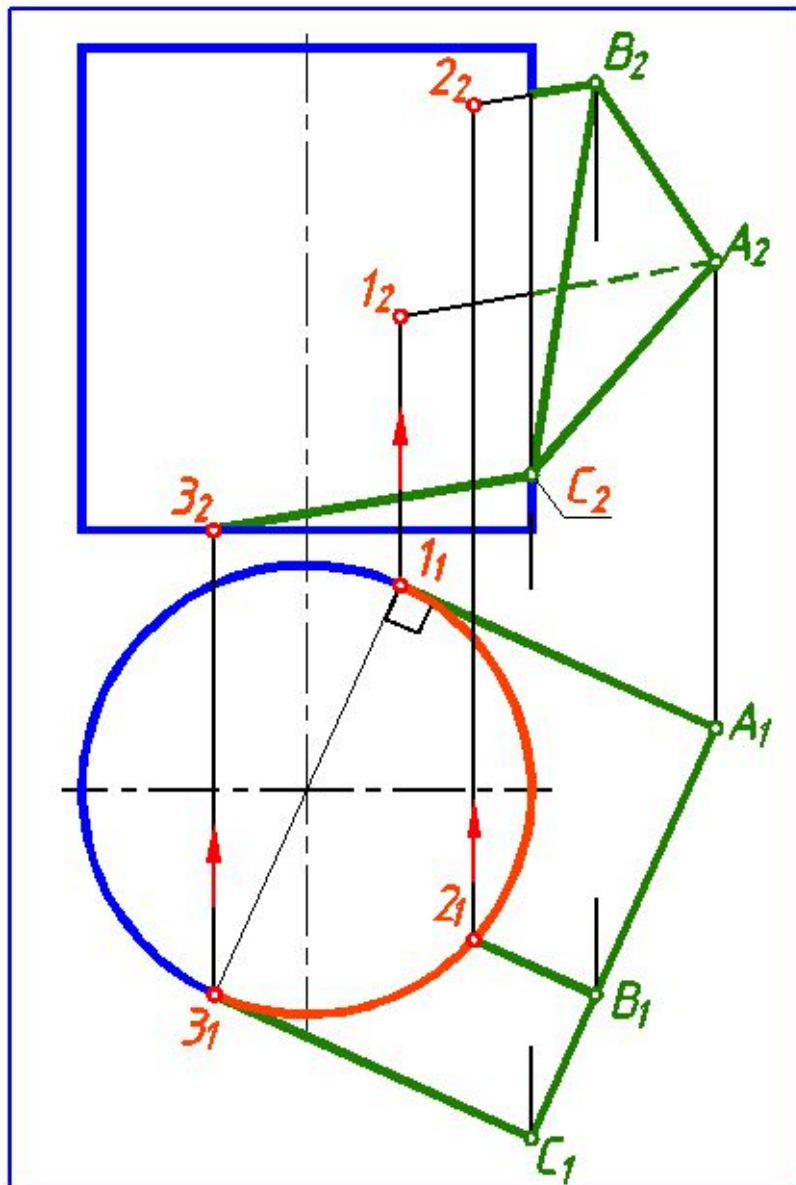


2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком горизонтальной проекции цилиндра в пределах очерка призмы. Линия пересечения состоит из трех кривых (частей эллипсов), пересекающихся в точках на ребрах призмы (**1**, **2**, **3**).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

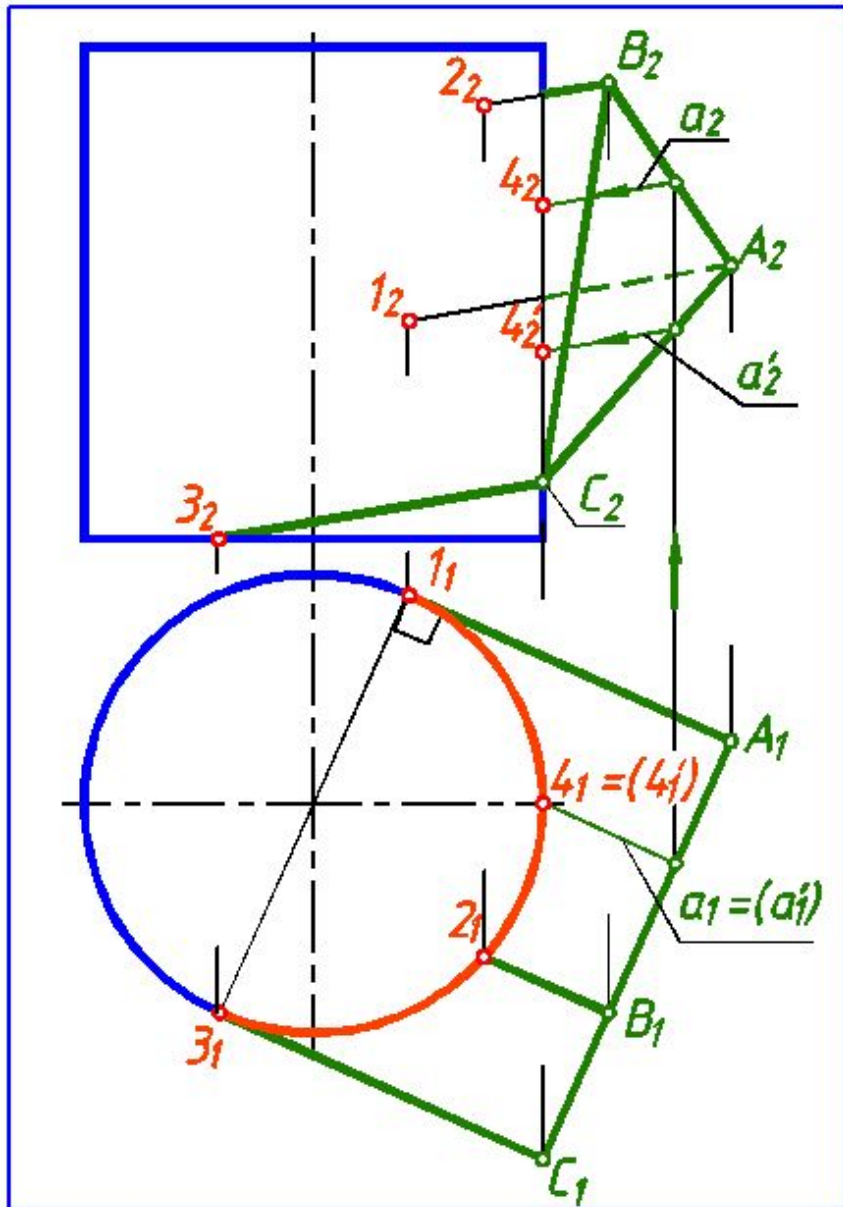


Пересечение многогранной и кривой поверхностей



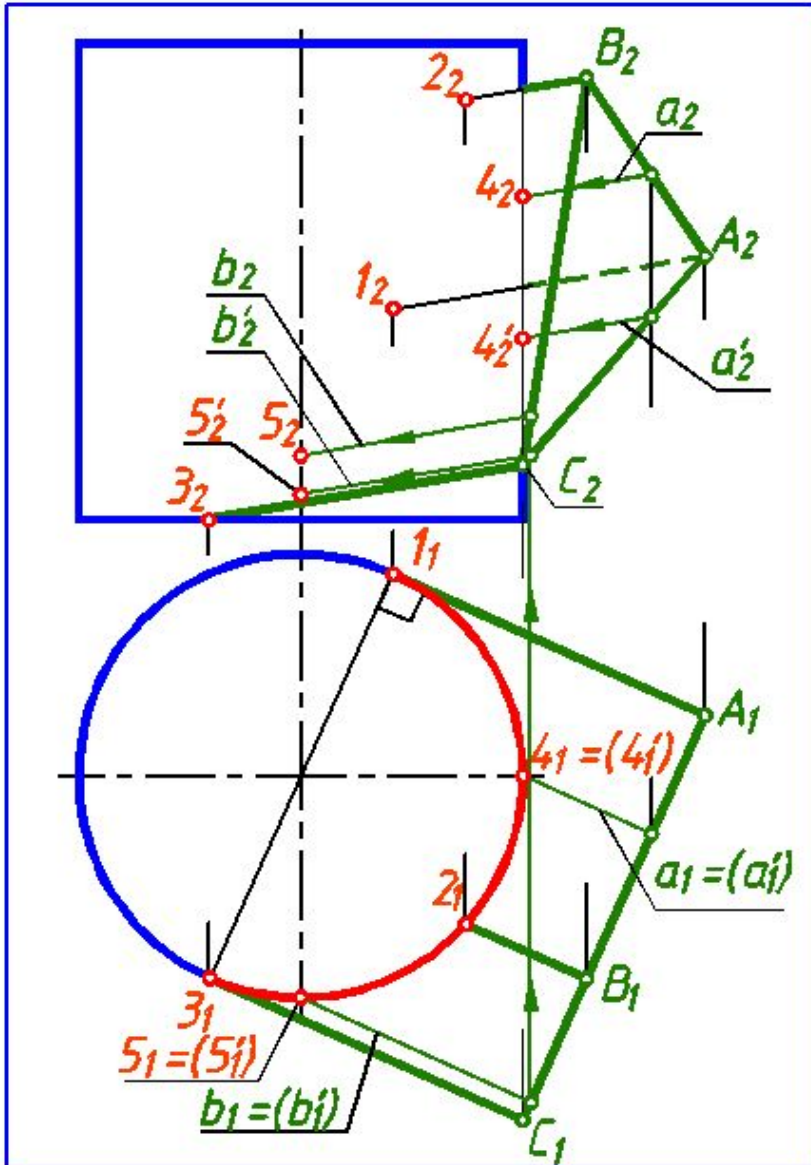
3) Опорные точки (**1**, **2**, **3**) определены из условия принадлежности ребрам призмы.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



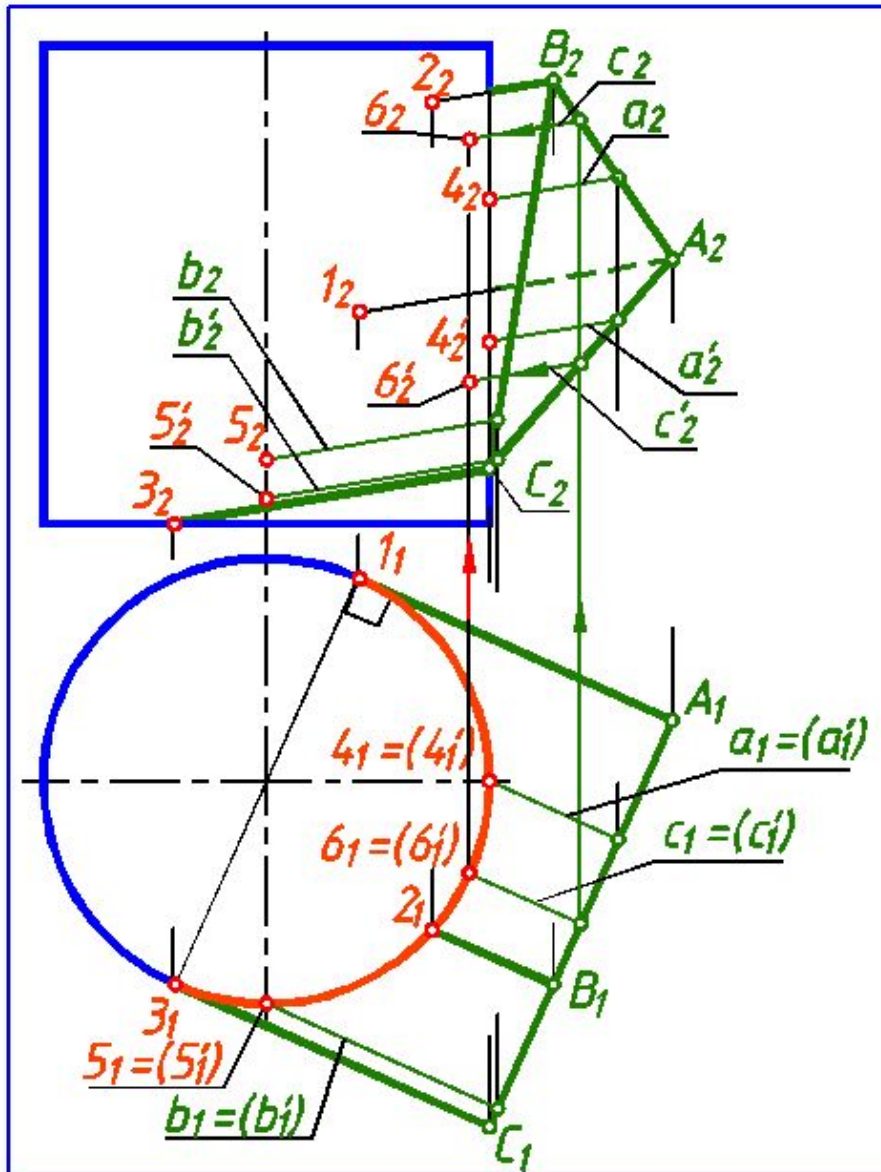
Опорные точки **4, 4'** –
очерковые на Π_2
определены из условия
принадлежности призме
с помощью линий **a** и **a'**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



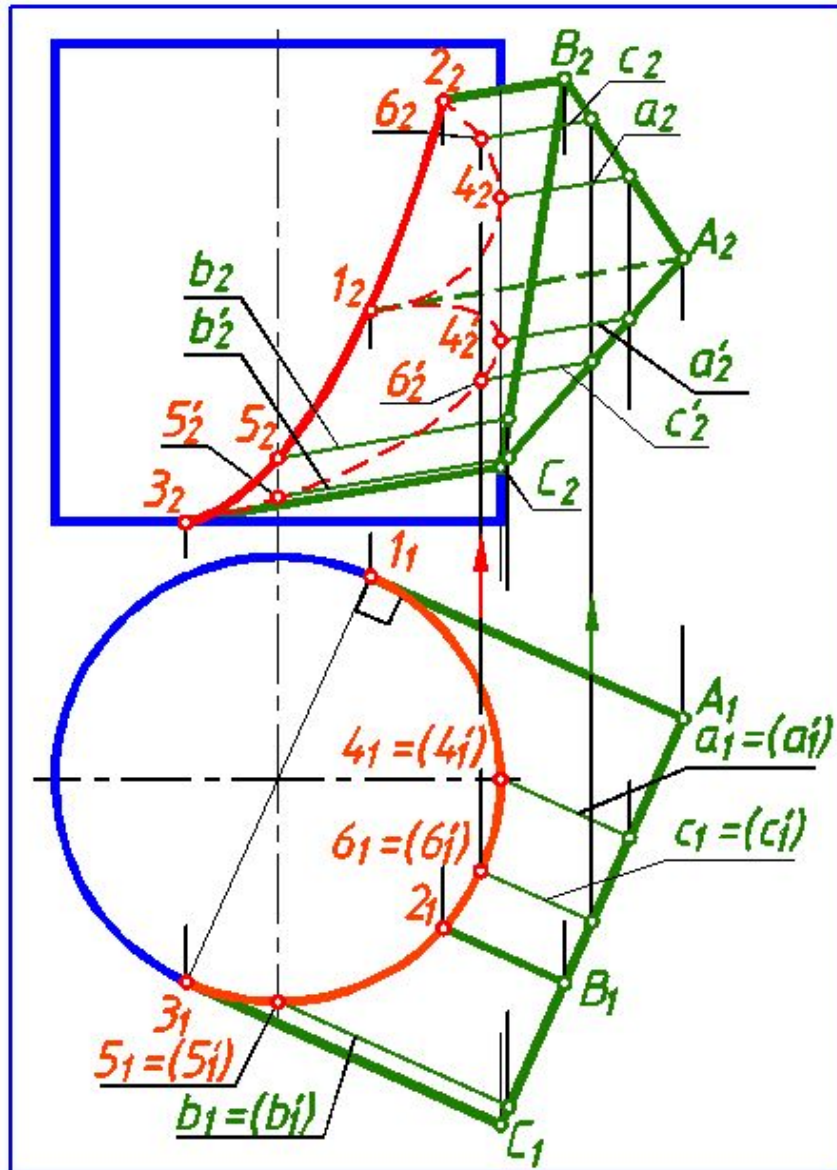
Опорные точки **5** и **5'** – очерковые на Π_3 для цилиндра определены из условия принадлежности призме с помощью линий b и b' .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) Промежуточные точки **6** и **6'** для построения эллипса найдены из условия их принадлежности поверхности **призмы** с помощью линий **c** и **c'**.

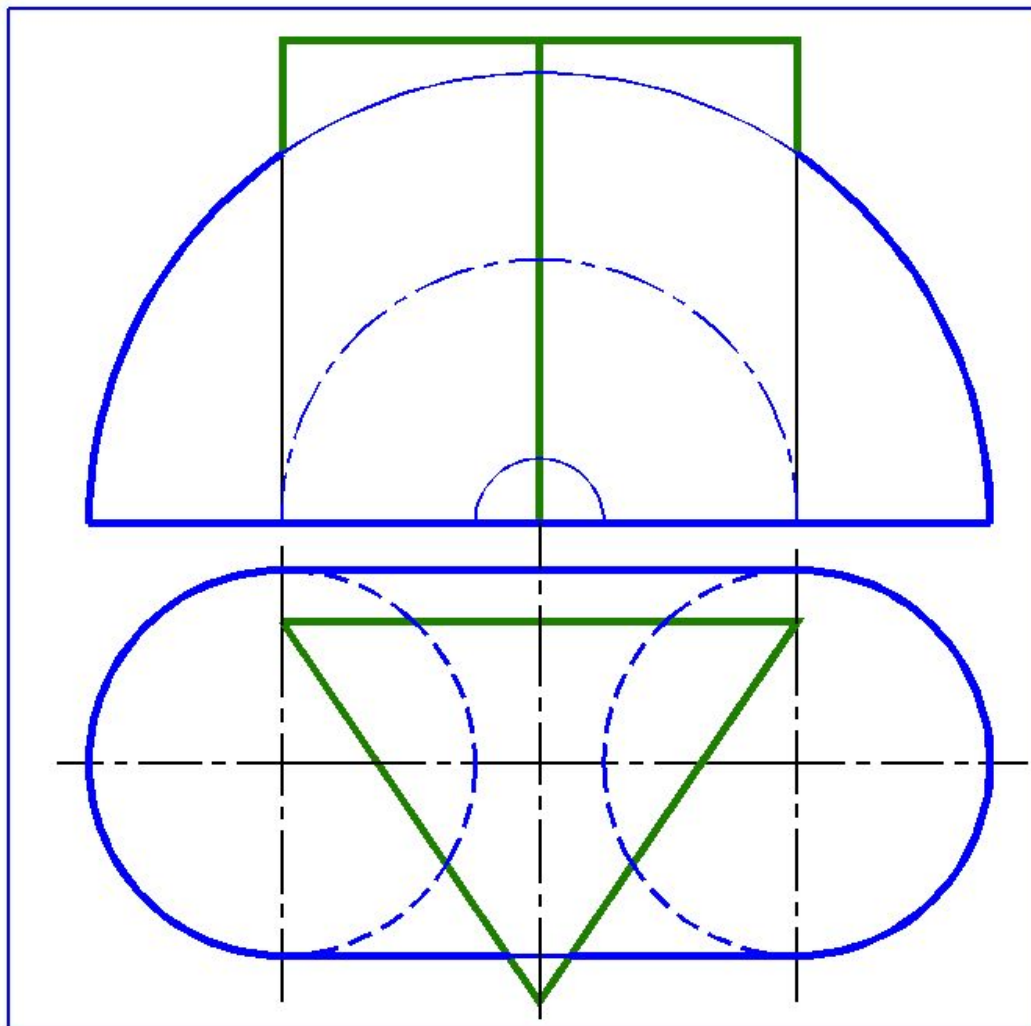
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

Эллипсы **2, 4, 1** и **1, 4', 6', 5', 3** на Π_2 не видны, так как принадлежат невидимым граням призмы. Верхнее ребро призмы доводим до точки **2**.

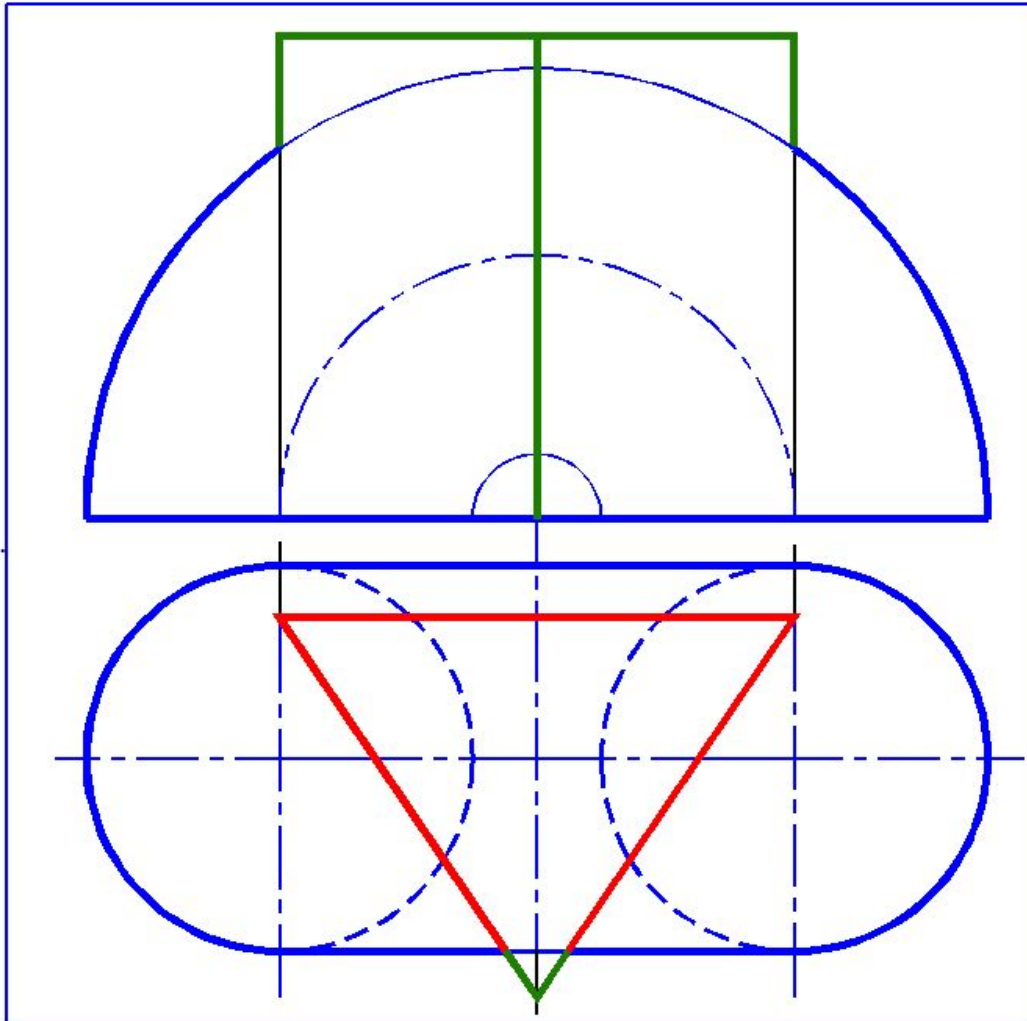
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **тора** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

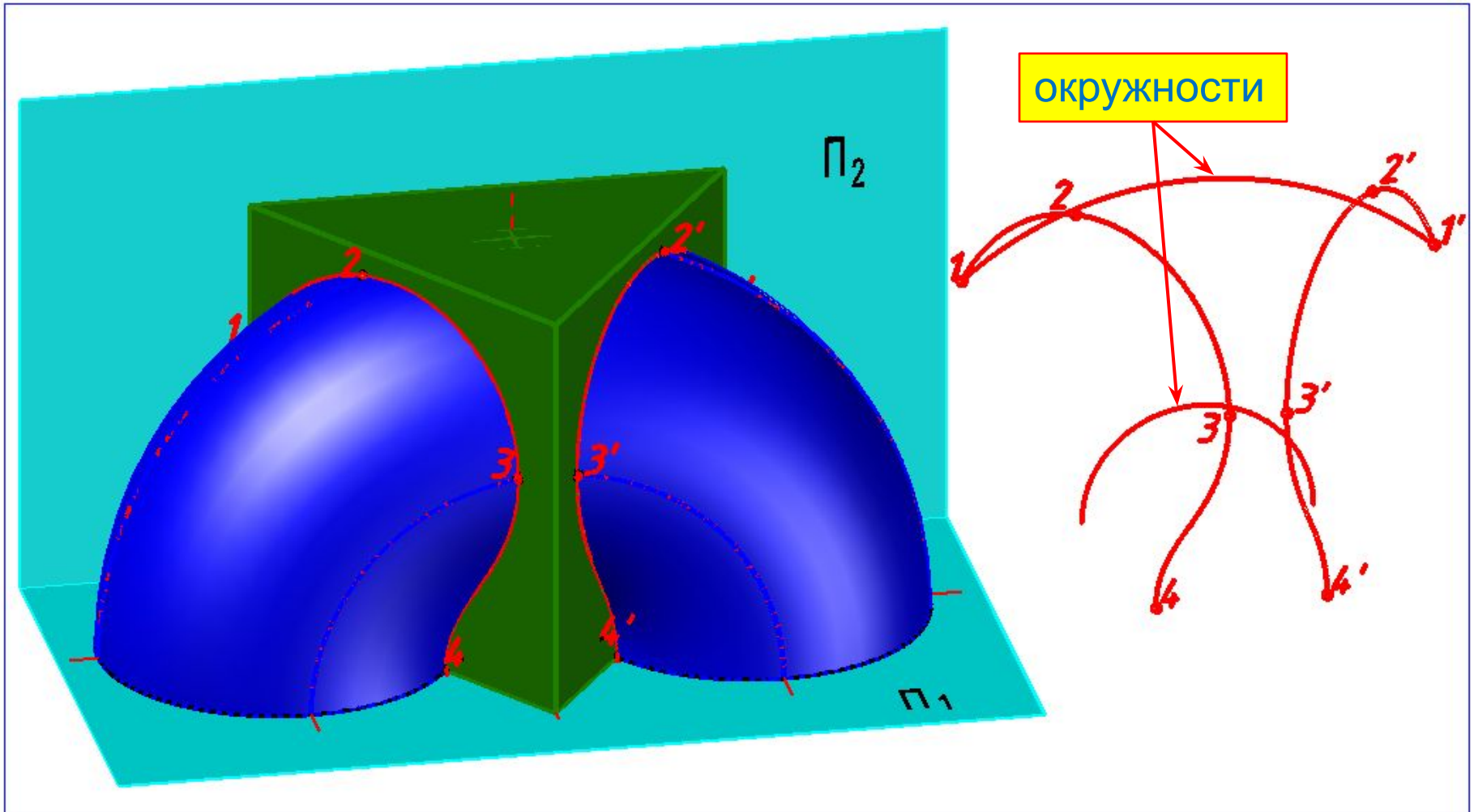
1) Задана кривая поверхность (**тор**) и многогранная (**призма**). **Призма** занимает проецирующее положение относительно Π_1 .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

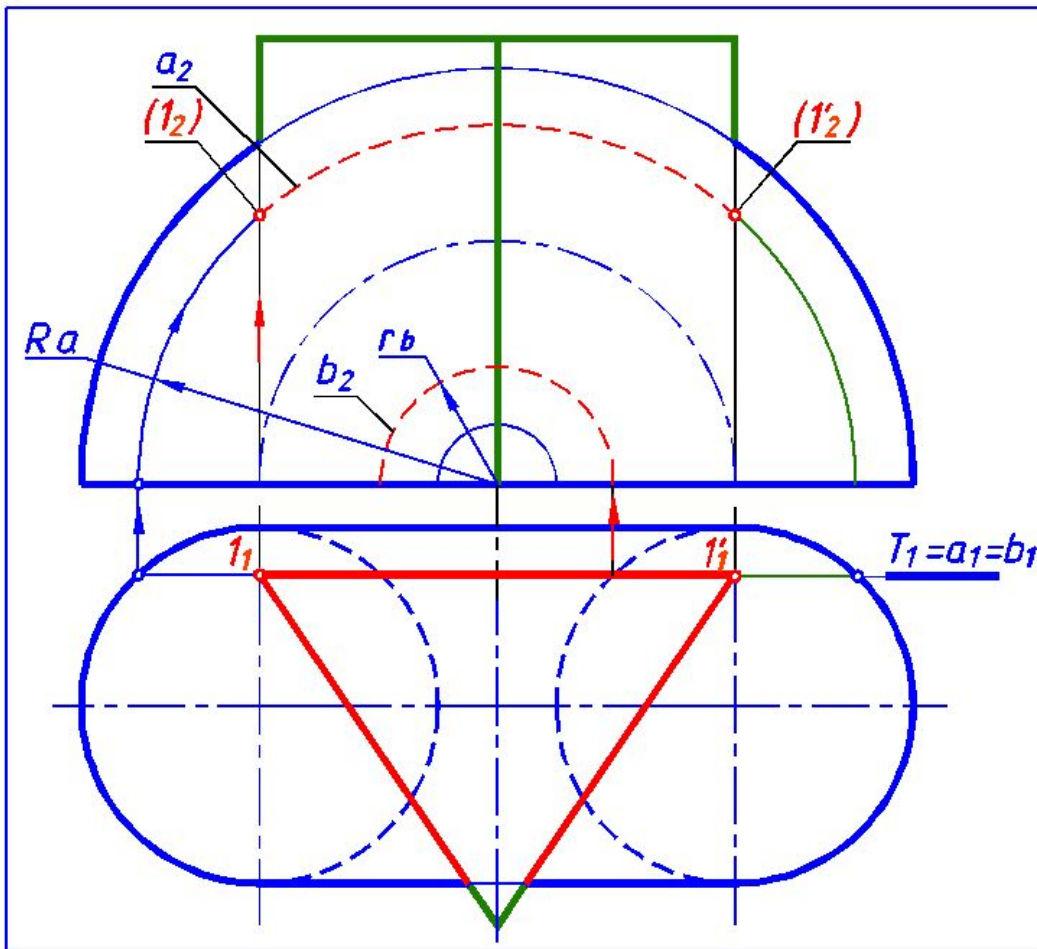


2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком горизонтальной проекции призмы в пределах очерка **тора**. Линия пересечения состоит из четырех кривых. Задняя грань призмы пересекает тор по двум окружностям. Переднее ребро **призмы** в пересечении не участвует.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



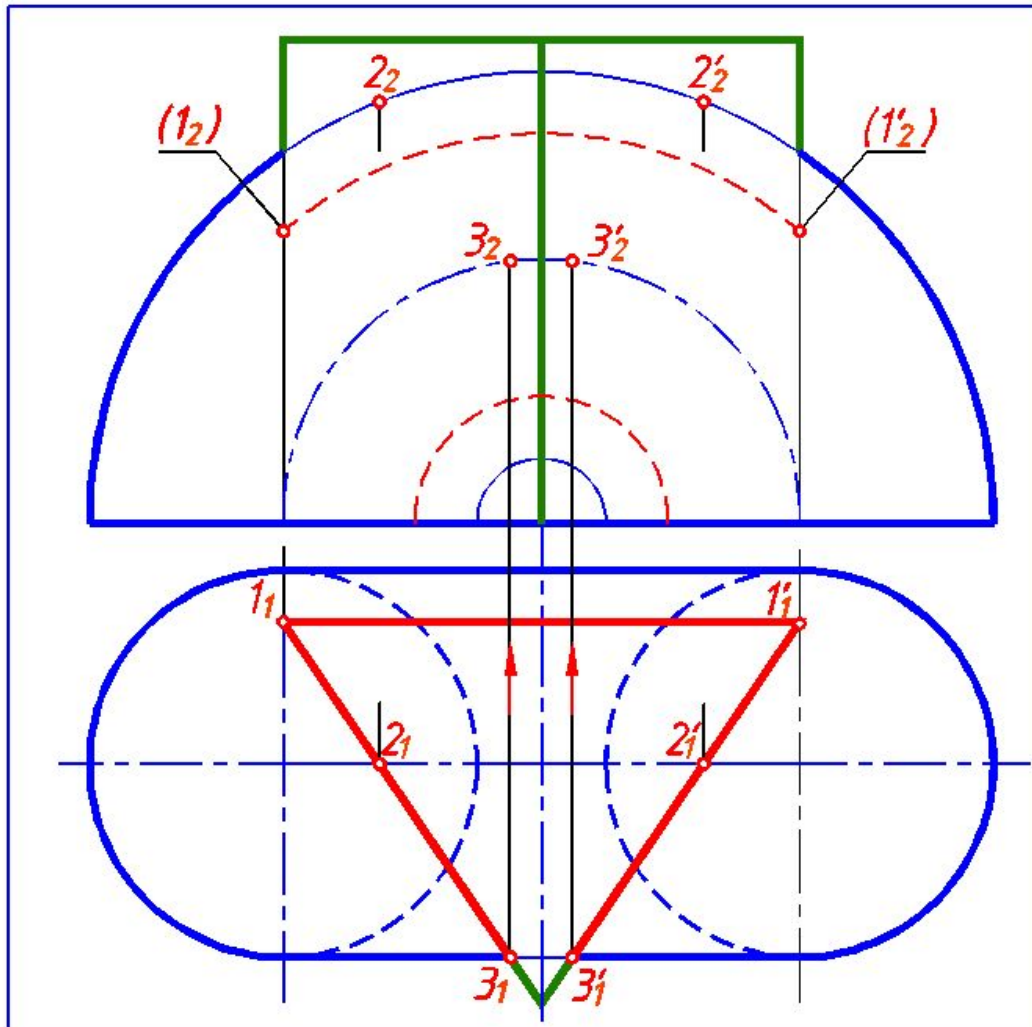
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Грань призмы, параллельная Π_2 , пересекает **top** по окружностям a и b , которые проецируются на Π_2 без искажения.

3) Опорные точки на ребрах призмы $(1, 2)$ определены из условия принадлежности поверхности **тора** (параллель радиуса Ra).

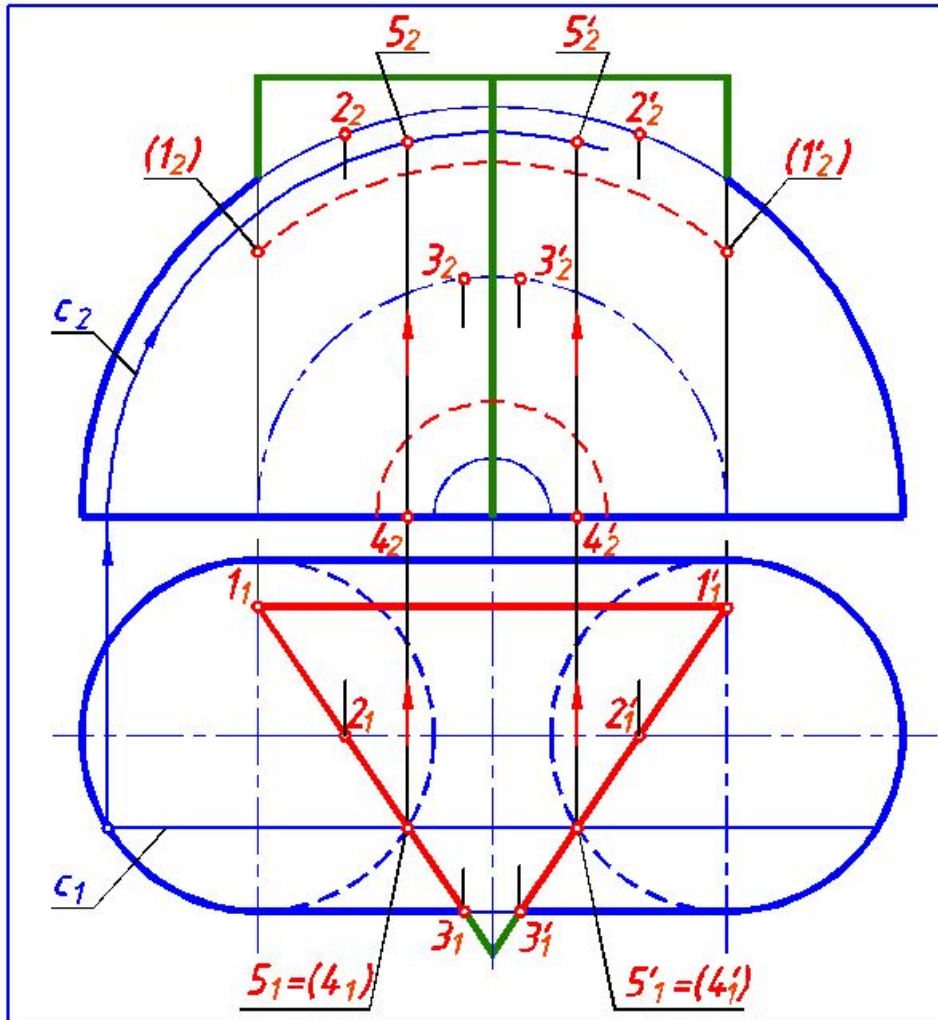
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки **2, 2'** – очерковые на Π_2 определены из условия принадлежности поверхности тора (*ось – очерк*).

Опорные точки **3, 3'** – очерковые на Π_1 определены из условия принадлежности поверхности тора (*очерк – ось*).

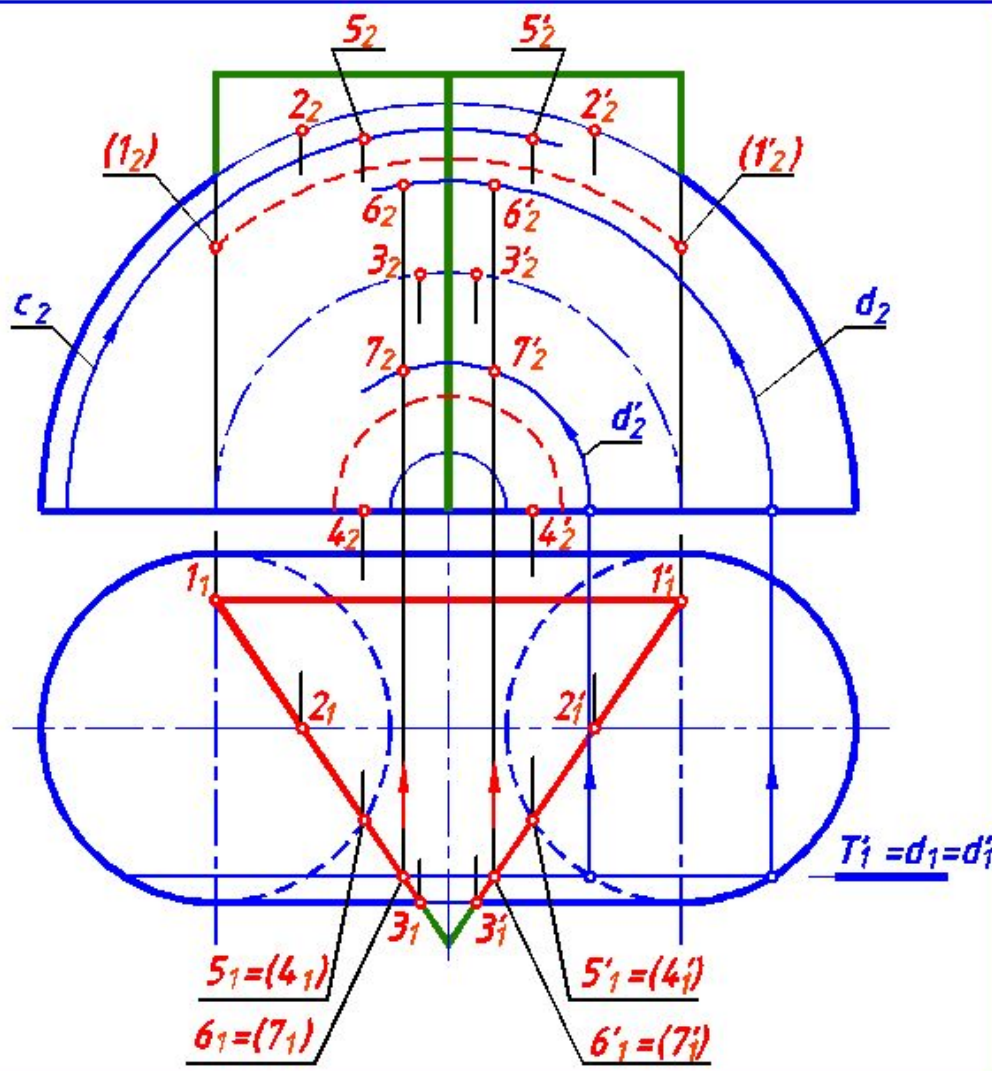
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Опорные точки **4**, **4'** - очерковые внутренней поверхности **тора** на Π_1 , определены из условия принадлежности поверхности **тора**.

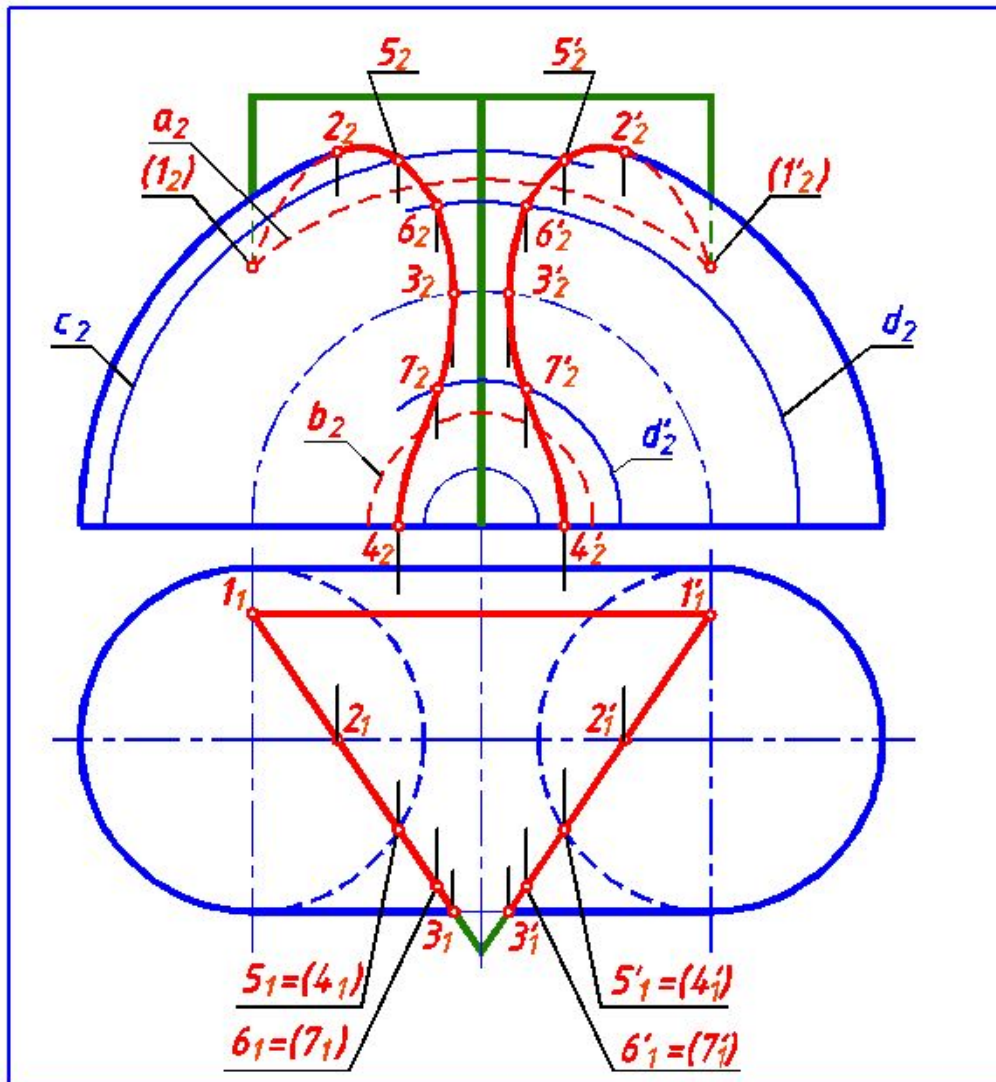
4) Промежуточные точки **5** и **5'** линий пересечения найдены из условия их принадлежности поверхности **тора** с помощью **окружности C**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Промежуточные точки **6, 6'** и **7, 7'** линий пересечения найдены из условия их принадлежности поверхности **тора** с помощью **окружностей d и d'** .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

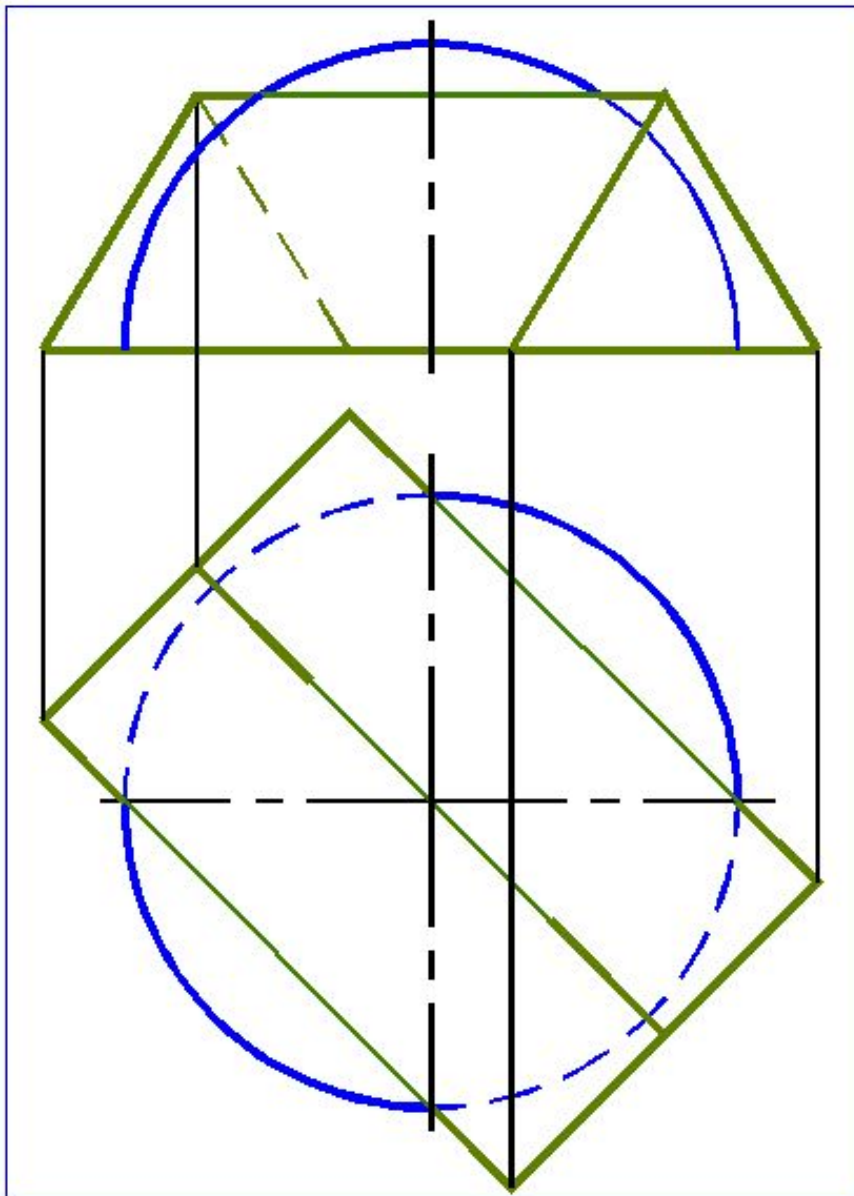


5) полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

Окружности **a** и **b** на Π_2 не видны, так как принадлежат невидимой грани призмы.

Точки **2**, и **2'** – смены видимости. Доводим до них очерк **тора**.

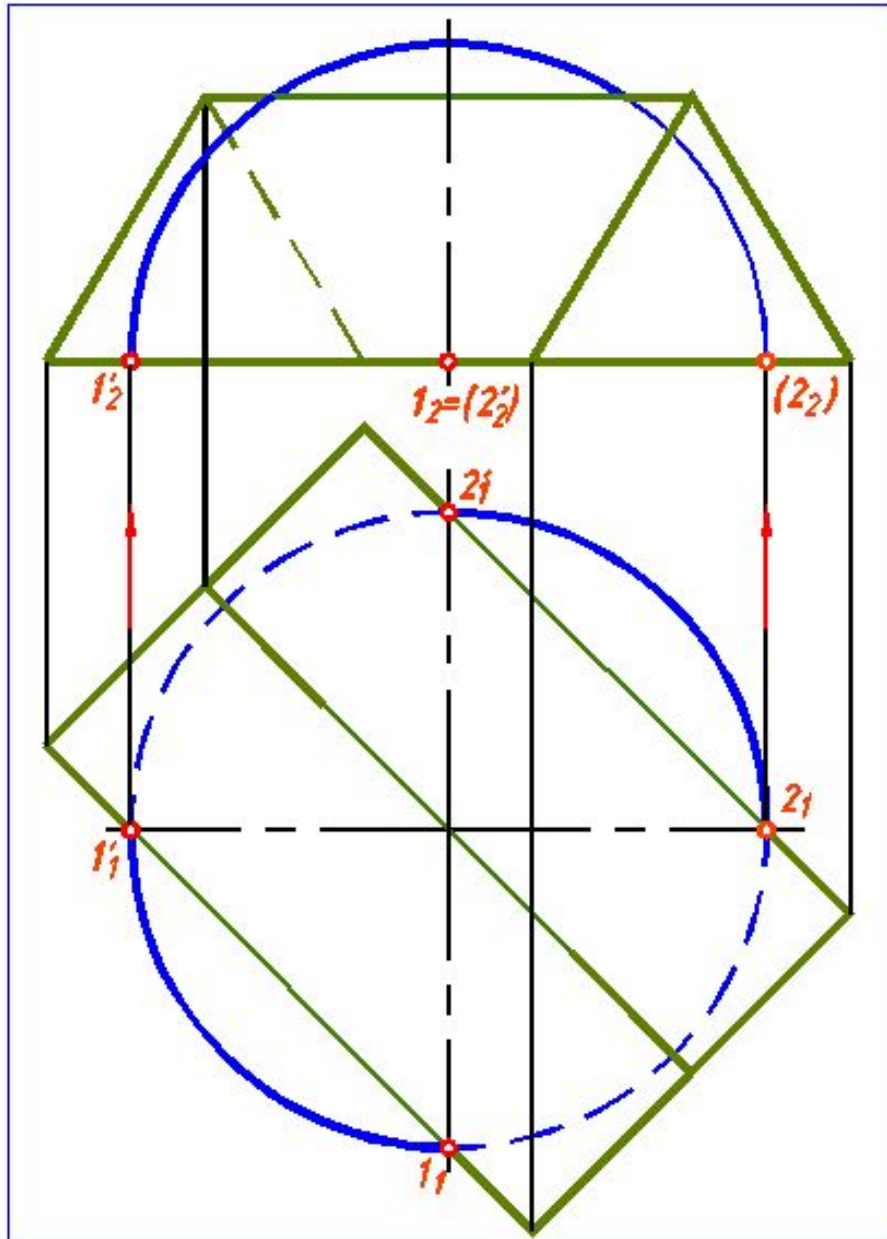
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **сферы** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

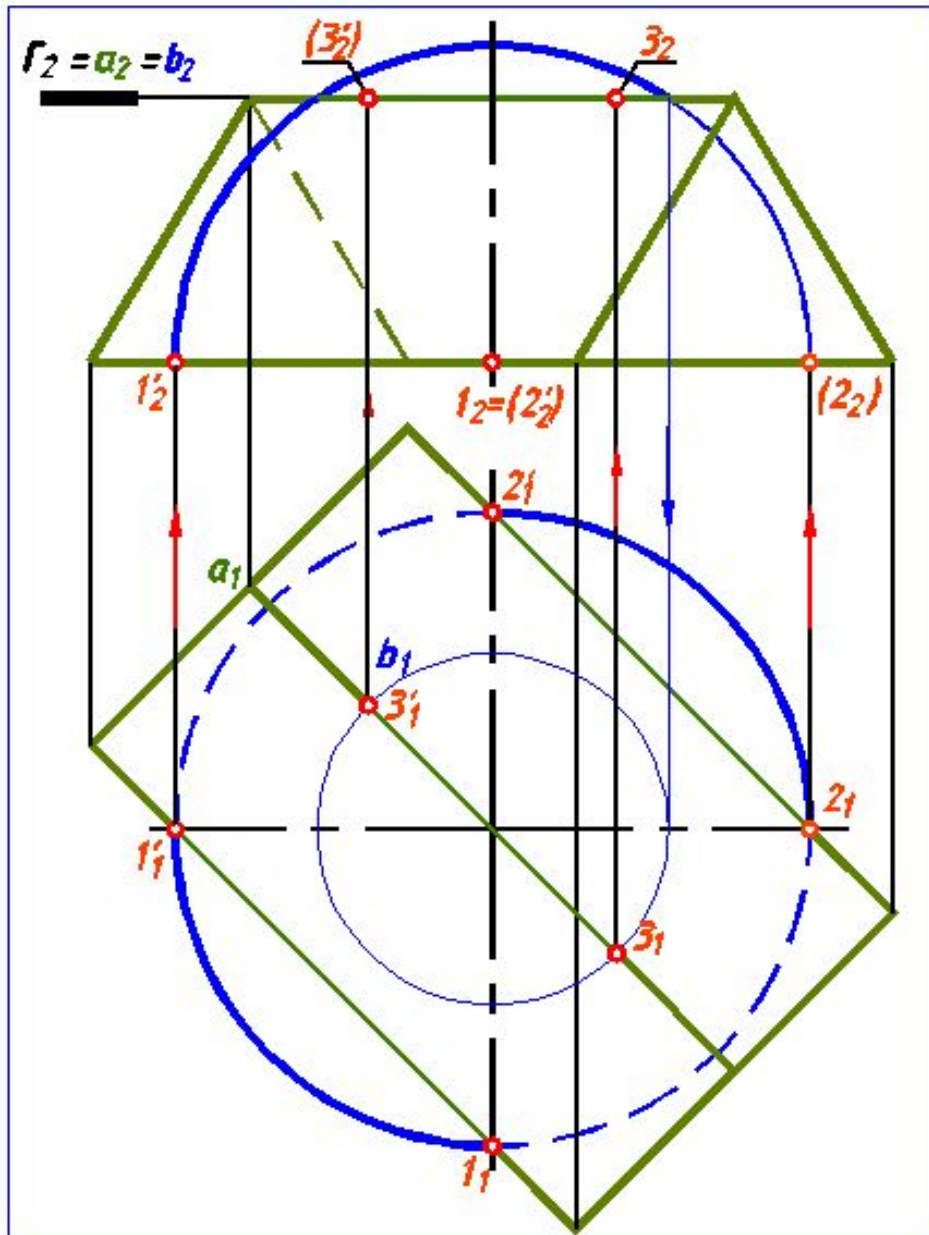
- 1) Задана кривая поверхность (**сфера**) и многогранная (**призма**). **Призма не занимает проецирующее положение**. Проекция линии пересечения нет.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



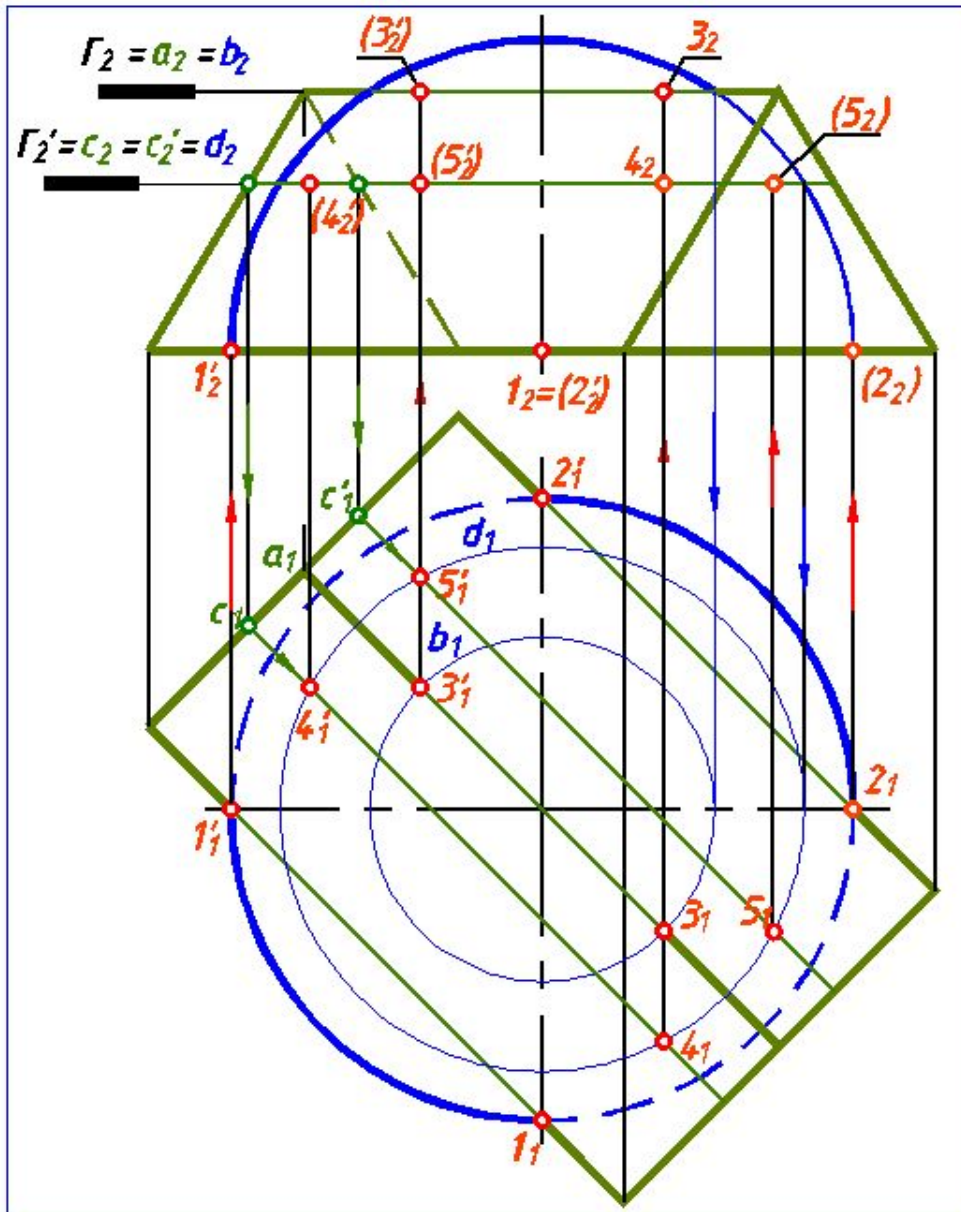
2. Линия пересечения распадается на две замкнутые кривые, состоящие из частей окружностей. Каждая грань треугольной призмы пересекается с полусферой по части окружности. Окружности проецируются в эллипсы.
3. Опорные точки **1, 1', 2, 2'** пересечения **нижних ребер призмы** и **основания полусферы** определены по линиям связи из условия принадлежности. **Нижние ребра призмы** и **основание полусферы** лежат в одной плоскости.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



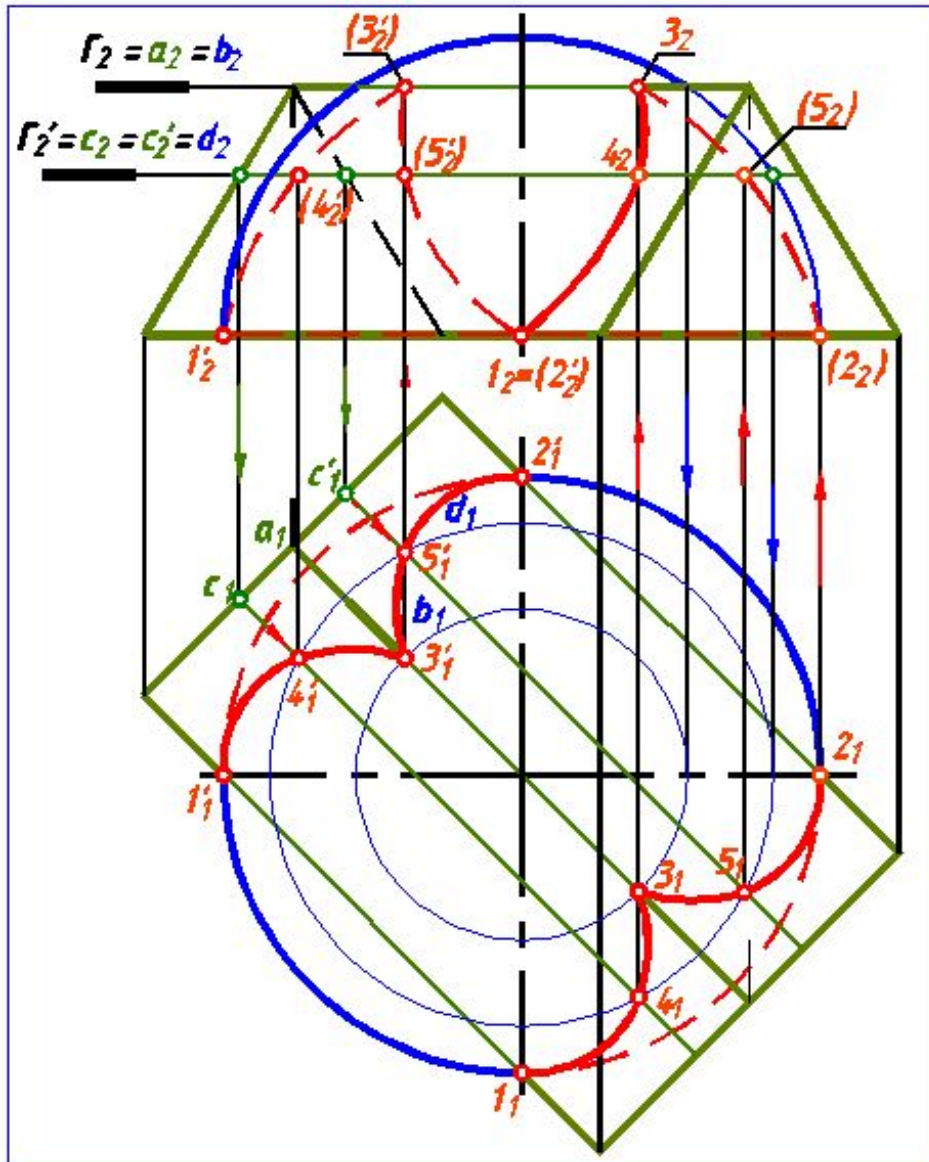
Опорные точки **3, 3'** пересечения **верхнего ребра призмы** и **полусферы** определены с помощью вспомогательной плоскости $\Gamma \parallel \Pi_1$ которая пересекает **полусферу** по окружности **b**, а **призму** – по прямой **a** (верхнему ребру).

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4. Промежуточные точки **4, 4', 5, 5'** линий пересечения **призмы** и **полусферы** определены с помощью вспомогательной плоскости $\Gamma' \parallel \Pi_1$, которая пересекает **полусферу** по **окружности d** , а **призму** – по **прямым c и c'** , параллельным ребрам призмы.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей

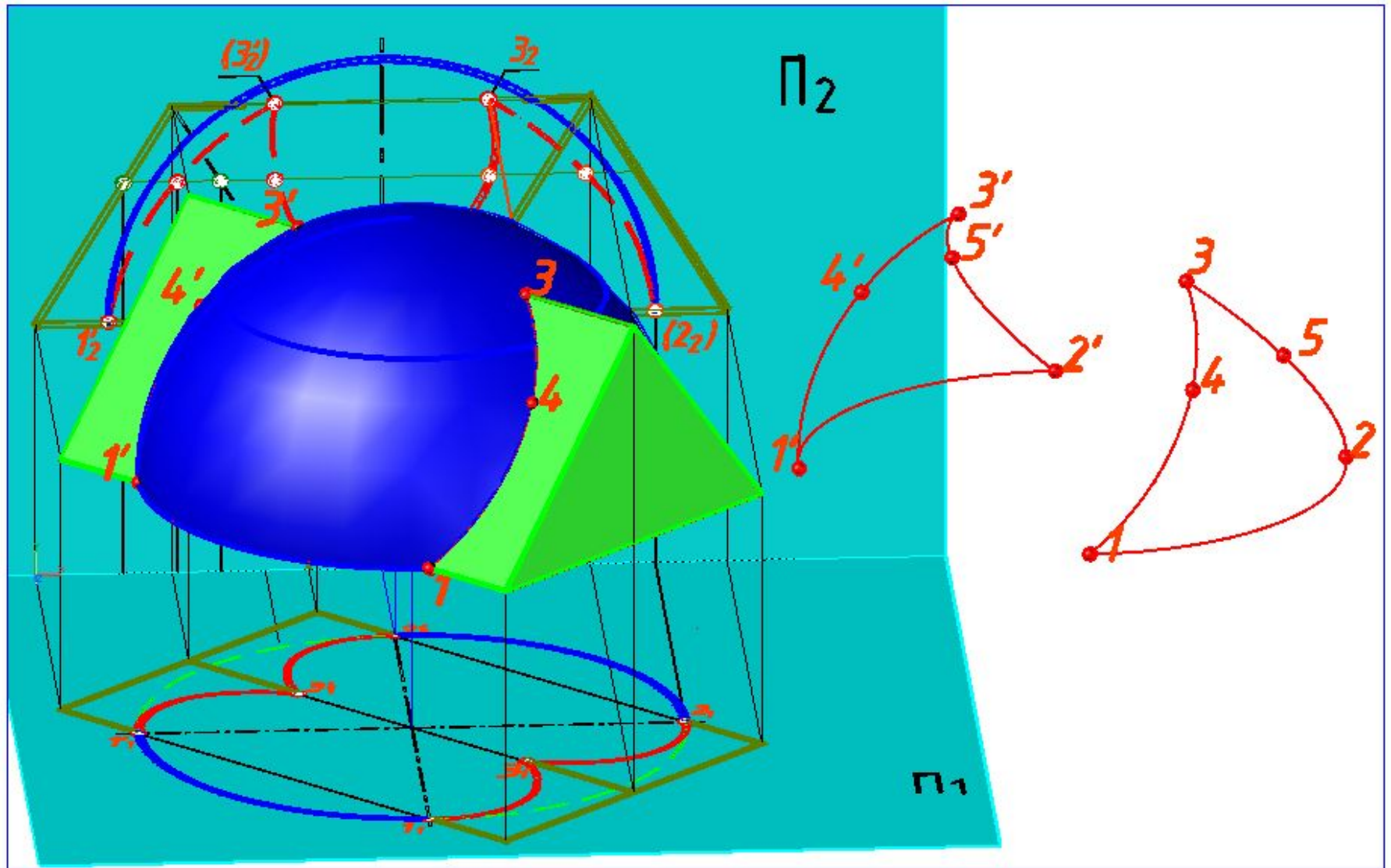


5. Найденные точки соединяем плавными кривыми с учетом видимости. Точки **4'**, **3'**, **5'**, **2'**, принадлежащие задней части **полусферы** на Π_2 не видимы.

На Π_1 участки кривой **1-2** и **1'-2'** не видимы, так как являются результатом пересечения не видимой на Π_1 грани **призмы**.

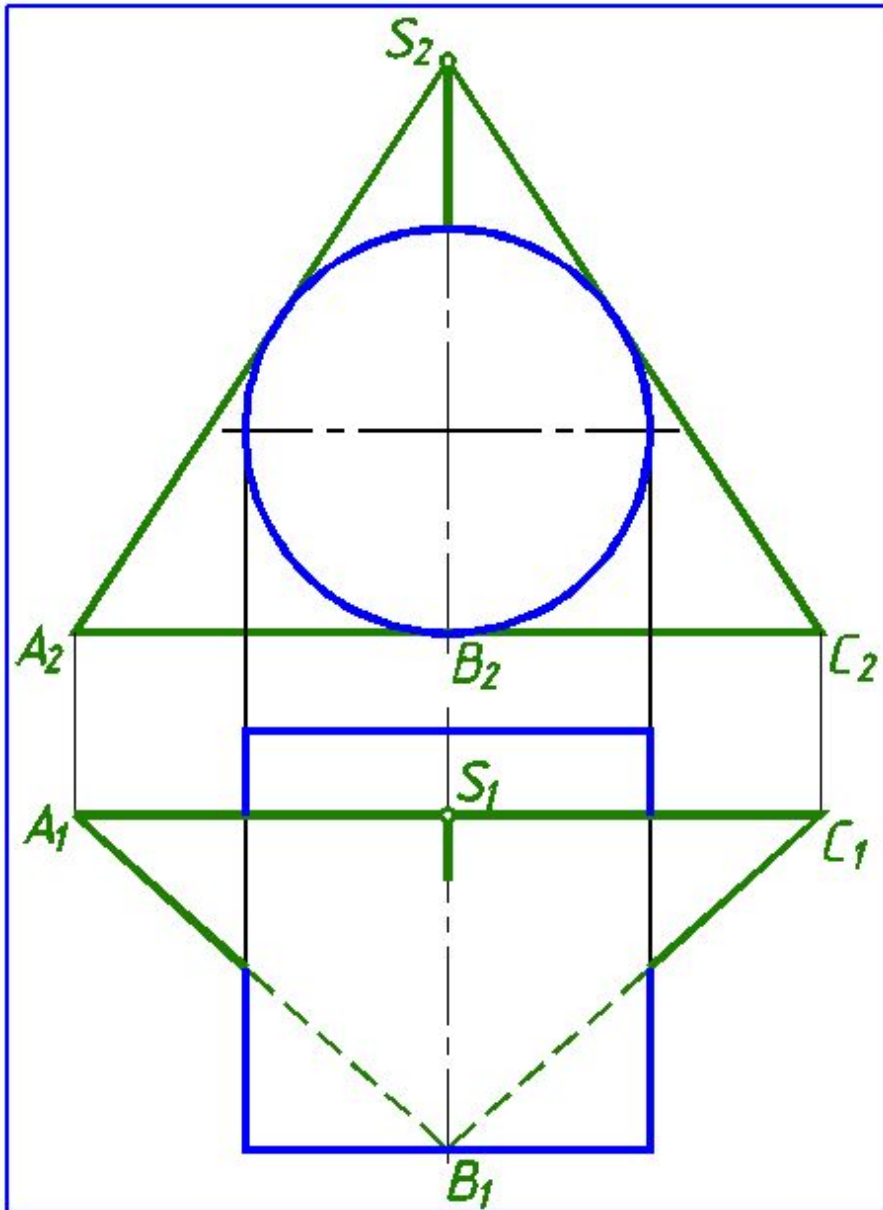
Доводим рёбра призмы до точек пересечения **3** и **3'**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Линия пересечения распалась на две замкнутые кривые, состоящие из частей окружностей.

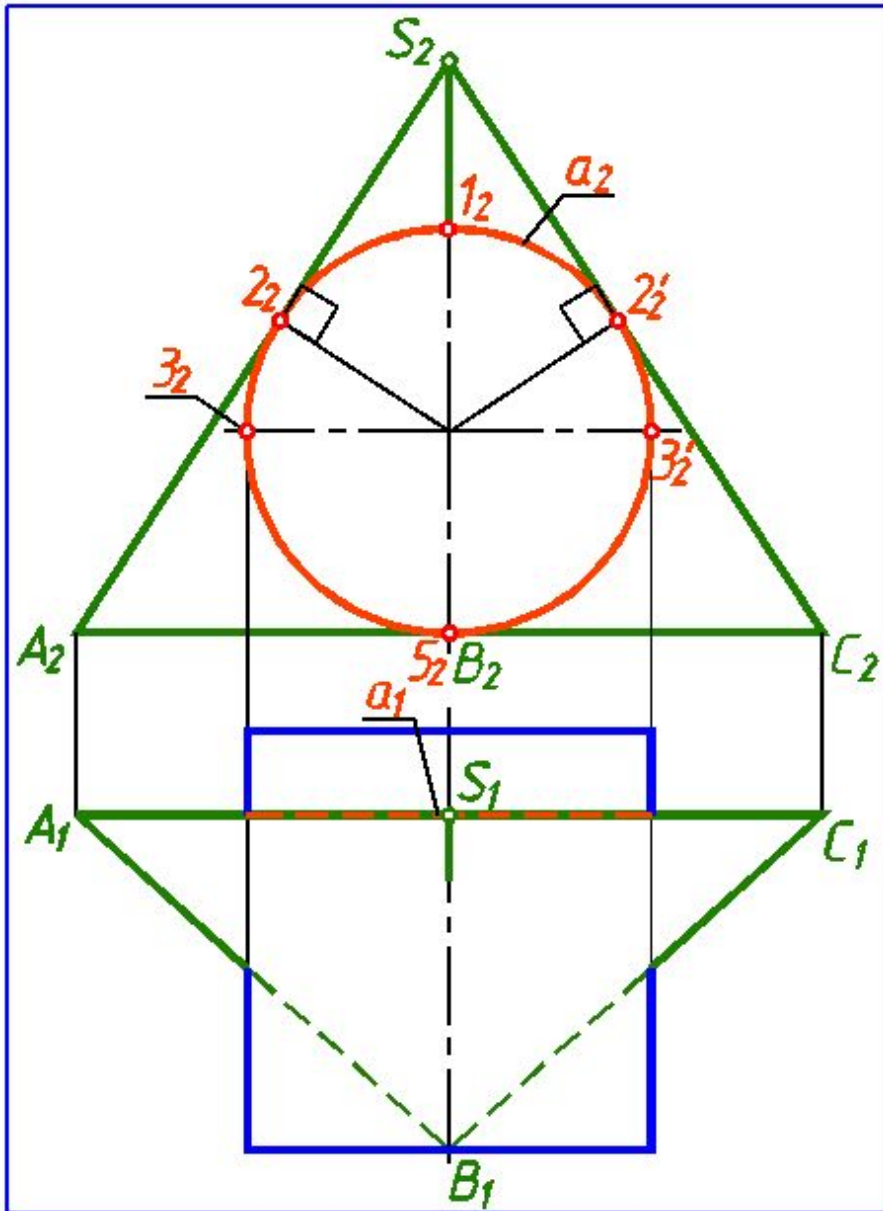
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Задача. Построить линии пересечения **цилиндра** и **пирамиды**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

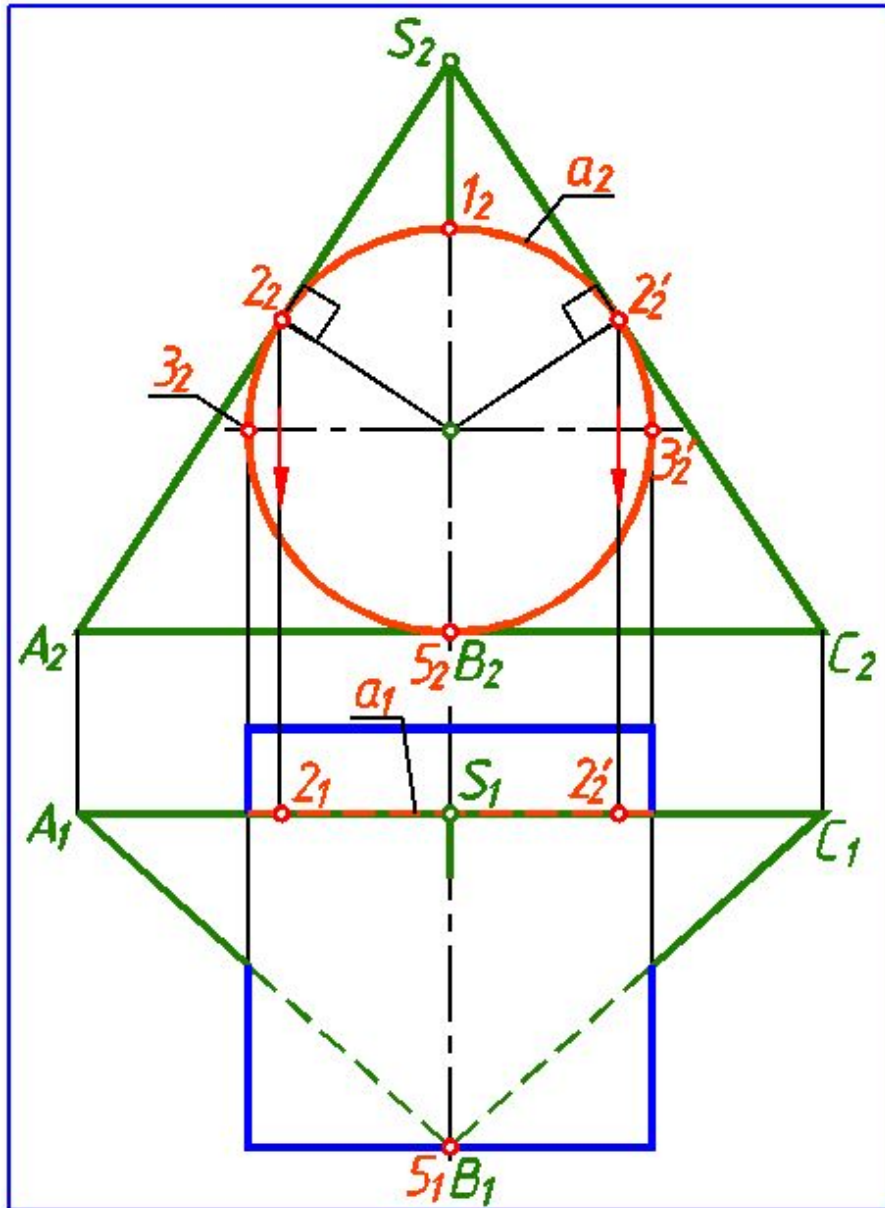
- 1) Задана кривая поверхность (**цилиндр**) и многогранная (**пирамида**). Случай проницания. **Цилиндр** занимает проецирующее положение на Π_2 .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



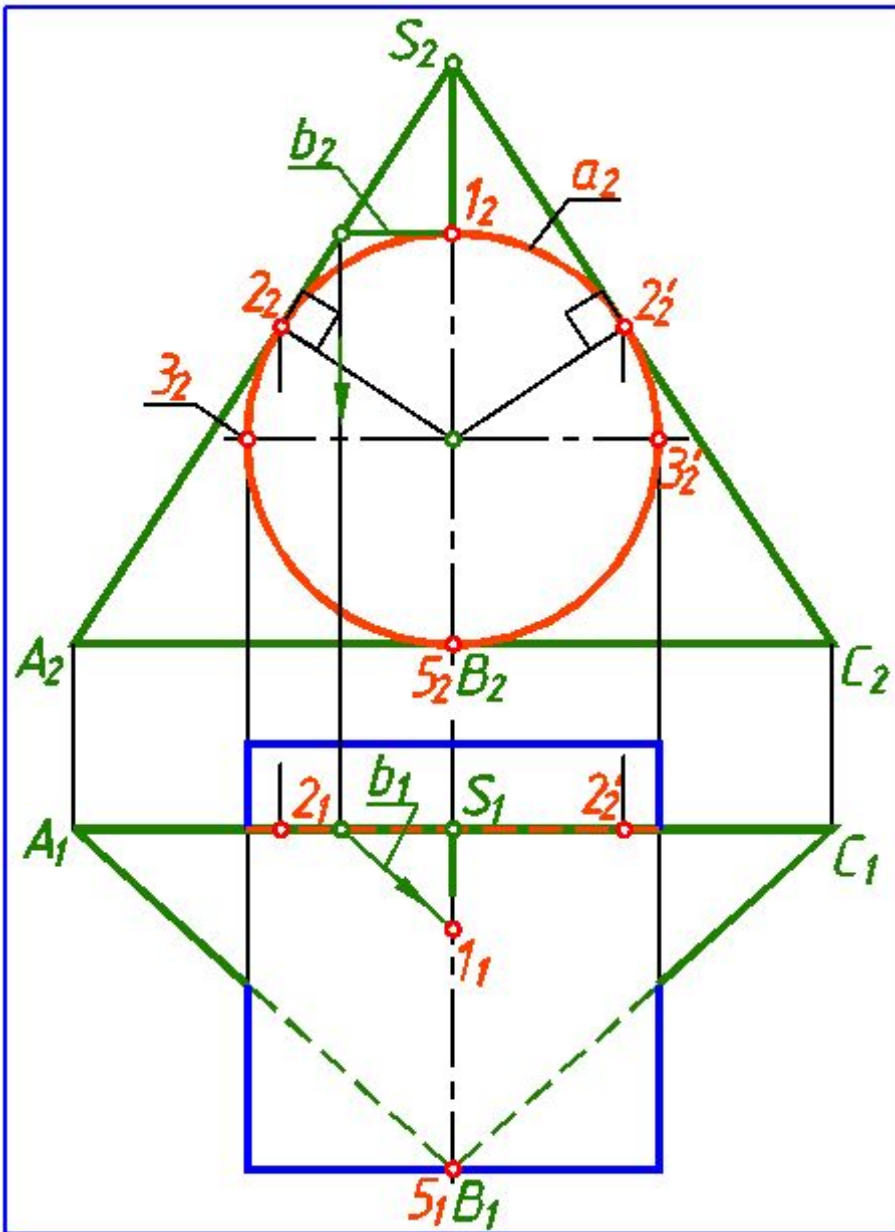
2) Проекция линии пересечения совпадает с очерком фронтальной проекции цилиндра. Линия пересечения представляет собой совокупность **трех кривых**, две из которых пересекаются в точках на **ребрах пирамиды (1 и 5)**. Грань **ASC** пирамиды, параллельная Π_2 , отсекает от цилиндра **окружность a** , которая проецируется на Π_1 в отрезок. Наклонные **грани ASB и CSB** пирамиды отсекают от цилиндра **эллипсы**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



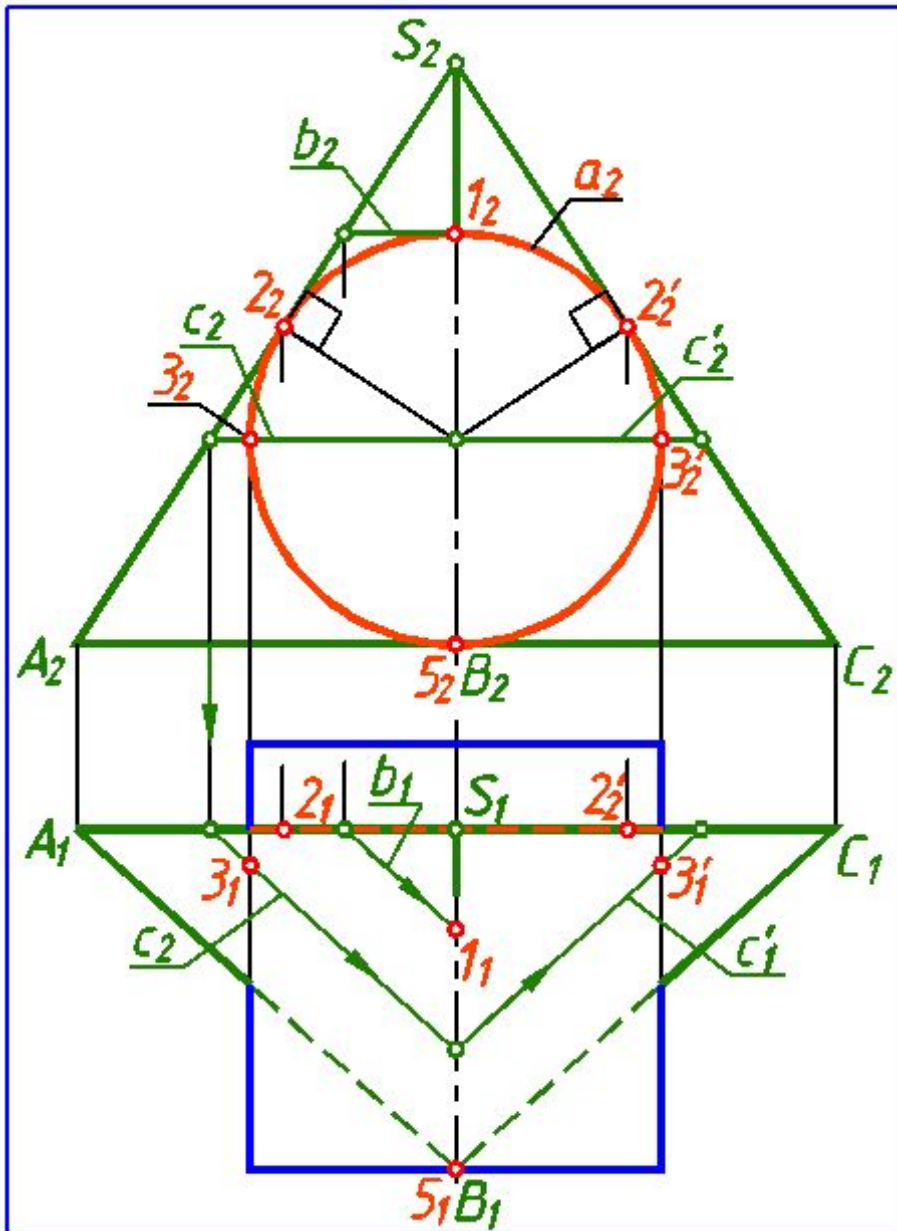
3) Опорные точки на ребрах пирамиды **2** и **2'** определены из условия принадлежности ребрам пирамиды **AS** и **SC**. Горизонтальная проекция **5₁** точки **5** линии пересечения, совпадает с горизонтальной проекцией **B₁** вершины **B** пирамиды.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



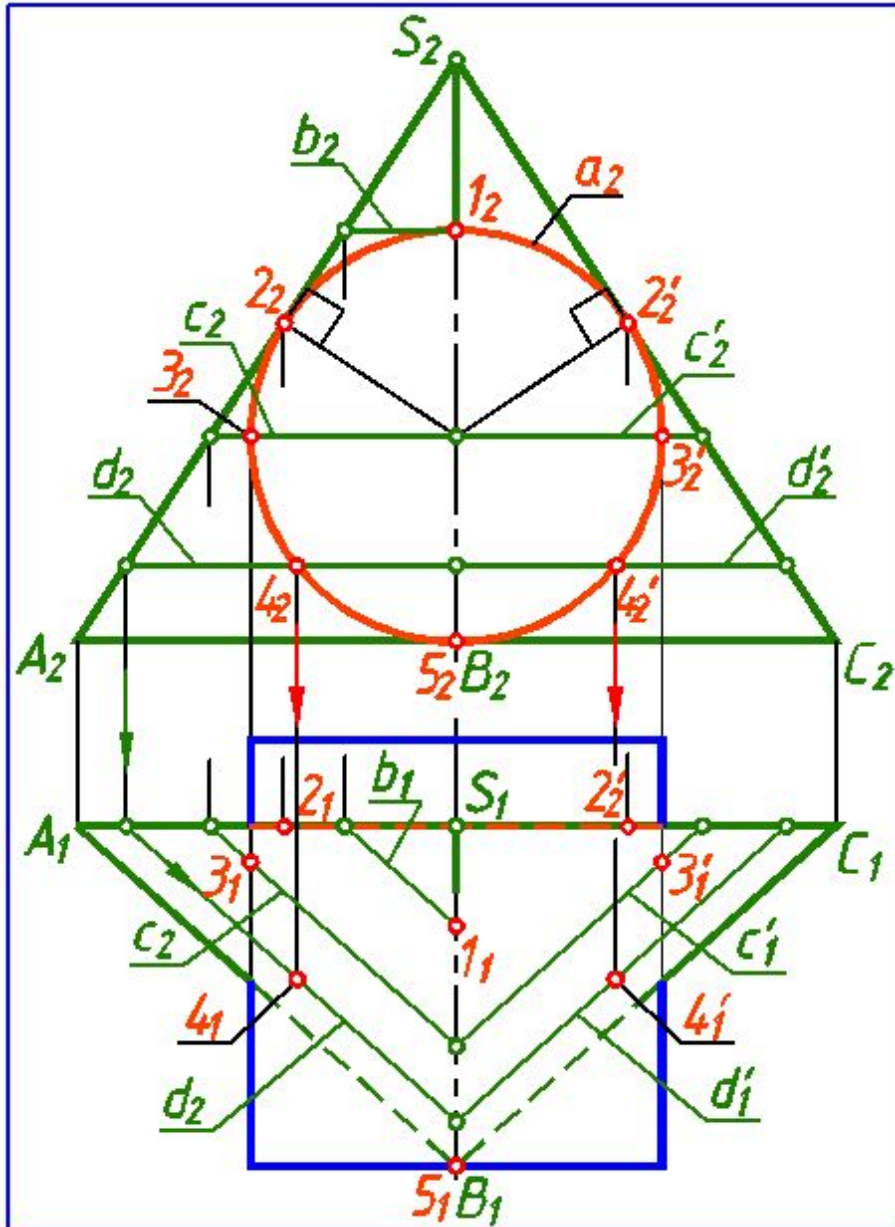
Опорная точка **1** на ребре **SB** определена из условия принадлежности поверхности пирамиды с помощью линии **b**, параллельной ребру **AB**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



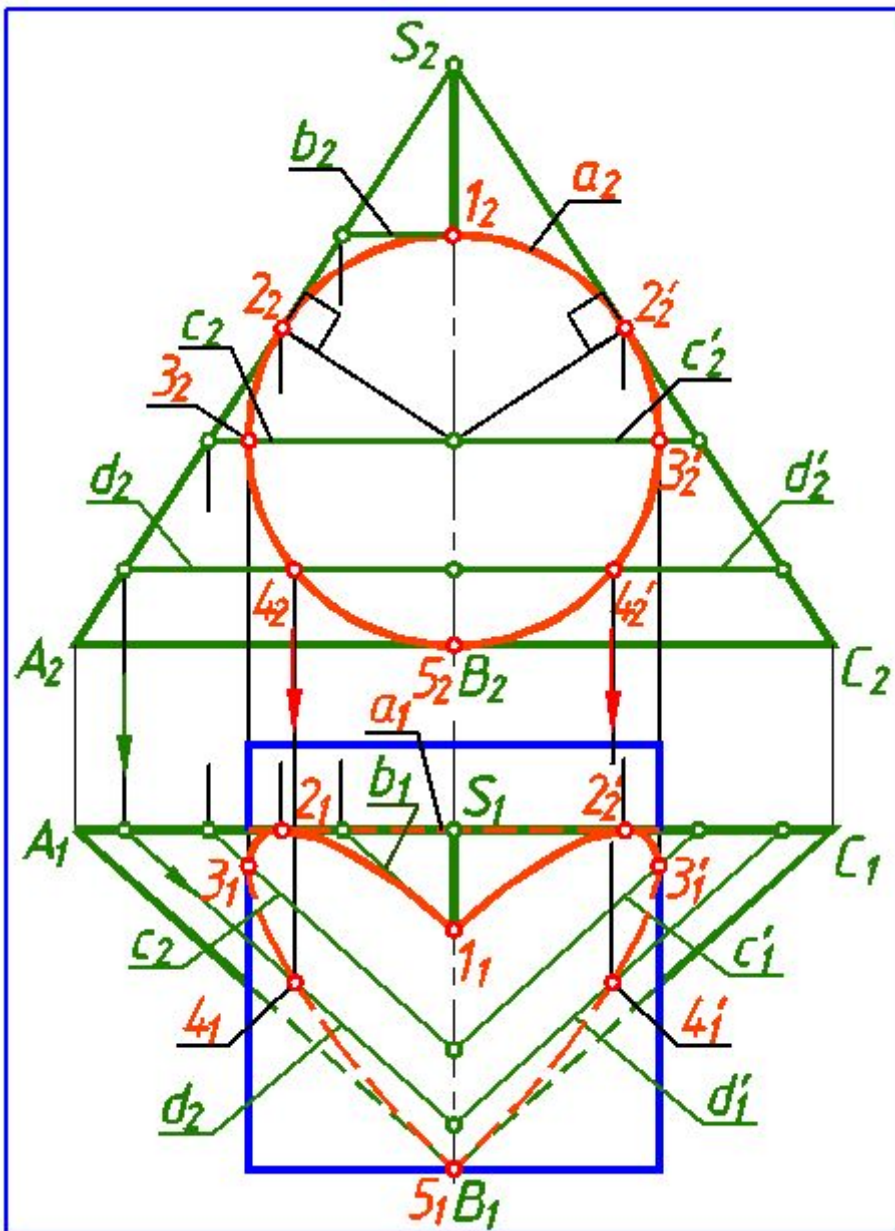
Опорные точки **3** и **3'**, очерковые на Π_1 для цилиндра, определены из условия принадлежности поверхности пирамиды с помощью линий s и s' параллельных ребрам AB и BC .

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



4) промежуточные точки **4** и **4'** определены из условия принадлежности поверхности пирамиды на прямых **d** и **d'** параллельных **AB** и **BC**.

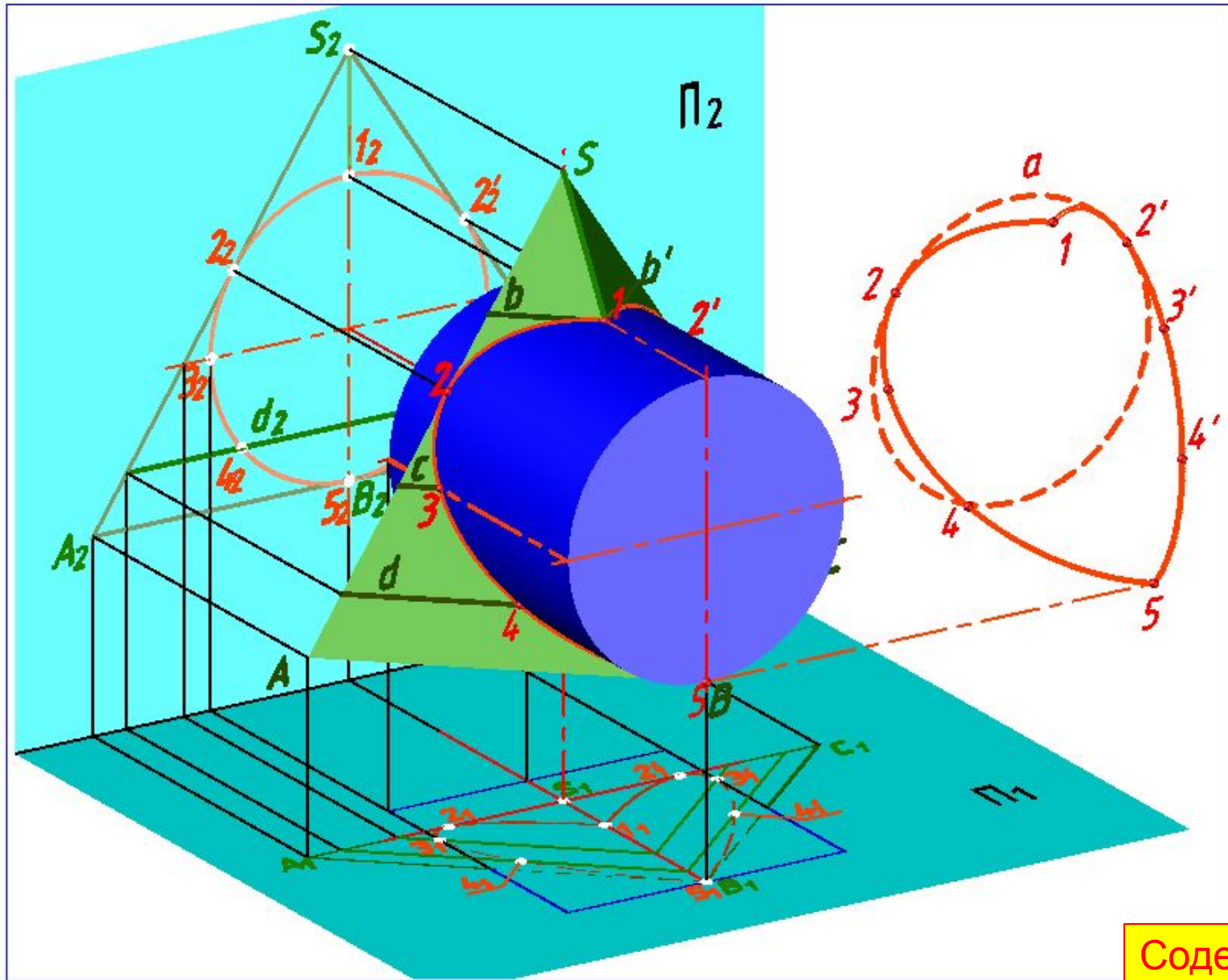
Пересечение многогранной и кривой поверхностей



5) Полученные точки соединим плавными кривыми с учетом видимости.

Окружность **a** на Π_1 не видна. Точки **3**, **3'** – точки смены видимости для **эллипсов** на Π_1 . Верхнее ребро пирамиды доводим до точки **1**, очерк цилиндра до точек **3** и **3'**.

Пересечение многогранной и кривой поверхностей



Содержание

Линия пересечения распалась на три замкнутые кривые.