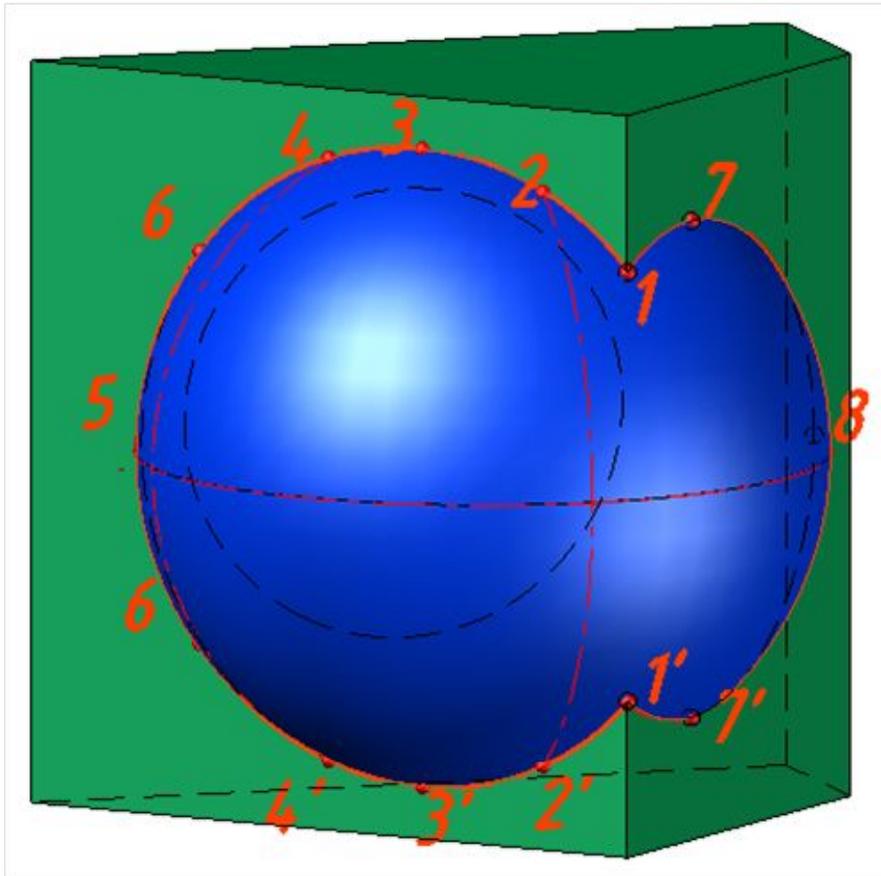




# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Вторая позиционная задача

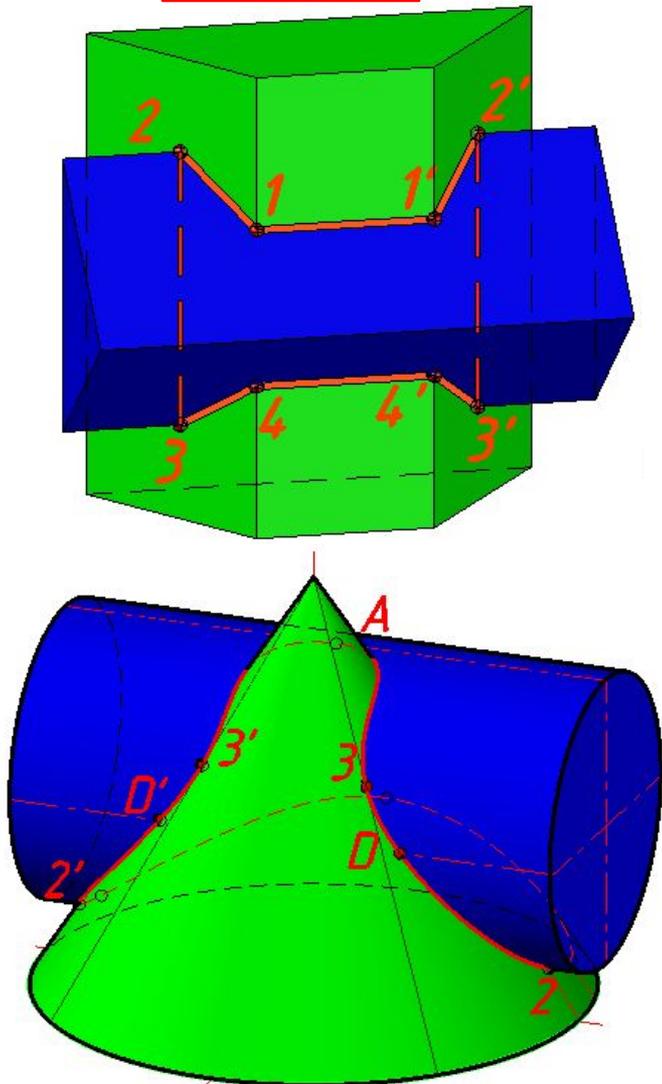
# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ



- Две поверхности пересекаются по линии (совокупности линий), одновременно принадлежащей каждой из них.
- Линию пересечения строят по отдельным точкам – **опорным** и промежуточным.
- В первую очередь определяют **опорные точки**:  
на **ребрах многогранников**,  
**экстремальные** и **очерковые**.

# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Врезка

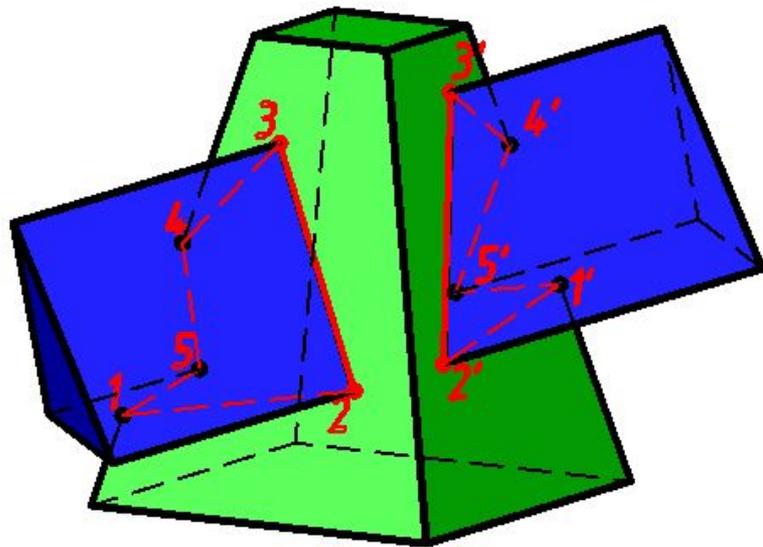
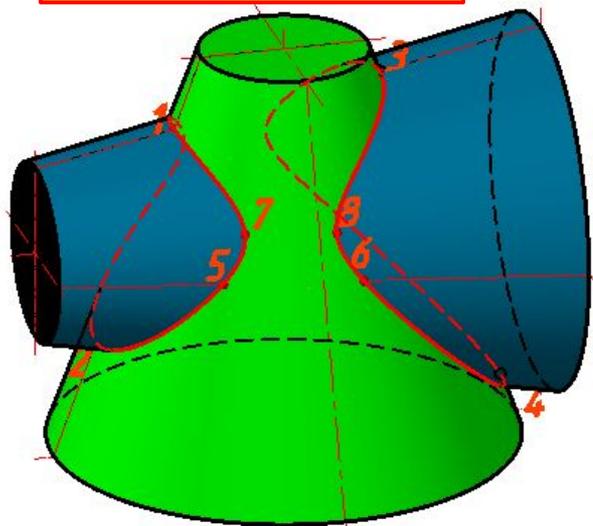


Линия пересечения поверхностей зависит от их **вида** и **взаимного положения**:

1. При пересечении многогранников – замкнутая ломаная.
2. При пересечении кривых поверхностей – замкнутая кривая.
3. При пересечении многогранника с кривой поверхностью линия пересечения представляет совокупность плоских кривых.

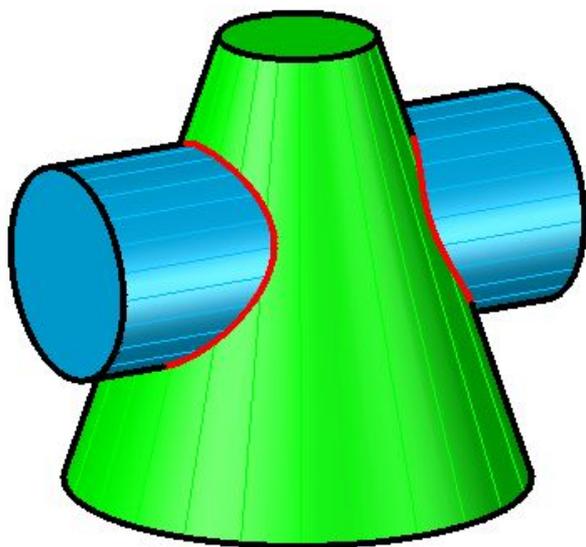
# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Проницание

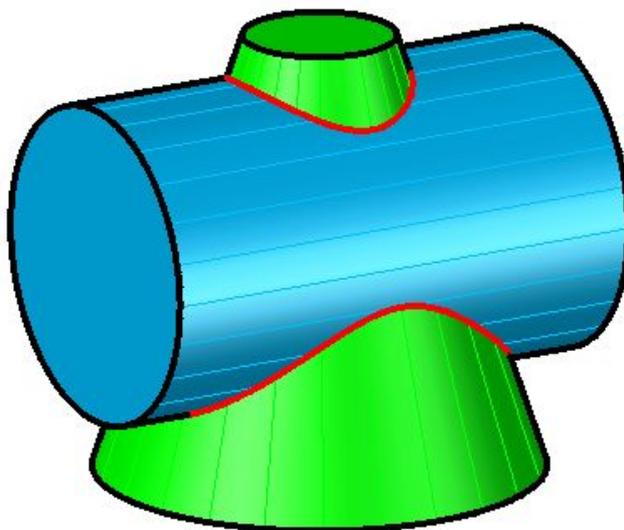


- Пересечение может быть полным – **проницание**, когда все образующие или ребра одной поверхности пересекаются с другой поверхностью, или частичным – **врезка**.
- При проницании линия пересечения распадается на две замкнутые самостоятельные кривые или ломаные.

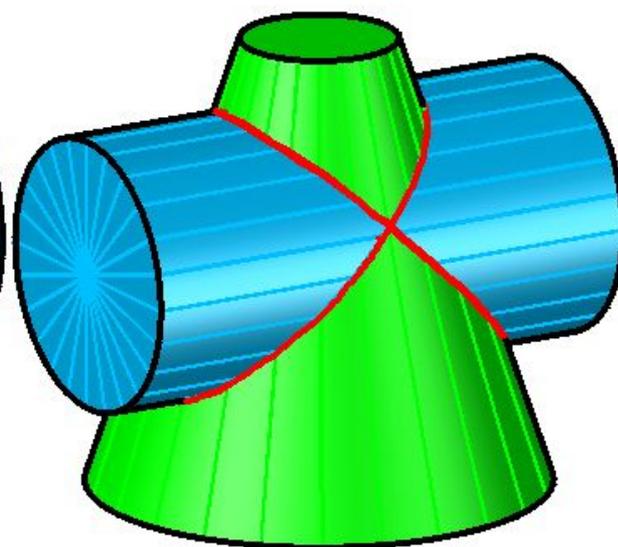
# ЗАВИСИМОСТЬ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОТ СООТНОШЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ



Пронизание  
конуса



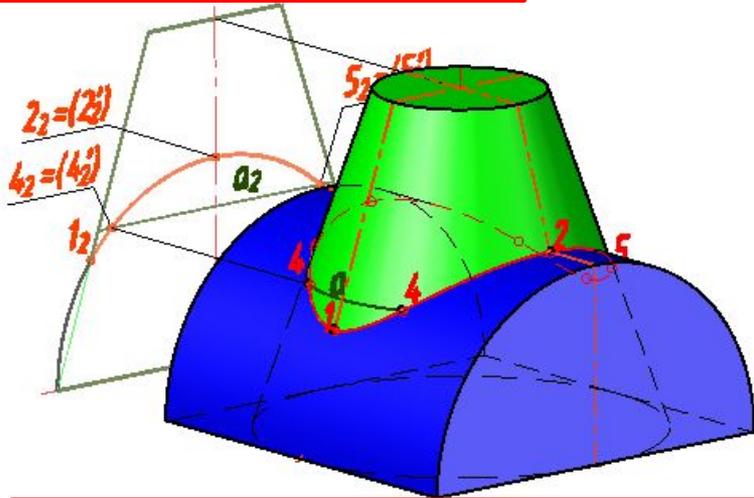
Пронизание  
цилиндра



Две  
плоских кривых

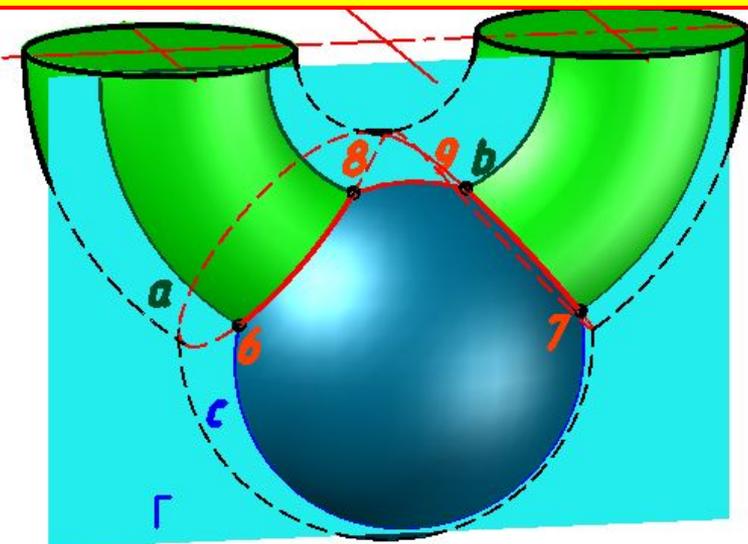
# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

принадлежность

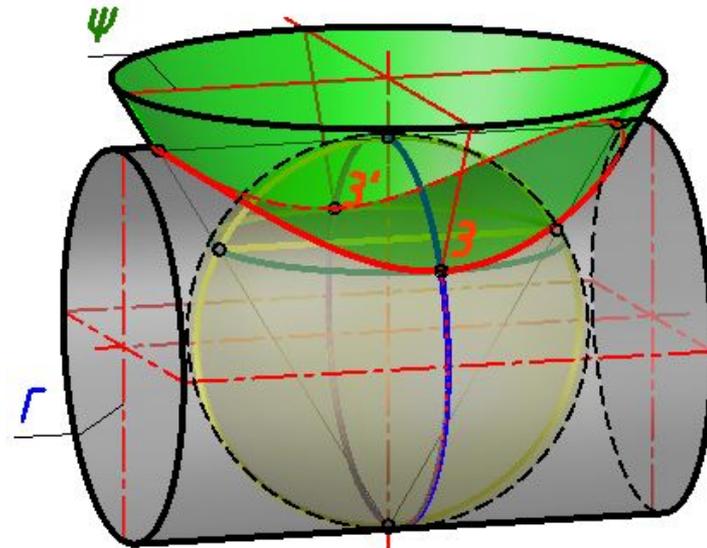


Для нахождения общих точек применяют принцип принадлежности или используют вспомогательные поверхности: плоскости или сферы.

вспомогательные плоскости



вспомогательные сферы



# Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей:

- 1) выясняем вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга (**врезка** или **проницание**) и плоскостей проекций (задана ли проецирующая поверхность);
- 2) определяем характер линии пересечения: **замкнутая ломаная**, **совокупность плоских кривых**, **замкнутая кривая**;
- 3) определяем опорные точки (**на ребрах многогранников**, **экстремальные** и **очерковые**);
- 4) определяем промежуточные точки (если строим кривую линию);
- 5) соединяем найденные точки (ломаной, или кривой), обводим чертеж с учетом видимости проекций линии пересечения и очерков поверхностей.

# ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

- Линия пересечения

- поверхностей

- Ломаная линия

- (многогранники)

- **Одна** замкнутая

- ломаная линия

- **(врезка)**

- **Две** замкнутых

- ломаных линии

- **(проницание)**

- **Совокупность**

- **плоских кривых**

- (многогранная с кривой)

- **Пространственная**

- **кривая** линия

- (кривые поверхности)

- **Одна** замкнутая

- кривая линия

- **(врезка)**

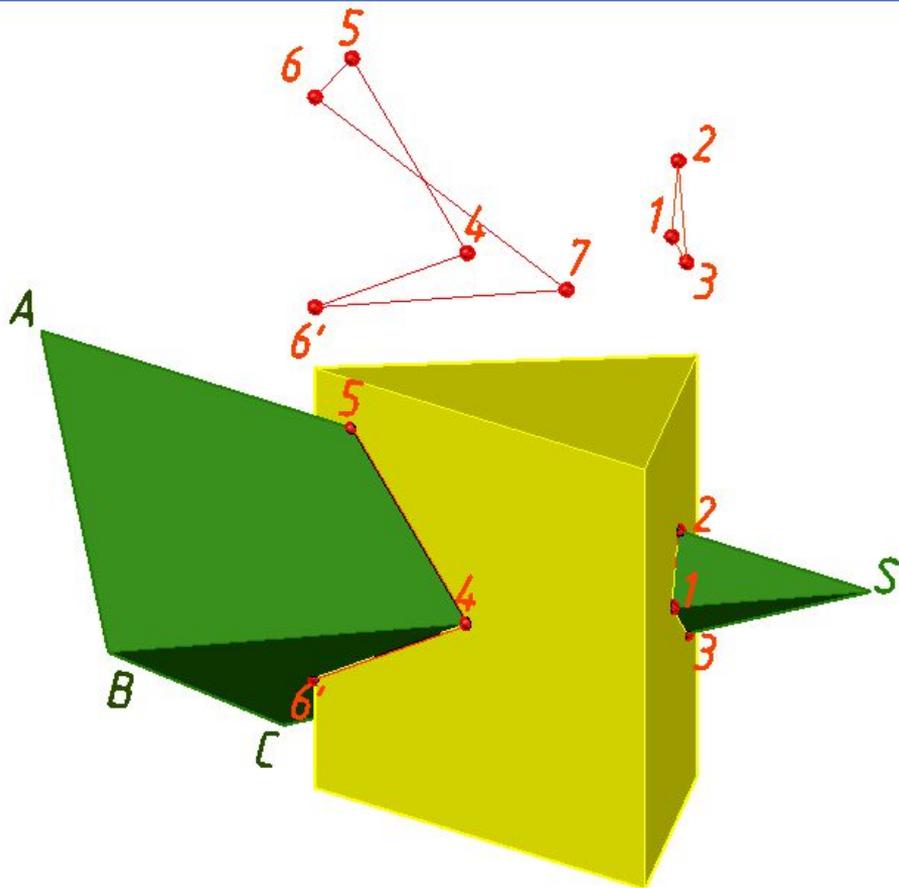
- **Две** замкнутых

- **кривых** линии

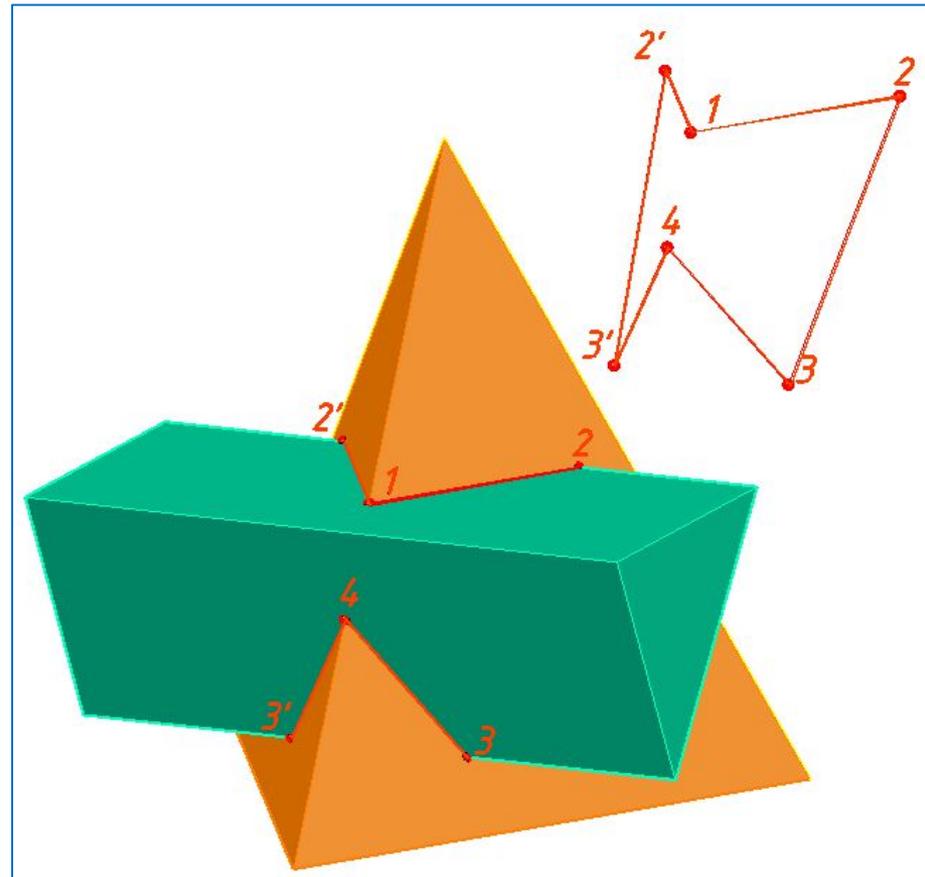
# Построение линии пересечения многогранников

- Линия пересечения многогранников – **замкнутая пространственная ломаная линия** (случай врезки), или **две замкнутые ломаные** (случай проникания).
- Вершины ломаной – точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого, а звенья ломаной – линии пересечения граней многогранников.
- Решение задачи заключается в нахождении **вершин** или **сторон** ломаной. В первом случае задача сводится к многократному построению точки пересечения прямой (ребра) с плоскостью, во втором – к многократному построению линии пересечения двух плоскостей.
- После определения вершин ломаной (опорных точек) соединяем отрезками прямых те пары вершин, которые принадлежат одной и той же грани первого многогранника и одновременно одной и той же грани второго с учетом видимости.

# Пересечение многогранников

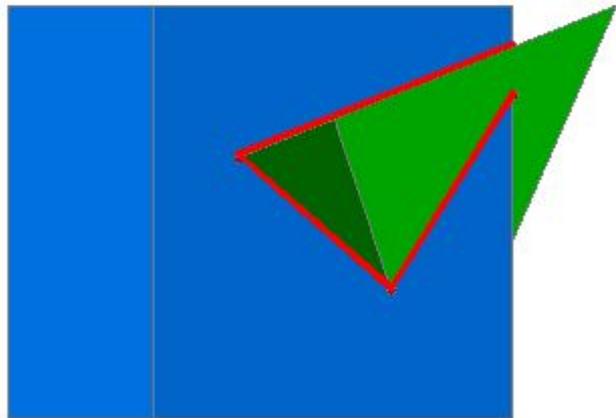
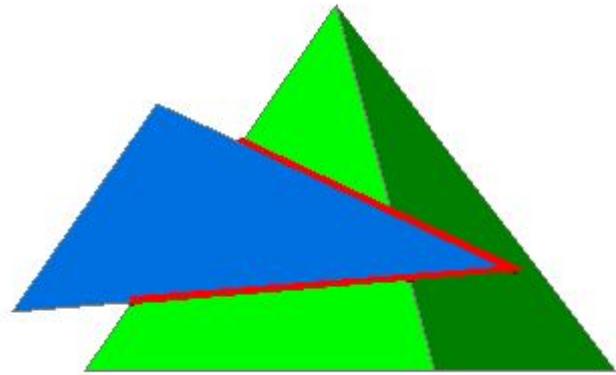


Пронизание

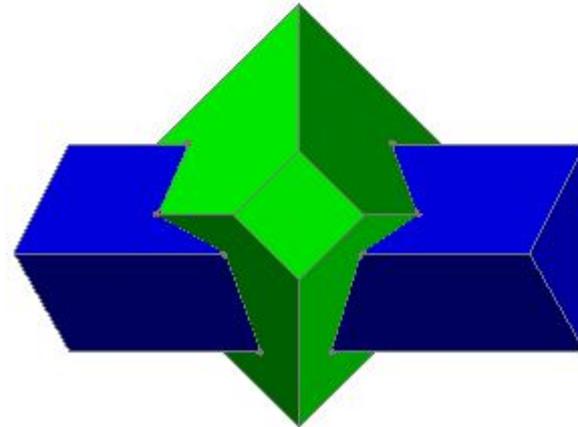
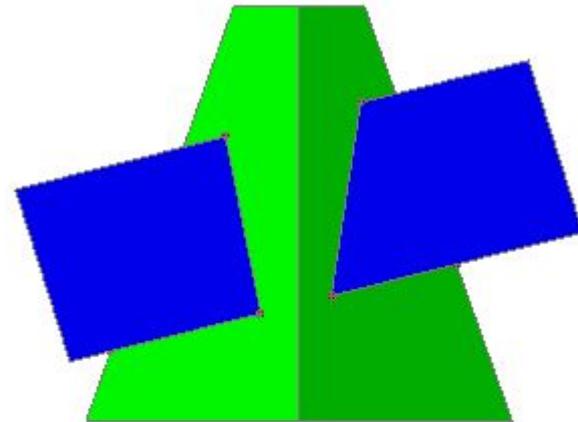


Врезка

# Пересечение многогранников



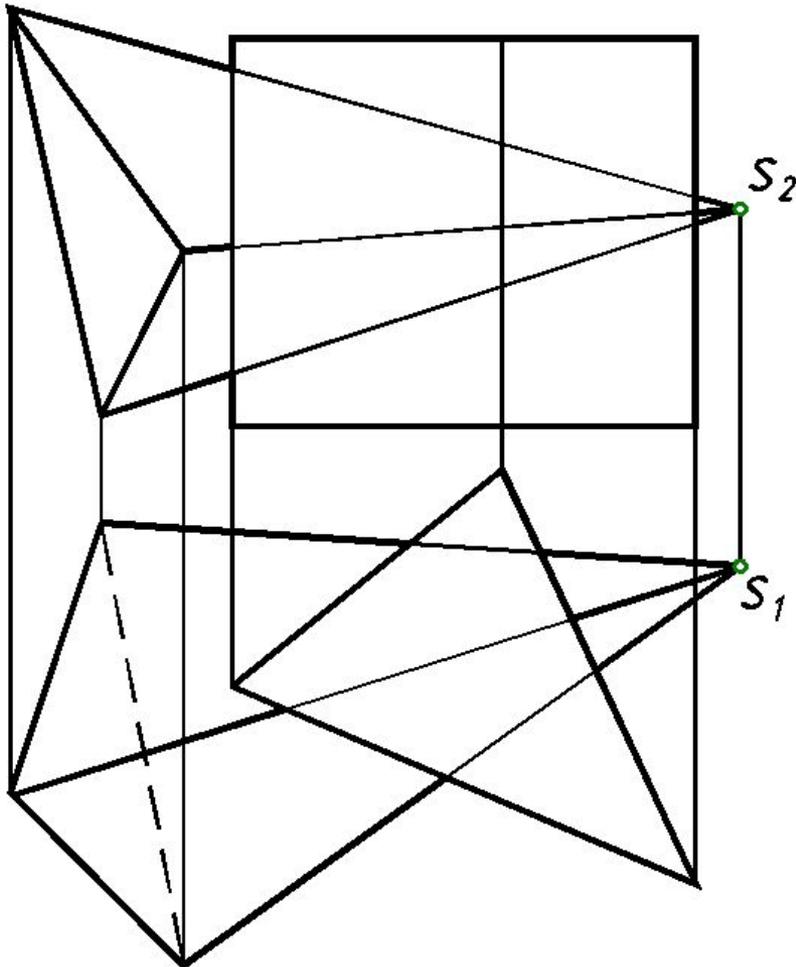
Призма занимает **проецирующее положение** на фронтальной плоскости проекций



Призма занимает **общее положение**

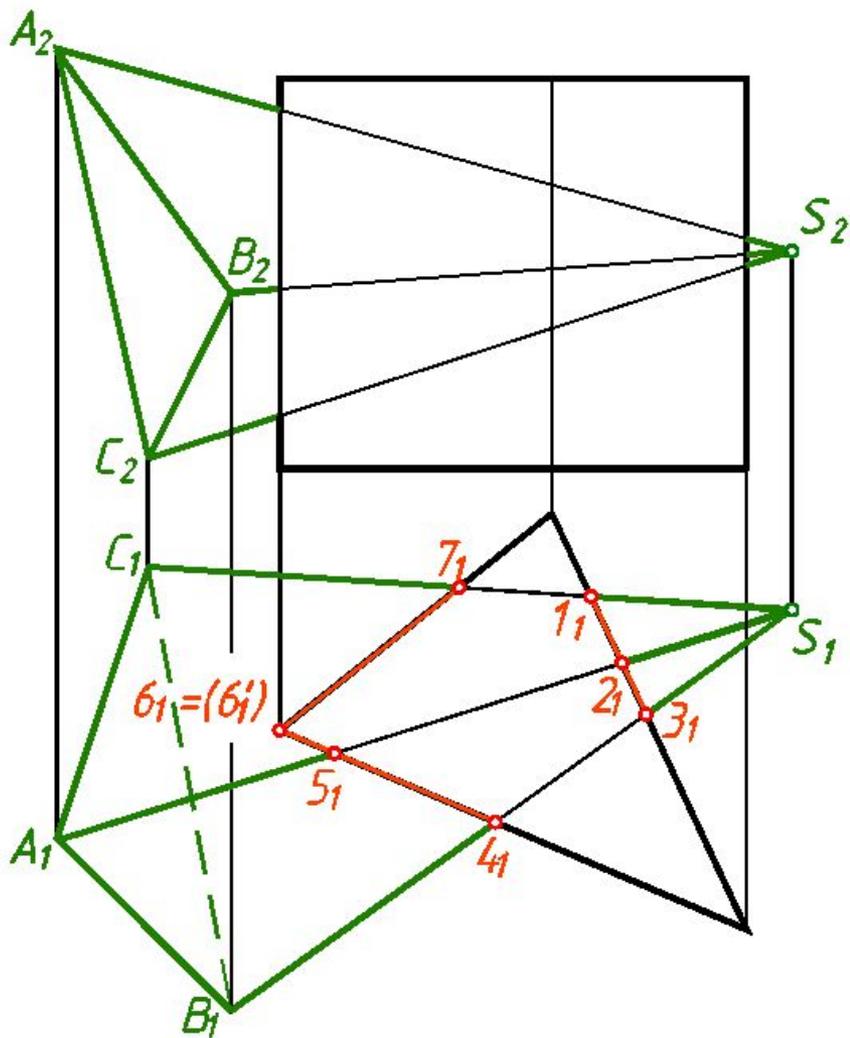
# Пересечение многогранников

*Задача.* Построить линии пересечения пирамиды и призмы.  
Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.



1. Заданы многогранники.  
Все ребра пирамиды  
пересекают грани призмы.  
Имеем случай проницания.  
Призма занимает  
проецирующее положение  
на  $\Pi_1$ .

# Пересечение многогранников

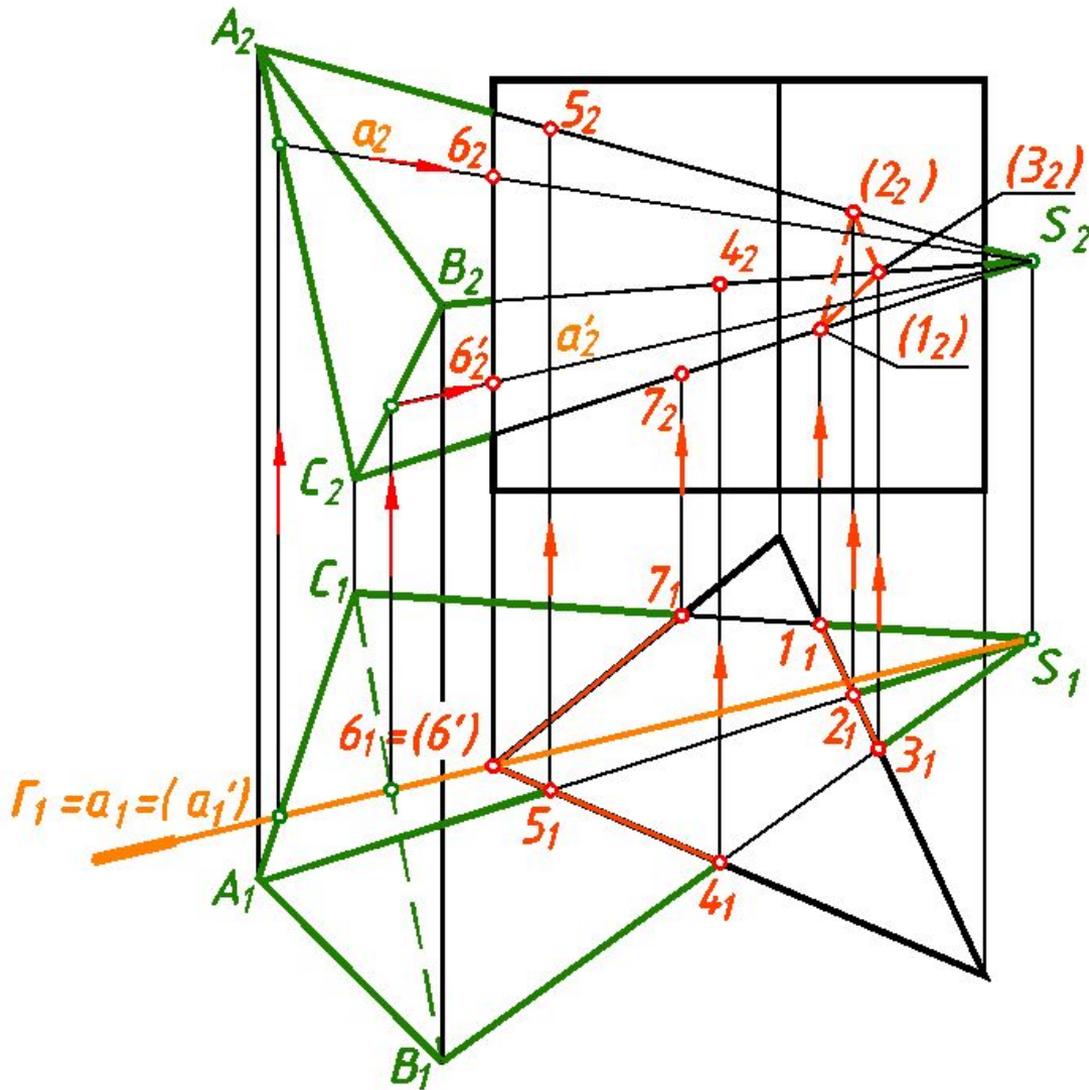


2. Линия пересечения распалась на две замкнутые ломаные линии: плоскую **1-2-3-1** и пространственную **4-6'-7-6-5-4**.

Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы в пределах очерка пирамиды.

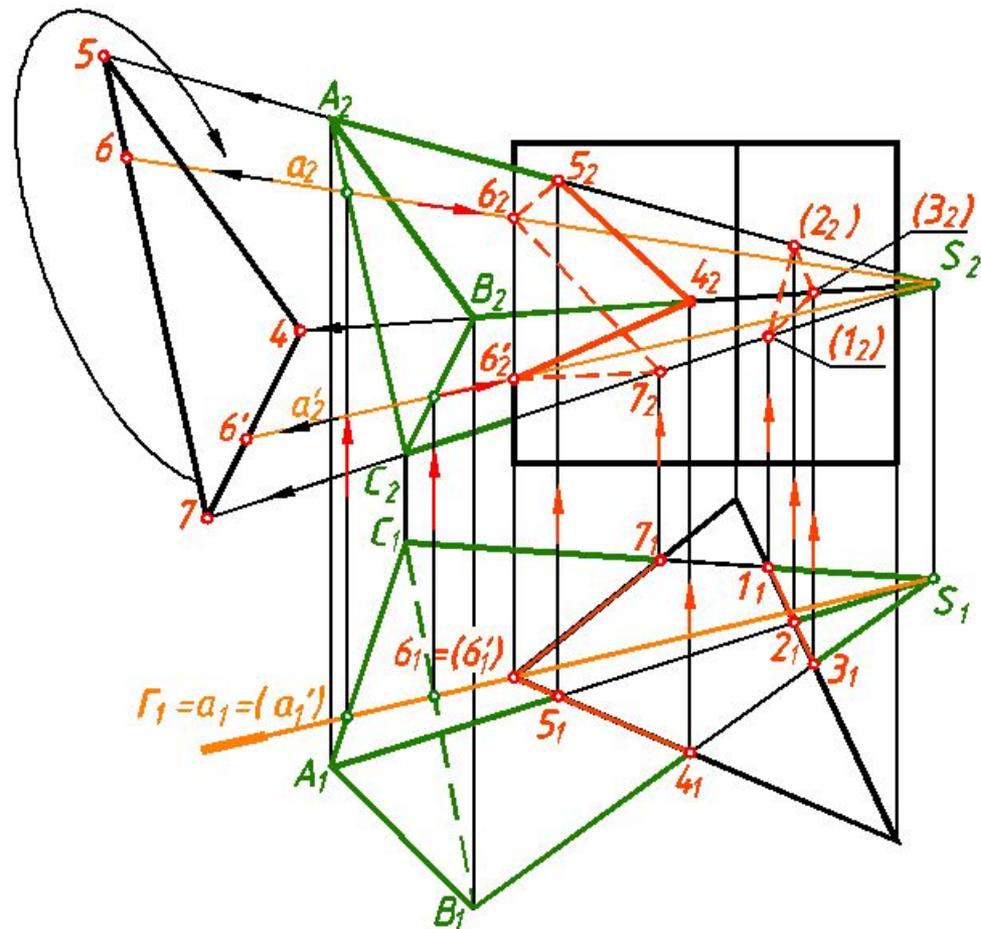


# Пересечение многогранников



Опорные точки **6** и **6'** пересечения ребра призмы с гранями пирамиды определены при помощи горизонтально проецирующей плоскости  $\Gamma$ , пересекающей пирамиду по линиям **a** и **a'**, а призму – по ребру.

# Пересечение многогранников



4. Определять **промежуточные точки** нет необходимости.
5. **Вершины ломаной линии**, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, **соединяем отрезками прямых с учетом видимости.**

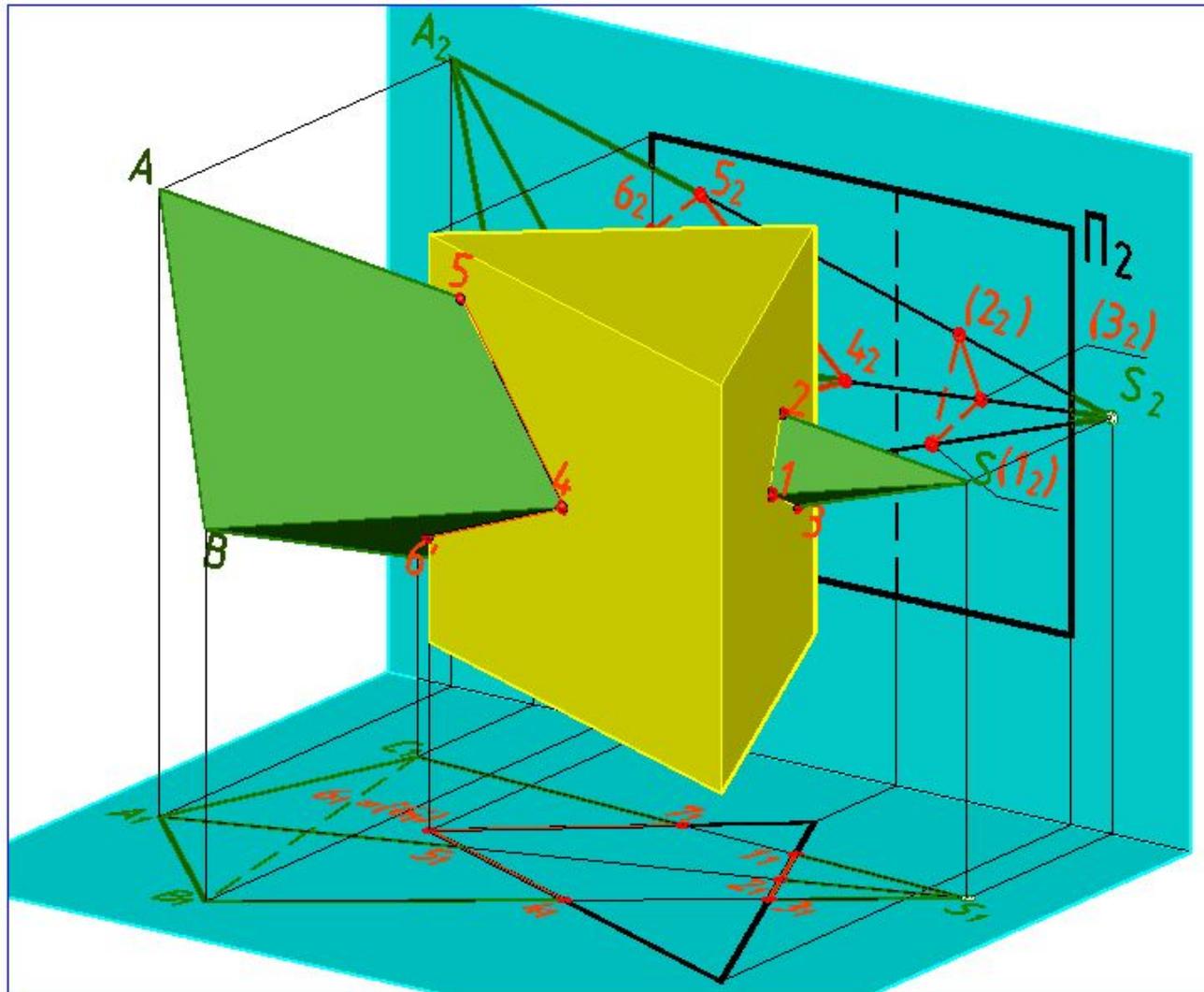
*Видимыми относительно той или иной плоскости проекций считаются те участки ломаной, которые являются линией пересечения двух видимых относительно этой плоскости проекций граней многогранников.*

Участки **1-2** и **5-6-7-6'** ломаных на  $\Pi_2$  невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой на  $\Pi_2$  грани пирамиды **SAC** с поверхностью призмы.

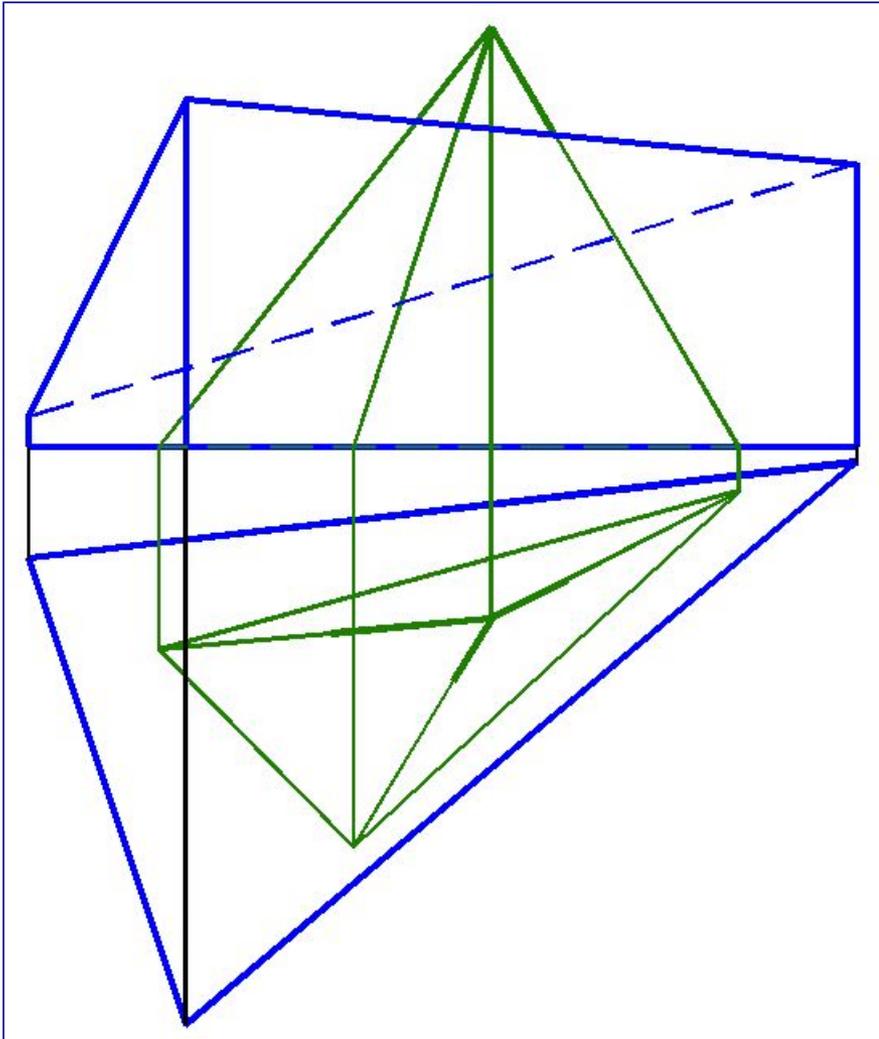
Порядок соединения звеньев ломаной линии:

**4-6'-7-6-5-4**

# Пересечение многогранников

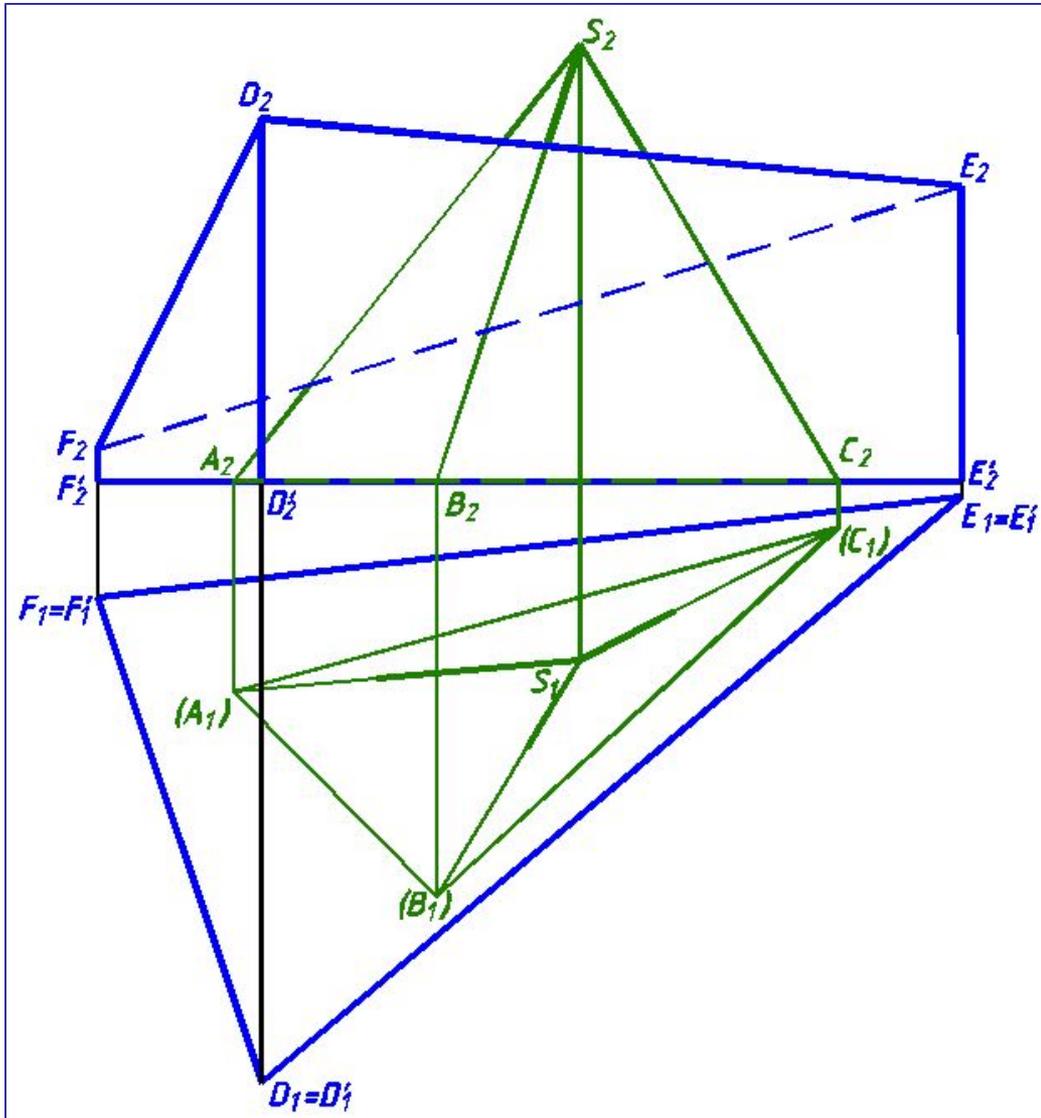


# Пересечение многогранников



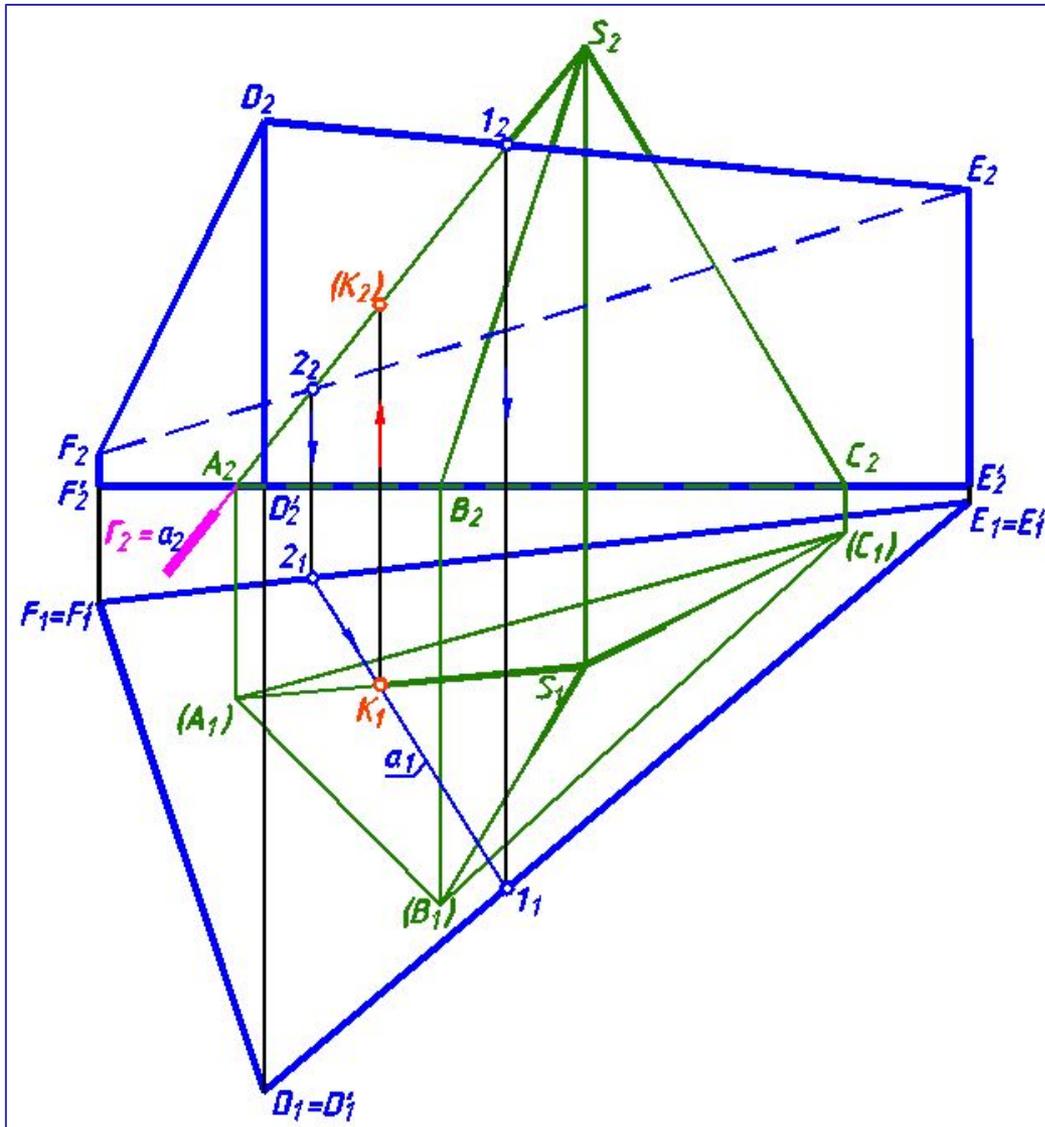
*Задача.* Построить линии пересечения пирамиды и призмы. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

# Пересечение многогранников



- 1. Заданы многогранники.
- Все ребра пирамиды пересекают грани призмы. Случай пронизания.

# Пересечение многогранников

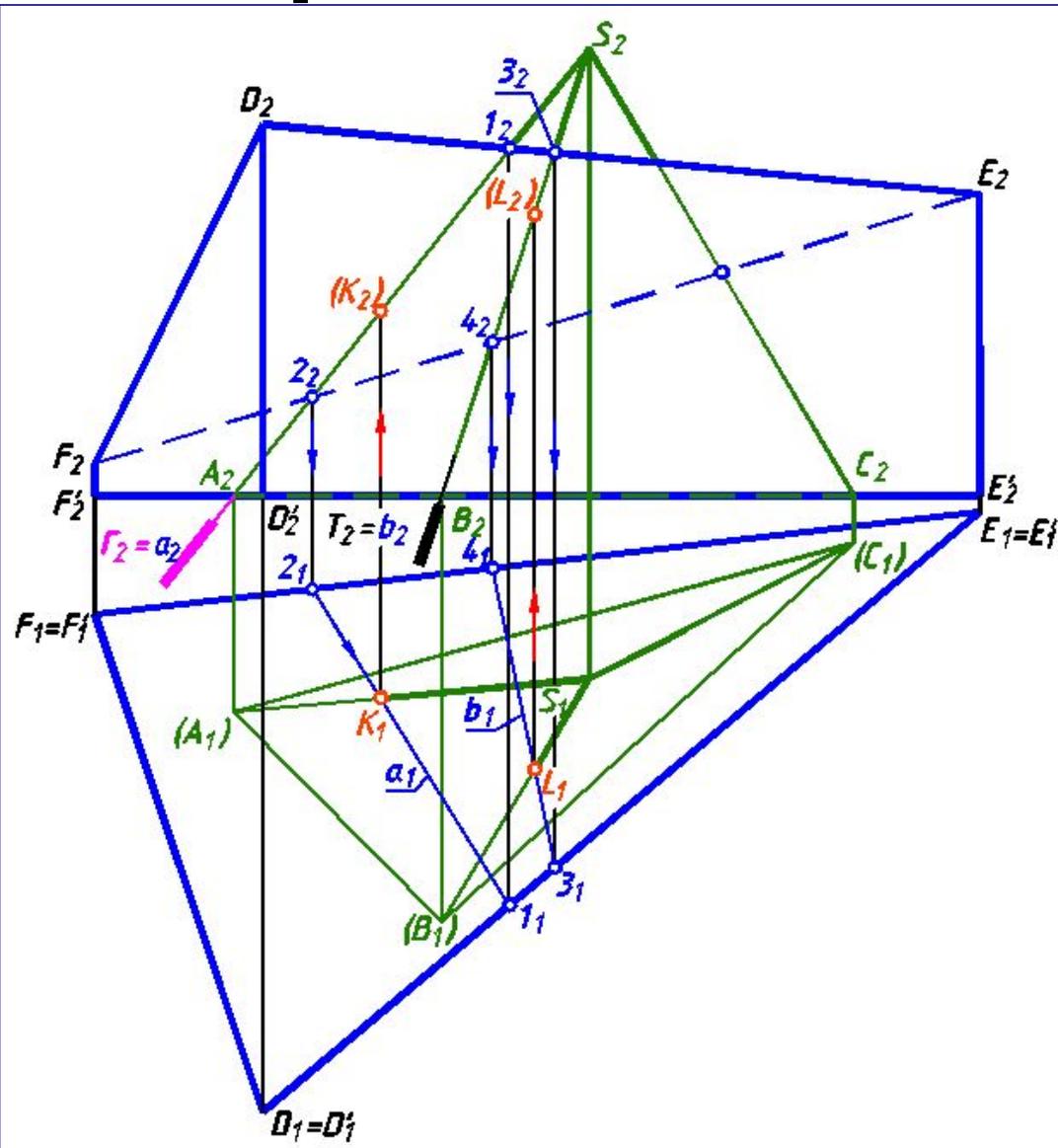


2. Линия пересечения - замкнутая ломаная линия: ***K-L-M*** - точки пересечения ребер пирамиды с гранью ***FED*** призмы.

3. Опорную точку ***K*** пересечения ребра ***AS*** пирамиды с гранью призмы определили с помощью вспомогательной плоскости ***Γ ⊃ AS***, ***Γ ⊥ Π<sub>2</sub>***.  
Плоскость ***Γ*** пересекла призму по линии ***a(1,2)***.

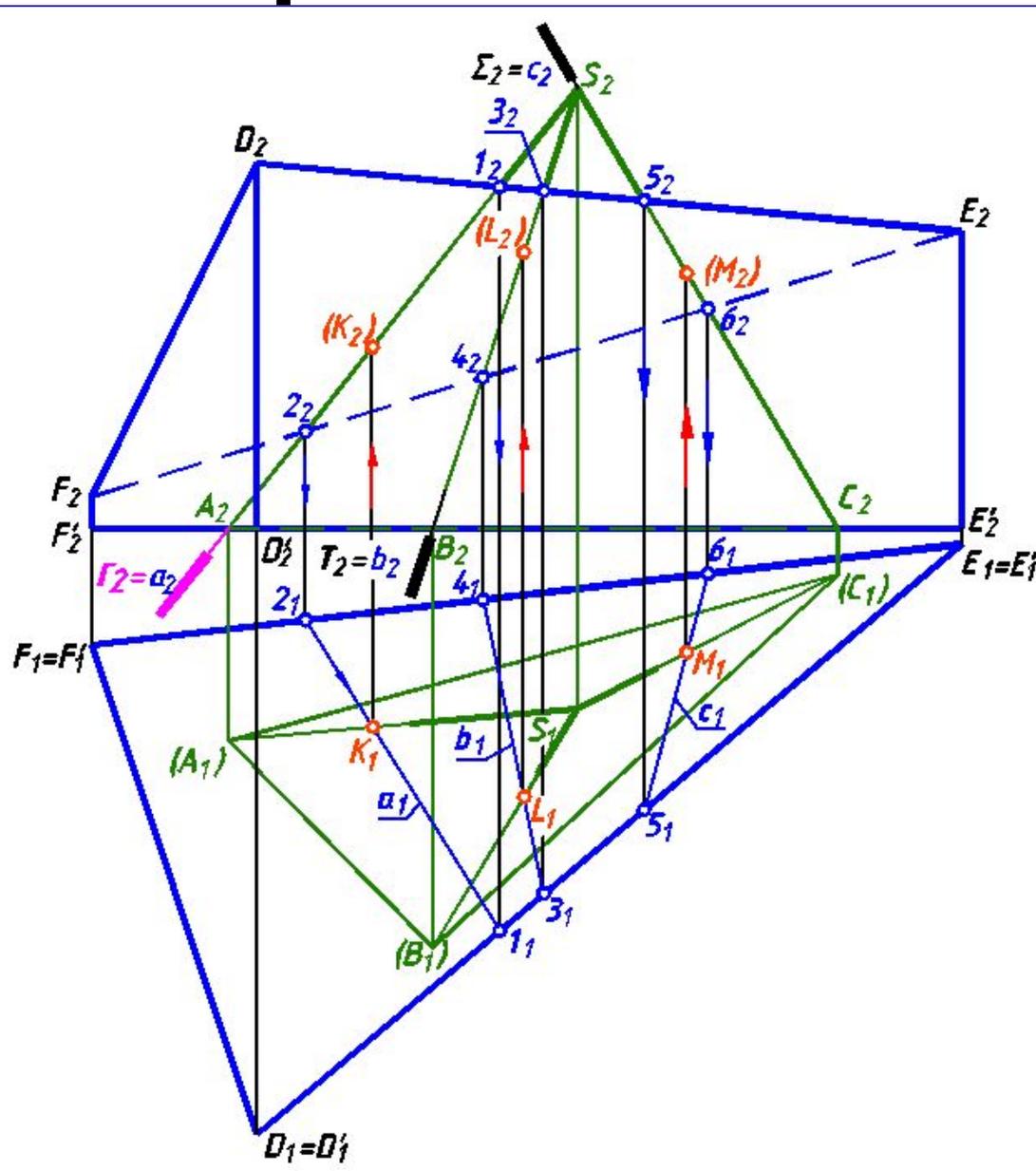
$$a \cap AS = K.$$

# Пересечение многогранников



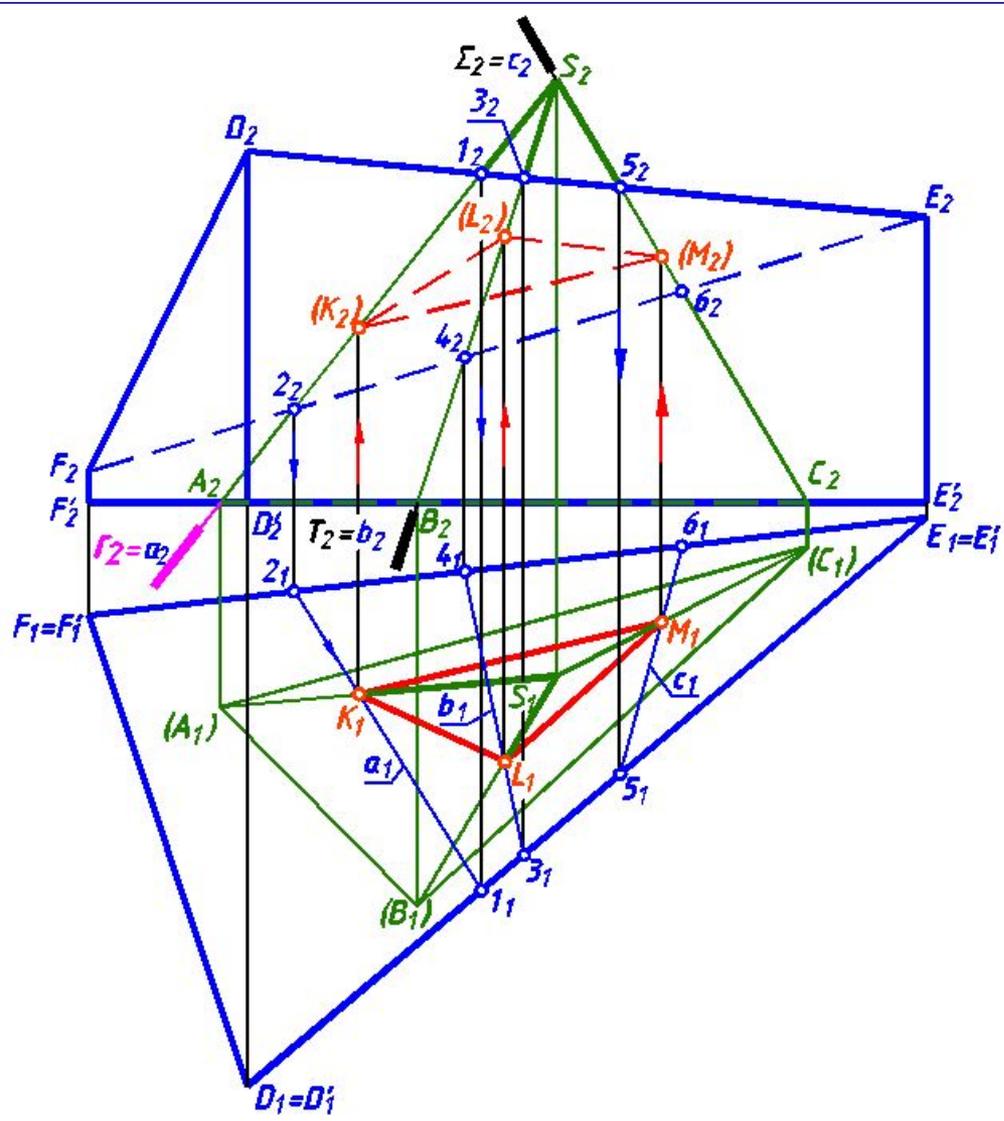
Опорную точку  $L$  пересечения ребра  $BS$  пирамиды с гранью призмы определили с помощью вспомогательной плоскости  $T \supset BS$ ,  $T \perp \Pi_2$ . Плоскость  $T$  пересекла призму по линии  $b(3,4)$ .  
 $b \cap BS = L$ .

# Пересечение многогранников



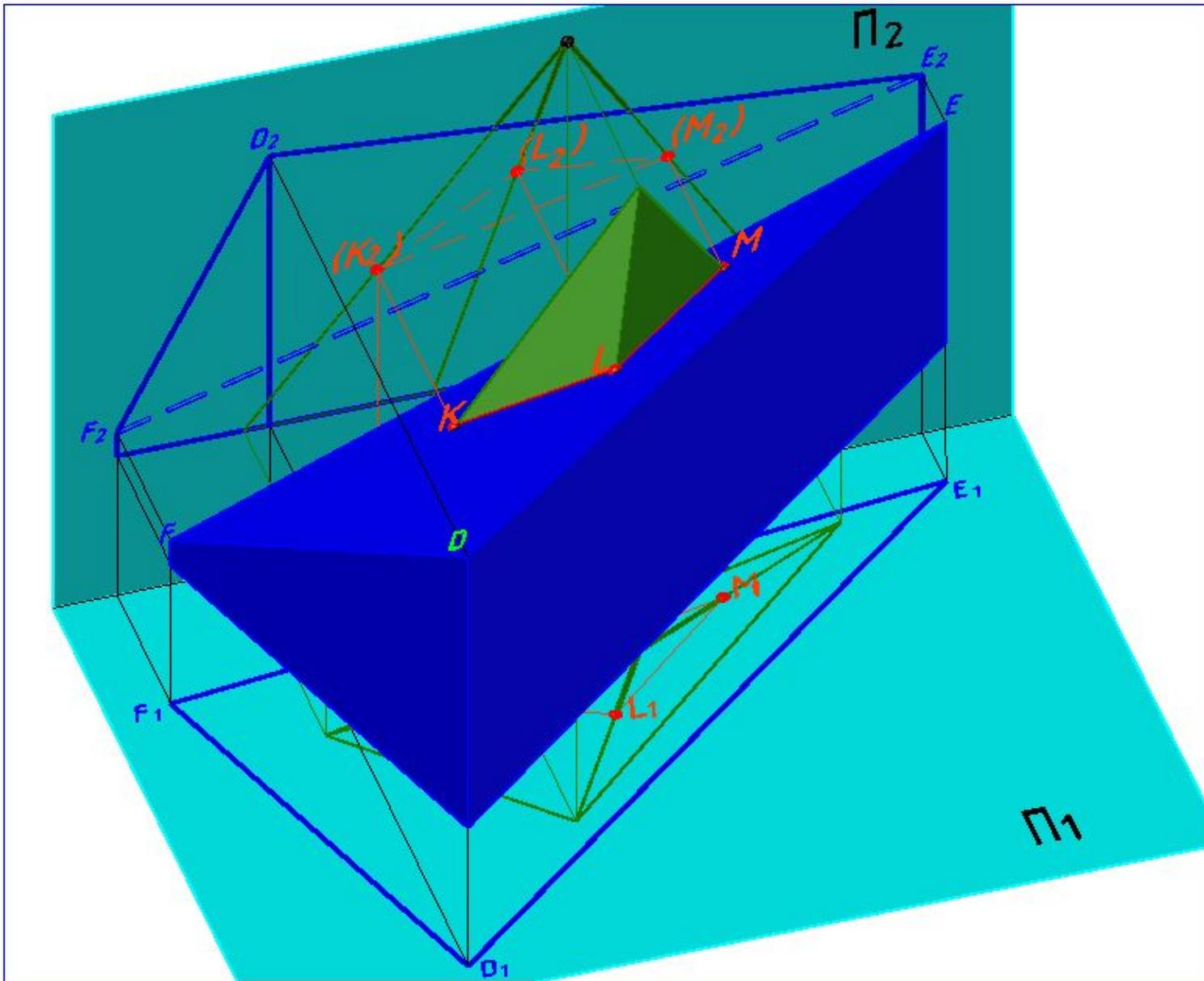
Опорную точку ***M*** пересечения ребра ***CS*** пирамиды с гранью ***призмы*** определили с помощью вспомогательной плоскости  $\Sigma \supset \mathbf{CS}$ ,  $\Sigma \perp \Pi_2$ .  
 Плоскость  $\Sigma$  пересекла ***призму*** по линии ***c(5,6)***.  
 $\mathbf{c} \cap \mathbf{CS} = \mathbf{M}$ .

# Пересечение многогранников

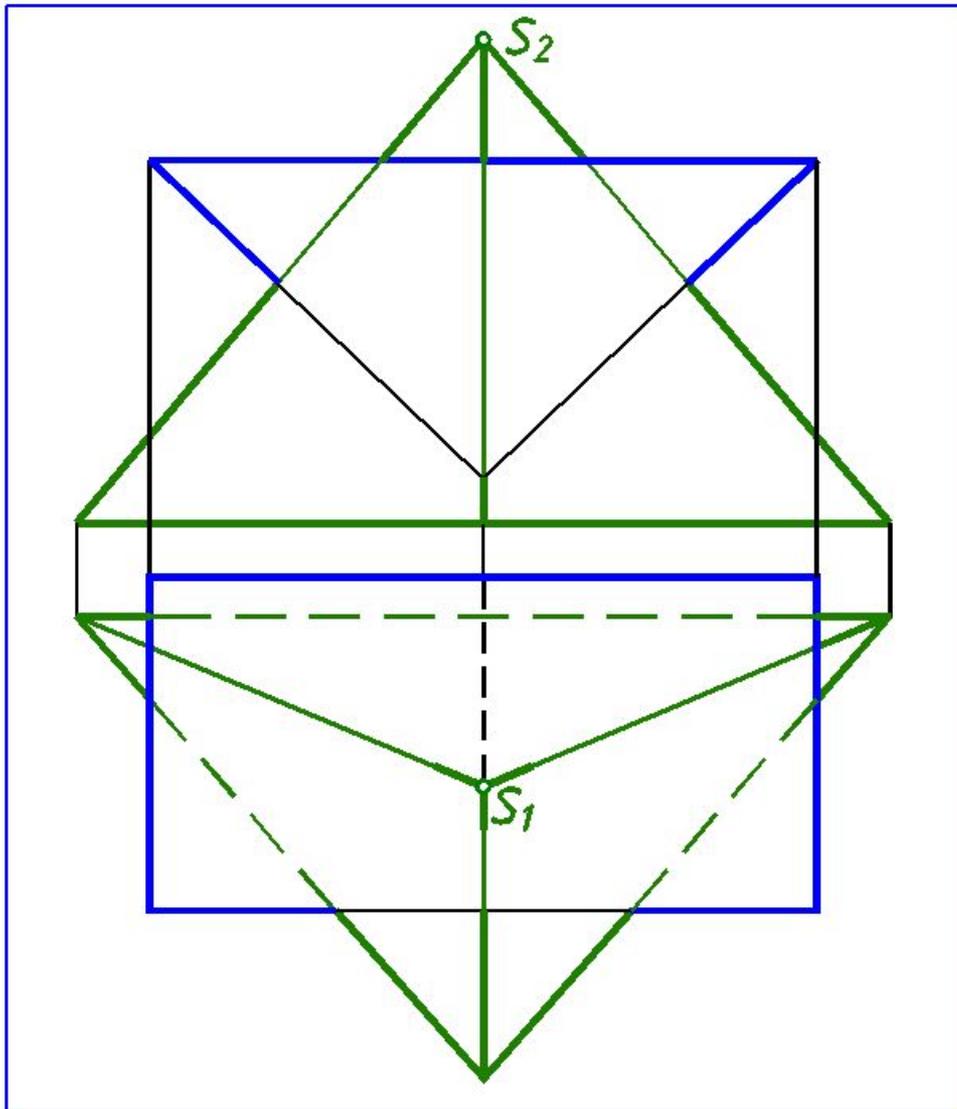


4. Определять промежуточные точки нет необходимости.
5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Ломаная **K-L-M** на  $\Pi_1$  видима, на  $\Pi_2$  не видима, так как являются результатом пересечения невидимой на  $\Pi_2$  грани призмы **FDE** с поверхностью пирамиды. Ребра пирамиды на  $\Pi_1$  следует довести до точек пересечения.

# Пересечение многогранников



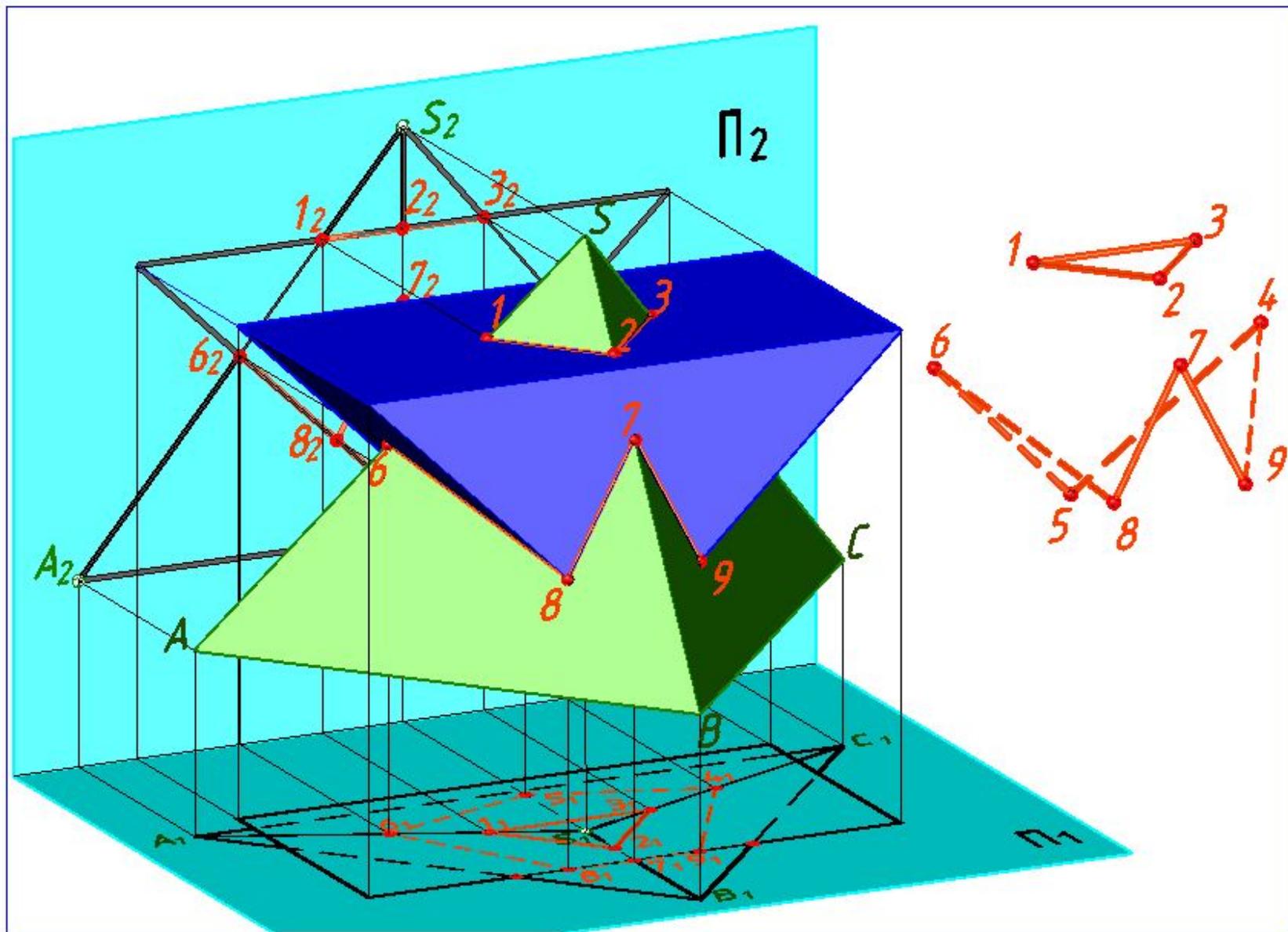
# Пересечение многогранников



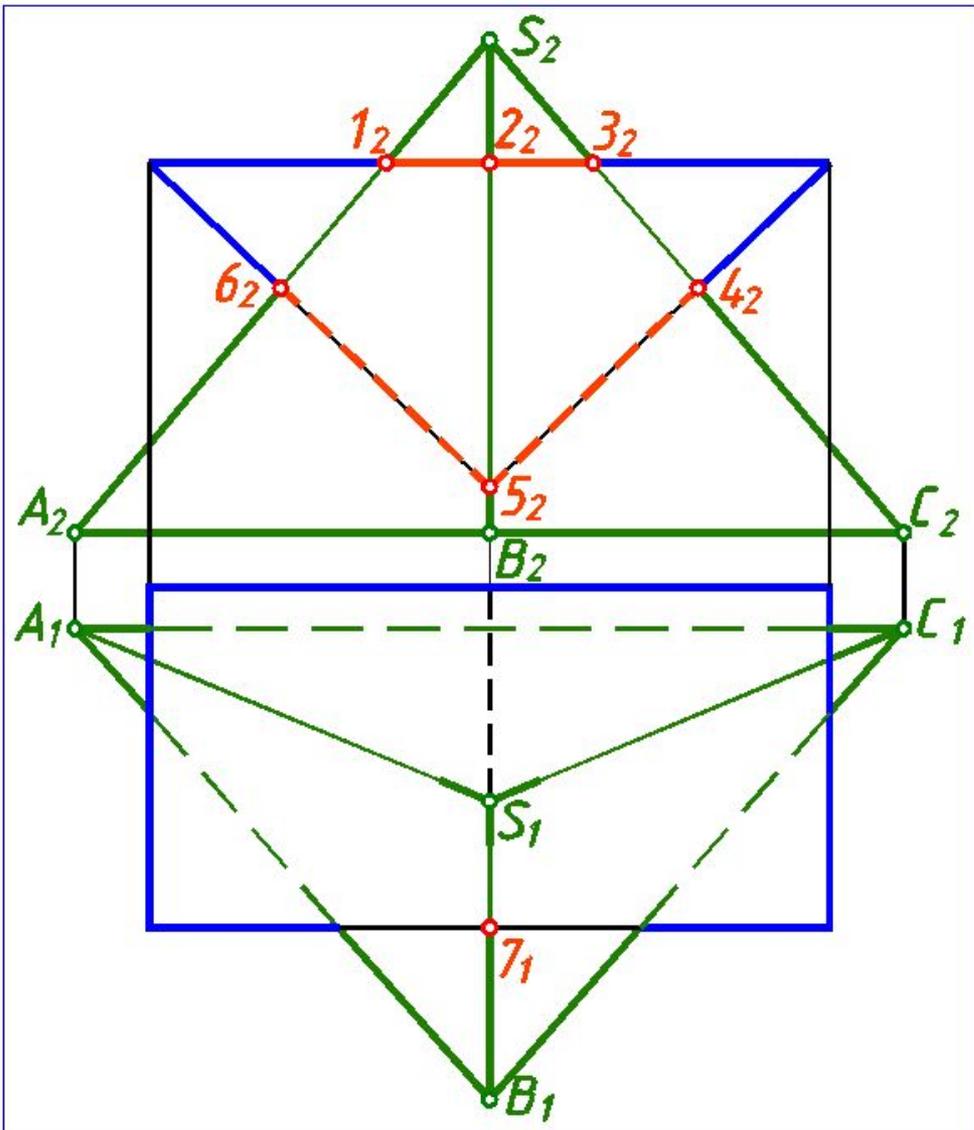
*Задача.* Построить линии пересечения **пирамиды** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1. Заданы многогранники. Все ребра **пирамиды** пересекают грани **призмы**. Имеем случай **проницания**. Призма занимает **проецирующее** положение на  $\Pi_2$ .

# Пересечение многогранников



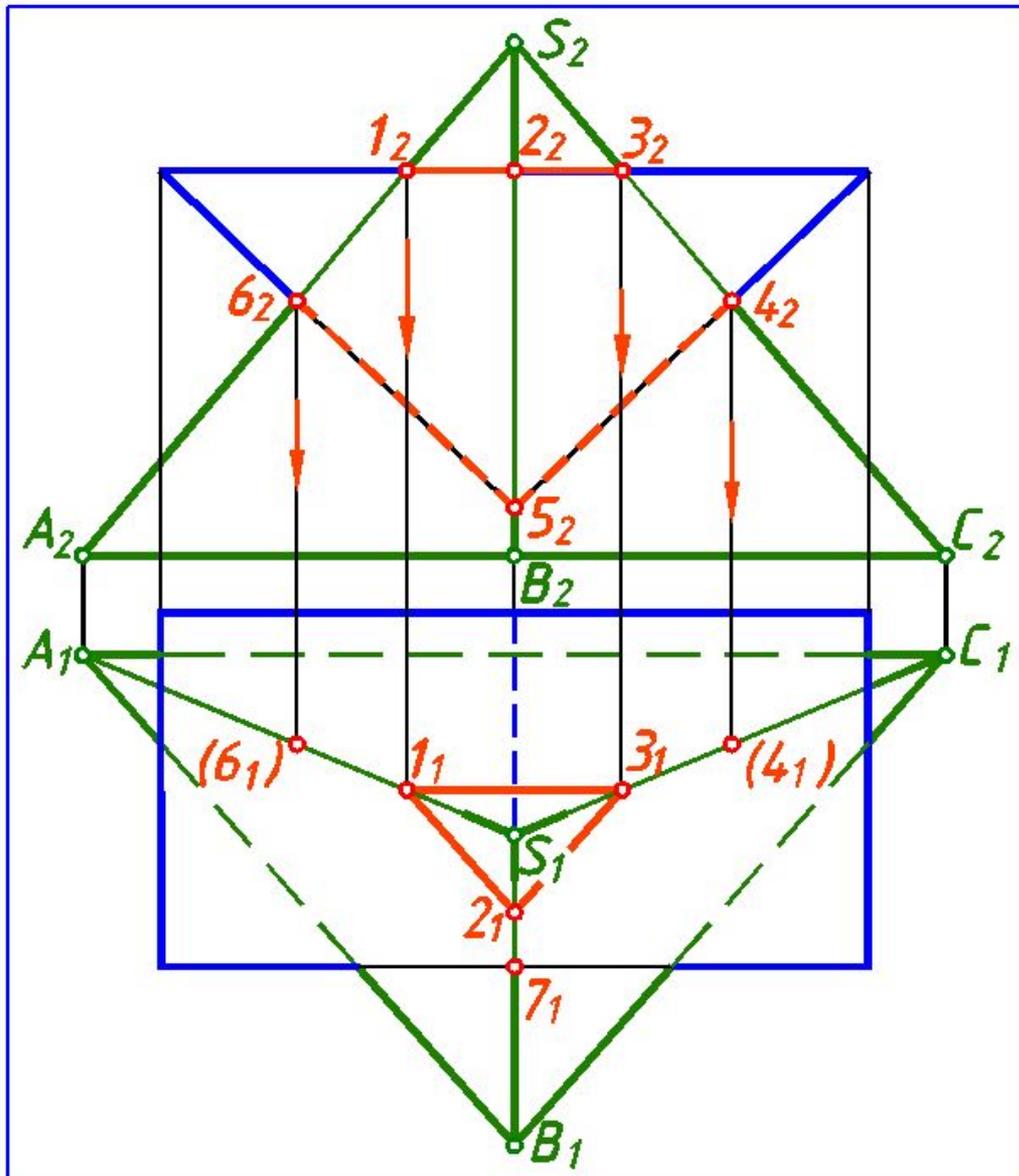
# Пересечение многогранников



2. Линия пересечения распалась на две замкнутые ломаные линии: плоскую **1-2-3** и пространственную **4-5-6-8-7-9-4**.

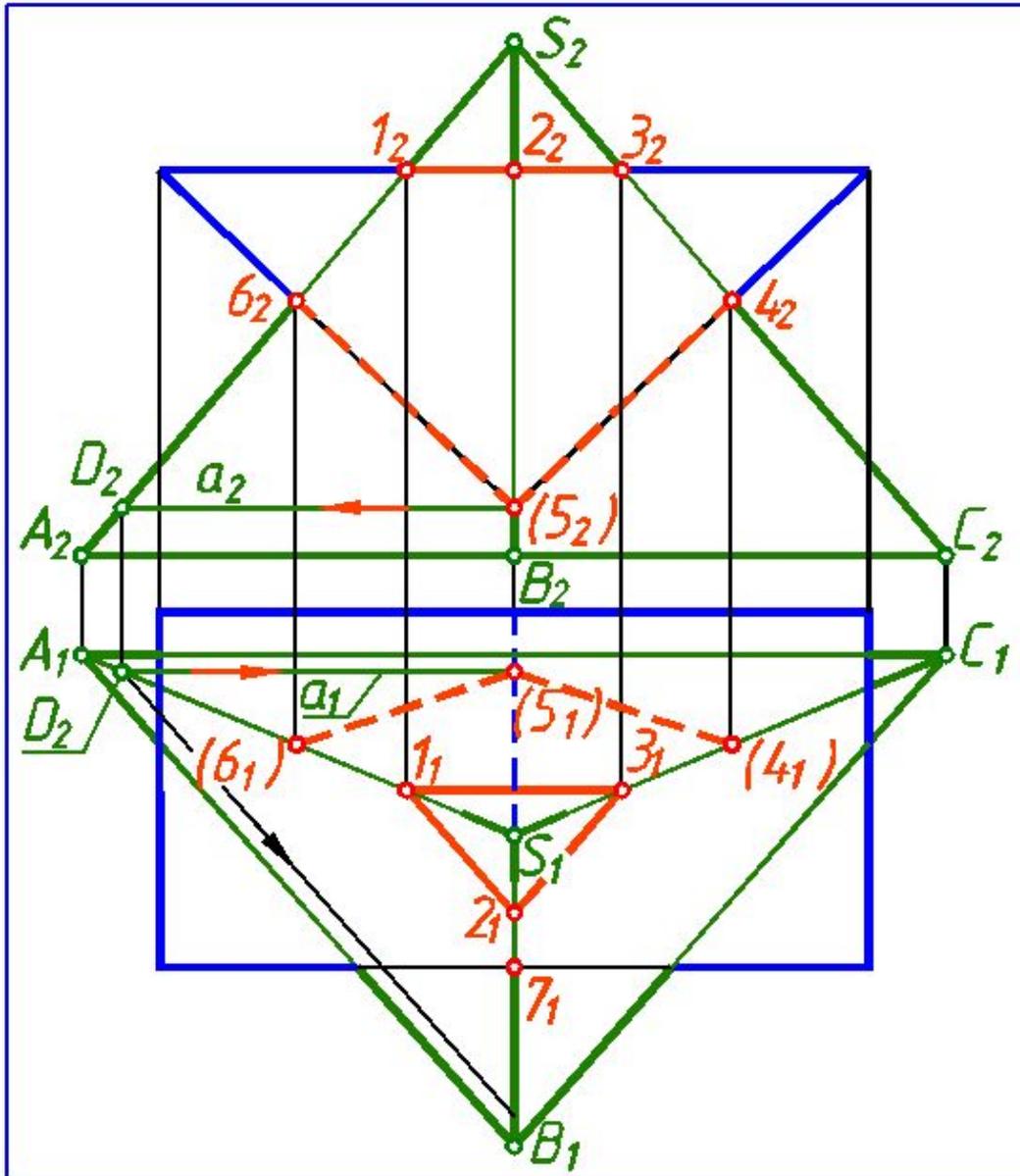
- Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией **призмы** в пределах очерка **пирамиды**.
- Горизонтальная проекция точки **7** определяется пересечением **ребра SB** с **передней гранью призмы**.

# Пересечение многогранников



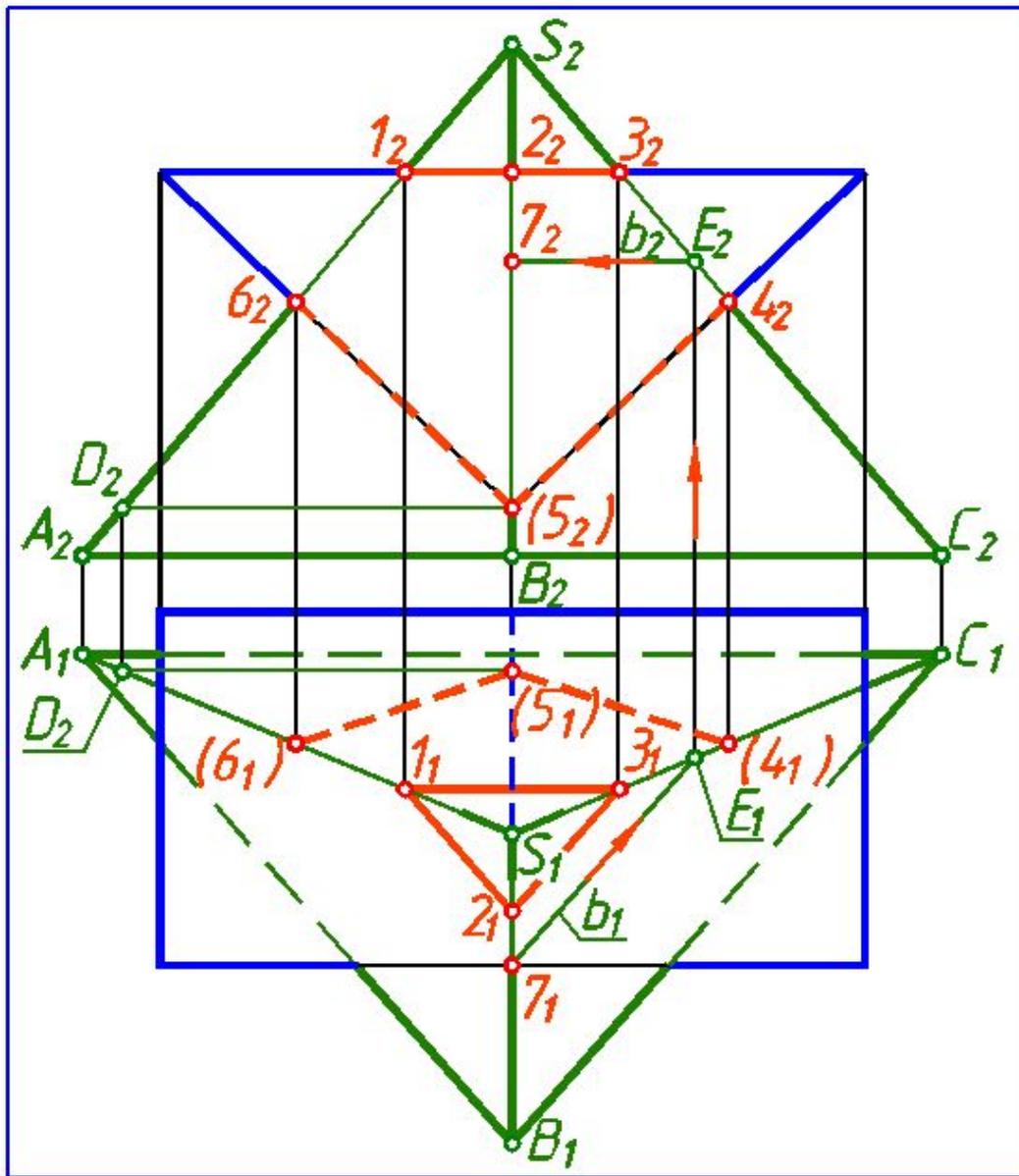
3. Опорные точки **1, 2, 3, 4, 6** пересечения ребер пирамиды с **гранями призмы** определены по линиям связи из условия принадлежности **ребрам пирамиды**.

# Пересечение многогранников



Опорная точка **5** пересечения **нижнего ребра призмы** с гранью **ASC** пирамиды определена с помощью линии  **$a_{IIAC}$** , принадлежащей пирамиде.

# Пересечение многогранников

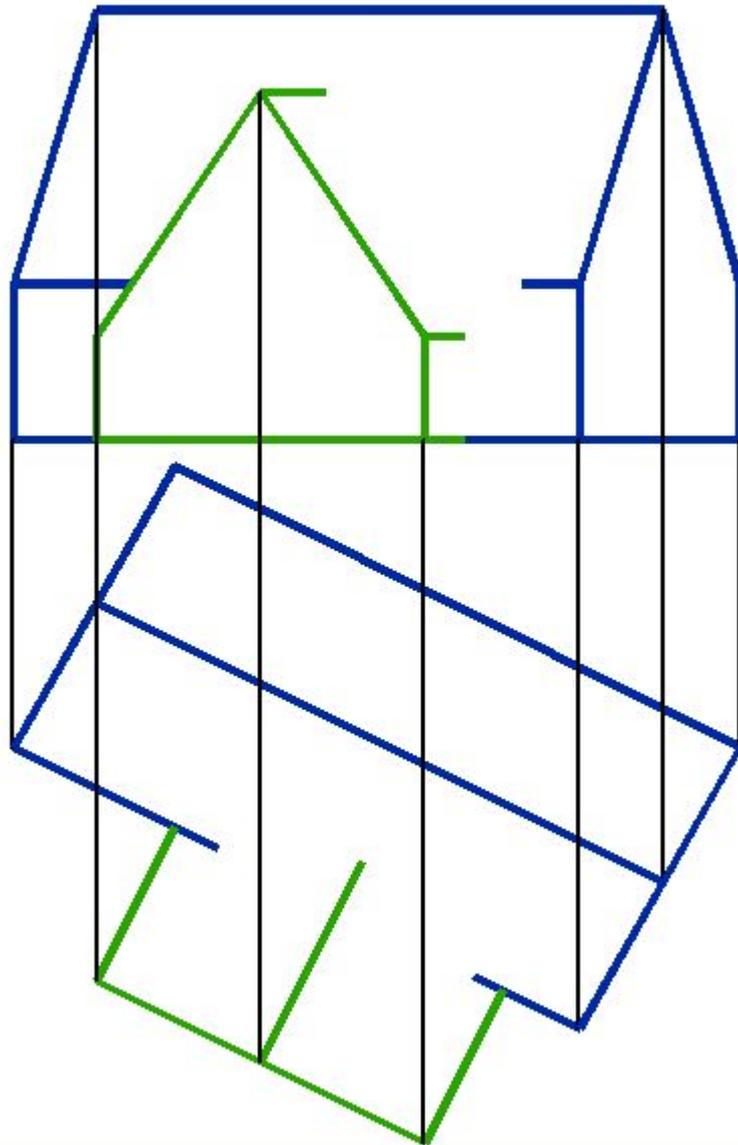


Фронтальная проекция точки **7** пересечения ребра  $SB$  с передней гранью призмы определена с помощью линии  $b \parallel BC$ , принадлежащей пирамиде.





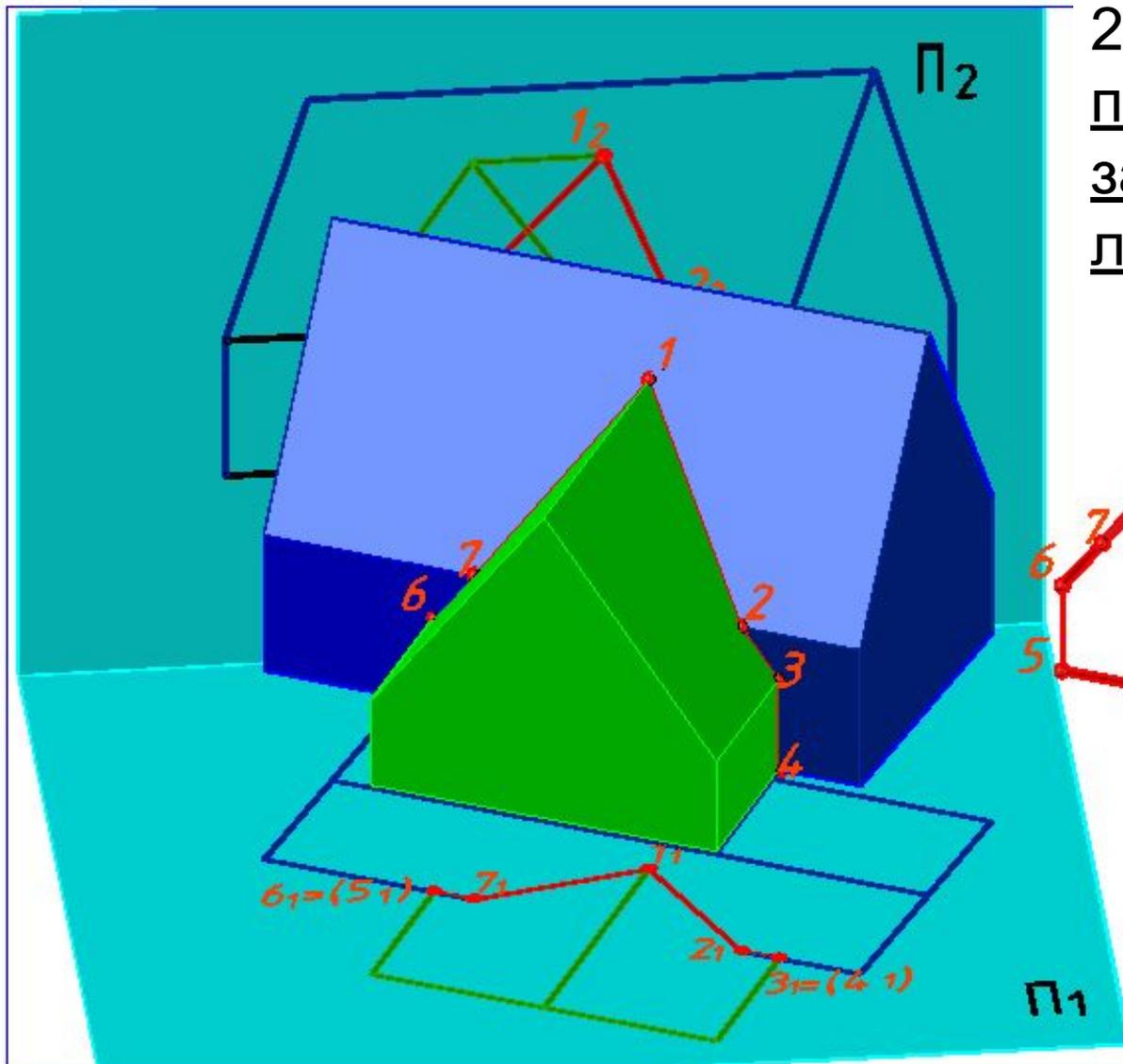
# Пересечение многогранников



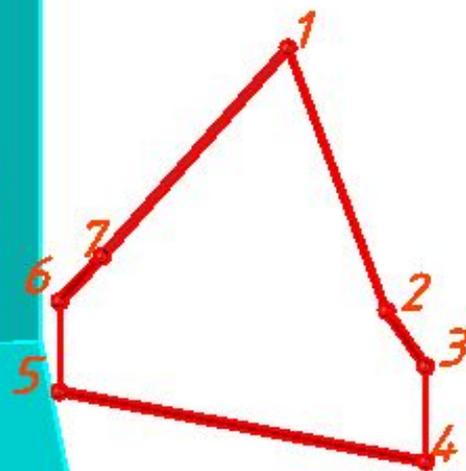
*Задача.* Построить линии пересечения многогранников. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1. Заданы две призмы. Призмы не занимают проецирующее положение. Проекция линии пересечения на чертеже нет. Случай **врезки**.

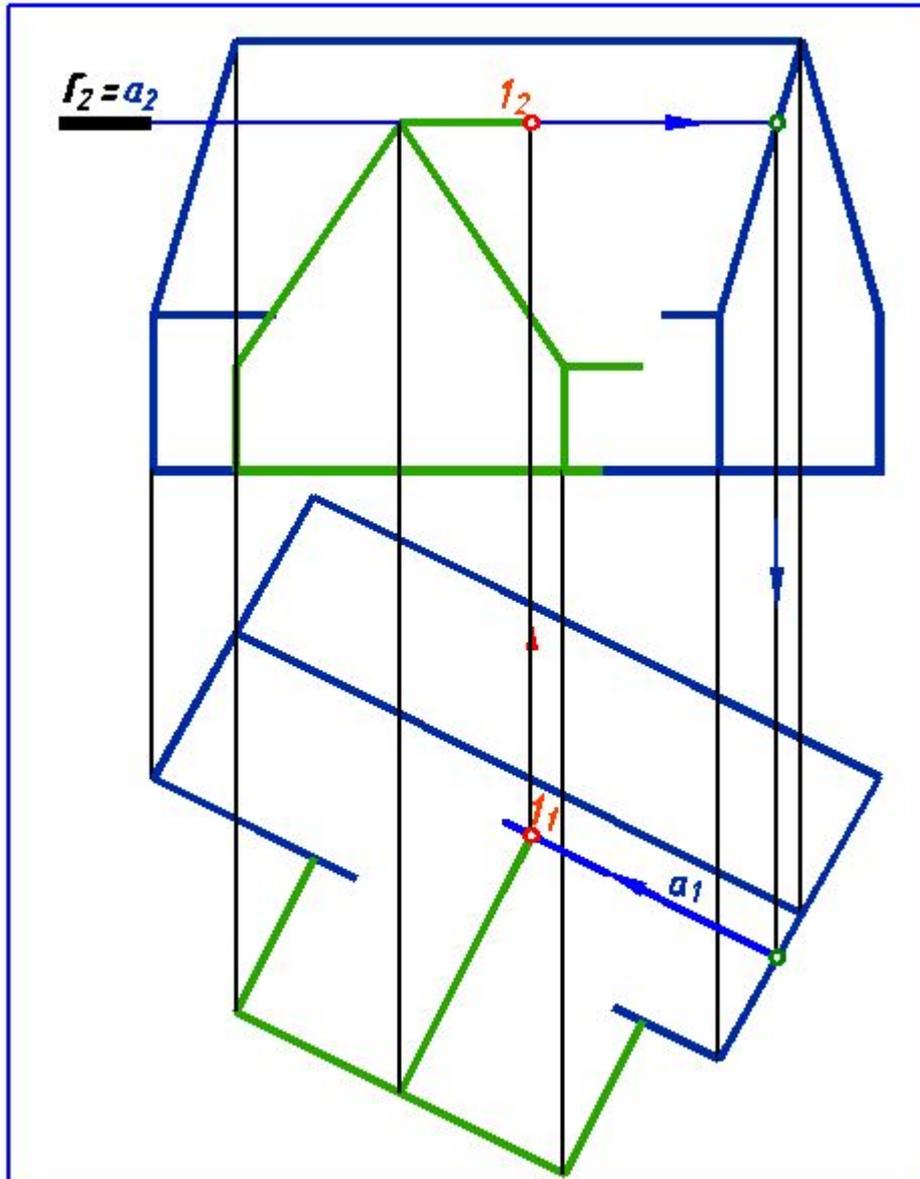
# Пересечение многогранников



2. Линия пересечения – пространственная замкнутая ломаная линия: **1-2-3-4-5-6-8-7-1.**

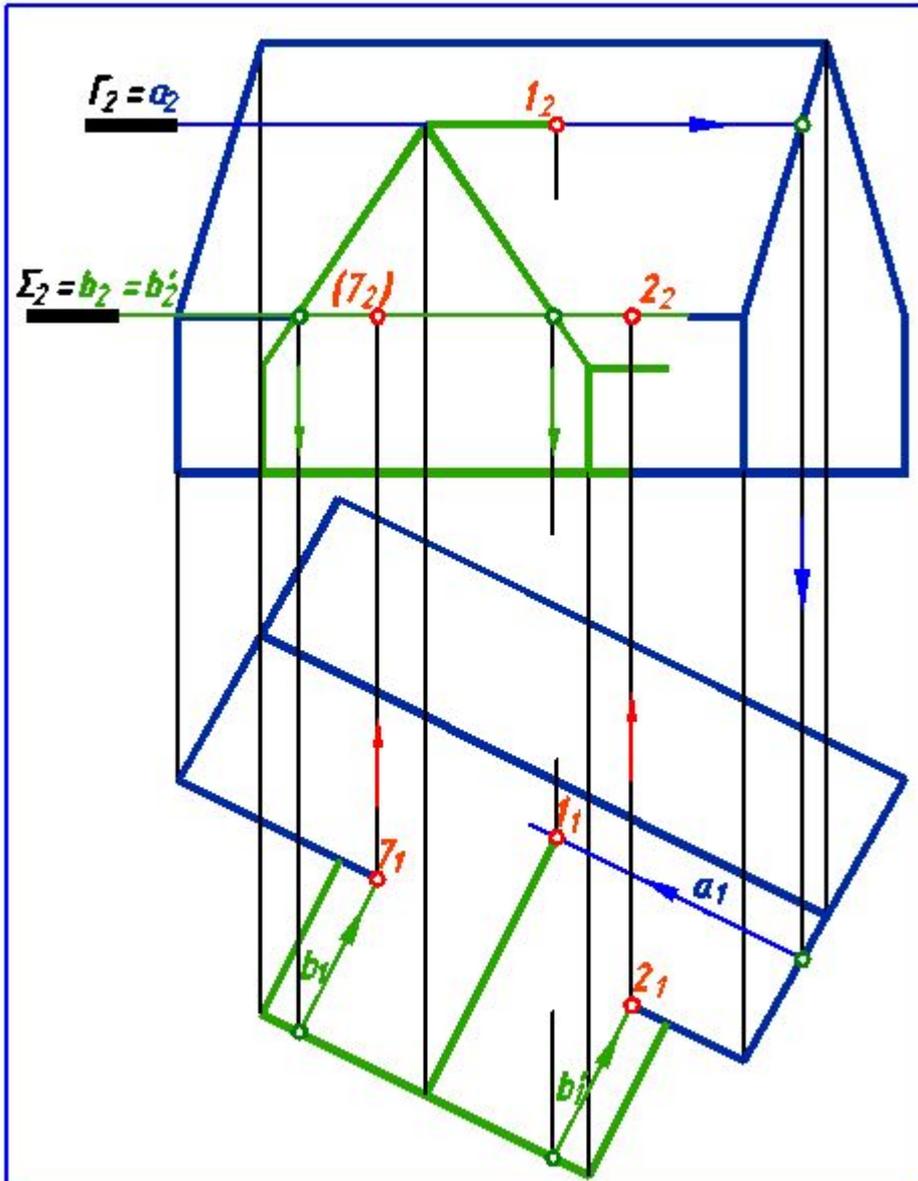


# Пересечение многогранников



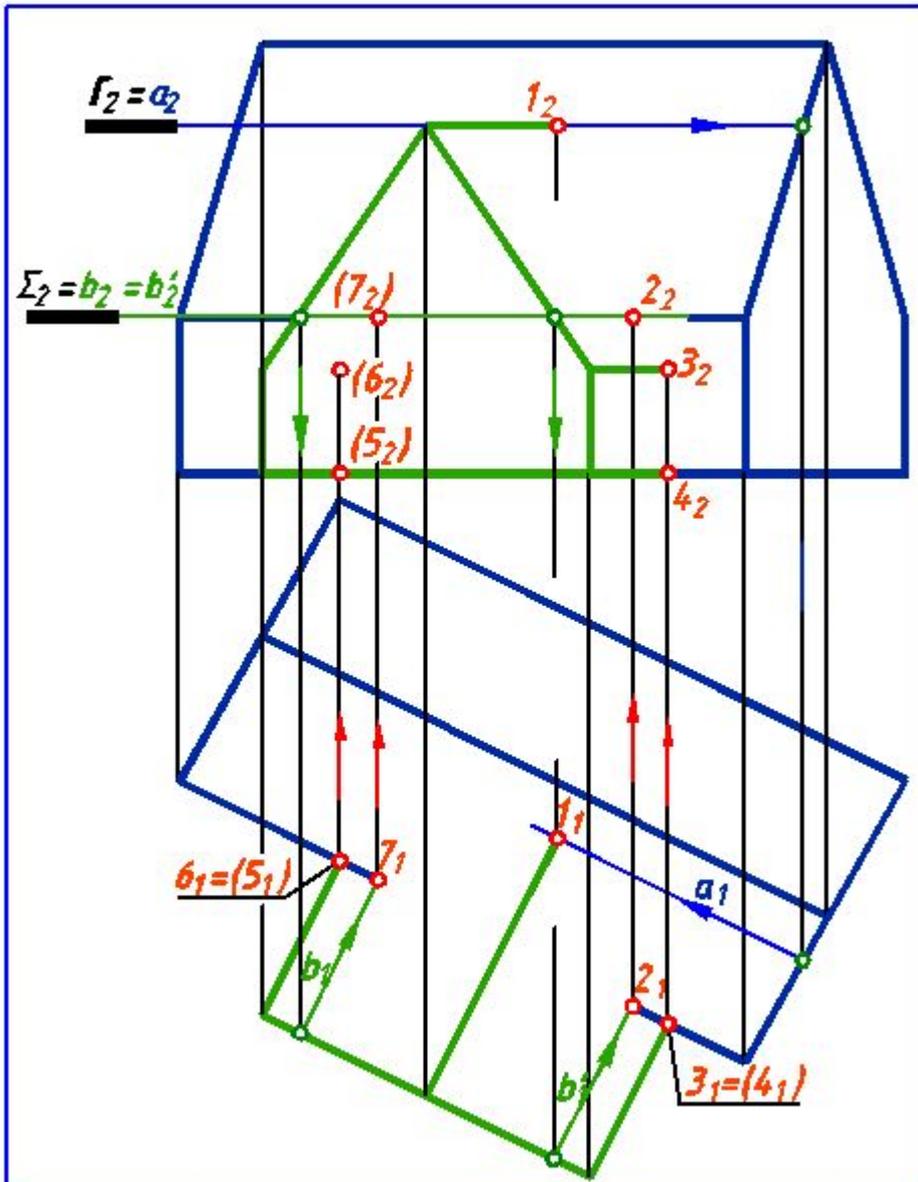
3. Опорная точка **1** пересечения верхнего ребра **зелёной призмы** определена с помощью плоскости  $\Gamma \perp \Pi_2$ , пересекающей **синюю призму** по линии **a**, параллельной верхнему ребру **синей призмы**.

# Пересечение многогранников



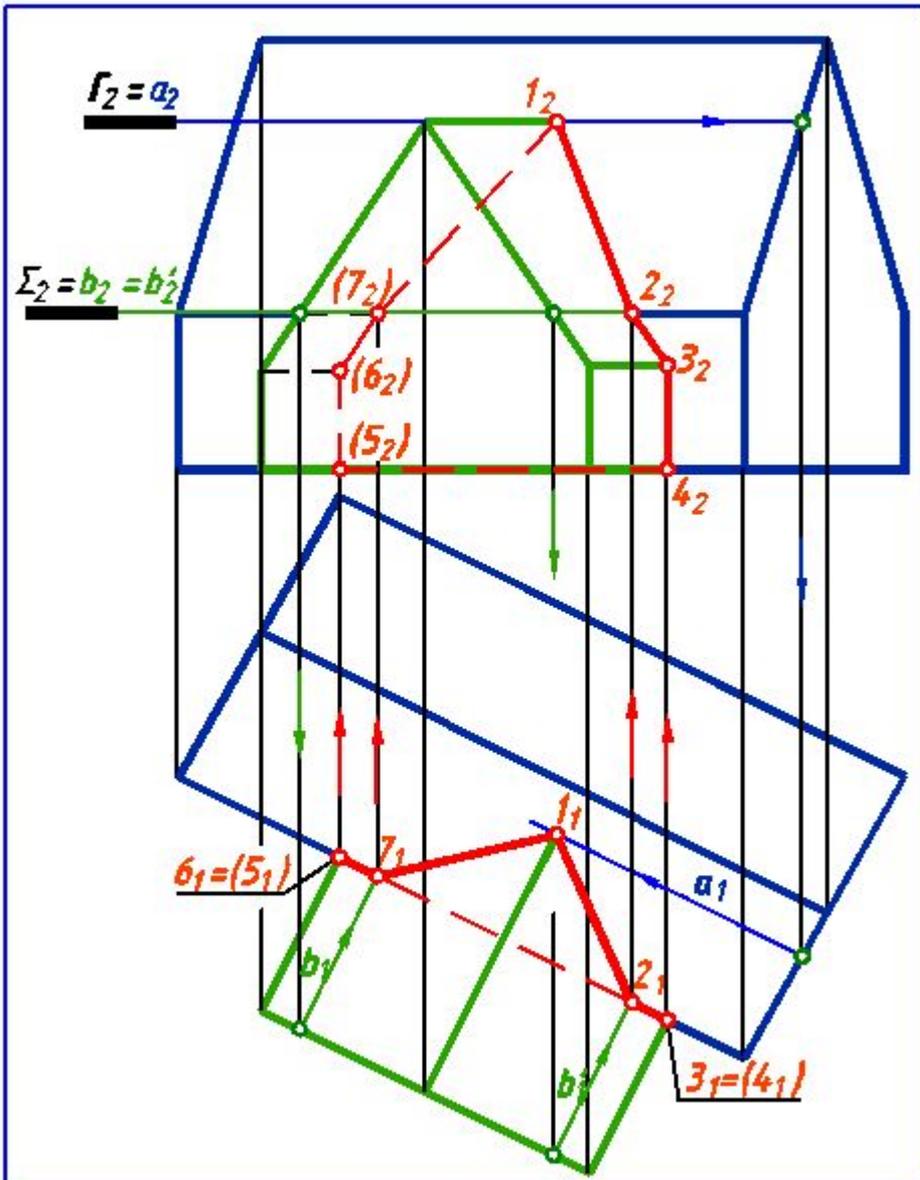
Опорные точки **2** и **7** пересечения ребра **синей призмы** с поверхностью **зеленой призмы** определены с помощью плоскости  $\Sigma \perp \Pi_2$ , пересекающей **зеленую призму** по линиям  **$b$**  и  **$b'$** , параллельной верхнему ребру **зеленой** призмы.

# Пересечение многогранников



Опорные точки **3**, **4**, **5** и **6** пересечения передней грани **синей призмы** с рёбрами **зеленой призмы** определены из условия принадлежности, так как передняя грань **синей призмы** является горизонтально проецирующей плоскостью.

# Пересечение многогранников



4. Определять промежуточные точки нет необходимости.
5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней призм, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Ломаная **6-7-1-2-3** на  $\Pi_1$  видима. Участок **4-5** ломаной на  $\Pi_1$  не видим, так как он является результатом пересечения невидимой на  $\Pi_1$  грани **зелёной призмы**. Участок ломаной **4-5-6-7-1** на  $\Pi_2$  не видим, так как закрыт передней гранью **зелёной призмы**.