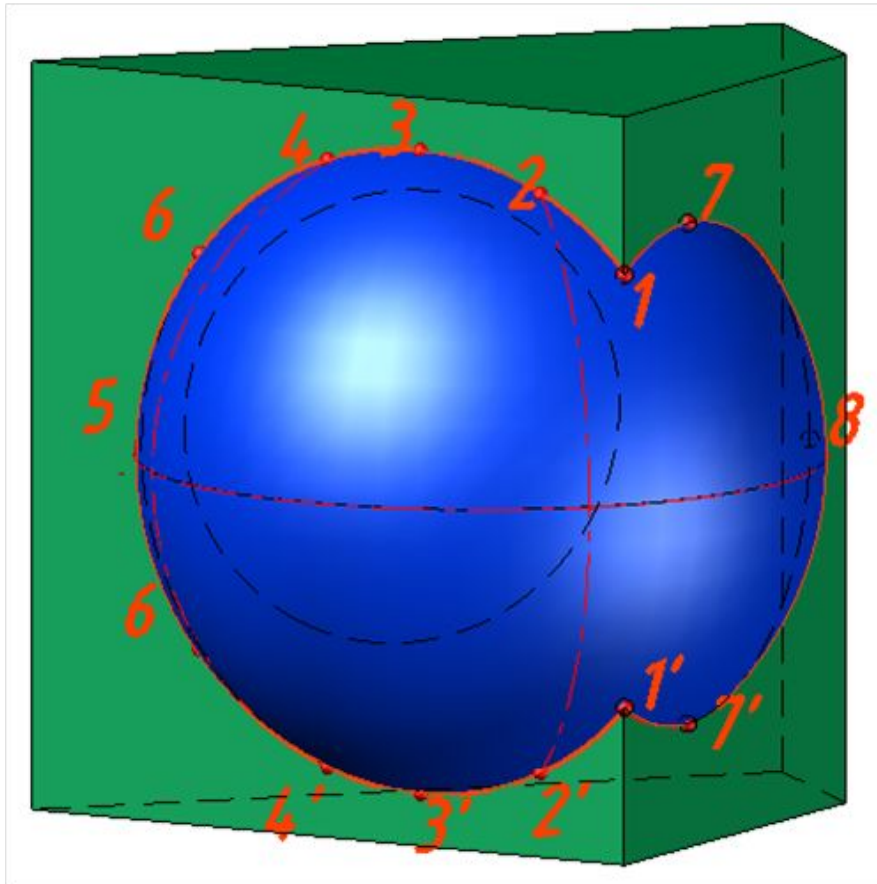




ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Вторая позиционная задача

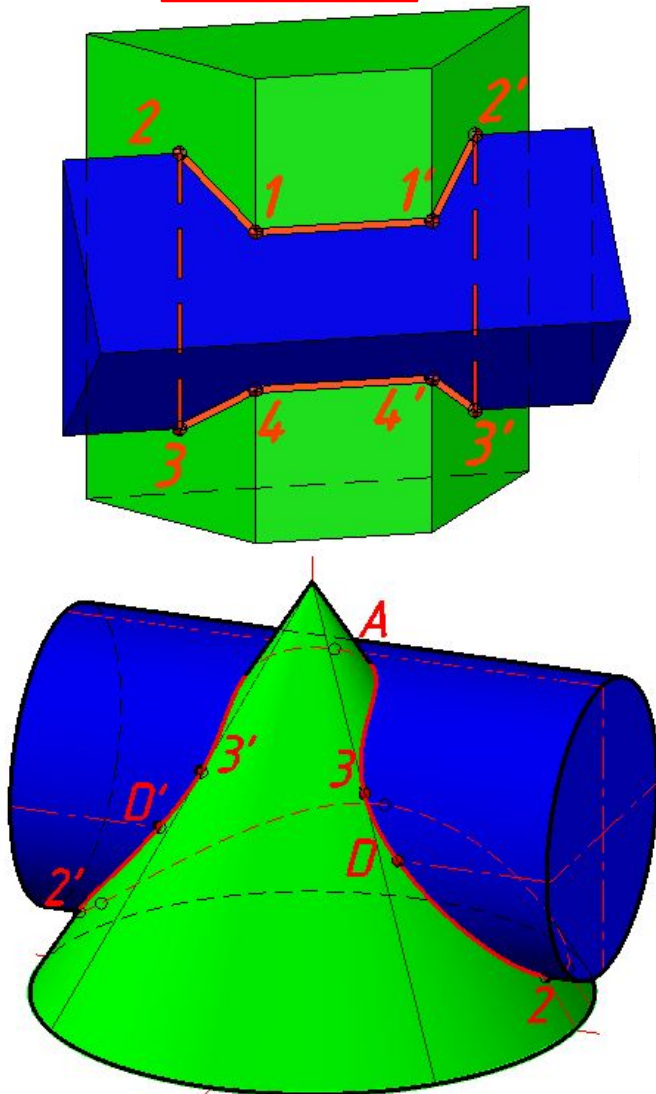
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ



- Две поверхности пересекаются по линии (совокупности линий), одновременно принадлежащей каждой из них.
- Линию пересечения строят по отдельным точкам – **опорным** и промежуточным.
- В первую очередь определяют **опорные точки**:
на **ребрах многогранников**,
экстремальные и **очерковые**.

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Врезка

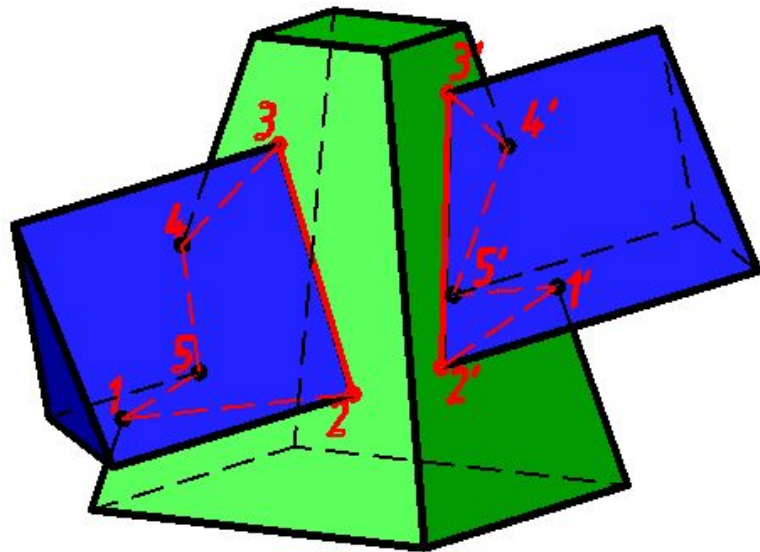
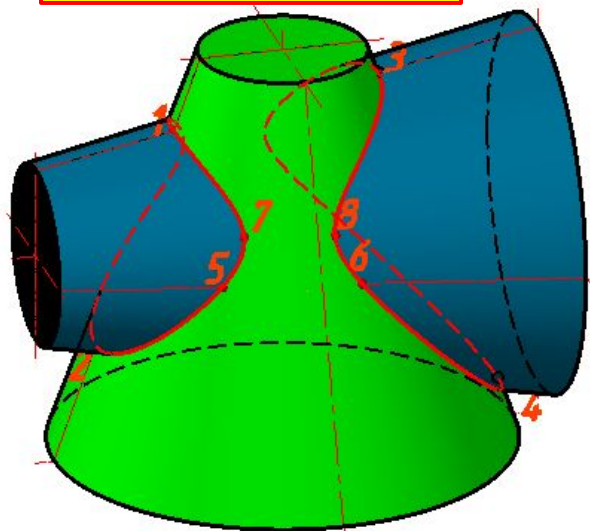


Линия пересечения поверхностей зависит от их **вида** и **взаимного положения**:

1. При пересечении многогранников – замкнутая ломаная.
2. При пересечении кривых поверхностей – замкнутая кривая.
3. При пересечении многогранника с кривой поверхностью линия пересечения представляет совокупность плоских кривых.

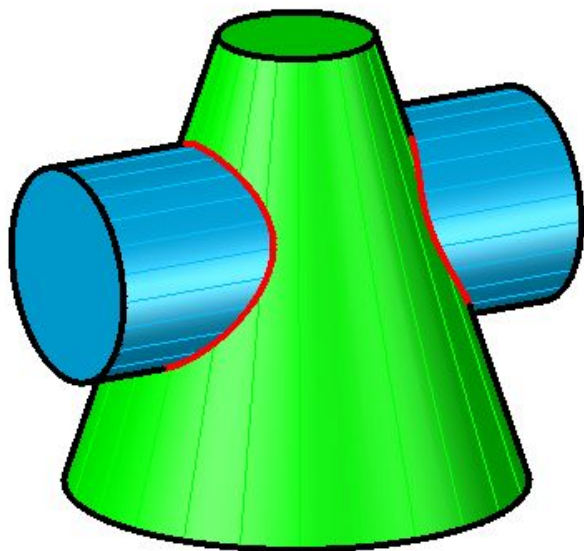
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

Проницание

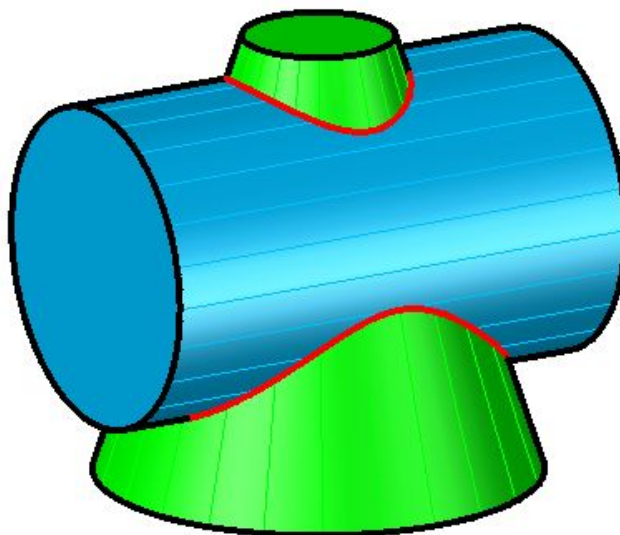


- Пересечение может быть полным – **проницание**, когда все образующие или ребра одной поверхности пересекаются с другой поверхностью, или частичным – **врезка**.
- При проницании линия пересечения распадается на две замкнутые самостоятельные кривые или ломаные.

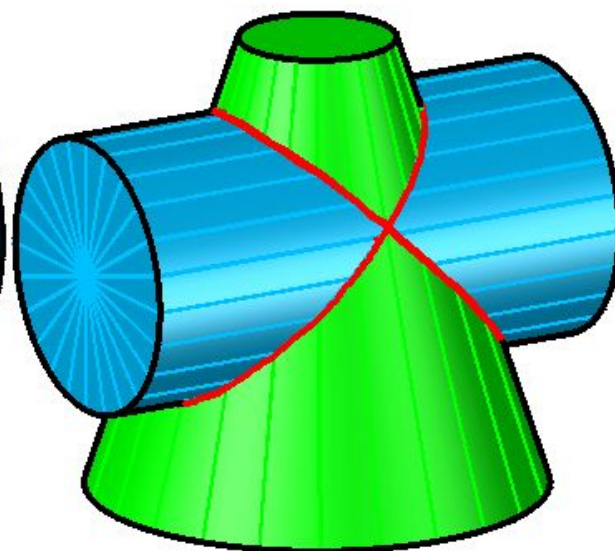
ЗАВИСИМОСТЬ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ОТ СООТНОШЕНИЯ РАЗМЕРОВ ПОВЕРХНОСТЕЙ



Пронизание
конуса



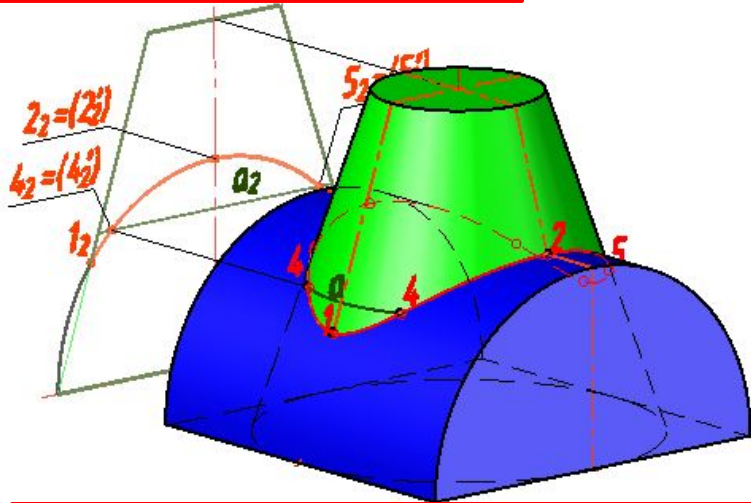
Пронизание
цилиндра



Две
плоских кривых

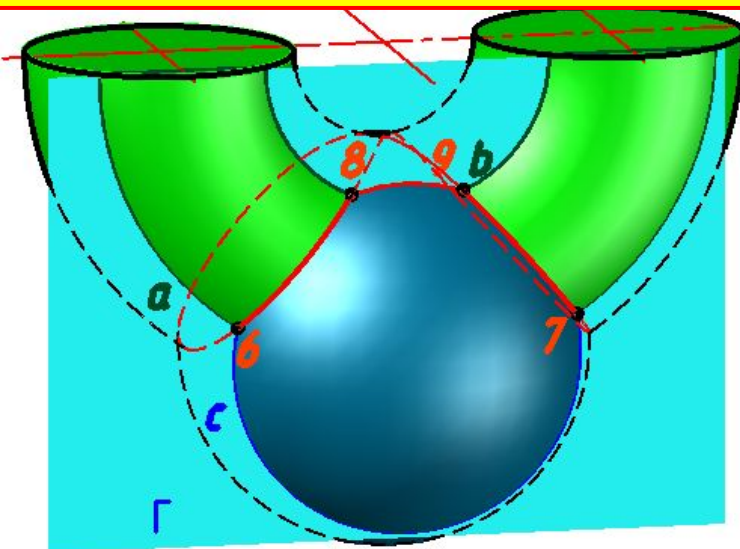
ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

принадлежность

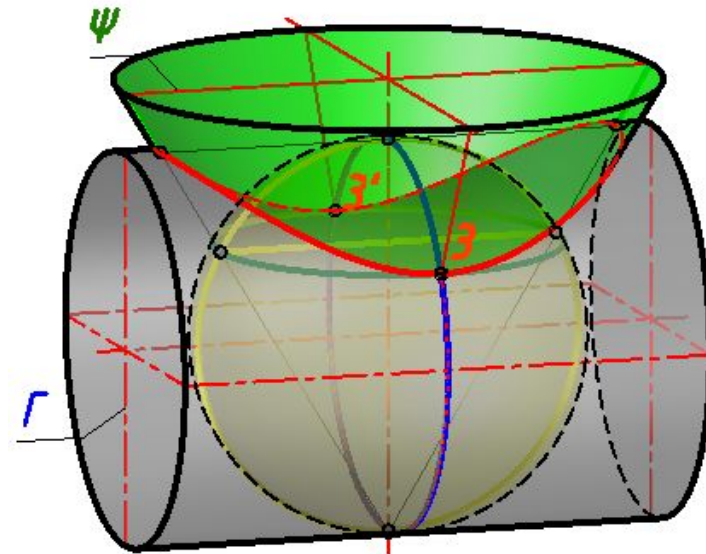


Для нахождения общих точек применяют принцип принадлежности или используют вспомогательные поверхности: плоскости или сферы.

вспомогательные плоскости



вспомогательные сферы



Последовательность решения задач на построение линии пересечения поверхностей:

- 1) выясняем вид и расположение заданных поверхностей относительно друг друга (**врезка** или **проницание**) и плоскостей проекций (задана ли проецирующая поверхность);
- 2) определяем характер линии пересечения: **замкнутая ломаная**, **совокупность плоских кривых**, **замкнутая кривая**;
- 3) определяем опорные точки (**на ребрах многогранников**, **экстремальные** и **очерковые**);
- 4) определяем промежуточные точки (если строим кривую линию);
- 5) соединяем найденные точки (ломаной, или кривой), обводим чертеж с учетом видимости проекций линии пересечения и очерков поверхностей.

ПОСТРОЕНИЕ ЛИНИИ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ

- линия пересечения

- поверхностей

- Ломаная линия

- (многогранники)

- **Одна** замкнутая

- ломаная линия

- **(врезка)**

- **Две** замкнутых

- ломаных линии

- **(проницание)**

- **Совокупность**

- **плоских кривых**

- (многогранная с кривой)

- **Пространственная**

- **кривая** линия

- (кривые поверхности)

- **Одна** замкнутая

- кривая линия

- **(врезка)**

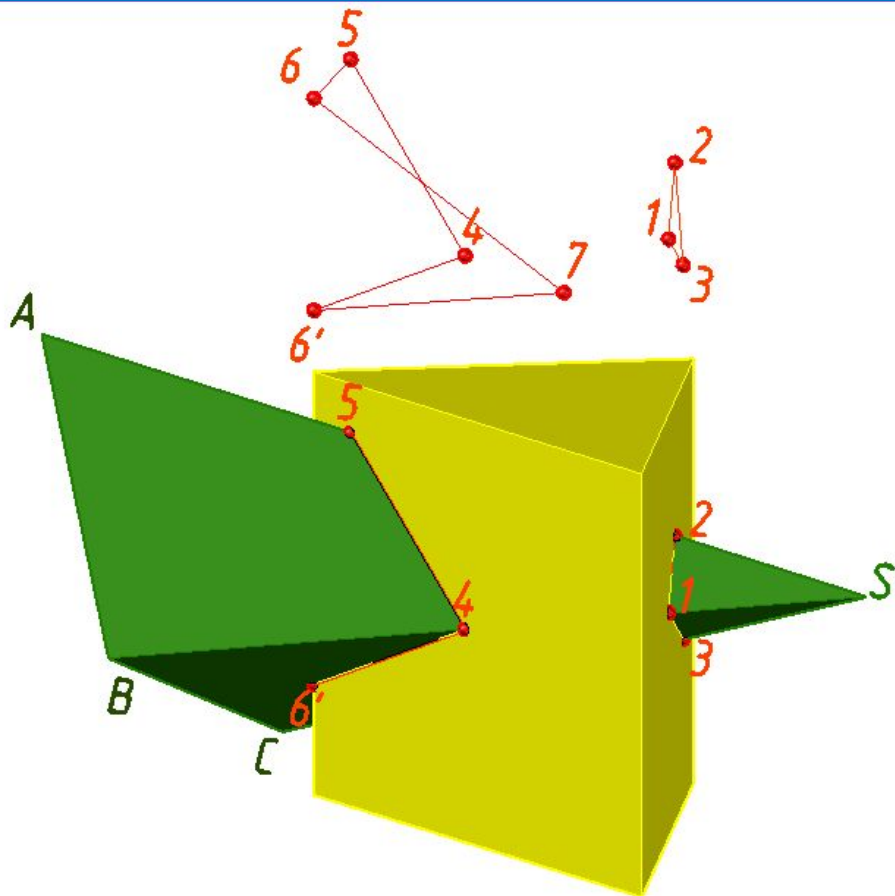
- **Две** замкнутых

- **кривых** линии

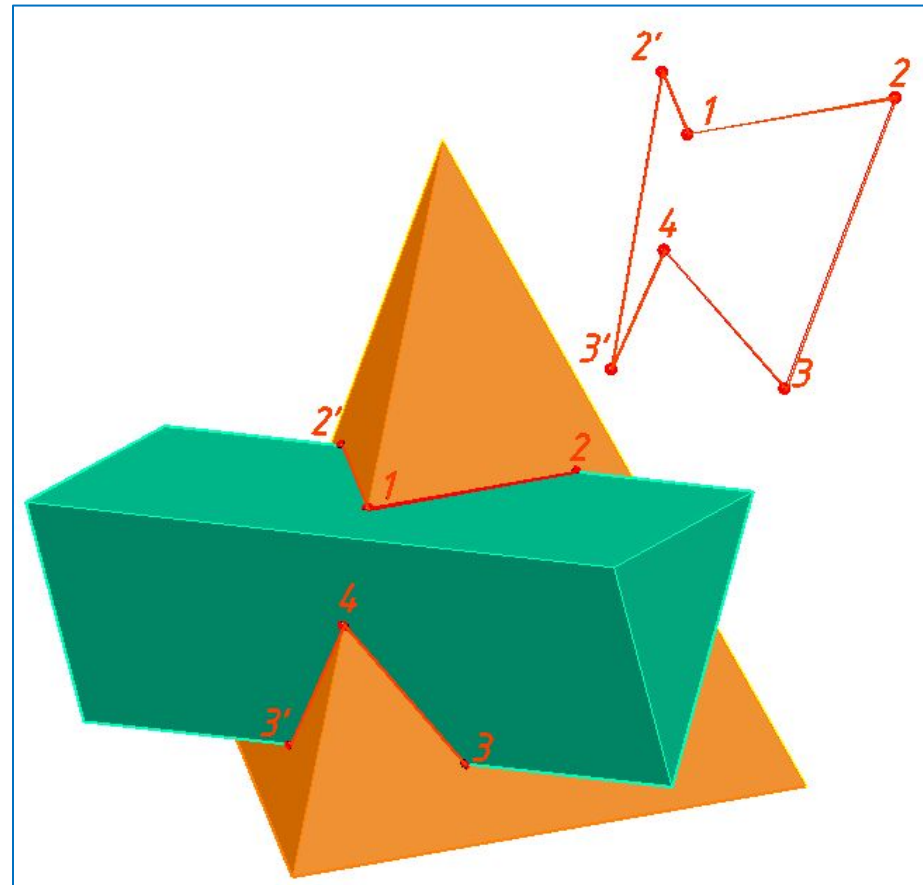
Построение линии пересечения многогранников

- Линия пересечения многогранников – **замкнутая пространственная ломаная линия** (случай врезки), или **две замкнутые ломаные** (случай проникания).
- Вершины ломаной – точки пересечения ребер первого многогранника с гранями второго и ребер второго многогранника с гранями первого, а звенья ломаной – линии пересечения граней многогранников.
- Решение задачи заключается в нахождении **вершин** или **сторон** ломаной. В первом случае задача сводится к многократному построению точки пересечения прямой (ребра) с плоскостью, во втором – к многократному построению линии пересечения двух плоскостей.
- После определения вершин ломаной (опорных точек) соединяем отрезками прямых те пары вершин, которые принадлежат одной и той же грани первого многогранника и одновременно одной и той же грани второго с учетом видимости.

Пересечение многогранников

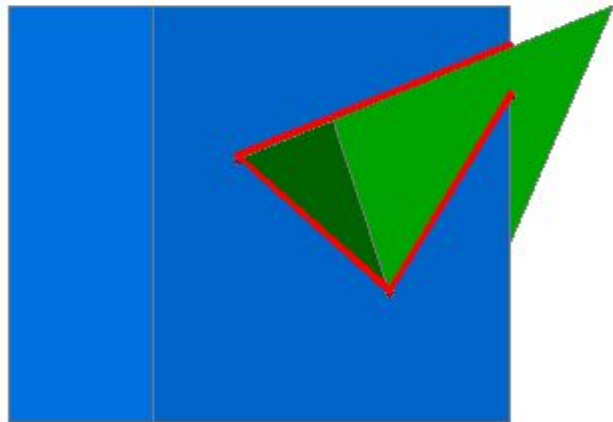
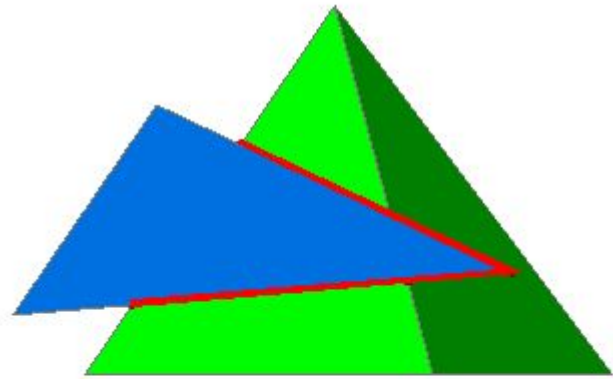


Пронизание

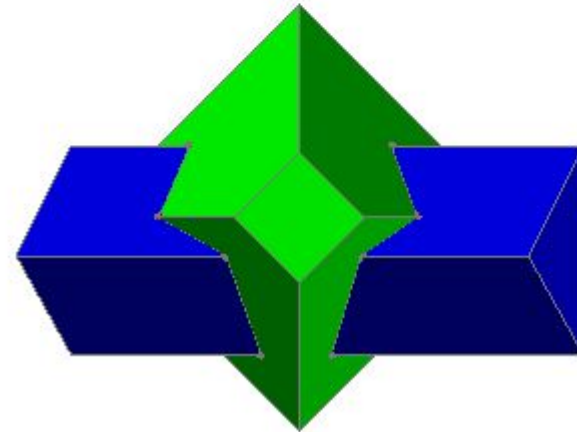
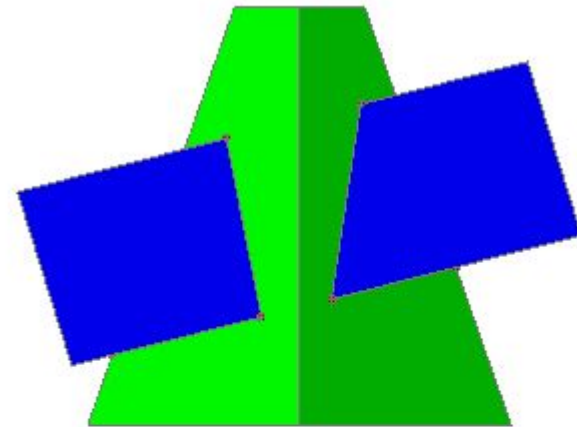


Врезка

Пересечение многогранников



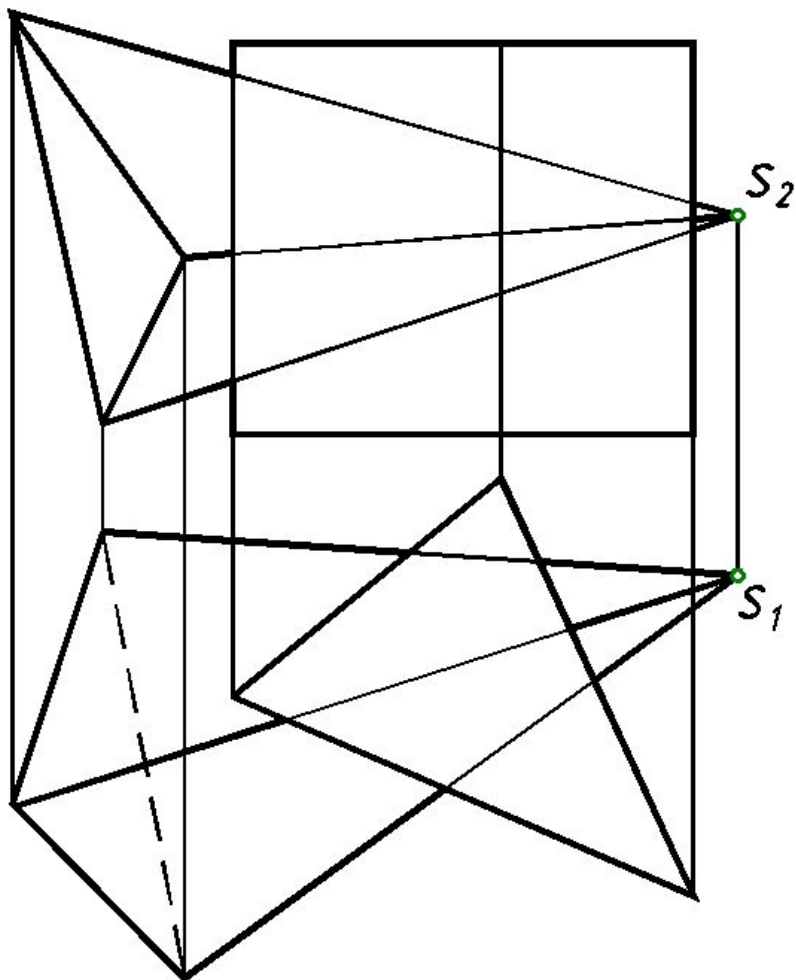
Призма занимает **проецирующее положение** на фронтальной плоскости проекций



Призма занимает **общее положение**

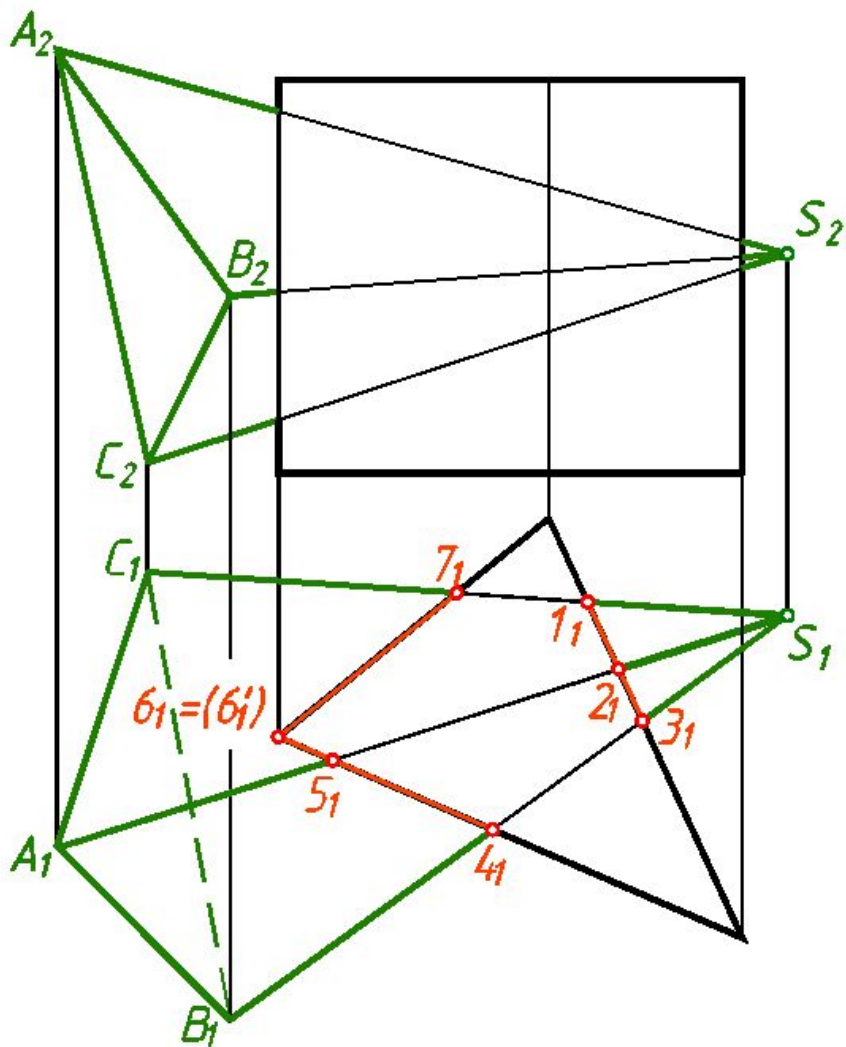
Пересечение многогранников

Задача. Построить линии пересечения пирамиды и призмы.
Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.



1. Заданы многогранники.
Все ребра пирамиды пересекают грани призмы.
Имеем случай проницания.
Призма занимает проецирующее положение на Π_1 .

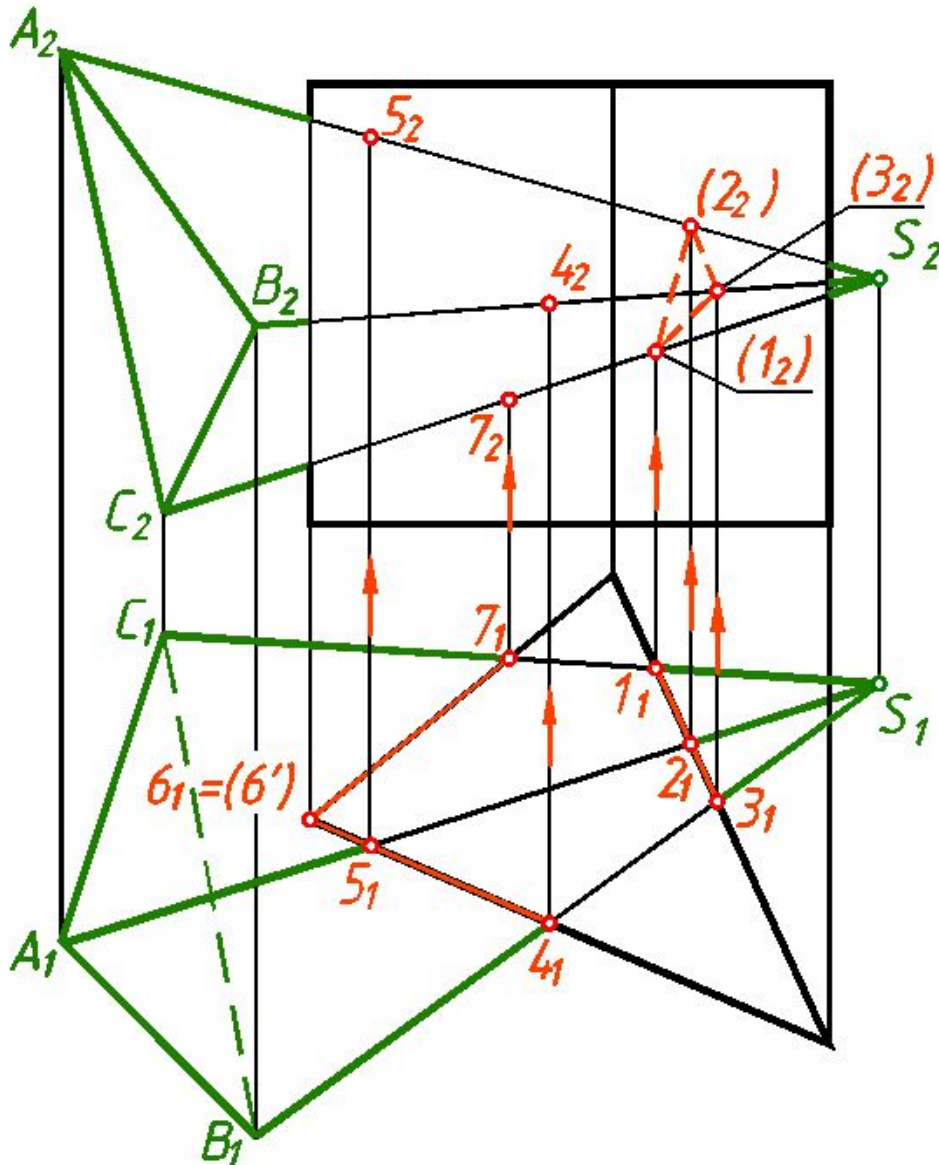
Пересечение многогранников



2. Линия пересечения распалась на две замкнутые ломаные линии: плоскую **1-2-3-1** и пространственную **4-6'-7-6-5-4**.

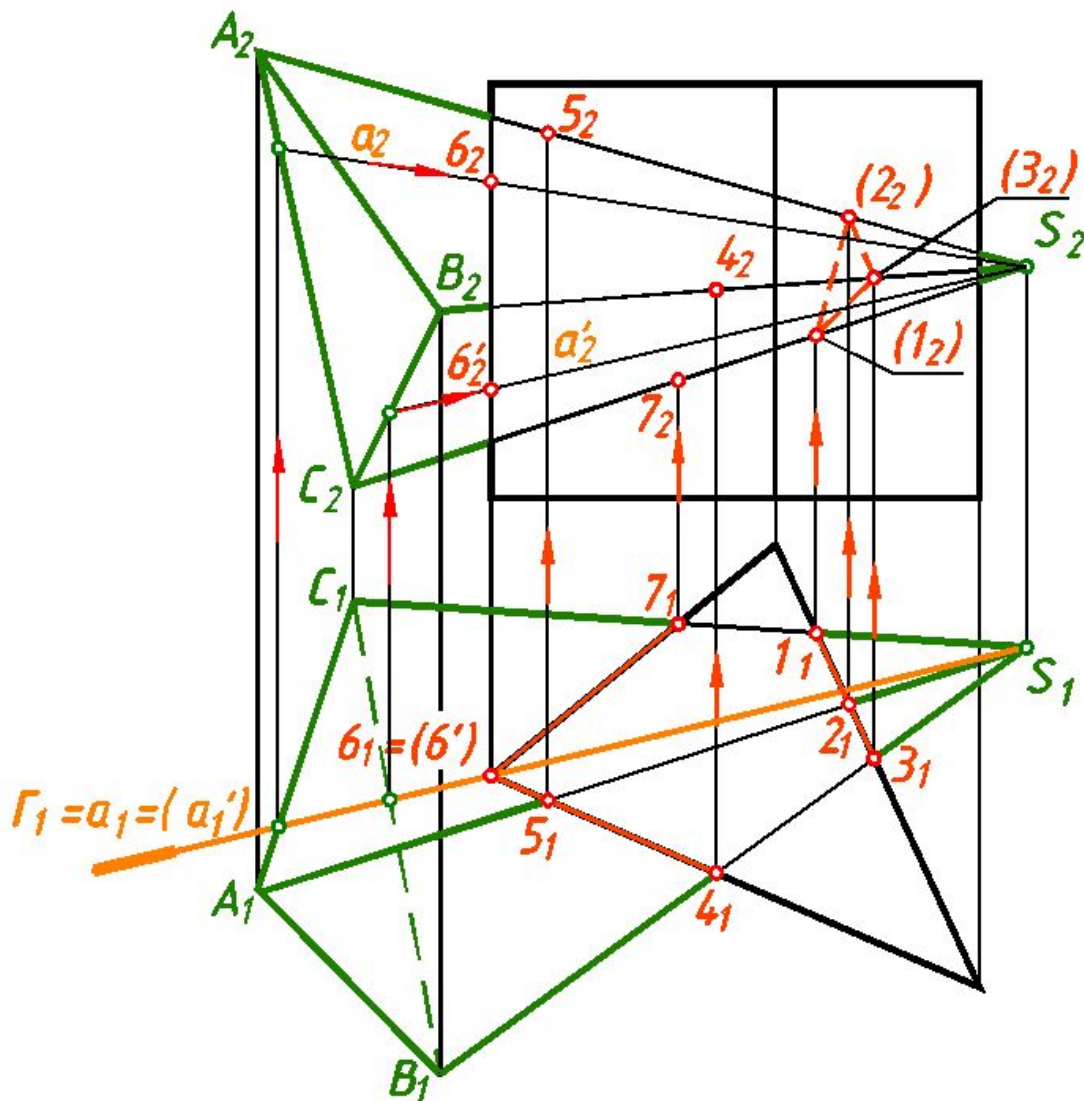
Горизонтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией призмы в пределах очерка пирамиды.

Пересечение многогранников



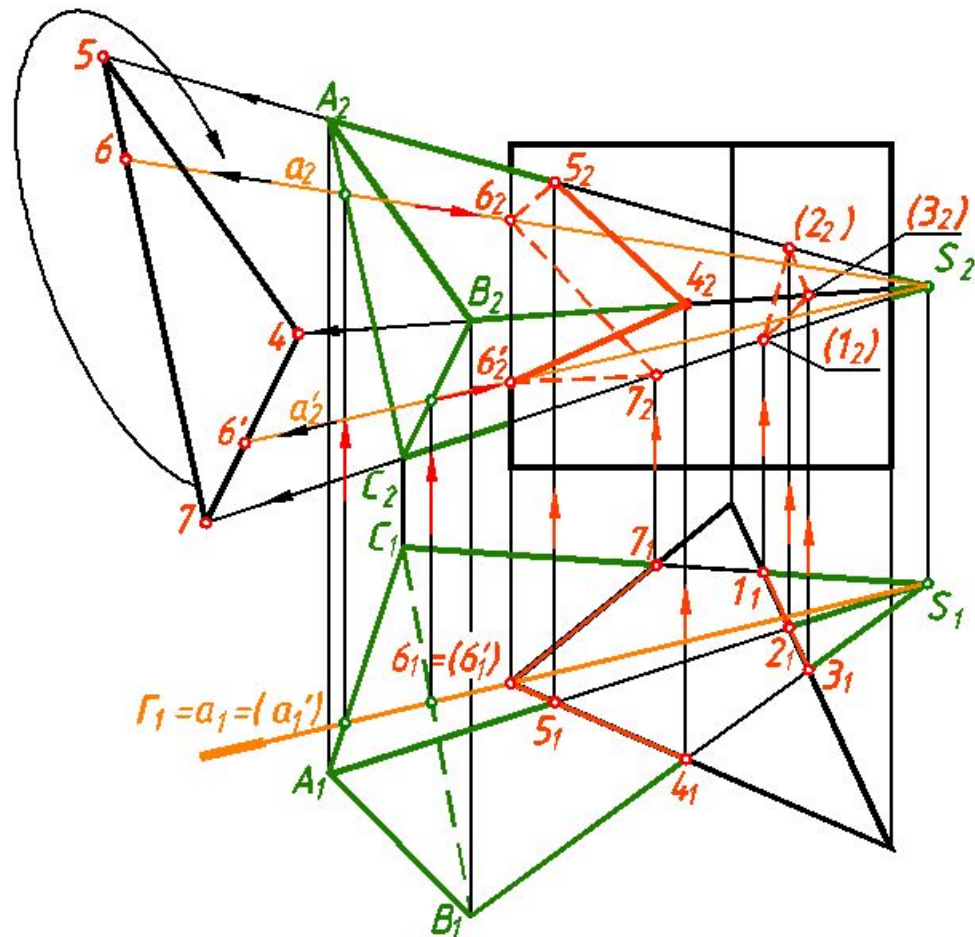
3. Опорные точки
1, 2, 3, 4, 5, 7
пересечения ребер
пирамиды с гранями
призмы определены
по линиям связи
из условия
принадлежности
рёбрам пирамиды.

Пересечение многогранников



Опорные точки **6** и **6'** пересечения ребра призмы с гранями пирамиды определены при помощи горизонтально проецирующей плоскости Γ , пересекающей пирамиду по линиям **a** и **a'**, а призму – по ребру.

Пересечение многогранников



4. Определять **промежуточные точки** нет необходимости.
5. **Вершины ломаной линии**, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, **соединяем отрезками прямых с учетом видимости**.

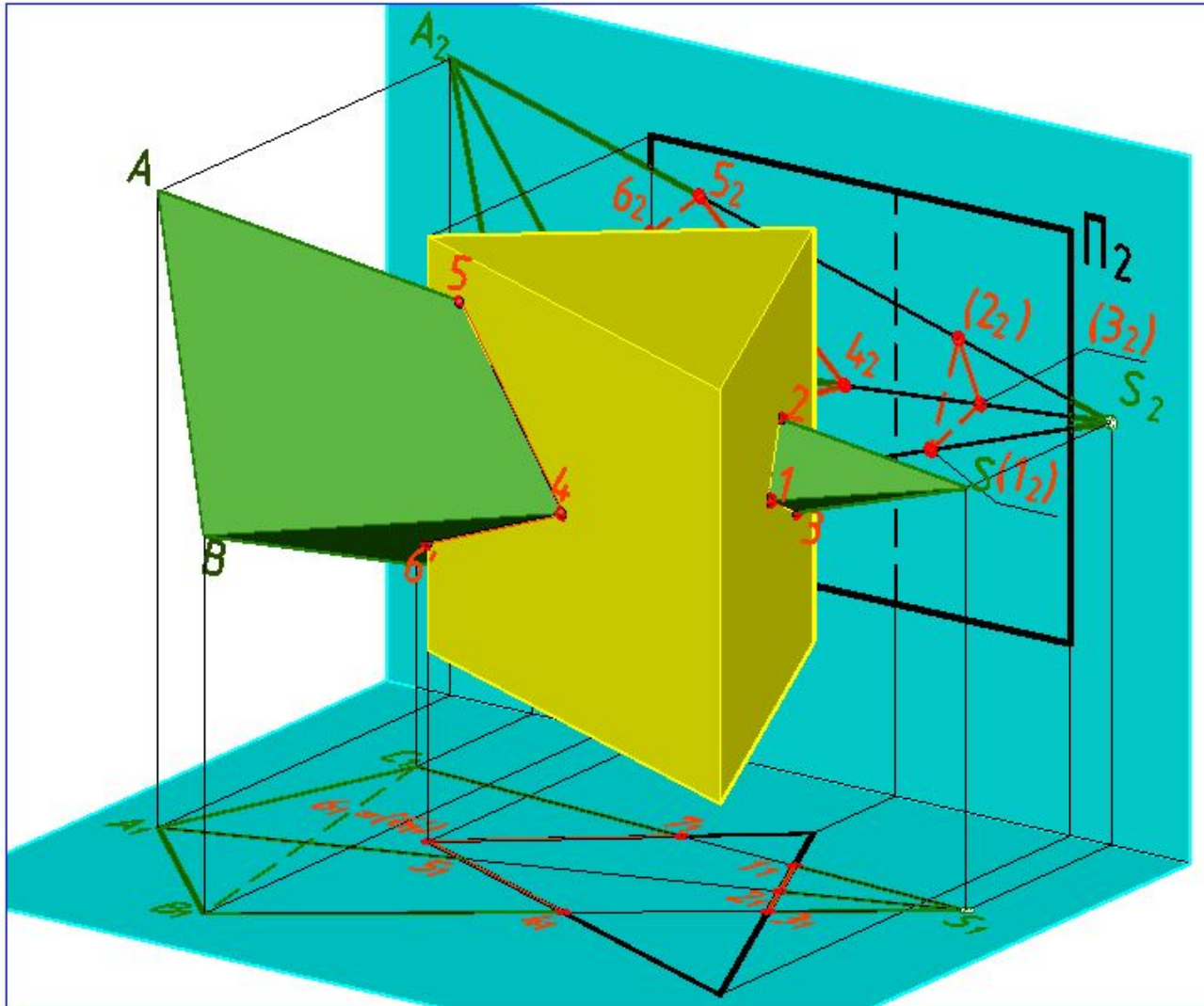
Видимыми относительно той или иной плоскости проекций считаются те участки ломаной, которые являются линией пересечения двух видимых относительно этой плоскости проекций граней многогранников.

Участки **1-2** и **5-6-7-6'** ломаных на Π_2 невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой на Π_2 грани пирамиды **SAC** с поверхностью призмы.

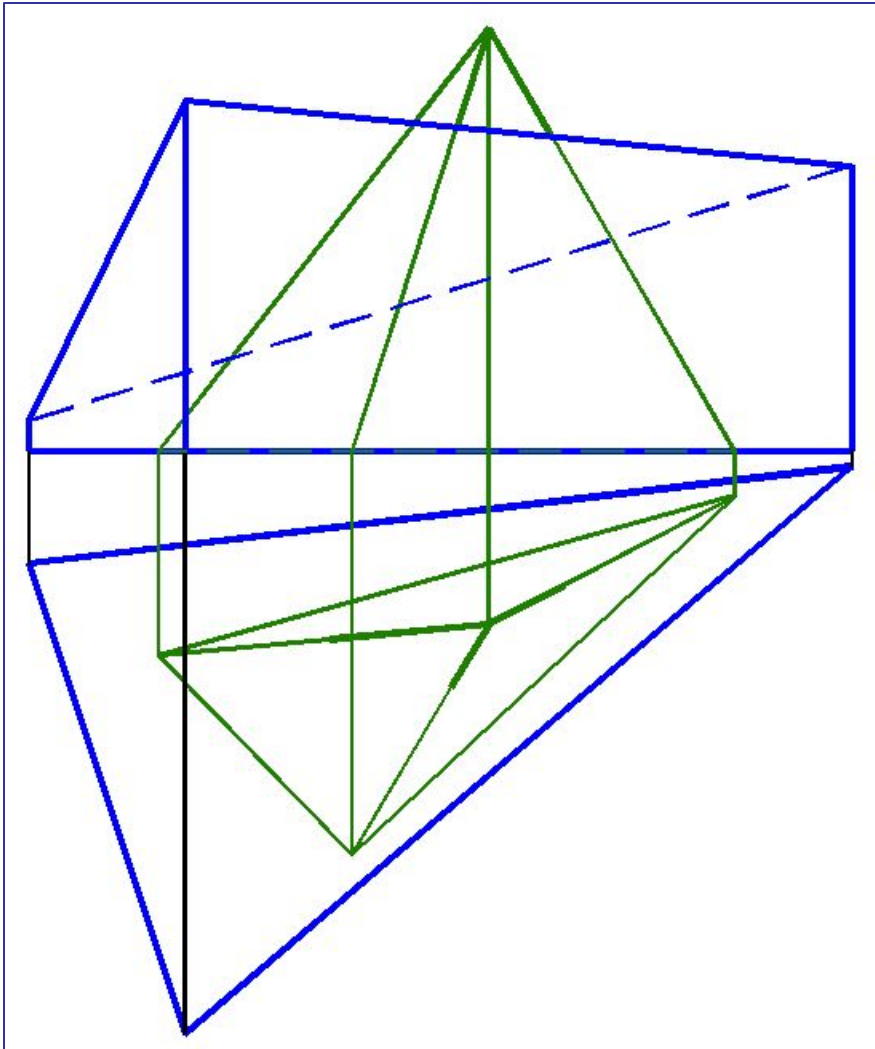
Порядок соединения звеньев ломаной линии:

4-6'-7-6-5-4

Пересечение многогранников

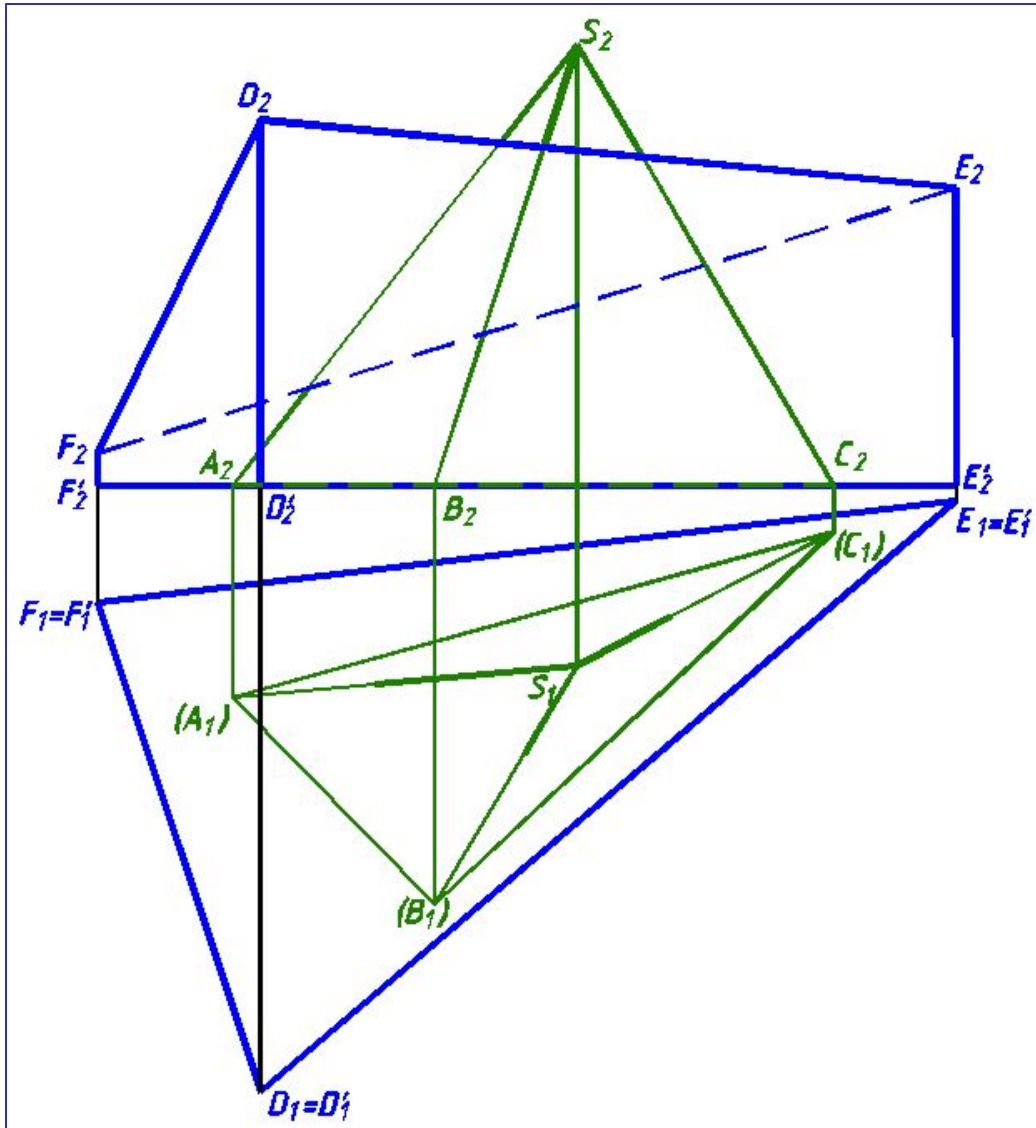


Пересечение многогранников



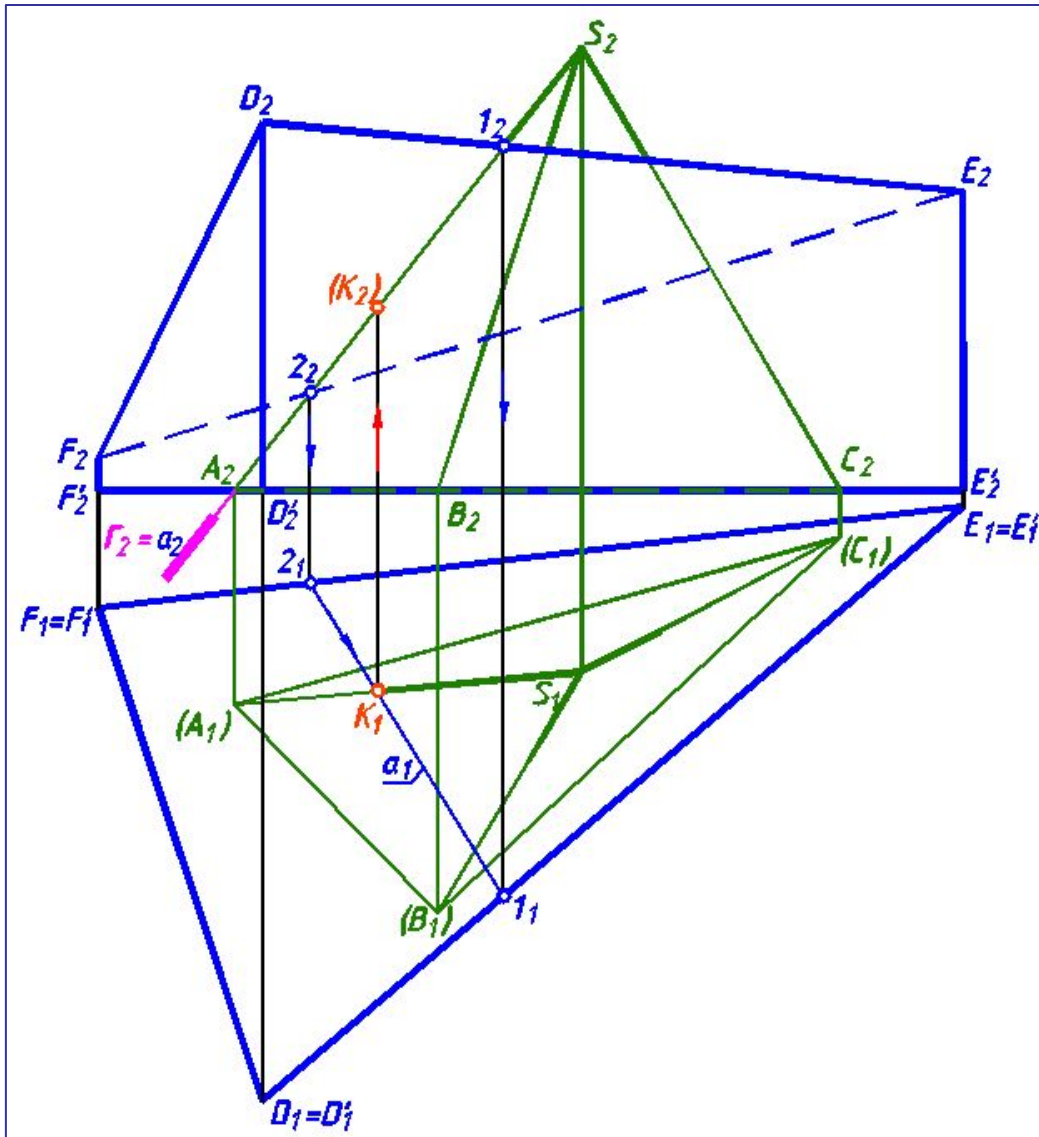
Задача. Построить линии пересечения пирамиды и призмы. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

Пересечение многогранников



- 1. Заданы многогранники.
- Все ребра пирамиды пересекают грани призмы. Случай пронизания.

Пересечение многогранников

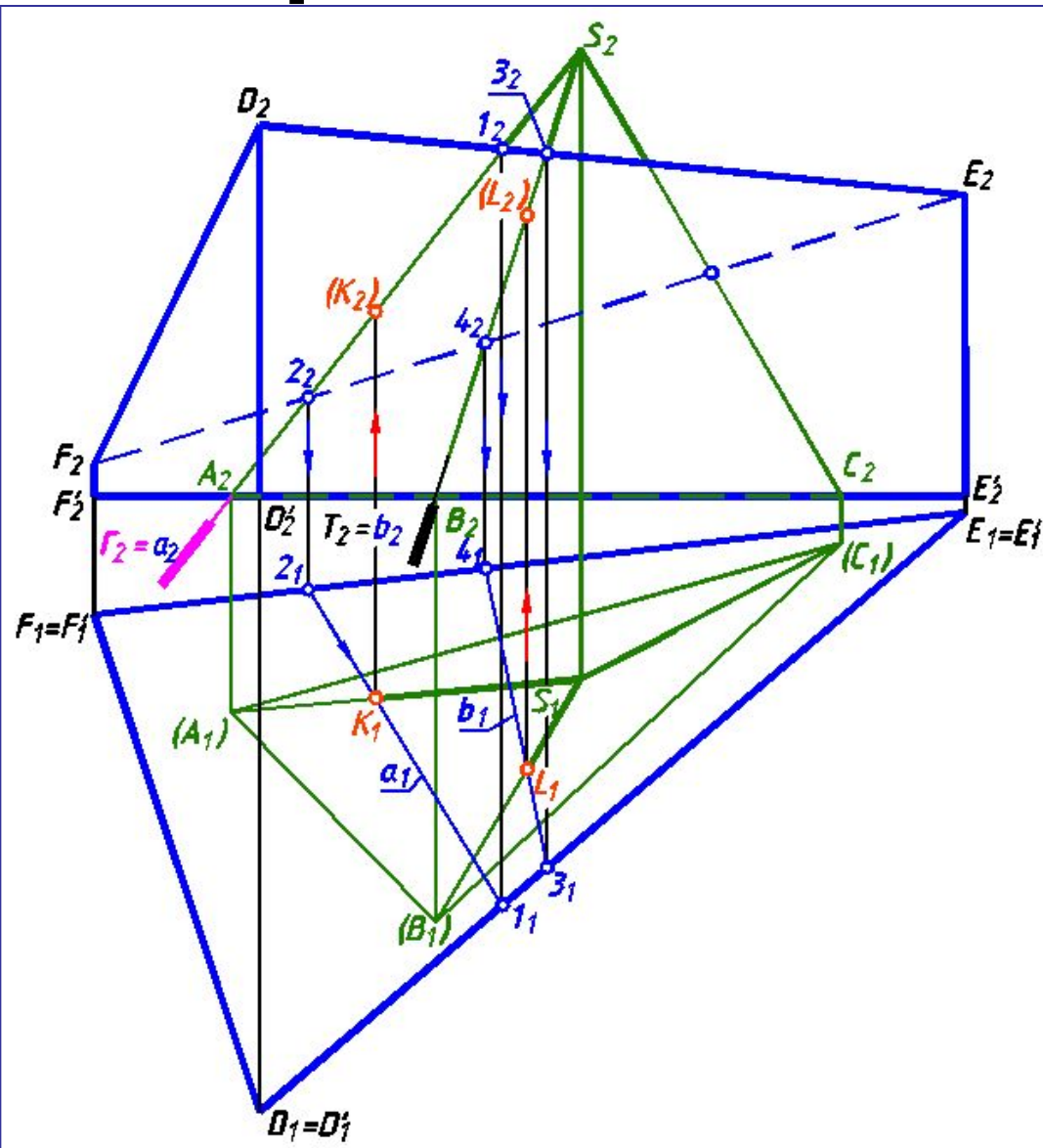


2. Линия пересечения - замкнутая ломаная линия: **K-L-M** - точки пересечения ребер пирамиды с гранью **FED** призмы.

3. Опорную точку **K** пересечения ребра **AS** пирамиды с гранью призмы определили с помощью вспомогательной плоскости $\Gamma \supset AS$, $\Gamma \perp \Pi_2$. Плоскость Γ пересекла призму по линии **a(1,2)**.

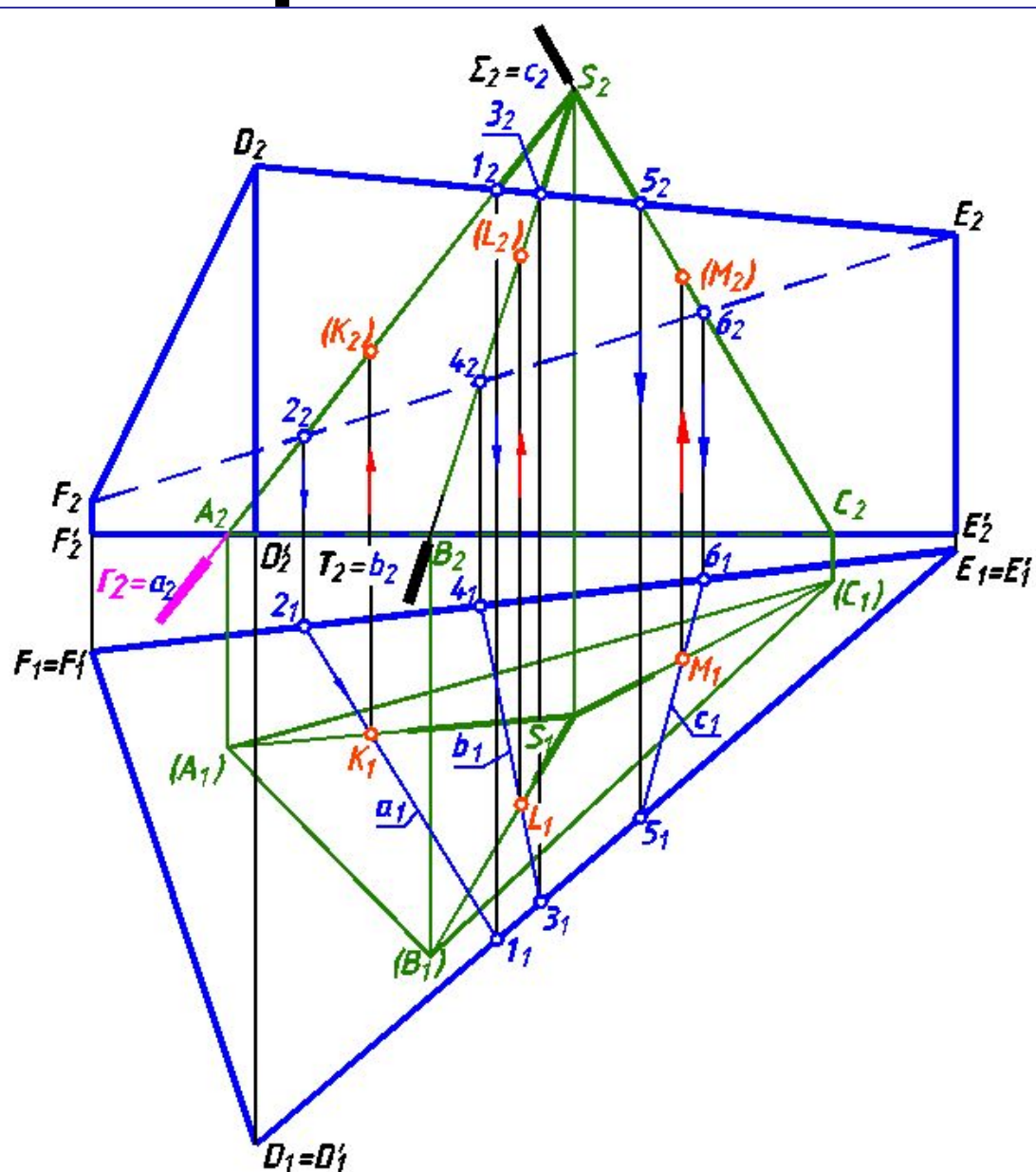
$$a \cap AS = K.$$

Пересечение многогранников



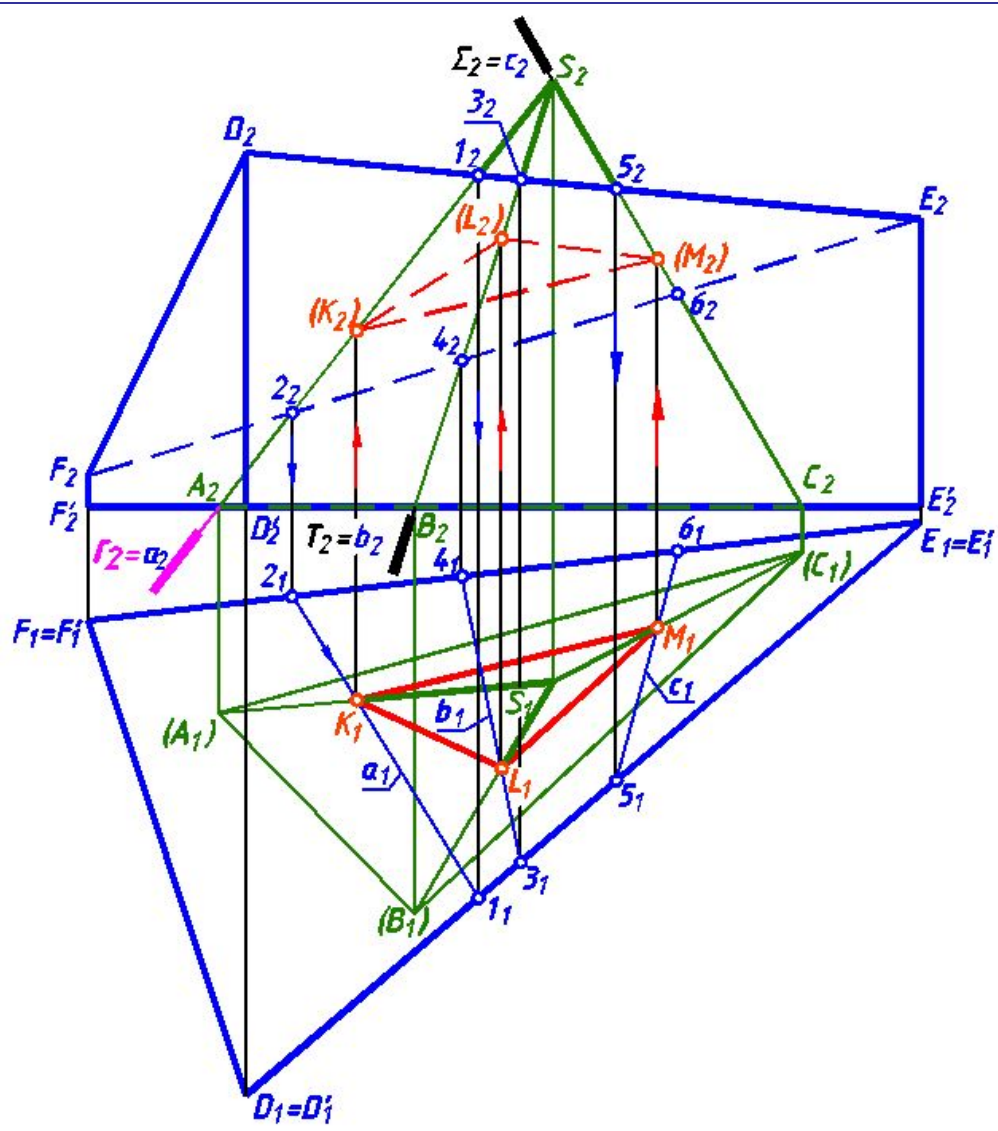
Опорную точку L пересечения ребра BS пирамиды с гранью призмы определили с помощью вспомогательной плоскости $T \supset BS$, $T \perp \Pi_2$. Плоскость T пересекла призму по линии $b(3,4)$.
 $b \cap BS = L$.

Пересечение многогранников



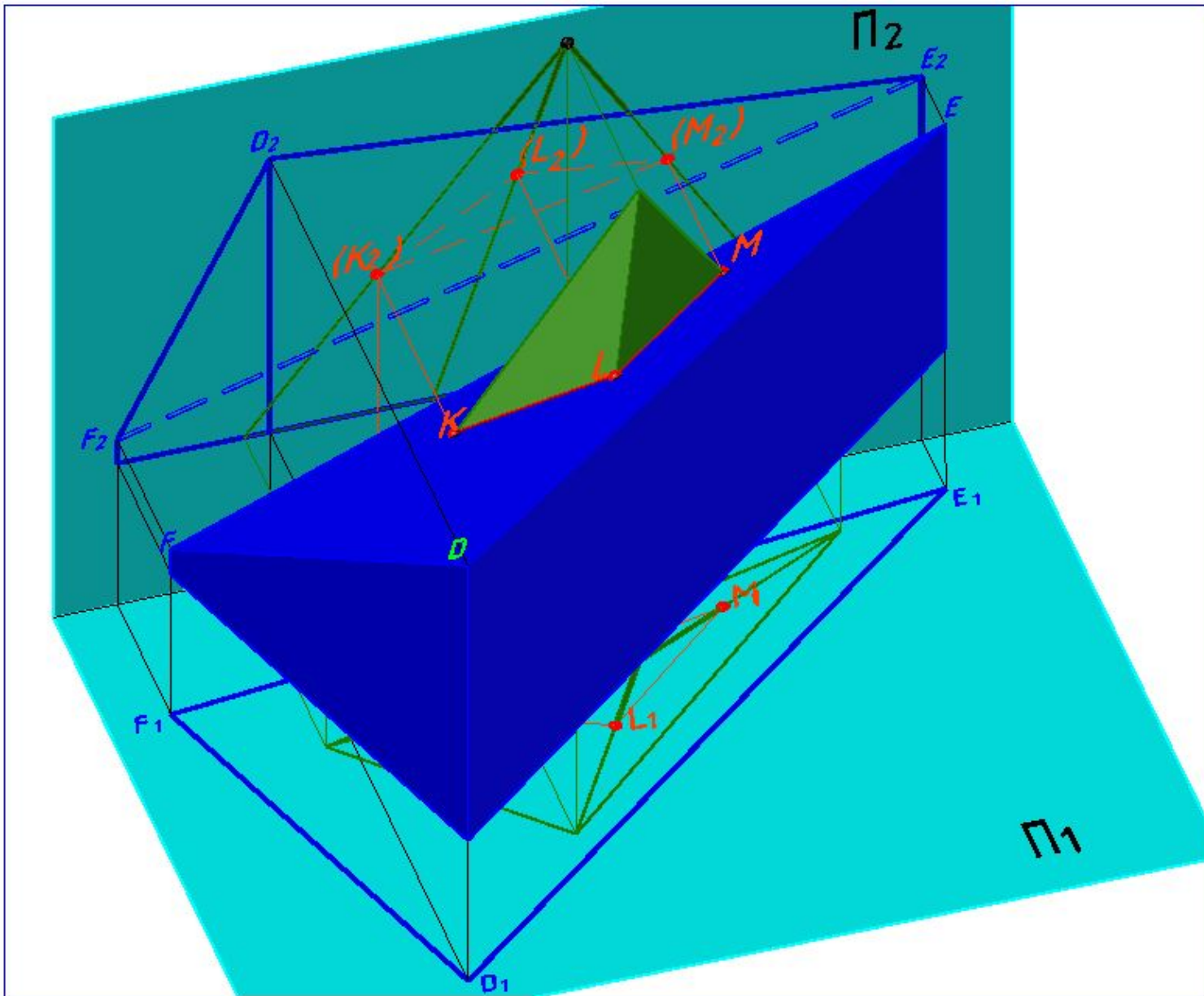
Опорную точку ***M*** пересечения ребра ***CS*** пирамиды с гранью ***призмы*** определили с помощью вспомогательной плоскости $\Sigma \supset \mathbf{CS}$, $\Sigma \perp \Pi_2$.
 Плоскость Σ пересекла ***призму*** по линии ***c(5,6)***.
 $\mathbf{c} \cap \mathbf{CS} = \mathbf{M}$.

Пересечение многогранников

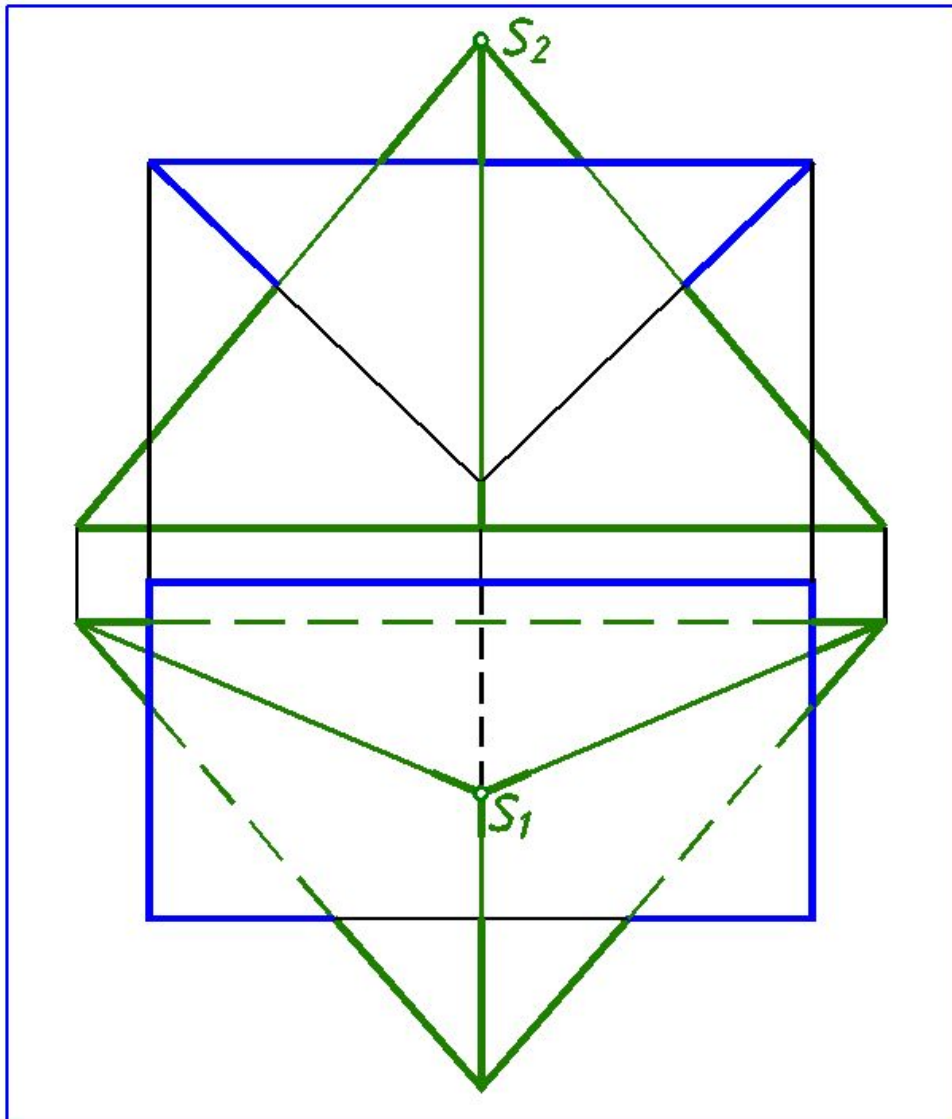


4. Определять промежуточные точки нет необходимости.
5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Ломаная **K-L-M** на Π_1 видима, на Π_2 не видима, так как являются результатом пересечения невидимой на Π_2 грани призмы **FDE** с поверхностью пирамиды. Ребра пирамиды на Π_1 следует довести до точек пересечения.

Пересечение многогранников



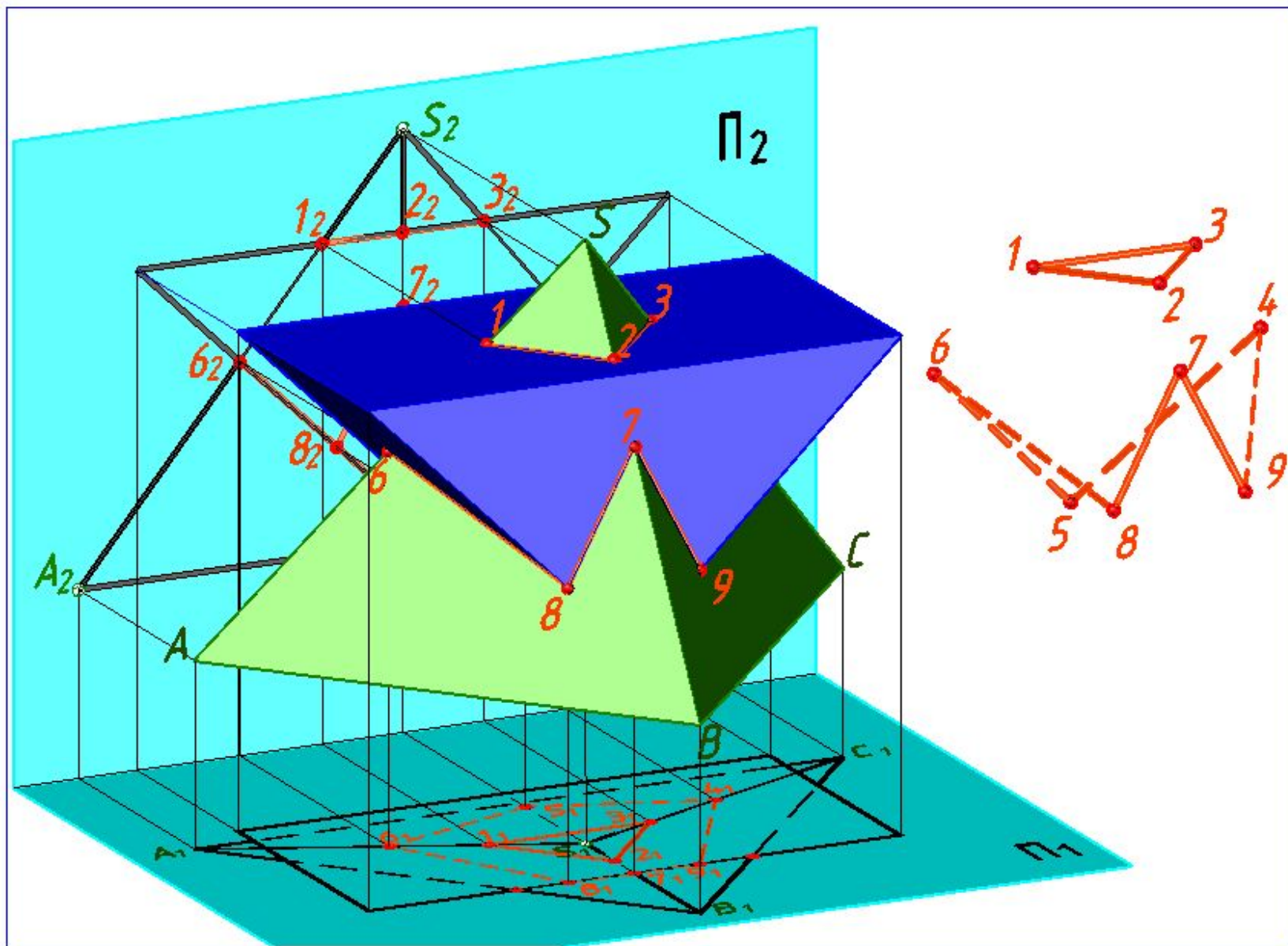
Пересечение многогранников



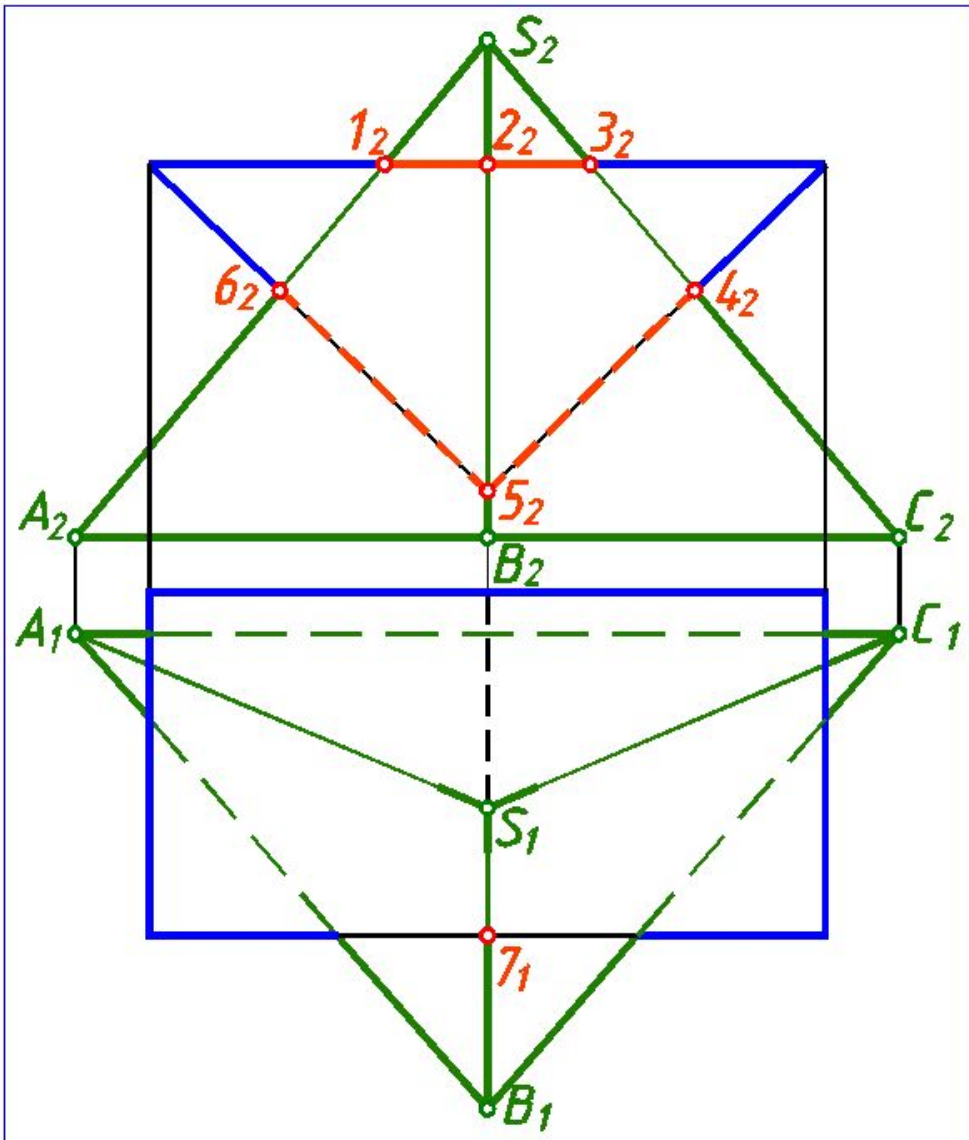
Задача. Построить линии пересечения **пирамиды** и **призмы**. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1. Заданы многогранники. Все ребра **пирамиды** пересекают грани **призмы**. Имеем случай **проницания**. Призма занимает **проецирующее** положение на Π_2 .

Пересечение многогранников



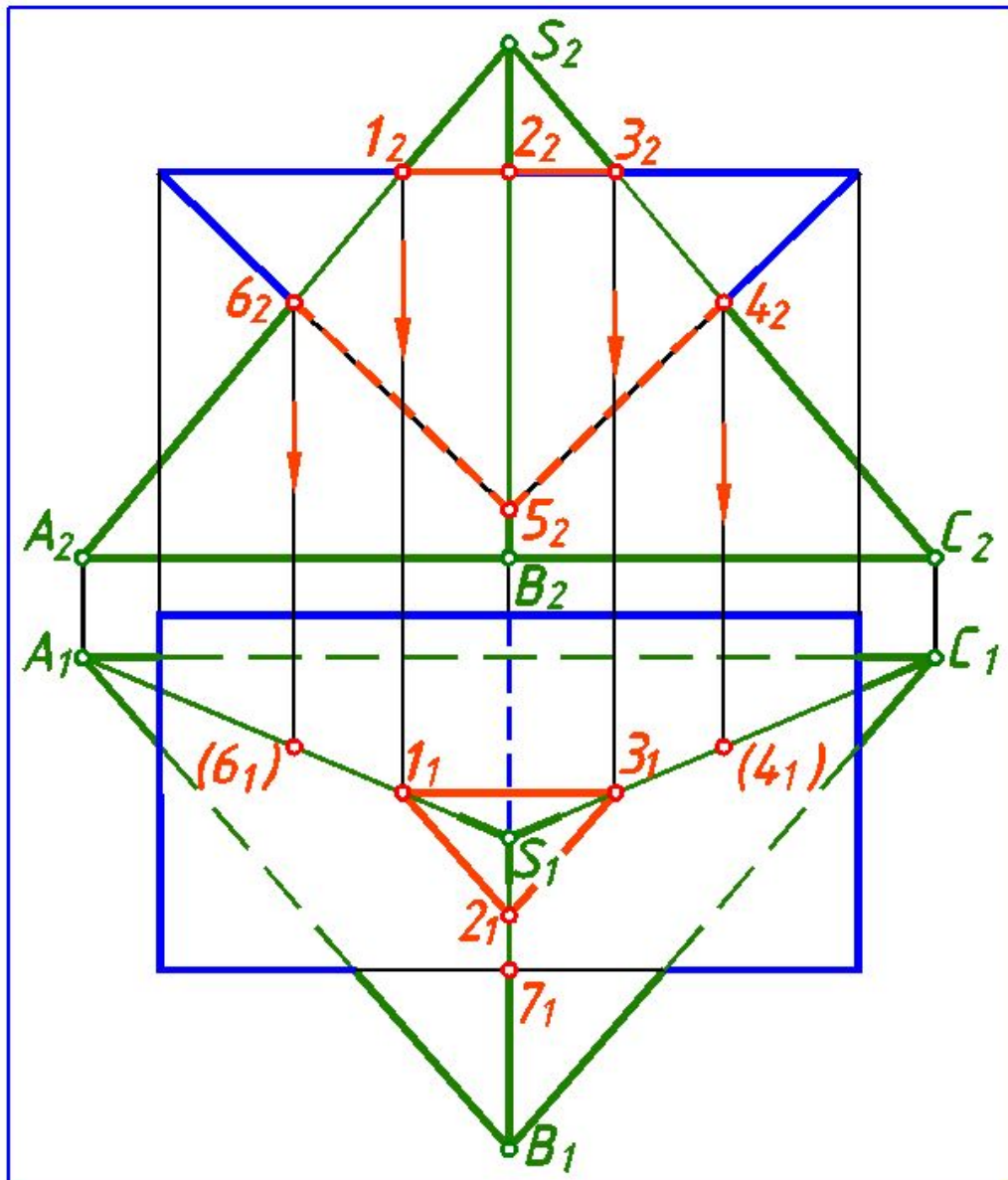
Пересечение многогранников



2. Линия пересечения распалась на две замкнутые ломаные линии: плоскую **1-2-3** и пространственную **4-5-6-8-7-9-4**.

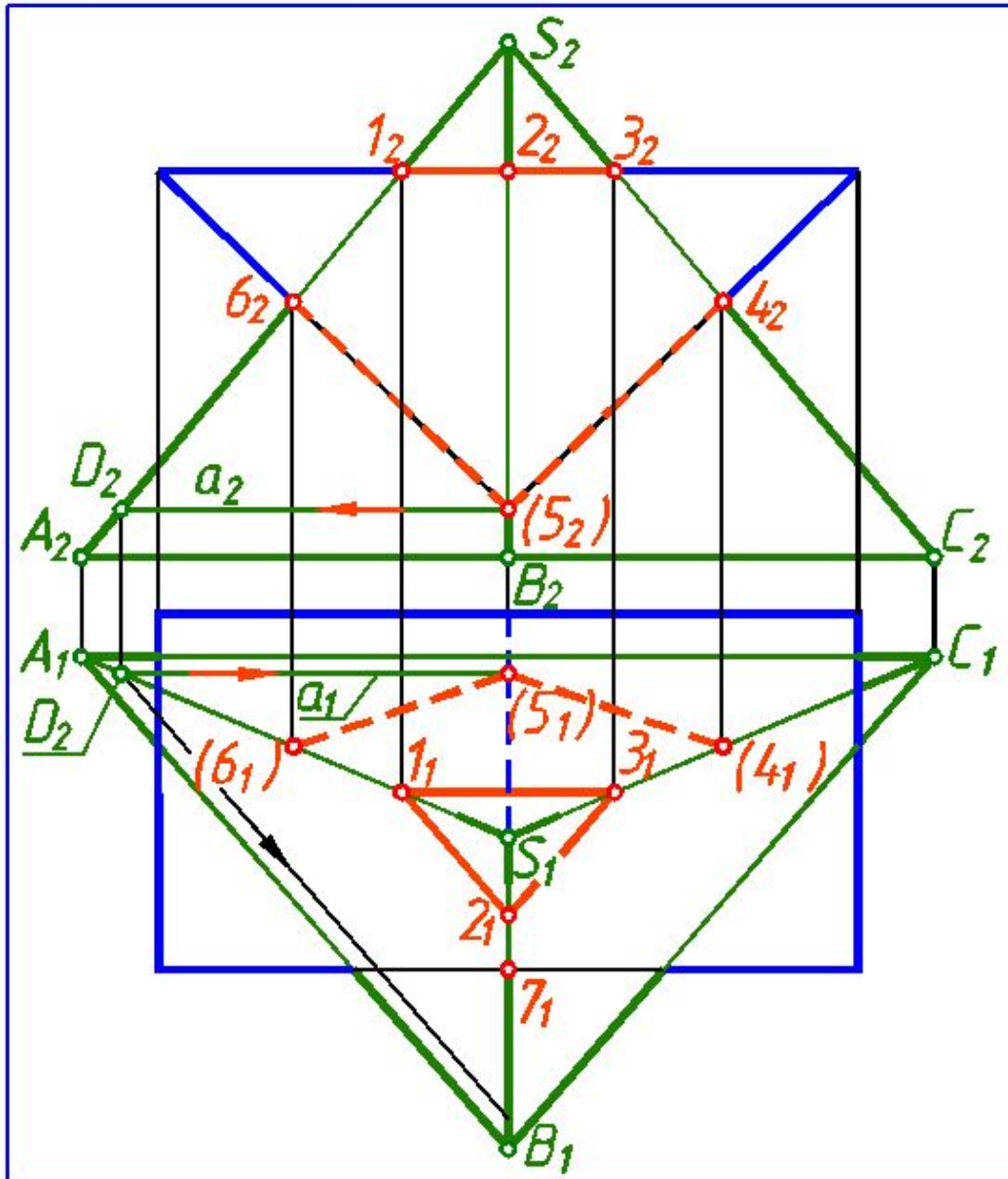
- Фронтальная проекция линии пересечения совпадает с проекцией **призмы** в пределах очерка **пирамиды**.
- Горизонтальная проекция точки **7** определяется пересечением **ребра SB** с **передней гранью призмы**.

Пересечение многогранников



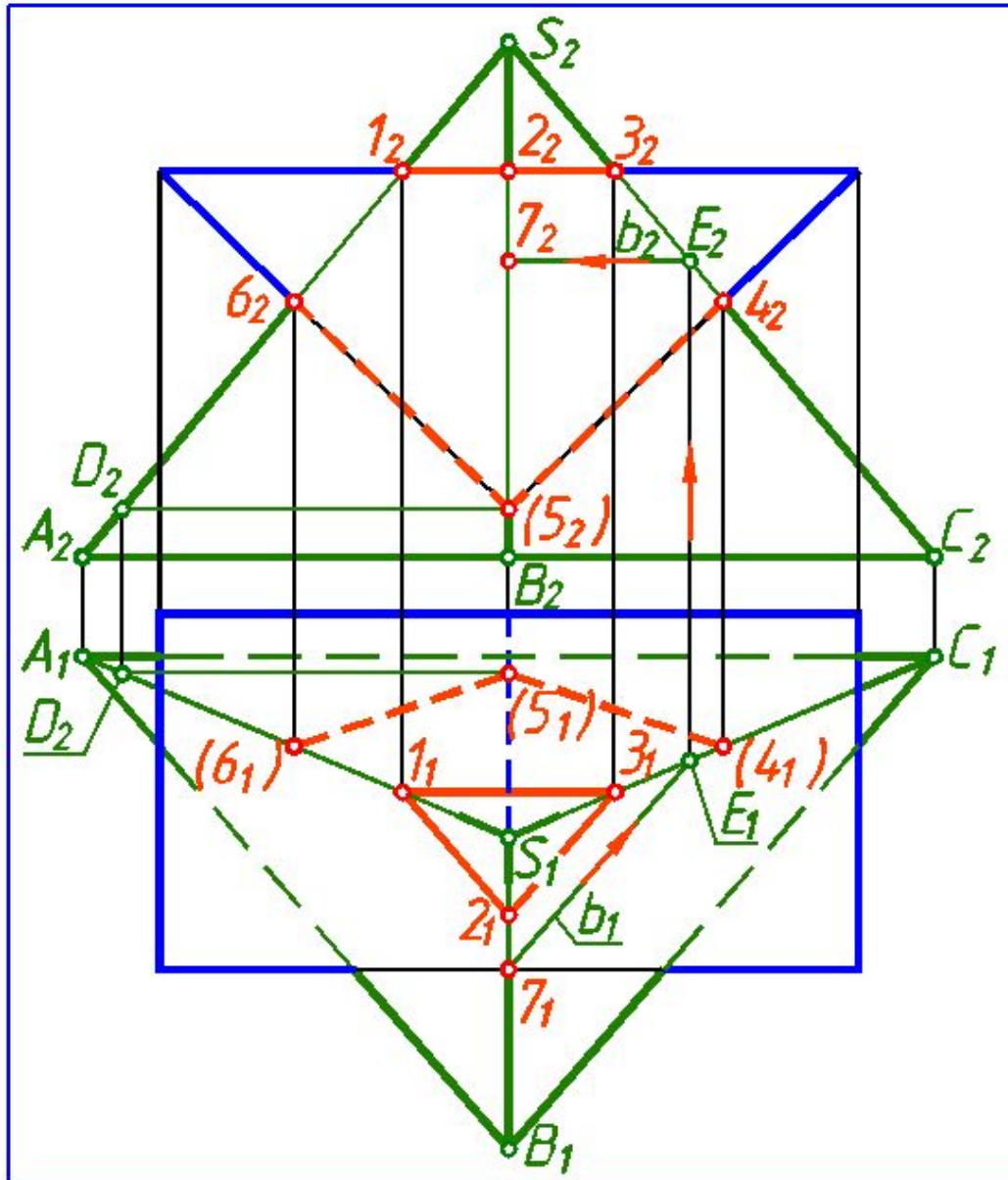
3. Опорные точки **1, 2, 3, 4, 6** пересечения ребер пирамиды с **гранями призмы** определены по линиям связи из условия принадлежности **ребрам пирамиды**.

Пересечение многогранников



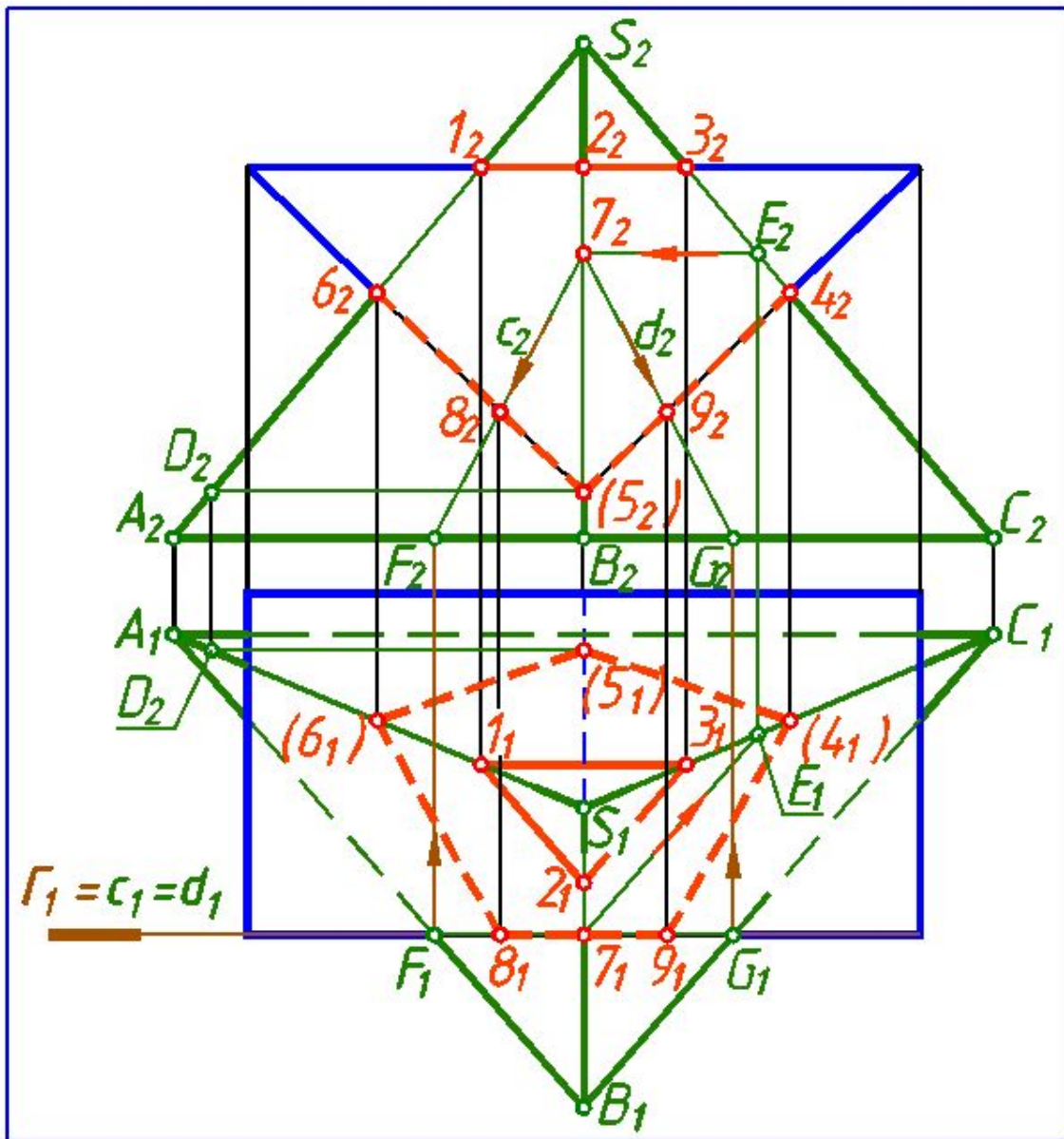
Опорная точка **5** пересечения **нижнего ребра призмы** с гранью **ASC** пирамиды определена с помощью линии **$a \parallel AC$** , принадлежащей пирамиде.

Пересечение многогранников



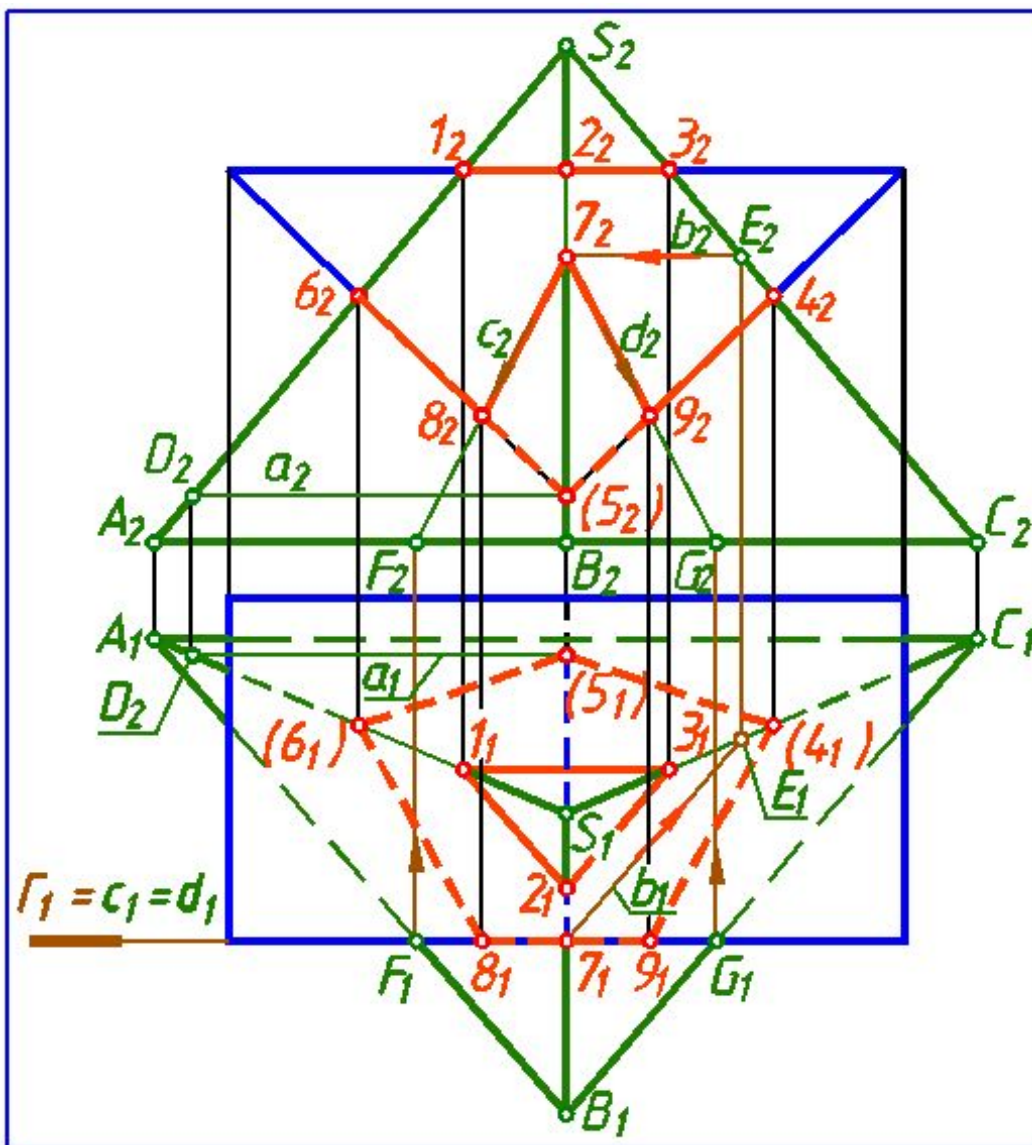
Фронтальная проекция точки 7 пересечения ребра SB с передней гранью призмы определена с помощью линии $b \parallel BC$, принадлежащей пирамиде.

Пересечение многогранников



Опорные точки **8** и **9** пересечения **наклонных ребер призмы** с **гранями пирамиды** определены с помощью плоскости $\Gamma \perp P_1$, пересекающей пирамиду по линиям **c** и **d**, проходящих через точку **7** и точки пересечения Γ с **AB** и **BC** основания пирамиды.

Пересечение многогранников



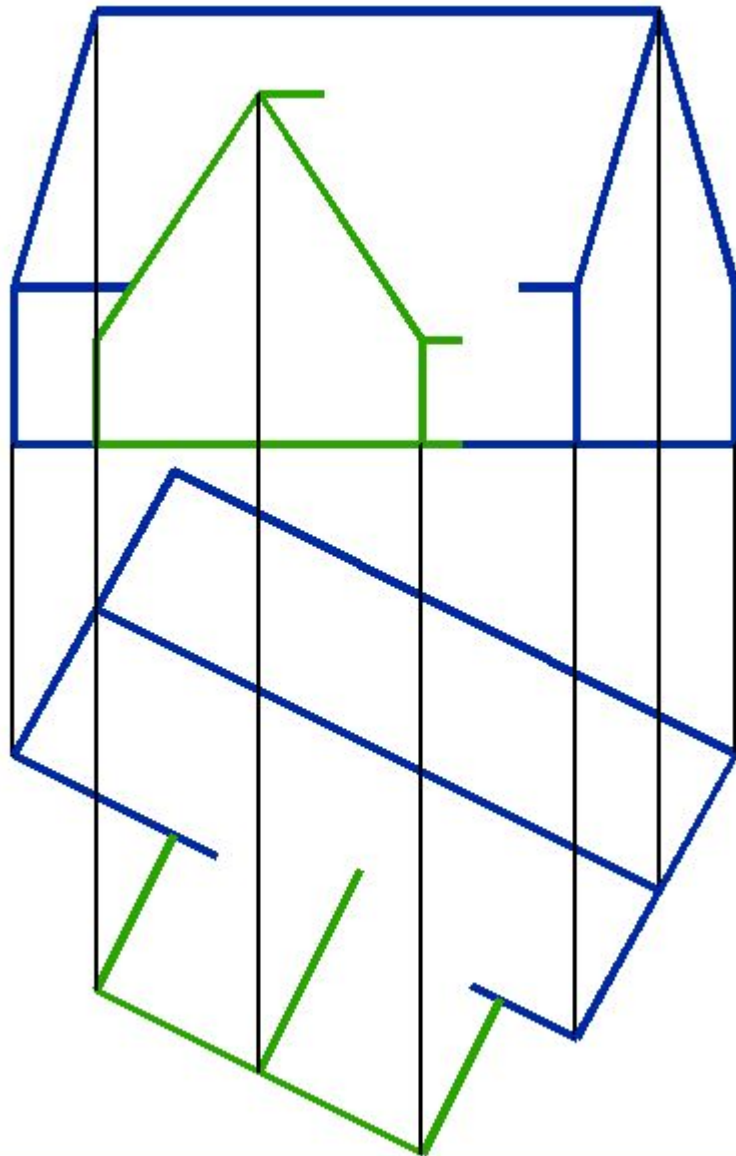
4. Определять промежуточные точки нет необходимости.

5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней пирамиды и призмы, соединяем отрезками прямых с учетом видимости.

Ломаная 1-2-3 на Π_1 видима
Участки и 4-5-6 ломаной на Π_2 невидимы, так как являются результатом пересечения невидимой на Π_2 грани пирамиды ACS с поверхностью призмы.

Ломаная 4-5-6-8-7-9-4 на Π_1 не видима, так как закрыта верхней гранью призмы.

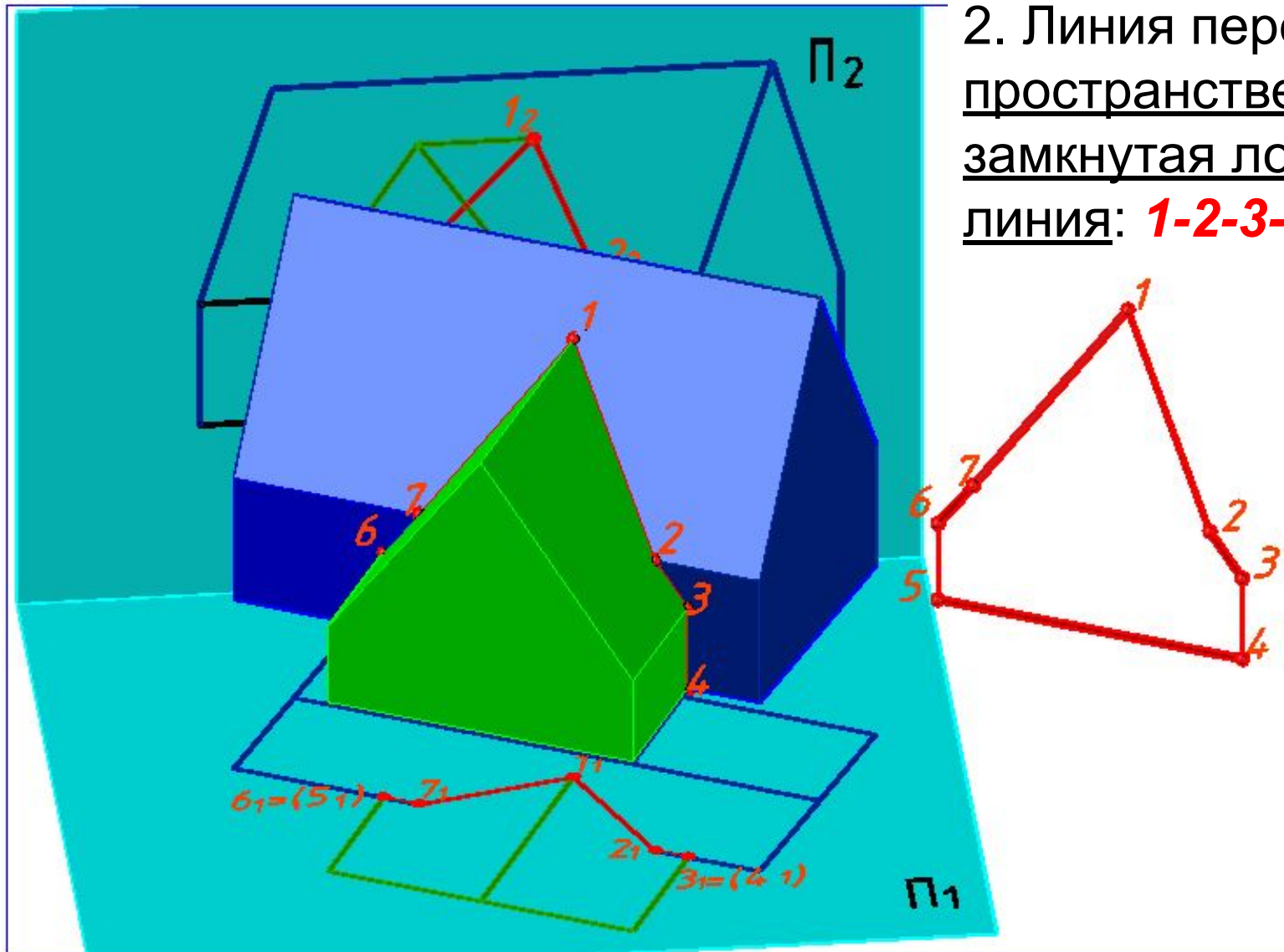
Пересечение многогранников



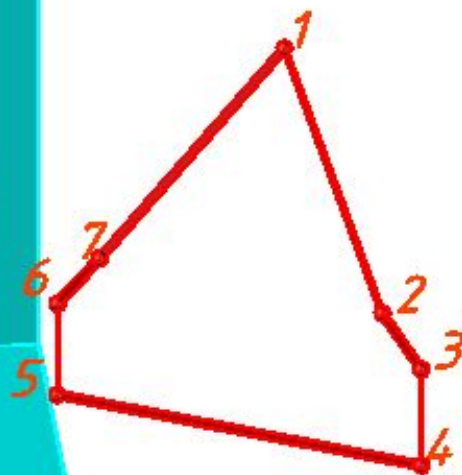
Задача. Построить линии пересечения многогранников. Обозначить проекции опорных точек. Определить видимость проекций линии пересечения и очерков геометрических фигур.

1. Заданы две призмы. Призмы не занимают проецирующее положение. Проекция линии пересечения на чертеже нет. Случай **врезки**.

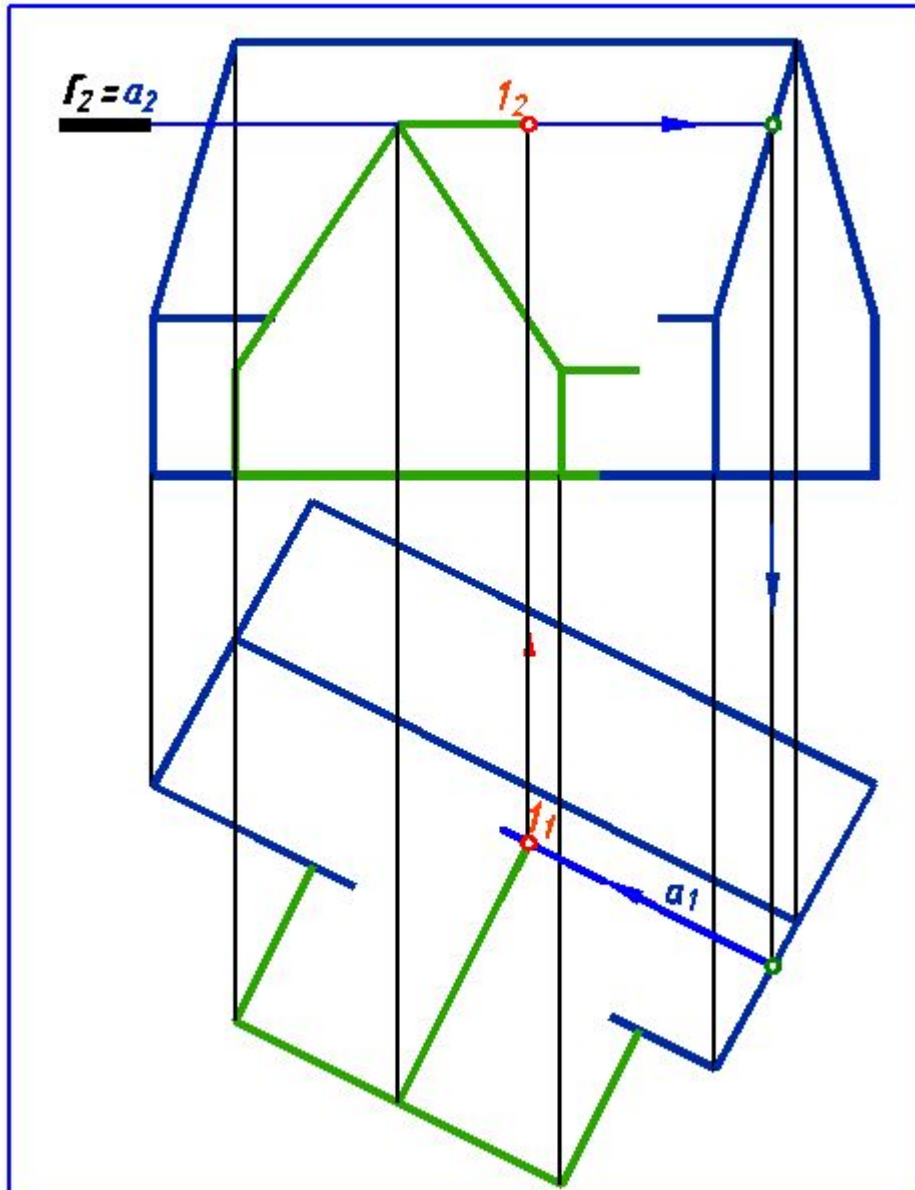
Пересечение многогранников



2. Линия пересечения – пространственная замкнутая ломаная линия: **1-2-3-4-5-6-8-7-1.**

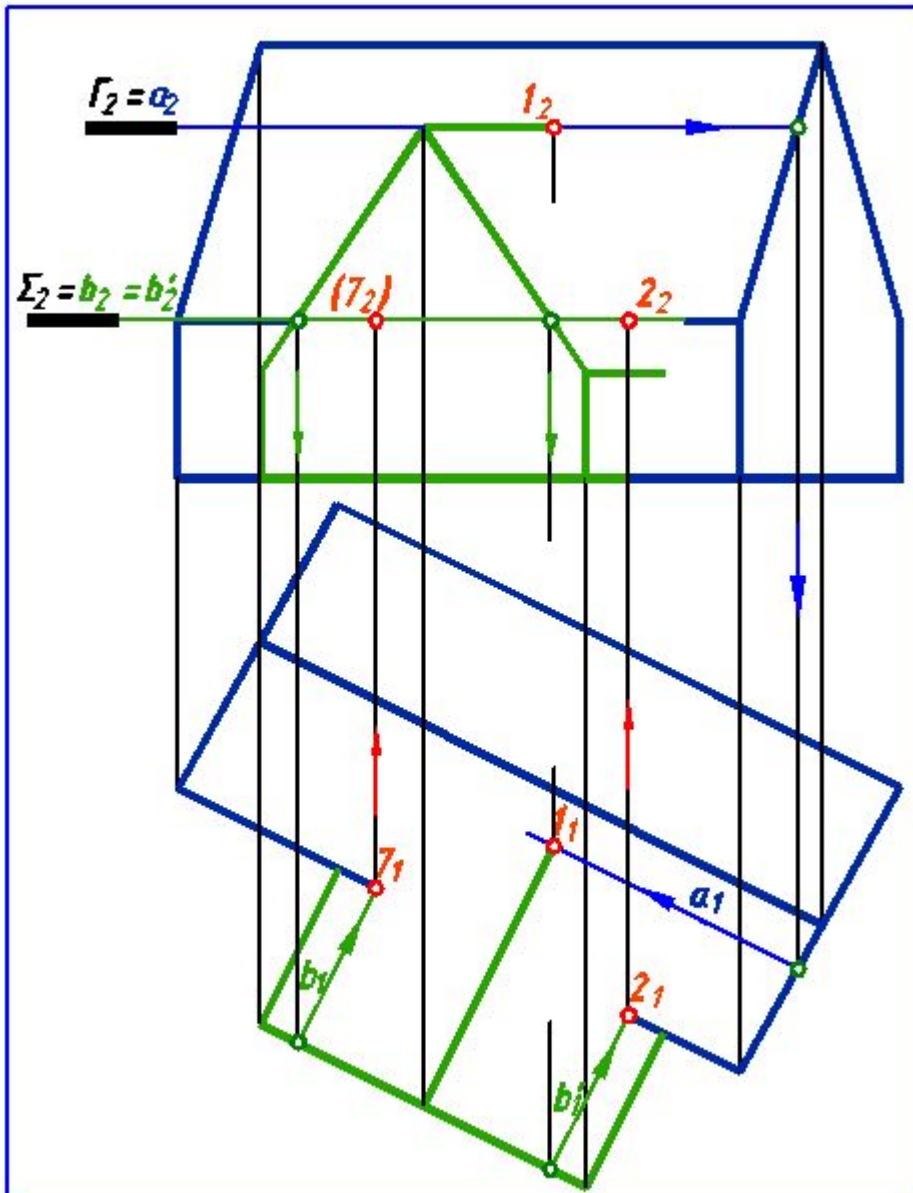


Пересечение многогранников



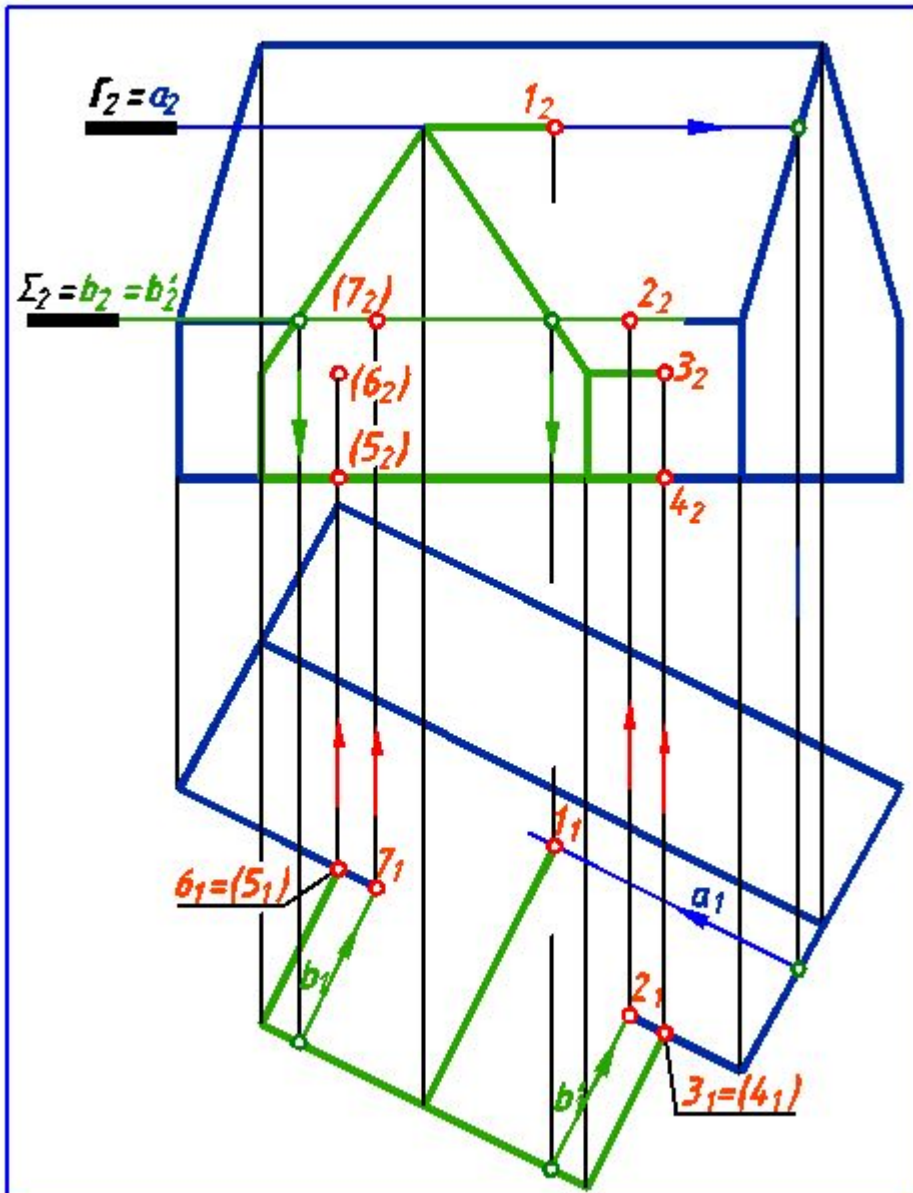
3. Опорная точка **1** пересечения верхнего ребра **зелёной призмы** определена с помощью плоскости $\Gamma \perp \Pi_2$, пересекающей **синюю призму** по линии **a**, параллельной верхнему ребру **синей призмы**.

Пересечение многогранников



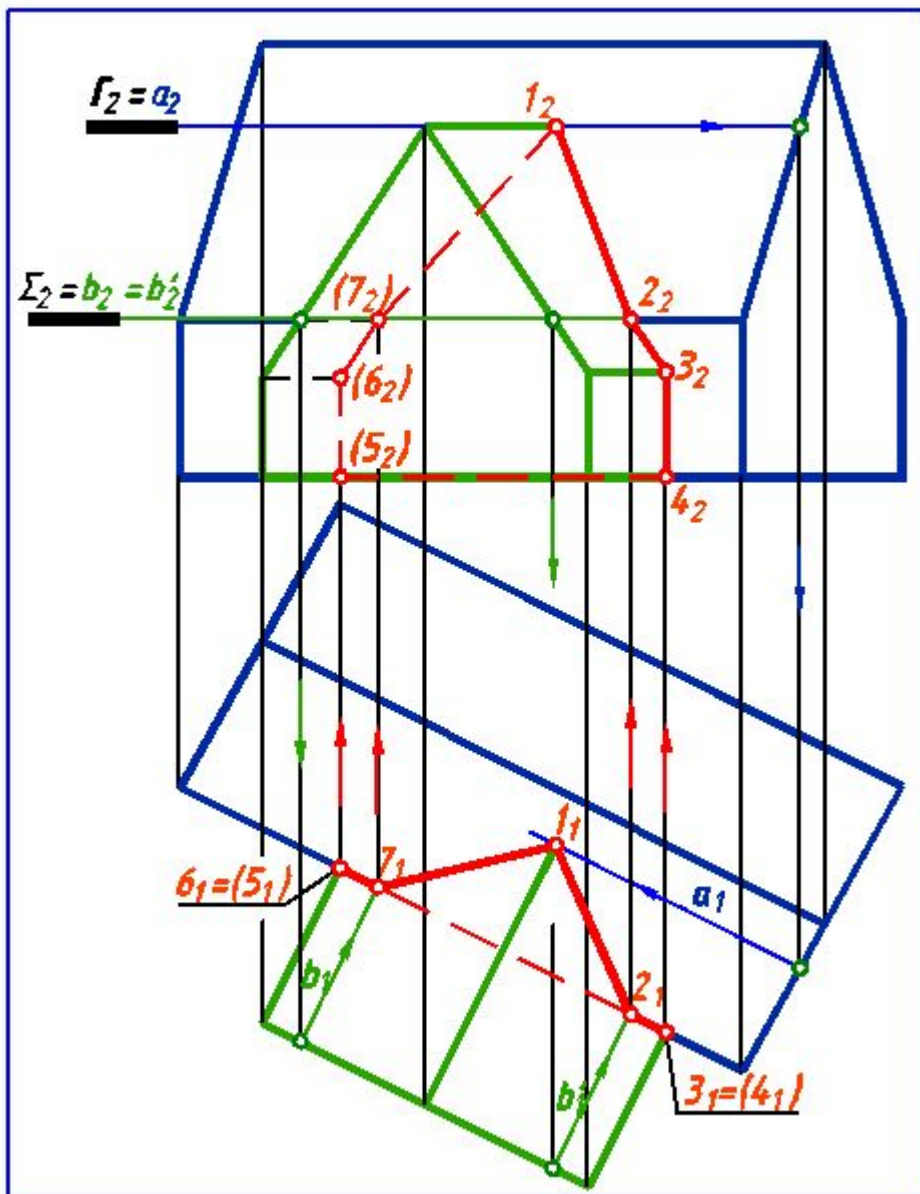
Опорные точки **2** и **7** пересечения ребра **синей призмы** с поверхностью **зеленой призмы** определены с помощью плоскости $\Sigma \perp \Pi_2$, пересекающей **зеленую призму** по линиям **b** и **b'** , параллельной верхнему ребру **зеленой** призмы.

Пересечение многогранников



Опорные точки **3**, **4**, **5** и **6** пересечения передней грани **синей призмы** с рёбрами **зеленой призмы** определены из условия принадлежности, так как передняя грань **синей призмы** является горизонтально проецирующей плоскостью.

Пересечение многогранников



4. Определять промежуточные точки нет необходимости.
5. Вершины ломаной линии, которые принадлежат одной паре пересекающихся граней призм, соединяем отрезками прямых с учетом видимости. Ломаная **6-7-1-2-3** на Π_1 видима. Участок **4-5** ломаной на Π_1 не видим, так как он является результатом пересечения невидимой на Π_1 грани **зелёной призмы**. Участок ломаной **4-5-6-7-1** на Π_2 не видим, так как закрыт передней гранью **зелёной призмы**.