Позиционные задачи

Задачи, в которых определяют относительное положение или общие элементы геометрических фигур (точки или линии)

Вспомогательные позиционные задачи

- определение общих элементов простейших геометрических фигур из условия принадлежности

Первая позиционная задача

- определение точек пересечения линии и поверхности

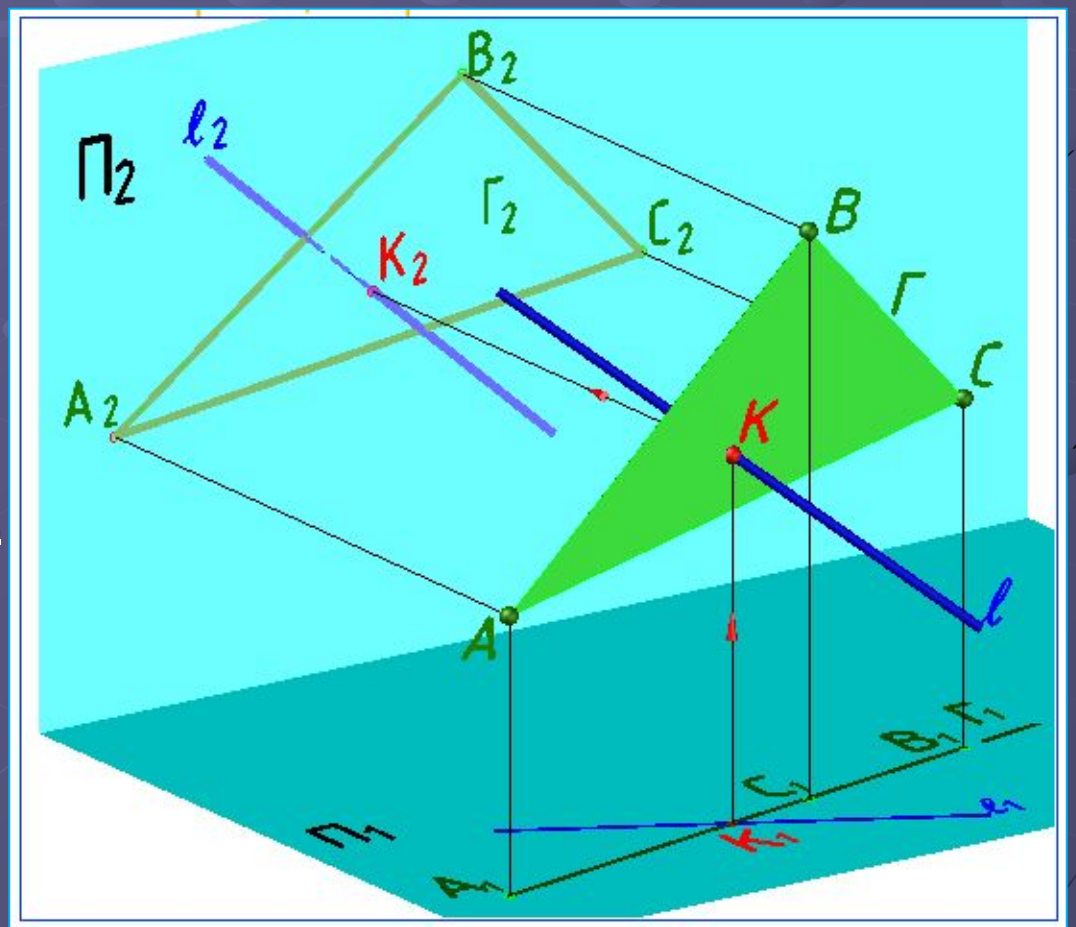
Вторая позиционная задача

- определение линии пересечения поверхностей

Определение общих элементов простейших геометрических фигур из условия принадлежности

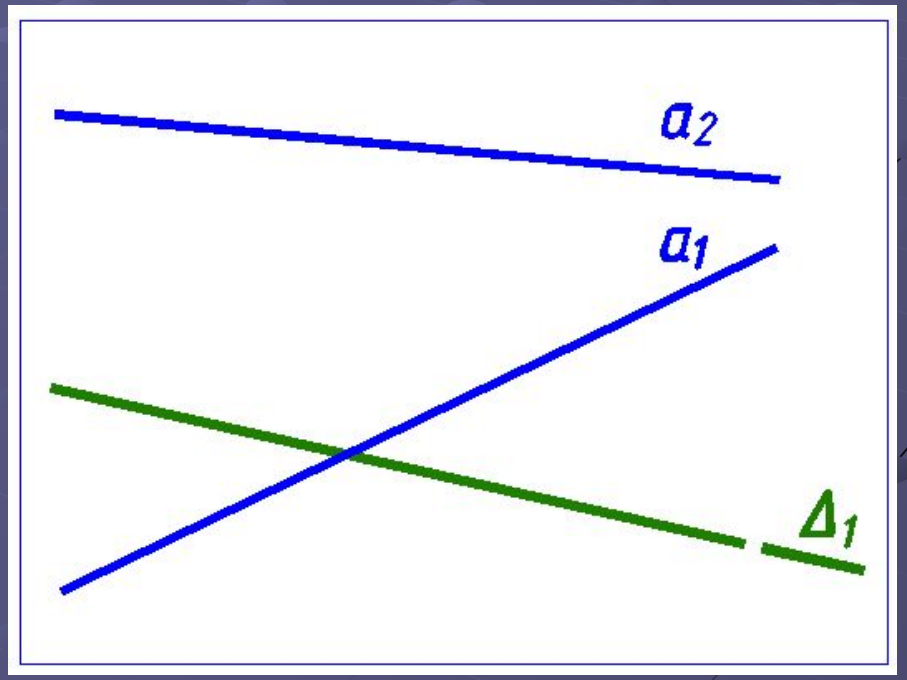
Задача. Построить точку пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью

При пересечении геометрических фигур с проецирующей плоскостью одна из проекций их общего элемента совпадает с проекцией проецирующей плоскости (которая вырождается в прямую линию). Поэтому решение этого типа задач сводится к построению второй проекции искомой геометрической фигуры.



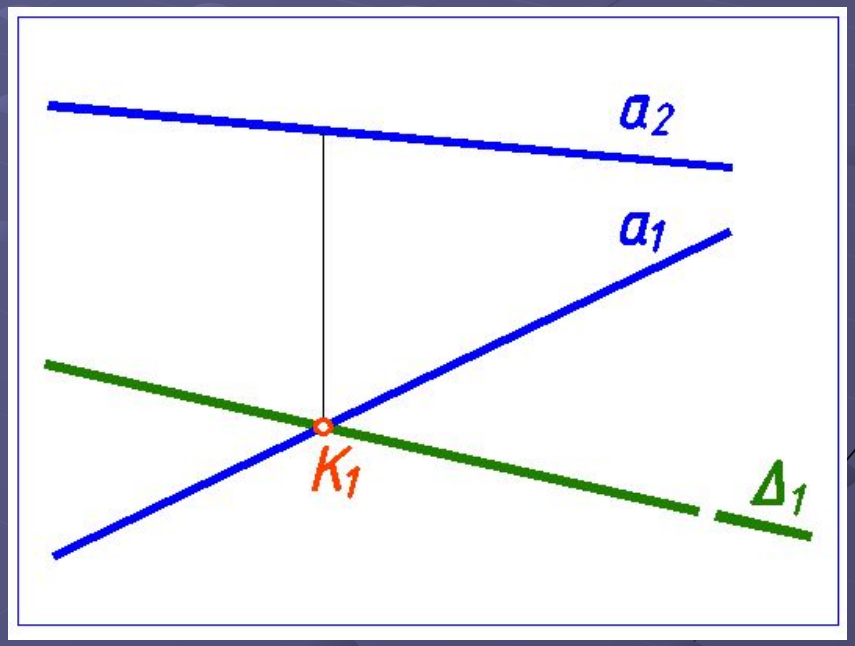
Задача. Построить точку $K(K_2,K_1)$ пересечения горизонтально проецирующей плоскости Δ и прямой $a\ (a_2,a_1)$ общего положения.

Дано: горизонтально проецирующая плоскость $\Delta(\Delta_1)$ и прямая $a\ (a_1,a_2)$ общего положения.



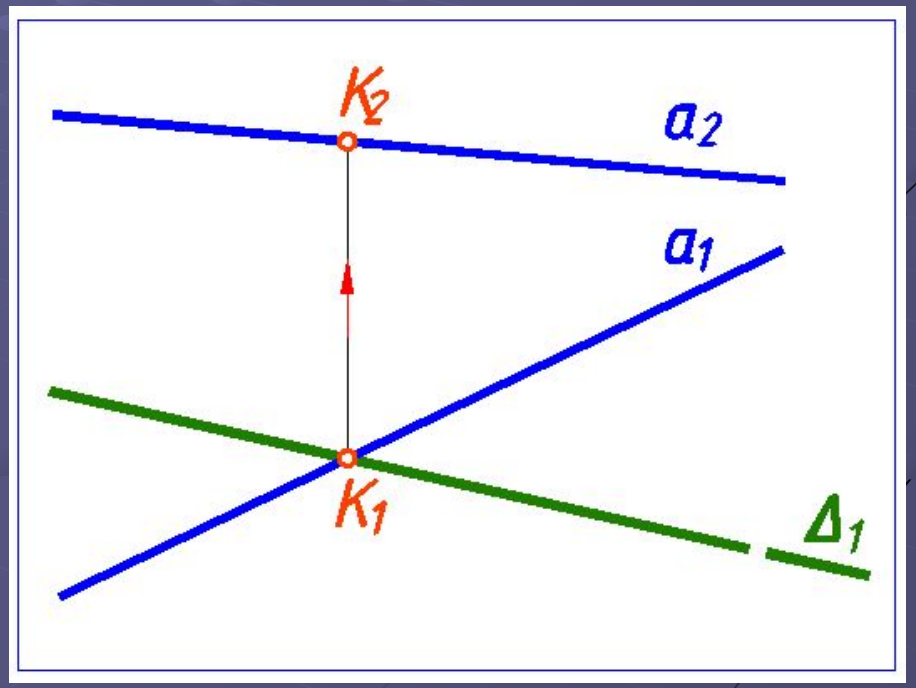
Построение горизонтальной проекции точки пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью

- Точка К пересечения прямой ***а*** с плоскостью Δ принадлежит одновременно и прямой ***а*** и плоскости Δ.
- Горизонтальная проекция $К_1$ точки К должна принадлежать одновременно горизонтальной проекции $а_1$ прямой ***а*** и горизонтальной проекции $Δ_1$ проецирующей плоскости Δ.
- Фиксируем $К_1$ на пересечении $а_1$ и $Δ_1$.



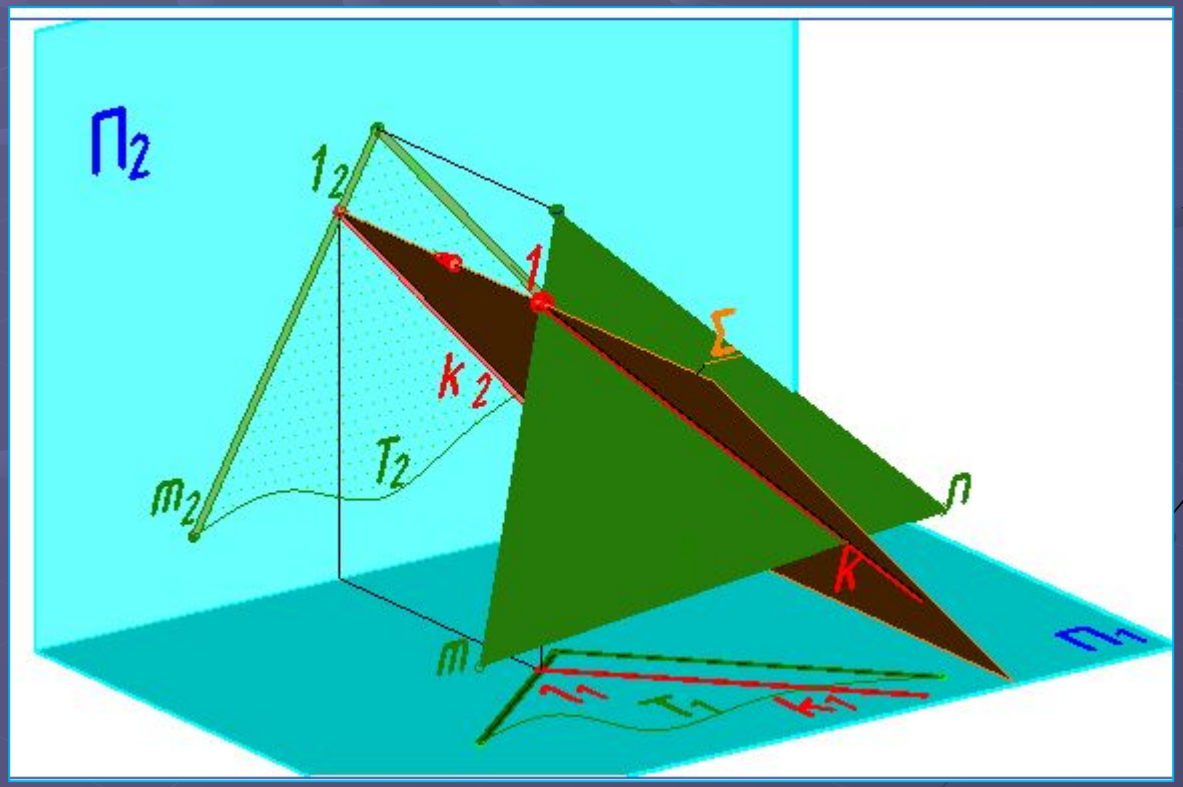
Построение фронтальной проекции точки пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью

Фронтальную проекцию K_2 точки К находим по линии связи на фронтальной проекции a_2 прямой *а* на основании принадлежности точки К прямой *а*.



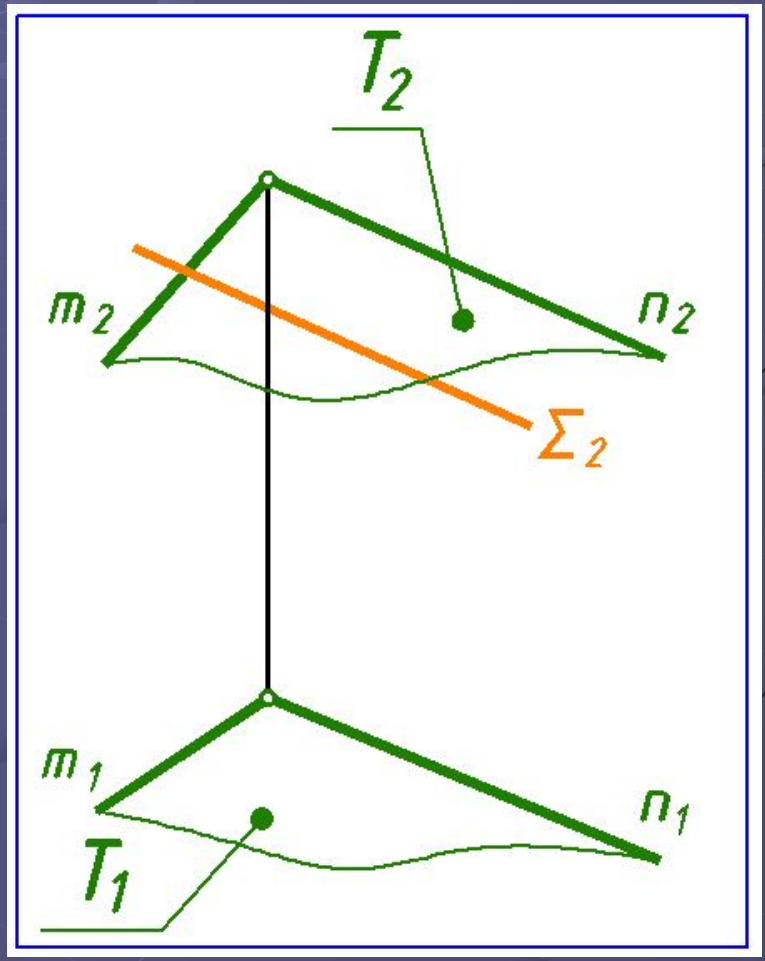
Построение линии пересечения плоскости общего положения с проецирующей плоскостью

Искомая линия k пересечения двух плоскостей Σ и Т является прямой, одновременно принадлежащей этим плоскостям.



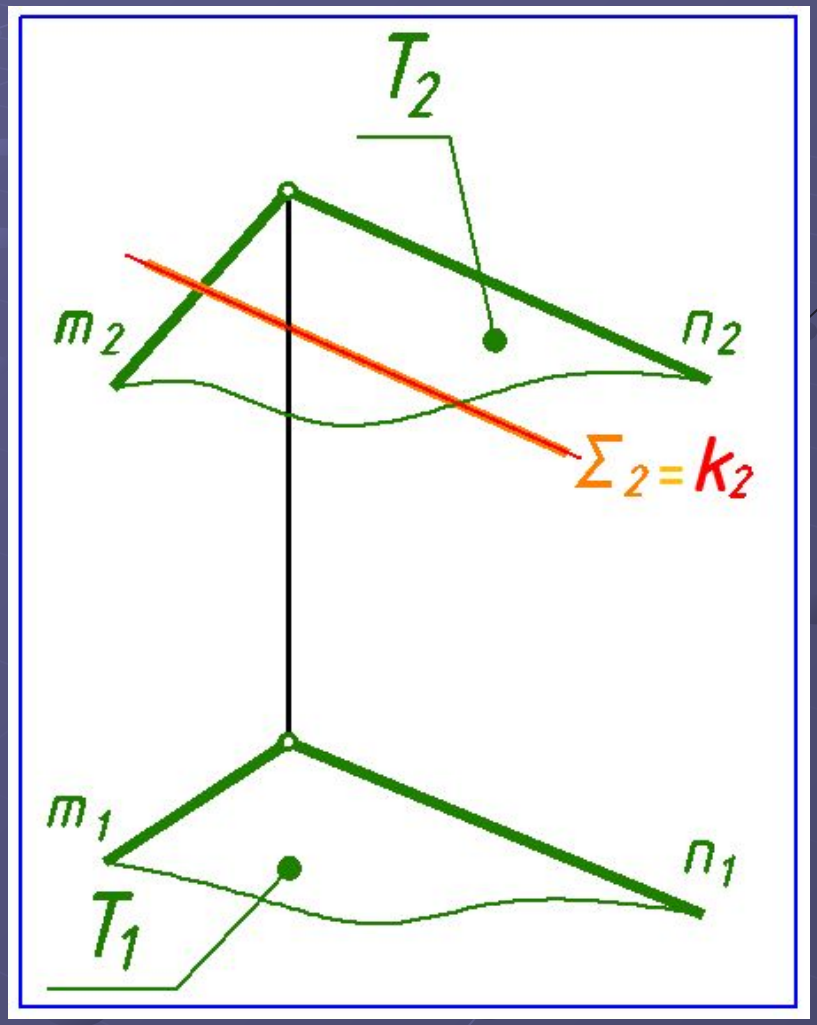
Построить линию пересечения плоскости общего положения T(m∩ n) с фронтально проецирующей плоскостью Σ

Искомая линия k пересечения двух плоскостей Σ и T является прямой, одновременно принадлежащей этим плоскостям.



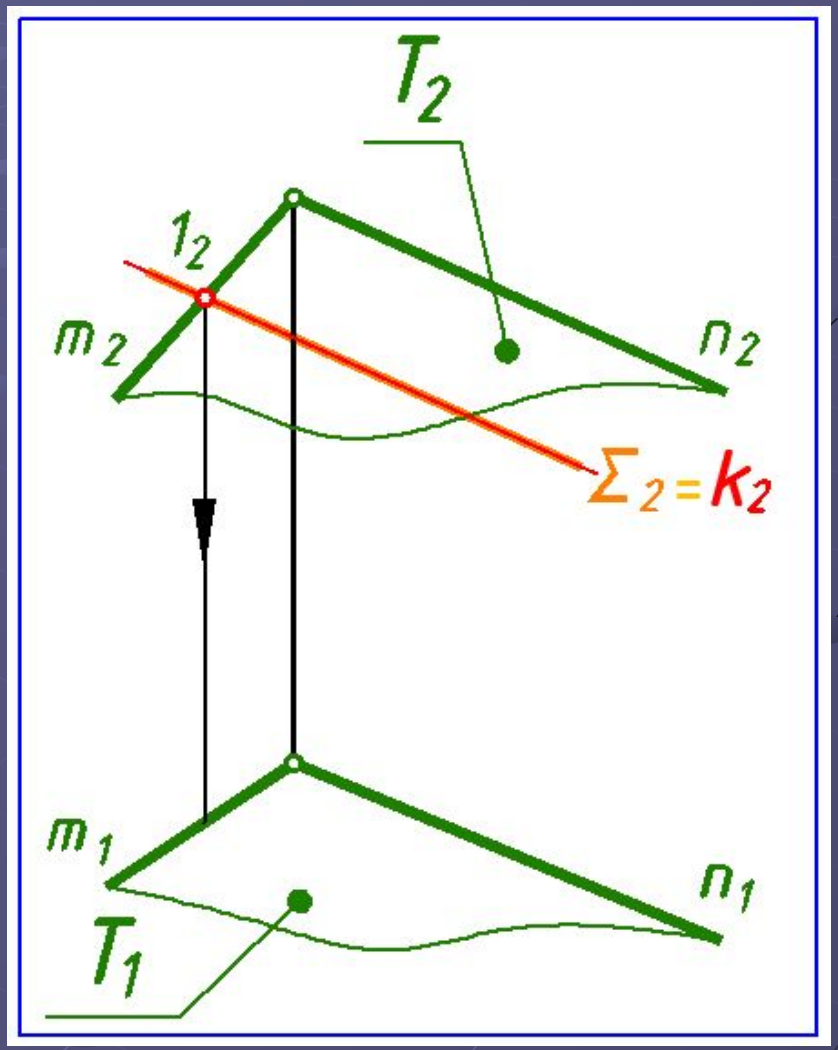
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости T(m∩ n) с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией ($Σ_2$) проецирующей плоскости Σ.



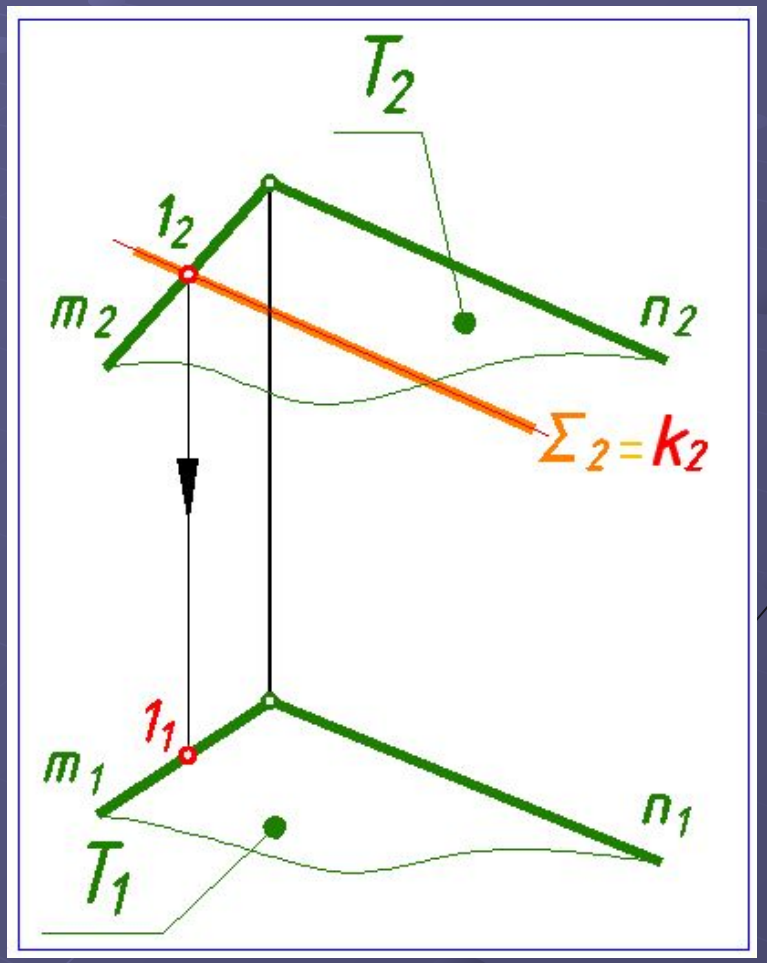
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости Т(m∩n) с плоскостью Σ

Искомая линия k пересечения двух плоскостей Σ и Т принадлежит плоскости Т, так как имеет с ней общую точку 1 и параллельна прямой n, принадлежащей плоскости Т.



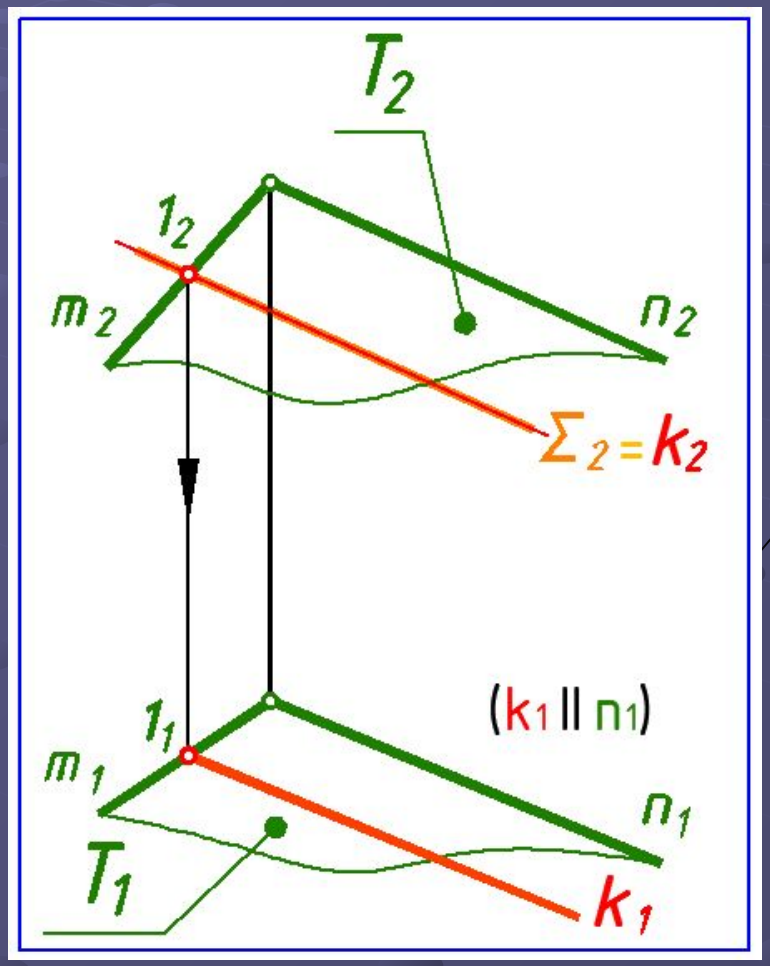
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости Т(m∩ n) с плоскостью Σ

По линии связи по принадлежности к прямой m плоскости Т, определим горизонтальную проекцию (1_1) точки 1.

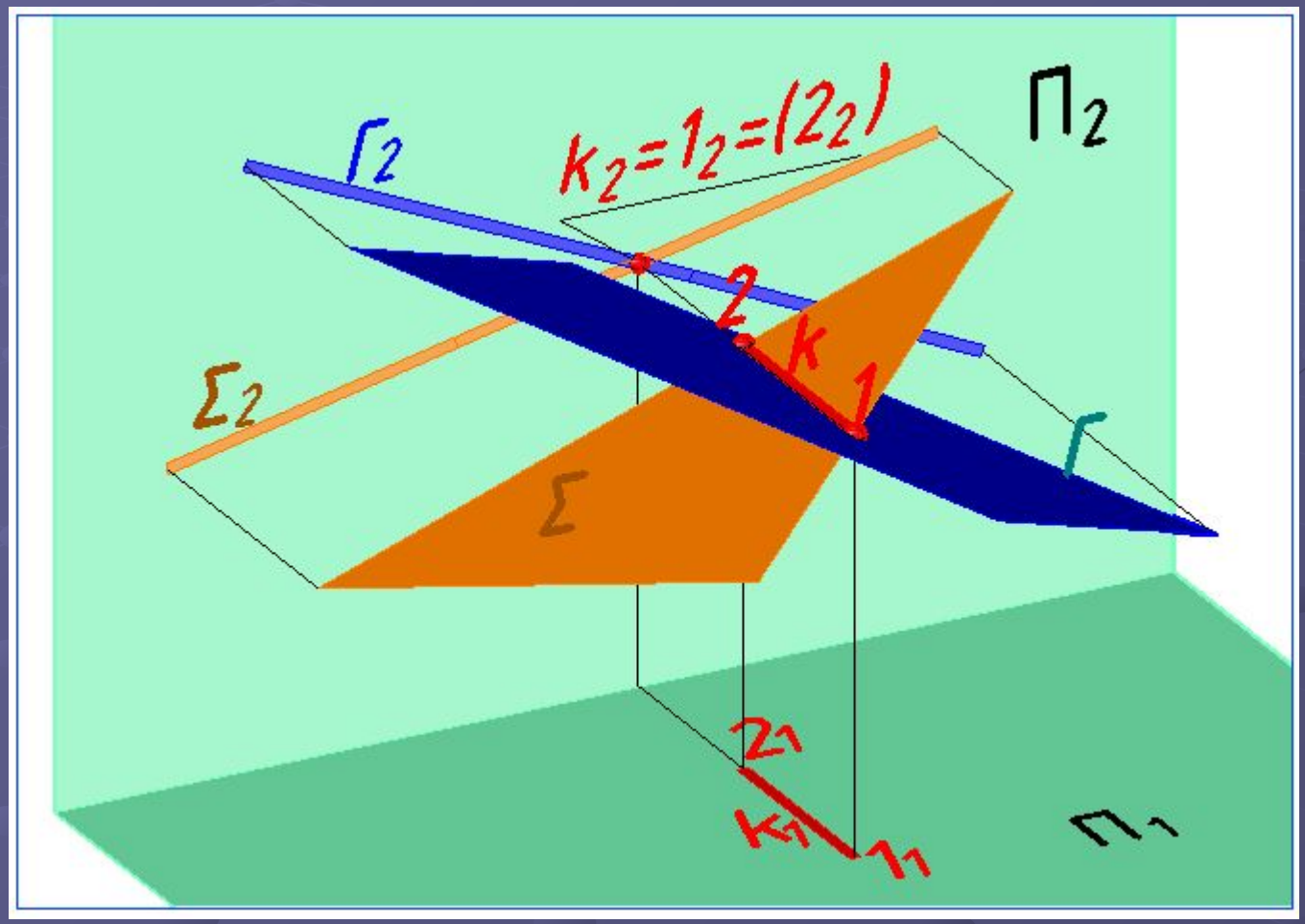


Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости T(m∩n) с плоскостью Σ

- Горизонтальную проекцию k_1 искомой прямой k проведём из 1_1 параллельно горизонтальной проекции n_1.
- У параллельных прямых одноимённые проекции параллельны.



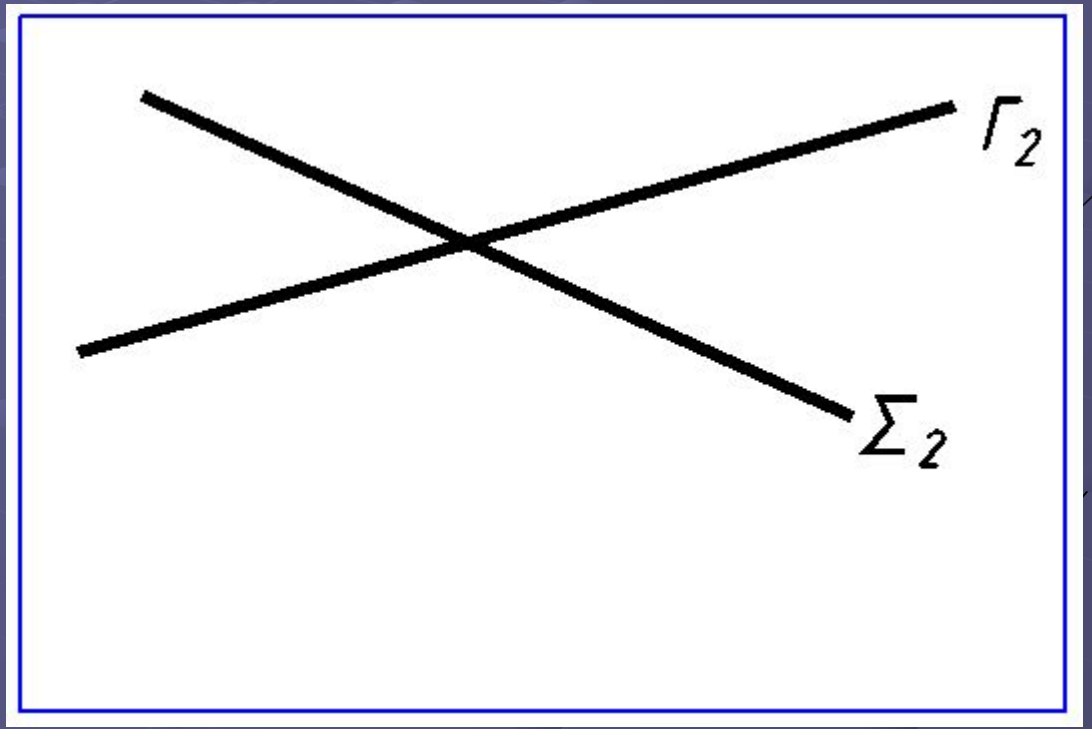
Построение линии пересечения фронтально проецирующих плоскостей



Линия k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ- фронтально проецирующая прямая.

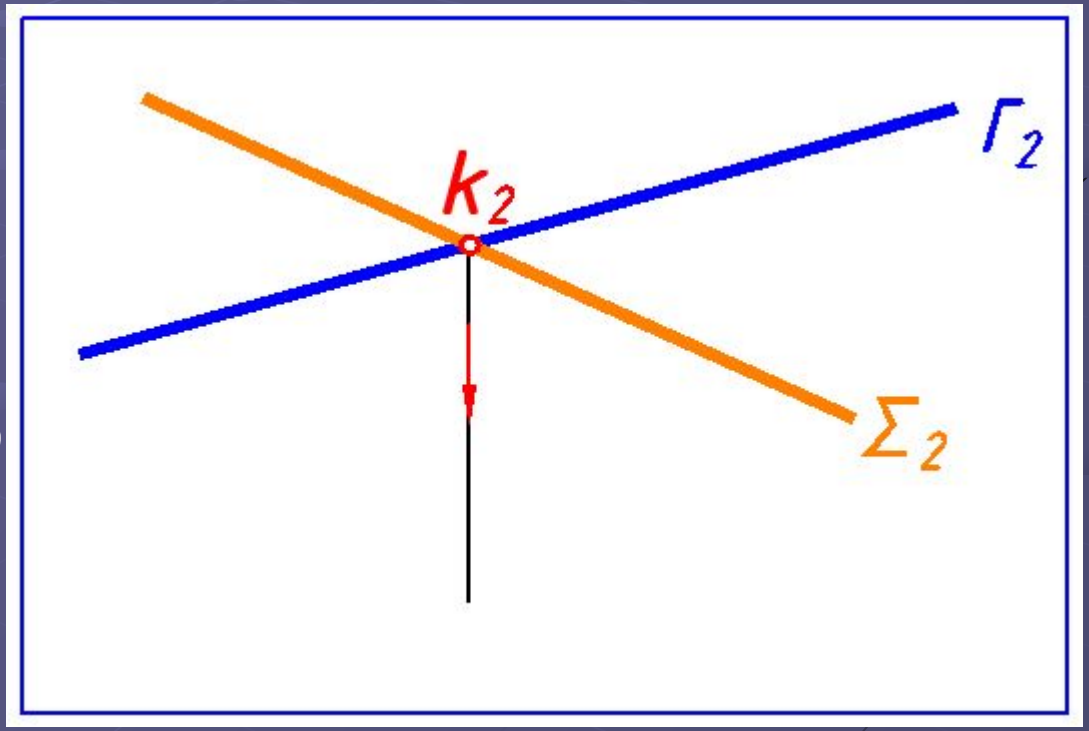
Построить линию k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Г.

Заданные плоскости пересекаются по линии *k* (*k_2*, *k_1*), одновременно принадлежащей плоскостям ***Σ*** и ***Г***.

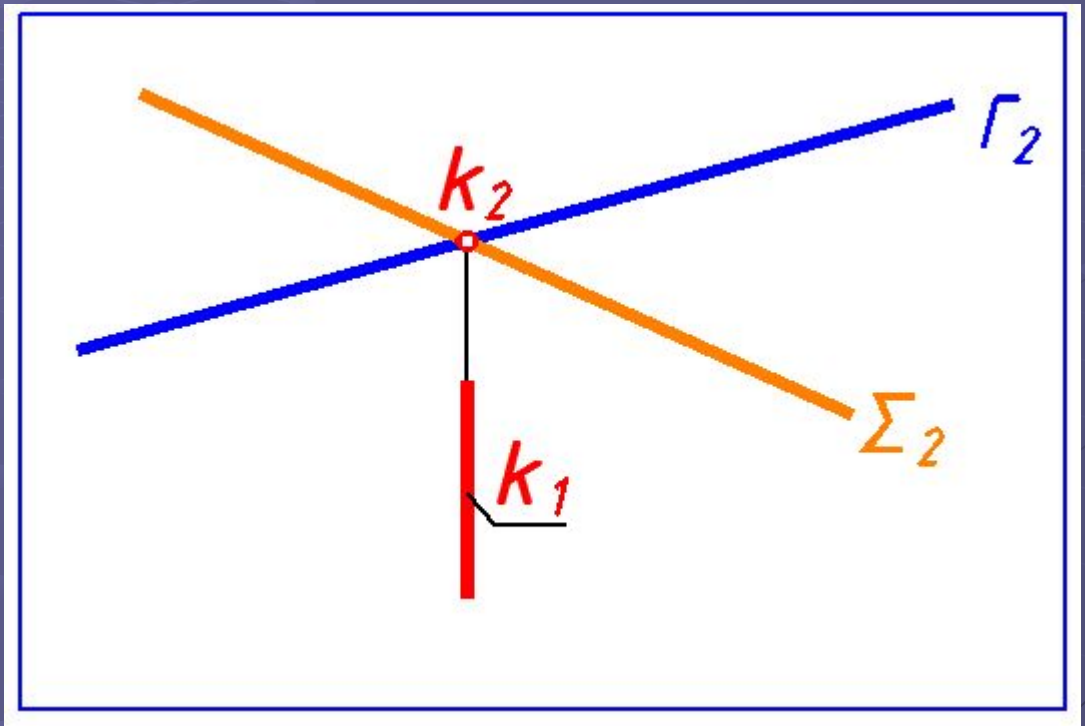


Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Г.

- Фиксируем фронтальную проекцию k_2 искомой линии k на пересечении фронтальных проекций Σ_2 и Γ_2 заданных плоскостей.
- Проведём вертикальную линию связи для построения горизонтальной проекции k_1 искомой линии пересечения.



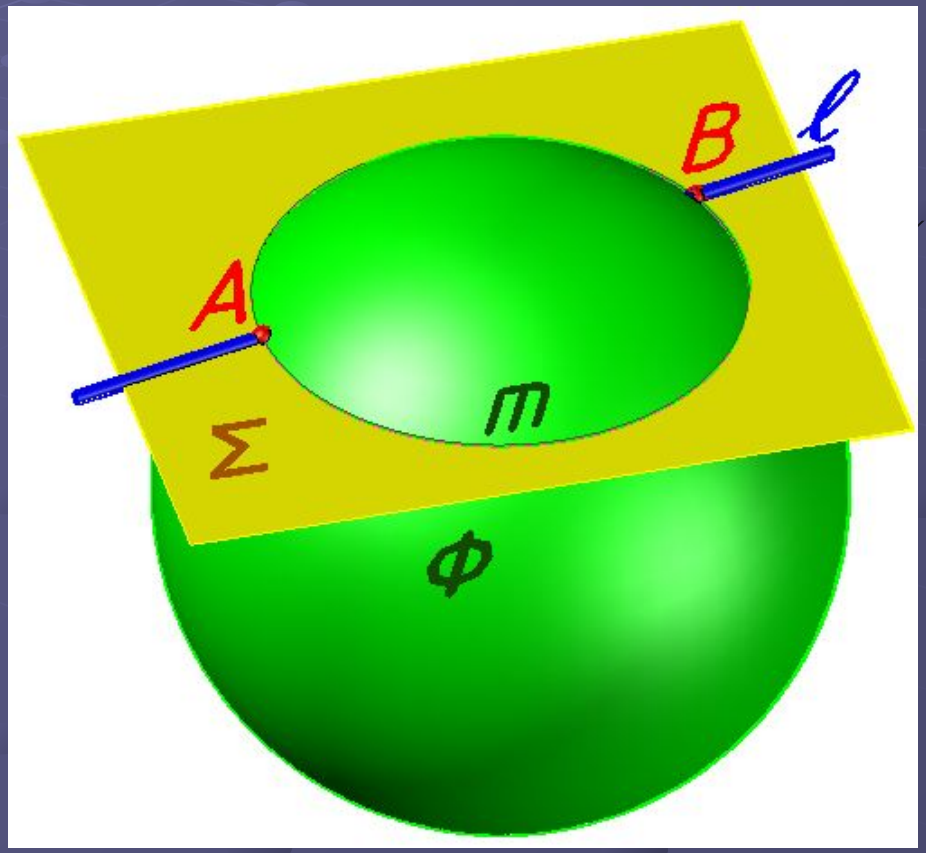
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Г.



Линия k(k_2, k_1) пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Г- фронтально проецирующая прямая. Её горизонтальная проекция k_1 по направлению совпадает с вертикальной линией связи.

Первая позиционная задача: определение точек пересечения линии и поверхности

- В зависимости от вида и взаимного расположения линии и поверхности, точек их пересечения может быть одна или несколько.
- Прямая линия с алгебраической поверхностью n-го порядка пересекается в n точках.
- В основу построения общих точек положен способ вспомогательных поверхностей.



Сущность способа вспомогательных поверхностей

Сущность способа состоит в том, что каждая из искомых точек (A, B) рассматривается как результат пересечения двух линий (ℓ и m), принадлежащих вспомогательной поверхности (Σ).

Одна из них является заданной линией(ℓ) , а вторая - линией пересечения (m) вспомогательной (Σ) и заданной (Φ) поверхностей.

Схема решения задач на определение общих точек линии и поверхности

1. Через данную линию ℓ проводим вспомогательную поверхность Σ.

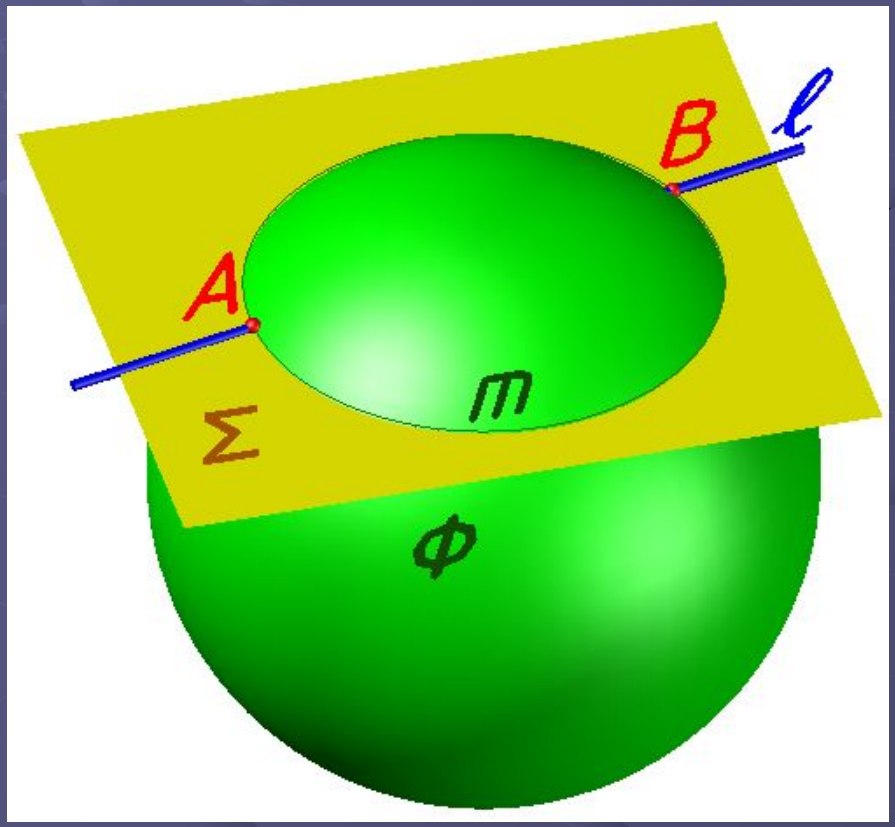
$\Sigma \supset \ell$

2. Определяем линию m пересечения вспомогательной Σ и заданной Φ поверхностей.

$m = \Sigma \cap \Phi$

3. Отмечаем точки A, B, пересечения линий ℓ и m, которые является искомыми.

$m \cap \ell = A, B$



Алгоритм

- Для конкретной задачи на основании общей схемы составляется алгоритм ее решения. Алгоритмом называется совокупность однозначных последовательных операций, которые необходимо выполнить для решения данной задачи.
- Схема преобразуется в алгоритм, если конкретизировать первый пункт, т. е. точно указать вид и положение вспомогательной поверхности, которая выбирается для определения точек пересечения заданных линии и поверхности.
- В качестве вспомогательных поверхностей наиболее часто применяют плоскости частного положения.

Первая позиционная задача
- определение точки пересечения линии и плоскости

Алгоритм:

1.Через прямую ℓ проводим фронтально проецирующую плоскость Σ

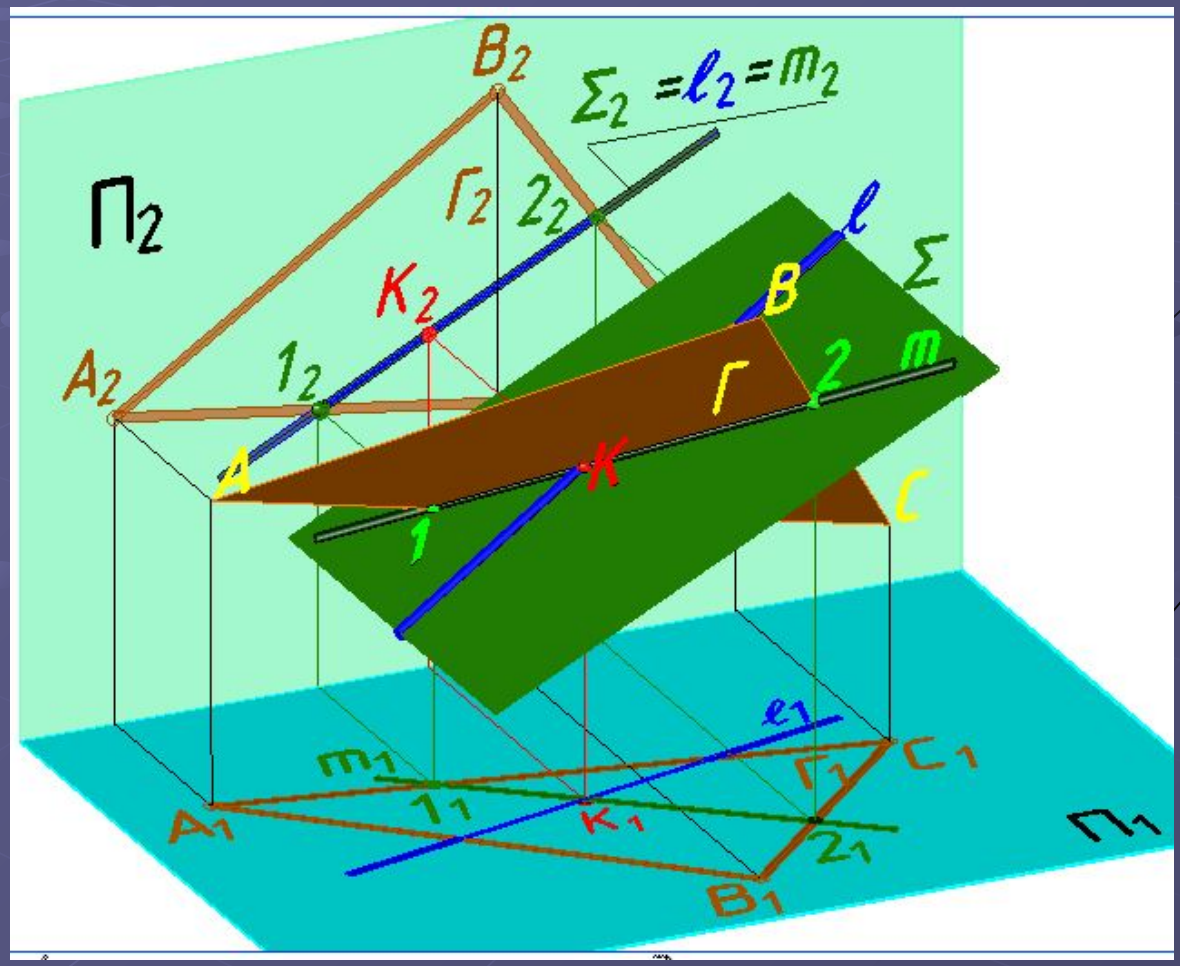
$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$

2. Определяем прямую m(1,2) пересечения плоскостей Г и Σ;

$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$

3 . Отмечаем точку К пересечения прямых m(1,2) и ℓ, которая является искомой

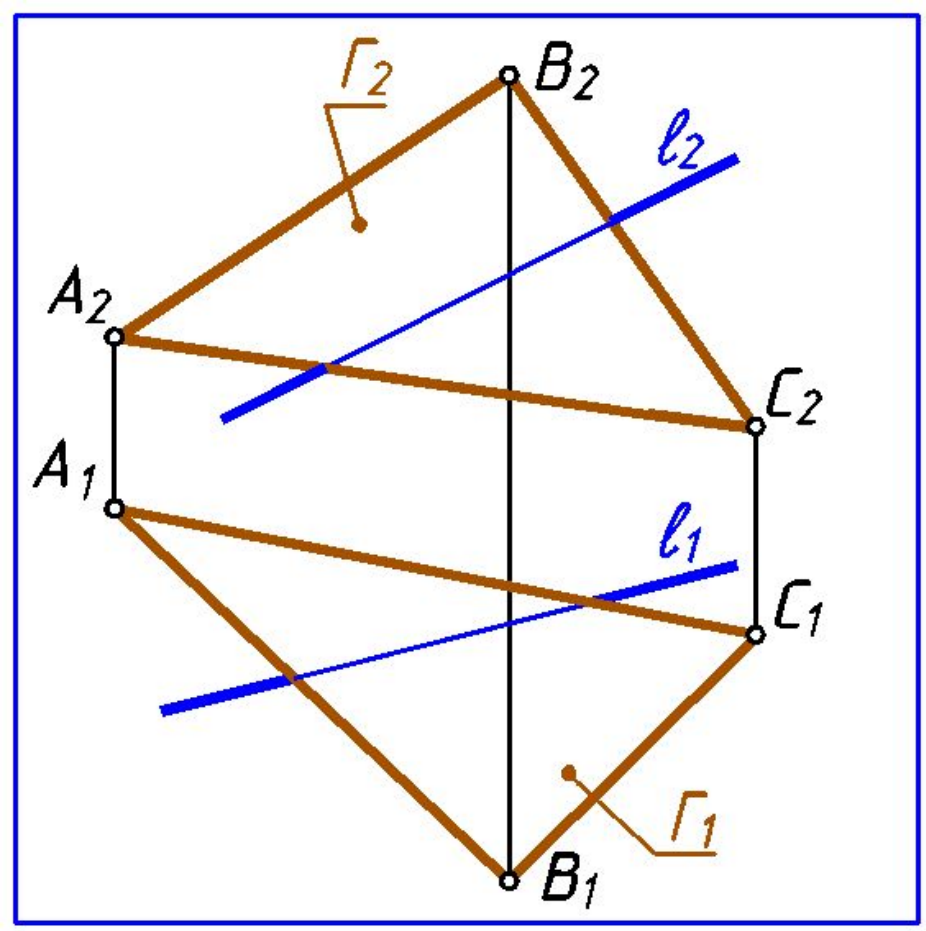
$m(1,2) \cap \ell = K$



Определение точки пересечения линии и плоскости

Задача

- Построить точку *К* пересечения прямой *ℓ* плоскостью Г(АВС).
- Определить видимость проекций прямой.
- Записать алгоритм.

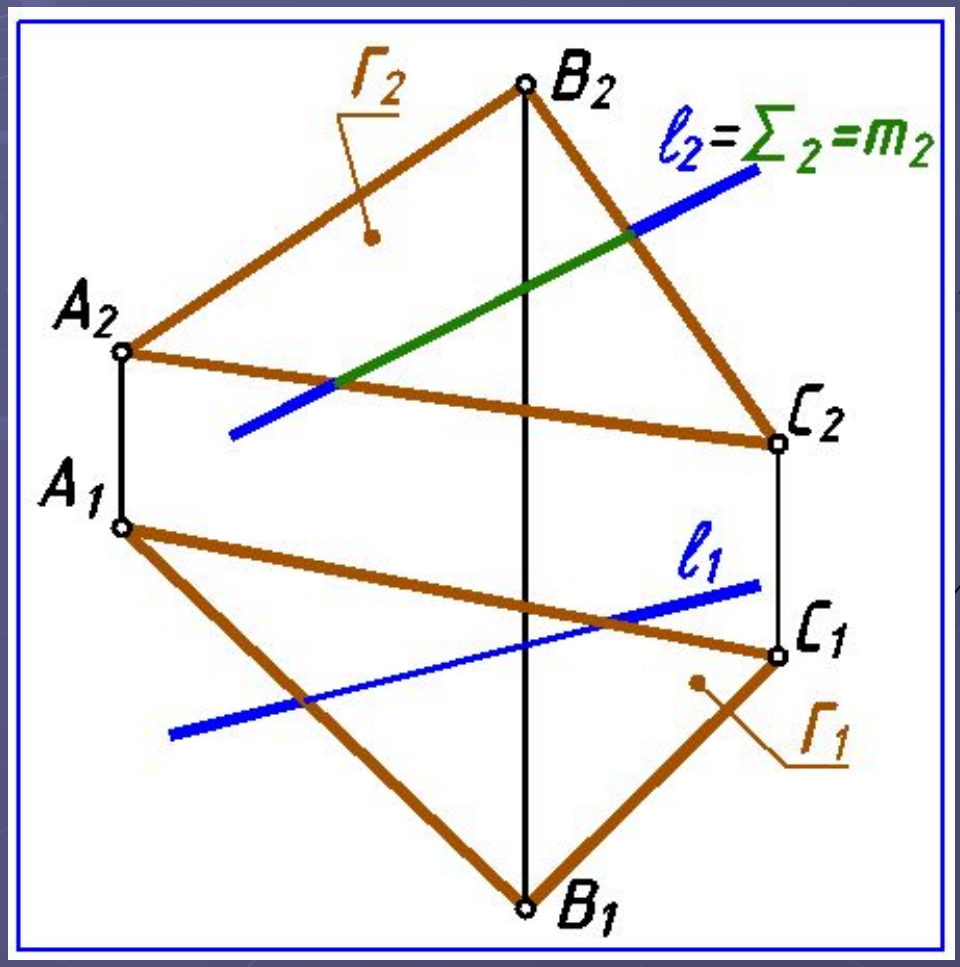


Введение вспомогательной проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_2)$

Через прямую ℓ проводим фронтально проецирующую плоскость Σ

$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$

Проецирующая плоскость Σ содержит проекцию m_2 линии пересечения с плоскостью $\Gamma(\Gamma_2,\Gamma_1)$.

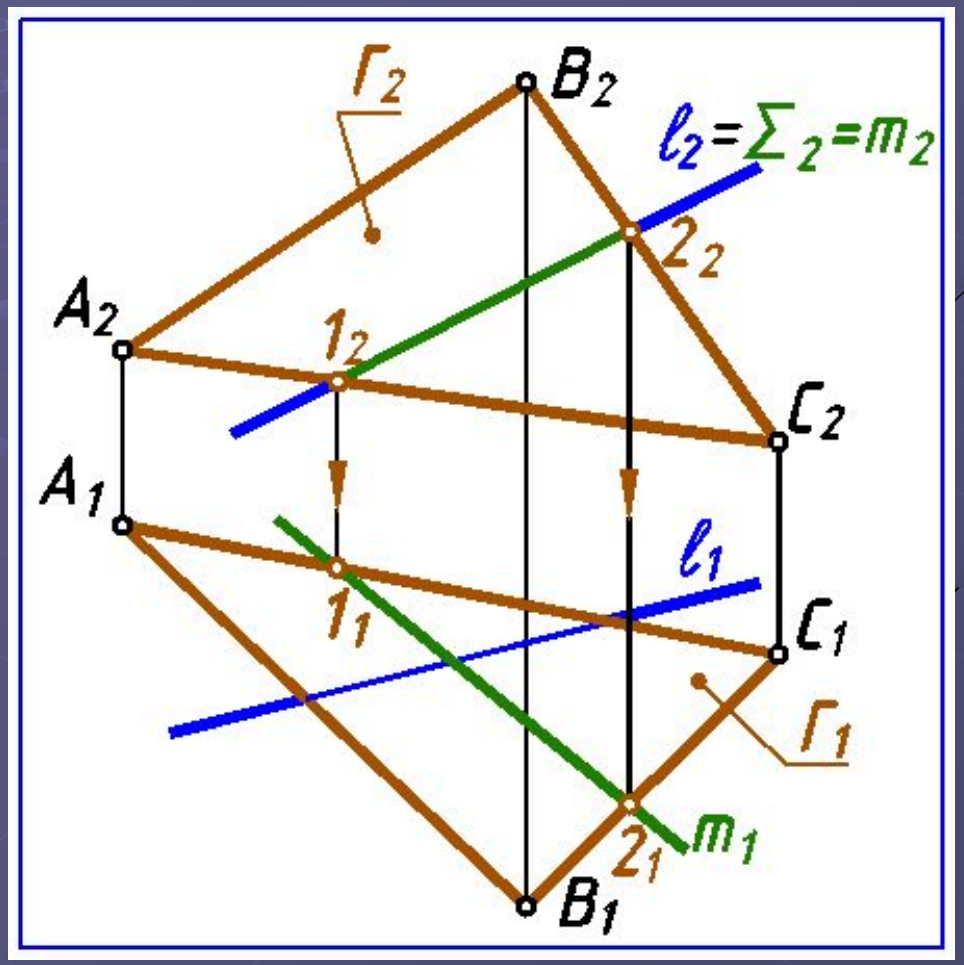


Построение горизонтальной проекции (m_1) линии пересечения плоскостей Σ и Г

По линиям связи по принадлежности к [AC] и [BC] находим горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 точек линии (***m***) пересечения плоскостей Σ и Г.

Через найденные точки проводим горизонтальную проекцию (m_1) линии m пересечения плоскостей Σ и Г.

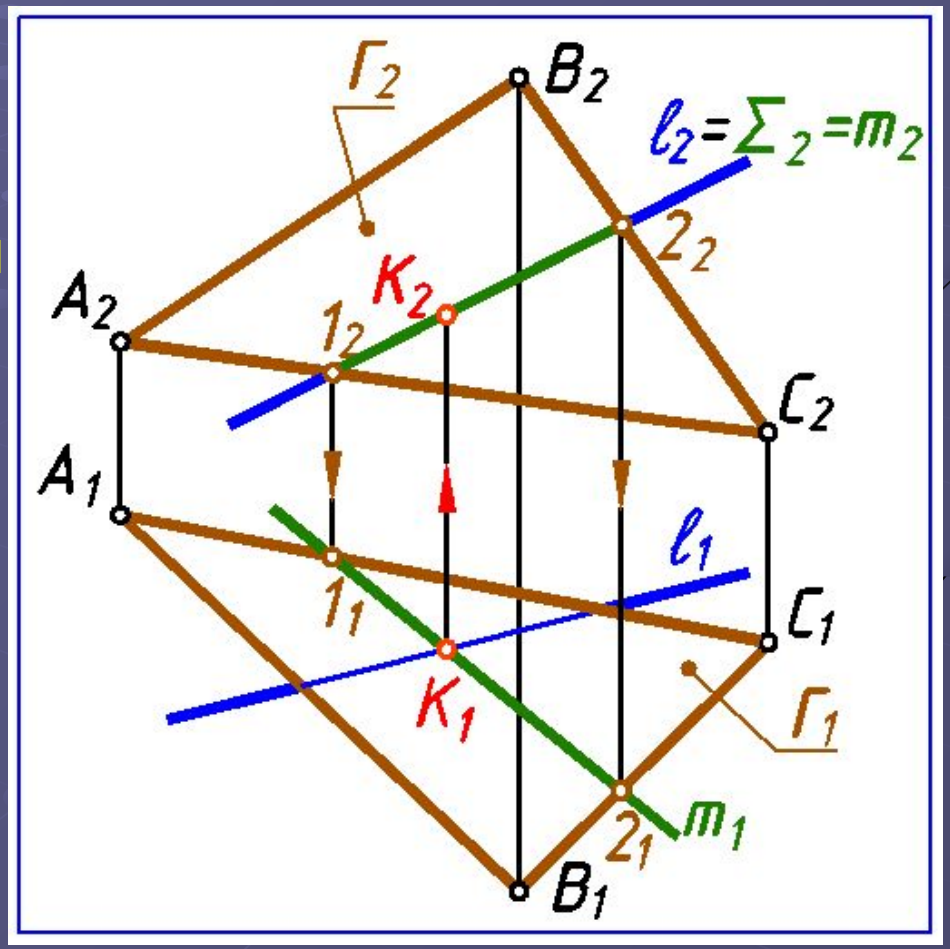
Σ ∩ Г = m(1,2)



Построение точки *К* пересечения прямой *ℓ* плоскостью Г(АВС).

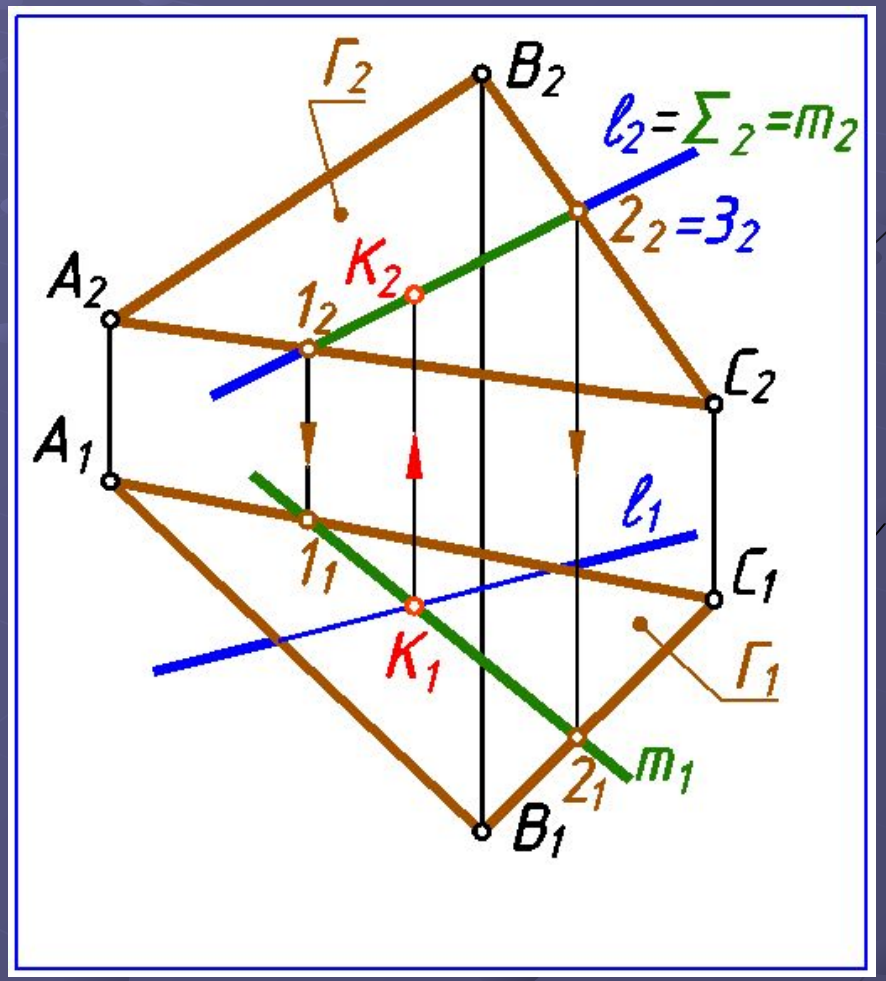
Горизонтальную проекцию ($К_1$) точки *К* пересечения прямой *ℓ* плоскостью Г(АВС) фиксируем в пересечении горизонтальных проекций (m_1) и ($ℓ_1$) линий m и *ℓ*.
Фронтальную проекцию ($К_2$) точки *К* определим по линии связи по принадлежности прямой *ℓ*. ($К_2 \in ℓ_2$)

$К = m(1,2) \cap ℓ$



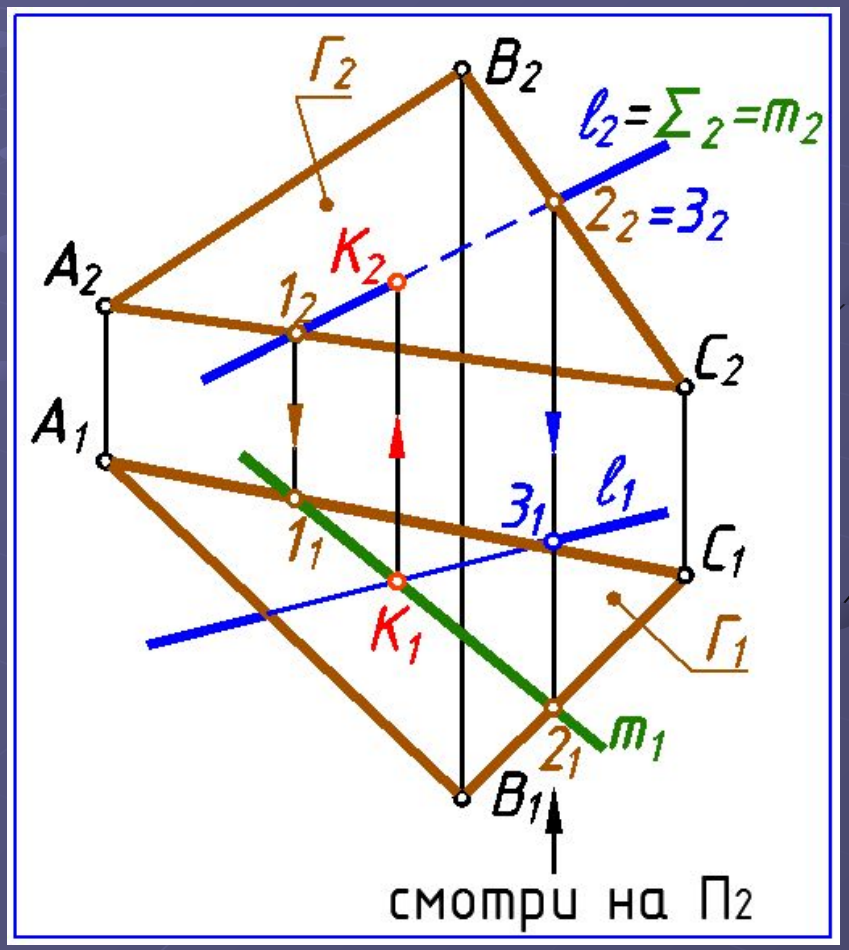
Определение видимости проекций прямой линии ℓ

Считаем плоскость непрозрачной.
Плоскость закрывает часть линии, находящуюся за ней.
В точке пересечения К видимость меняется на противоположную.
Видимость определяется отдельно для каждой плоскости проекций.
Для определения видимости ℓ_2 прямой ℓ на $П_2$, выделяем фронтально конкурирующие точки 2 и 3.
Точка 2 принадлежит плоскости Г.
Точка 3 принадлежит прямой ℓ.



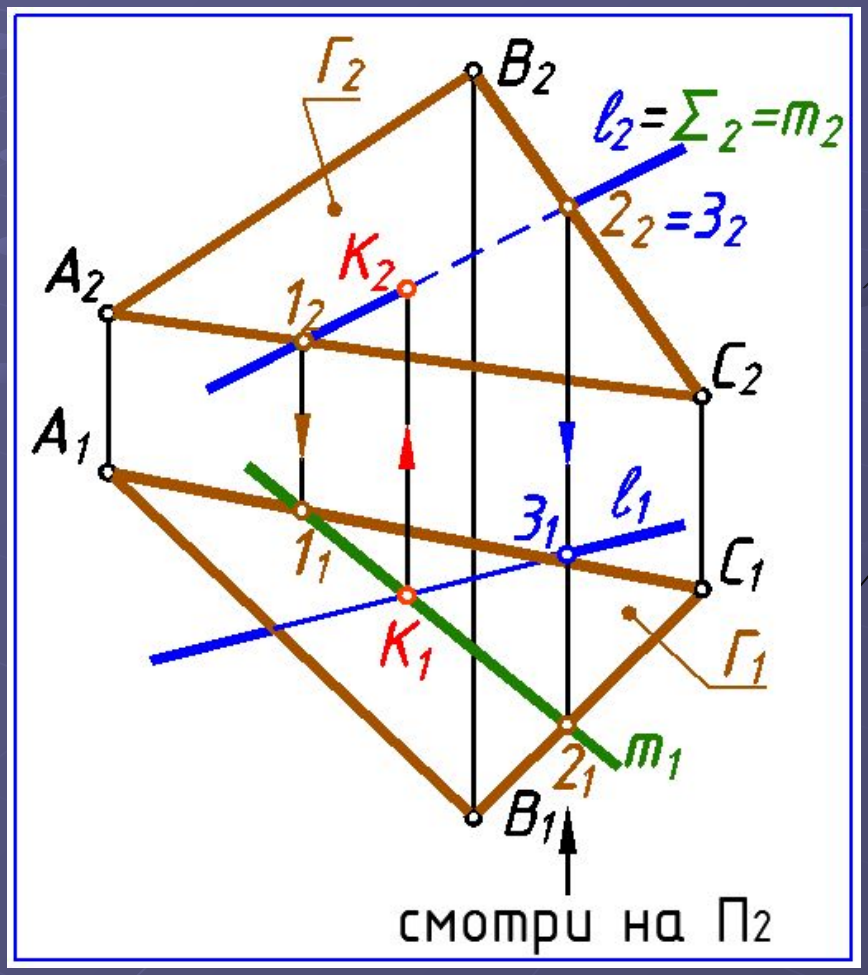
Определение видимости проекций прямой линии ℓ на $П_2$

По линии связи по принадлежности ℓ_1 находим горизонтальную проекцию 3_1 конкурирующих точек 2 и 3.



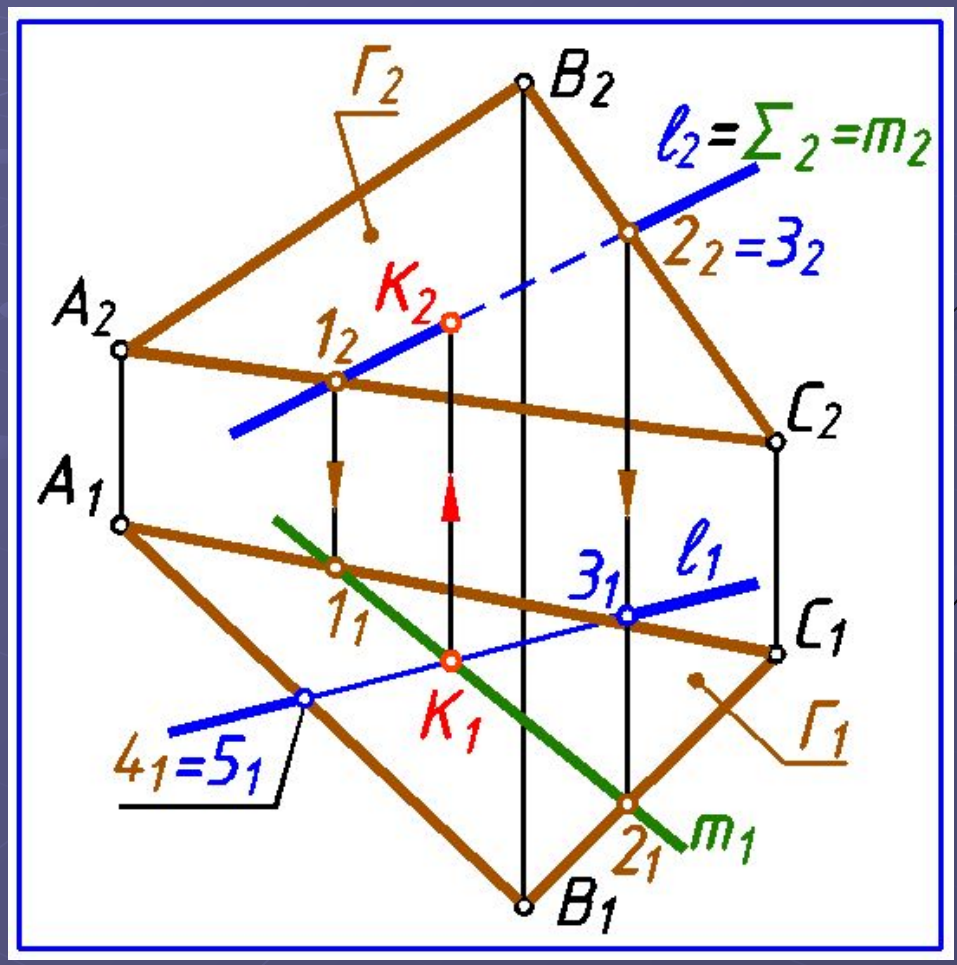
Определение видимости проекций прямой линии ℓ на $П_2$

Точка 2, принадлежащая [ВС] плоскости Г, ближе к наблюдателю, чем точка 3 прямой ℓ. Следовательно, на $П_2$ участок линии ℓ от точки 3 до точки пересечения К невидимый – вычерчиваем штриховой линией (штриховая – линия невидимого контура). После точки К линия ℓ видима – толстая (основная).



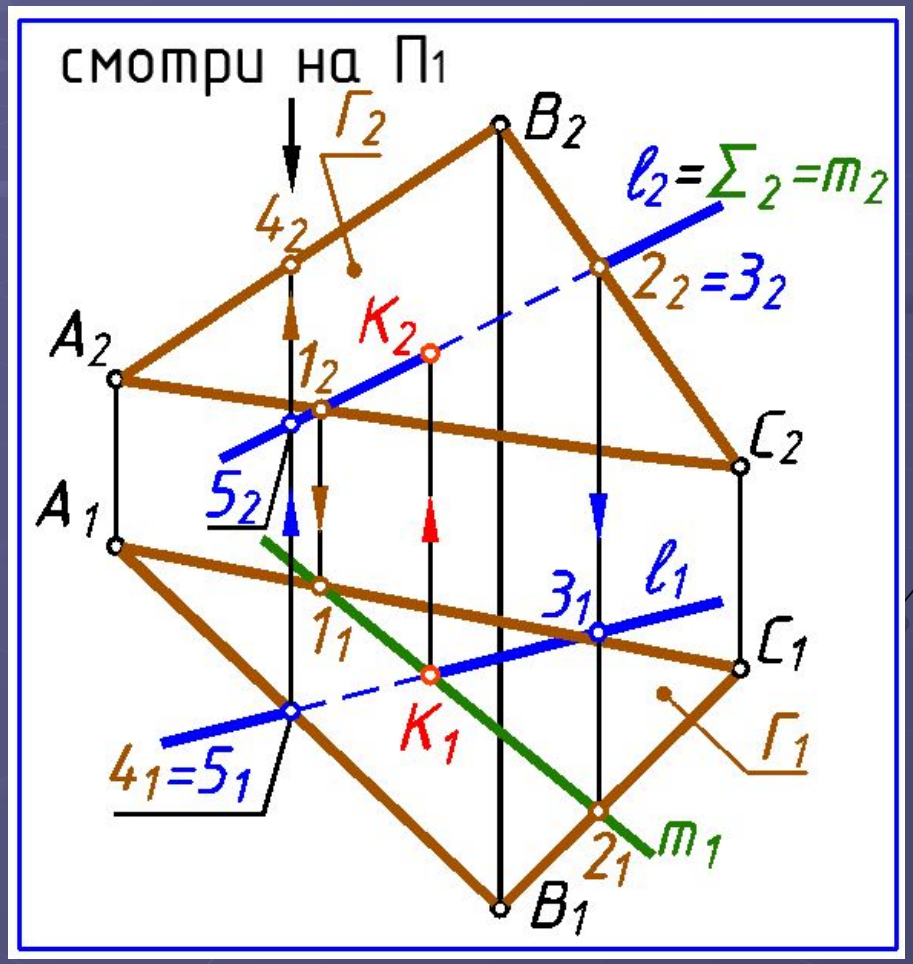
Определение видимости проекций прямой линии ℓ на $П_1$

Для определения видимости горизонтальной проекции (ℓ_1) прямой ℓ на $П_1$, выделяем горизонтально конкурирующие точки 4 и 5.
Точка 4 принадлежит плоскости Г.
Точка 5 принадлежит прямой ℓ.



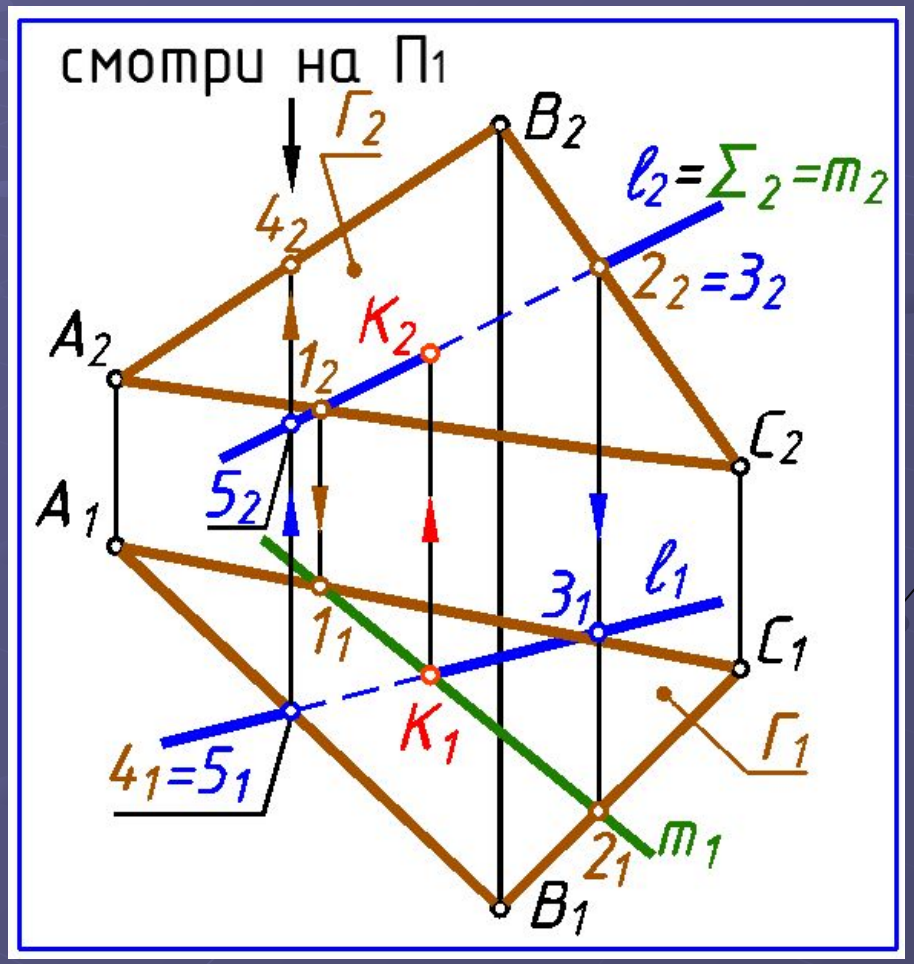
Определение видимости проекций прямой линии ℓ на $П_1$

По линии связи по принадлежности ℓ_2 находим фронтальную проекцию 5_2 . По принадлежности [AB] находим фронтальную проекцию 4_2 горизонтально конкурирующих точек 5 и 4.



Определение видимости проекций прямой линии ℓ на $П_1$

Точка 4, принадлежащая [АВ] плоскости Г, ближе к наблюдателю (выше), чем точка 5 прямой ℓ. Следовательно, на $П_1$ участок линии ℓ от точки 5 до точки пересечения К невидимый – вычерчиваем штриховой линией (штриховая - линия невидимого контура). После точки К линия ℓ видима – толстая (основная).



Содержание