

Позиционные задачи

Задачи, в которых определяют относительное положение или **общие элементы геометрических фигур (точки или линии)**

Вспомогательные позиционные задачи

- определение общих элементов простейших геометрических фигур **из условия принадлежности**

Первая позиционная задача

- определение точек пересечения линии и поверхности

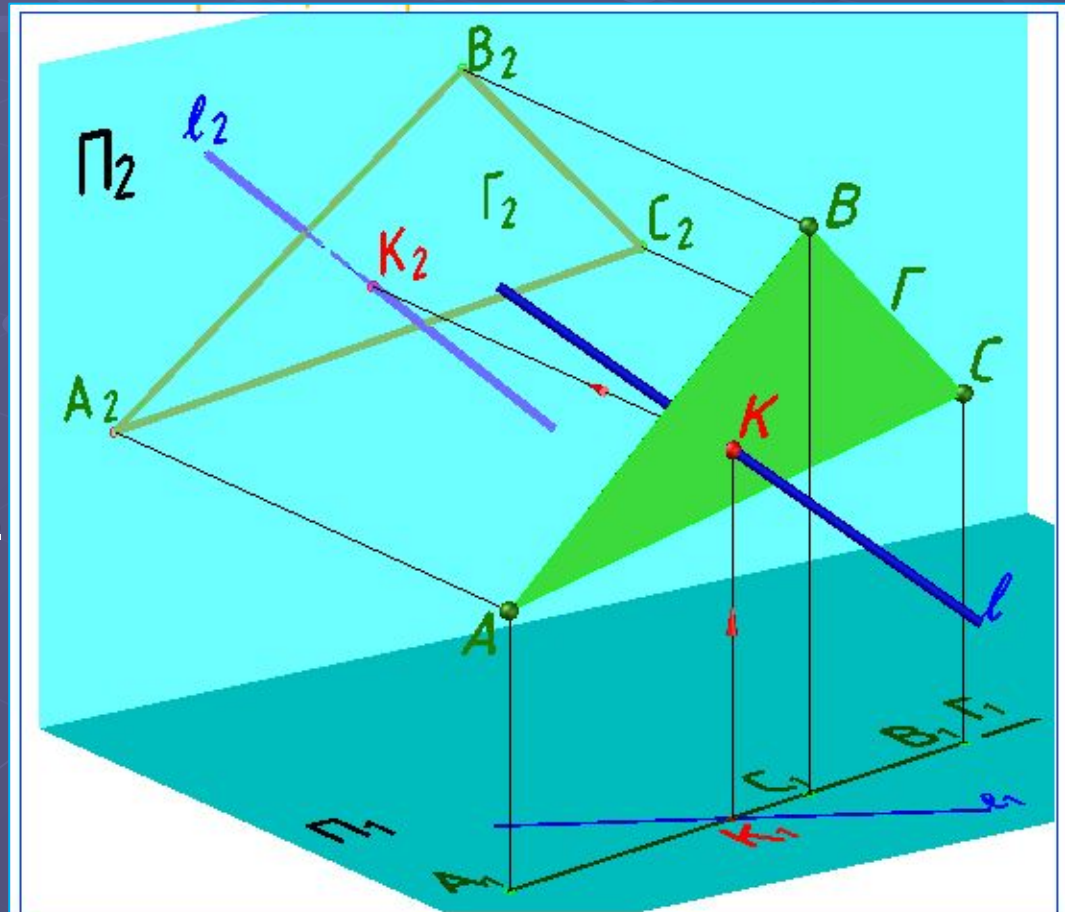
Вторая позиционная задача

- определение линии пересечения поверхностей

Определение общих элементов простейших геометрических фигур из условия принадлежности

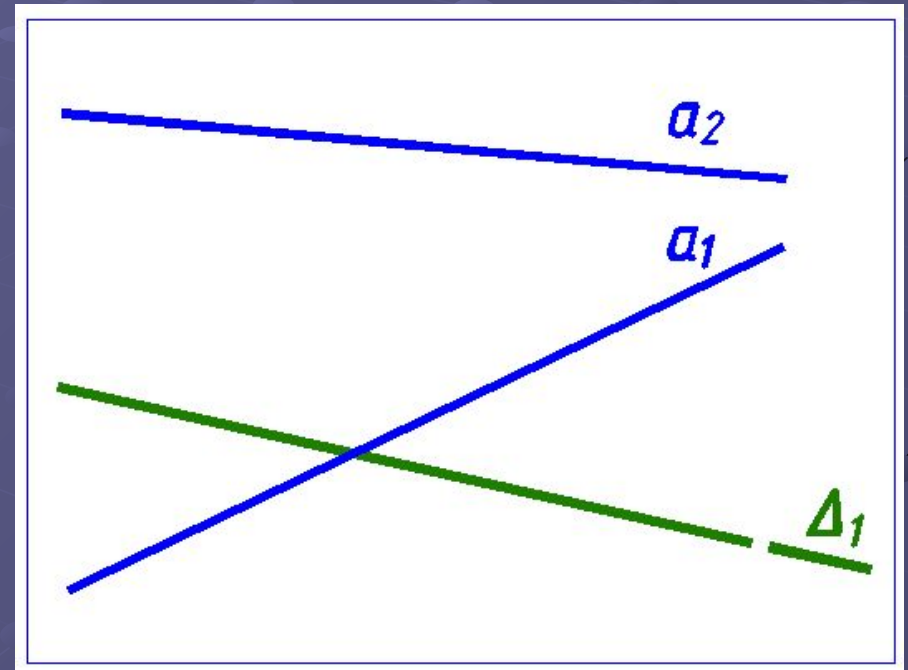
Задача. Построить **точку** пересечения прямой
линии с проецирующей плоскостью

При пересечении
геометрических фигур с
проецирующей плоскостью
одна из проекций их общего
элемента совпадает с
проекцией проецирующей
плоскости (которая
вырождается в прямую линию).
Поэтому решение этого типа
задач сводится к построению
второй проекции искомой
геометрической фигуры.



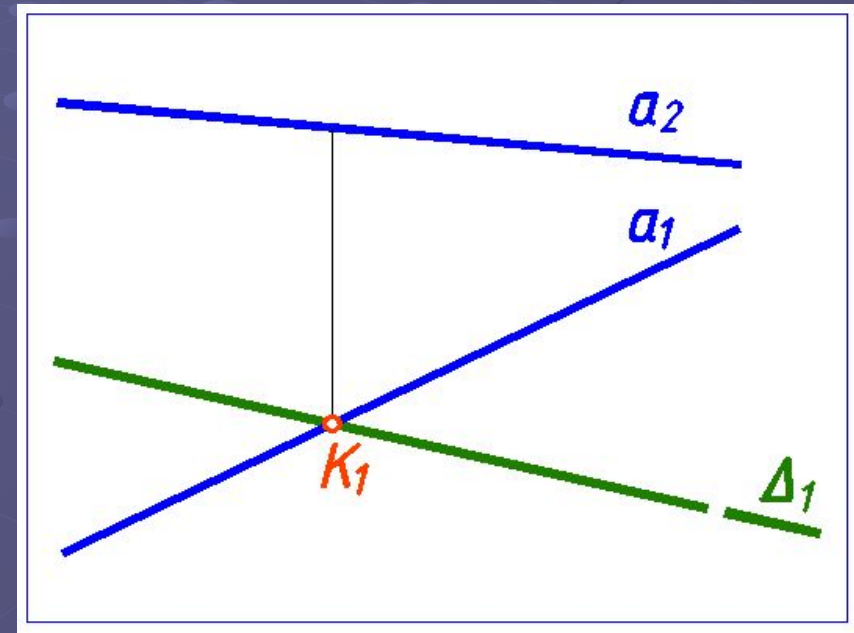
Задача. Построить точку $K(K_2, K_1)$ пересечения горизонтально проецирующей плоскости Δ и прямой $a(a_2, a_1)$ общего положения.

Дано: горизонтально проецирующая плоскость $\Delta(\Delta_1)$ и прямая $a(a_1, a_2)$ общего положения.



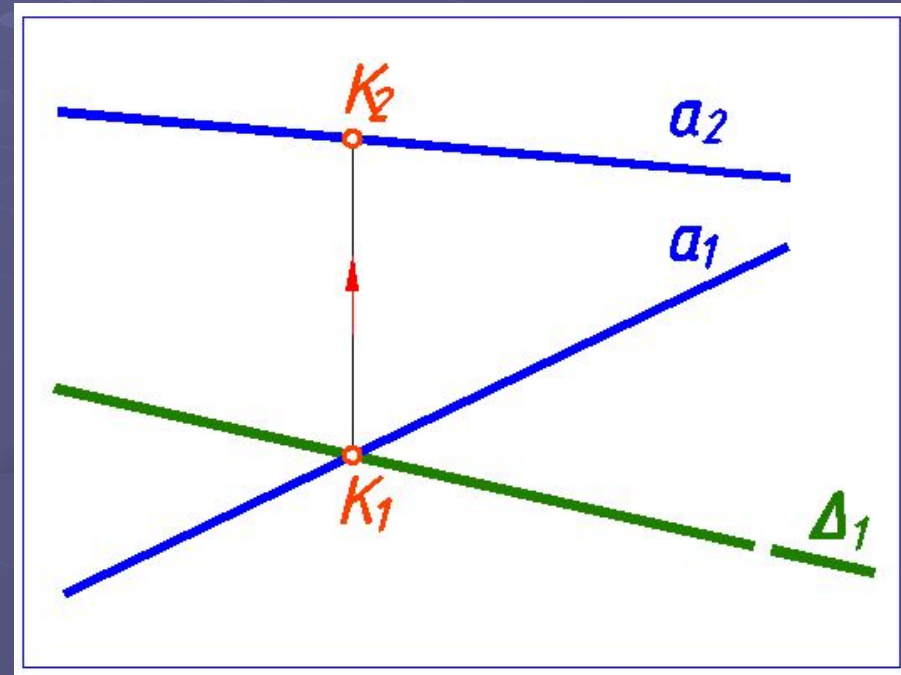
Построение горизонтальной проекции точки пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью

- Точка K пересечения прямой a с плоскостью Δ принадлежит одновременно и прямой a и плоскости Δ .
- Горизонтальная проекция K_1 точки K должна принадлежать одновременно горизонтальной проекции a_1 прямой a и горизонтальной проекции Δ_1 проецирующей плоскости Δ .
- Фиксируем K_1 на пересечении a_1 и Δ_1 .



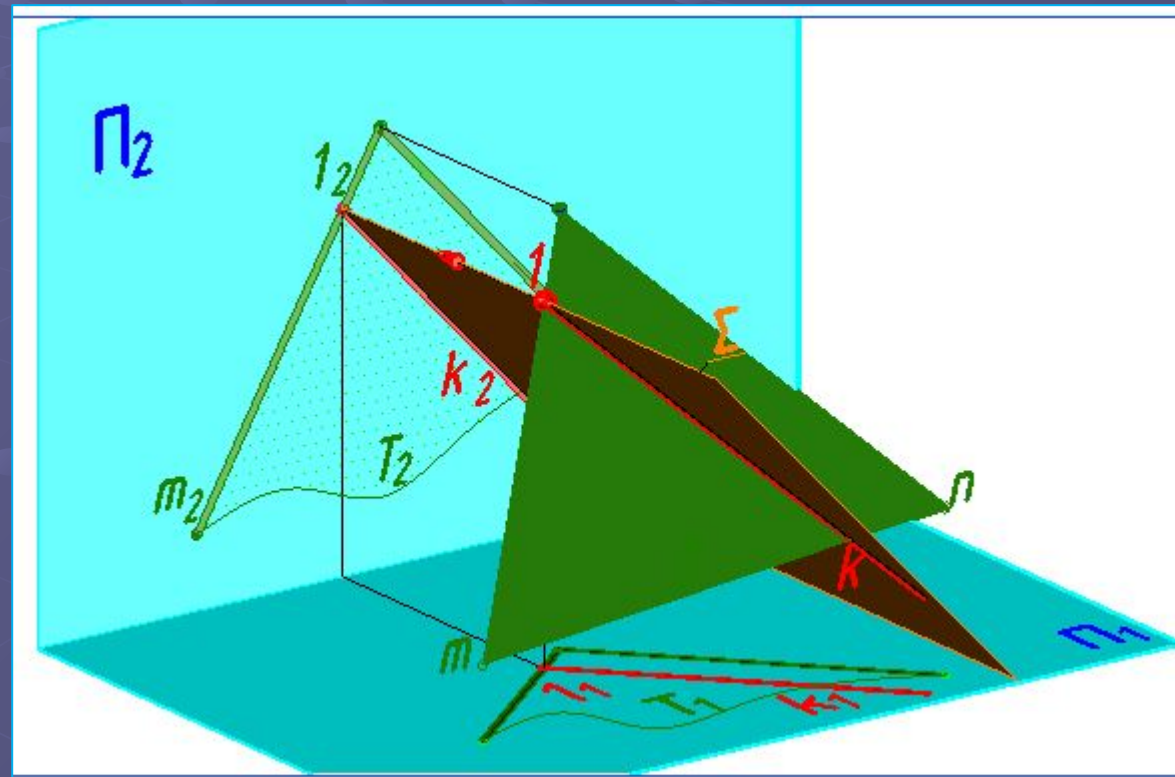
Построение фронтальной проекции точки пересечения прямой линии с проецирующей плоскостью

Фронтальную проекцию K_2 точки K находим по линии связи на фронтальной проекции a_2 прямой a на основании принадлежности точки K прямой a .



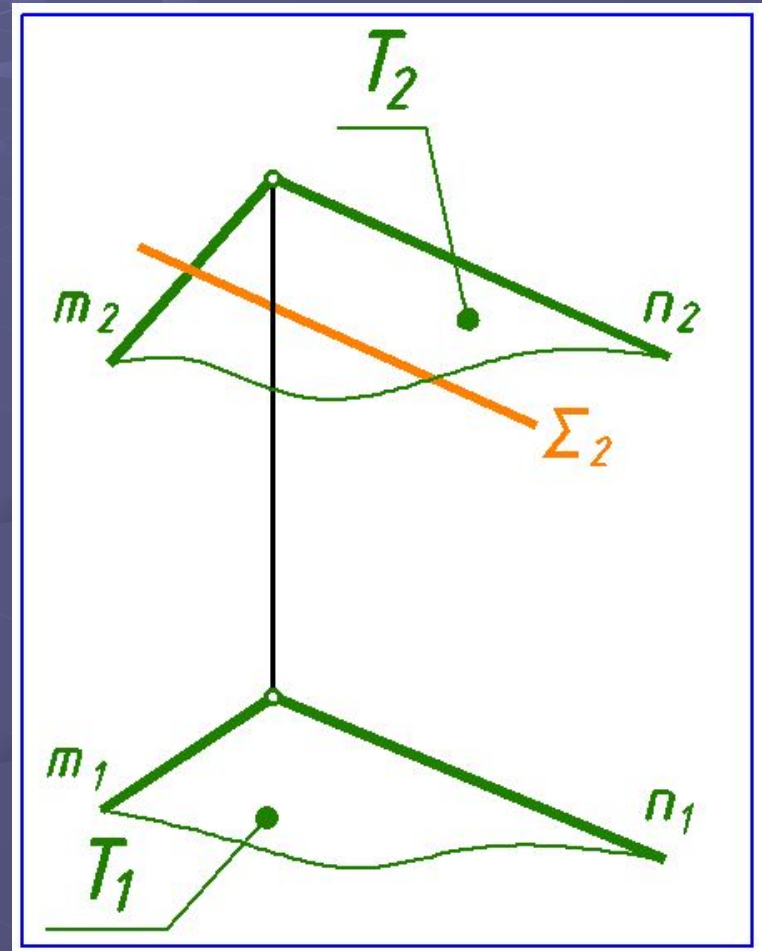
Построение **линии пересечения** плоскости общего положения с проецирующей плоскостью

Искомая **линия k**
пересечения
двух плоскостей
 Σ и T является
прямой,
одновременно
принадлежащей
этим плоскостям.



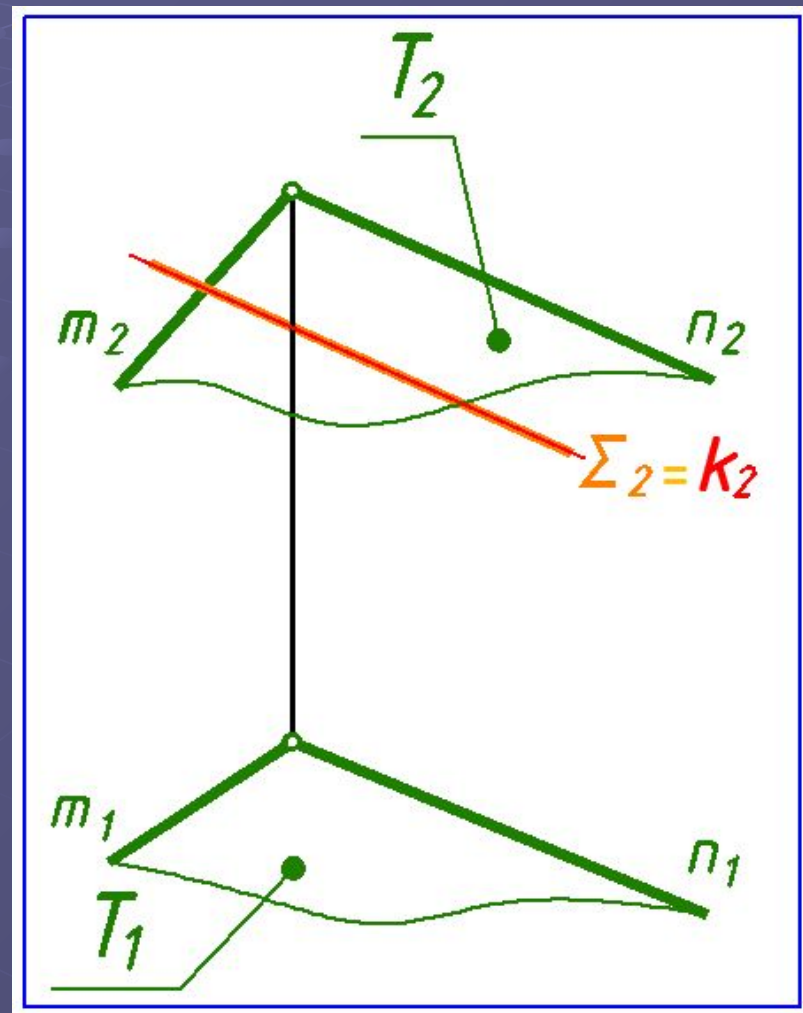
Построить **линию пересечения** плоскости
общего положения $T(m \cap n)$ с фронтально
проецирующей плоскостью Σ

Искомая **линия к**
пересечения двух
плоскостей Σ и T
является прямой,
одновременно
принадлежащей этим
плоскостям.



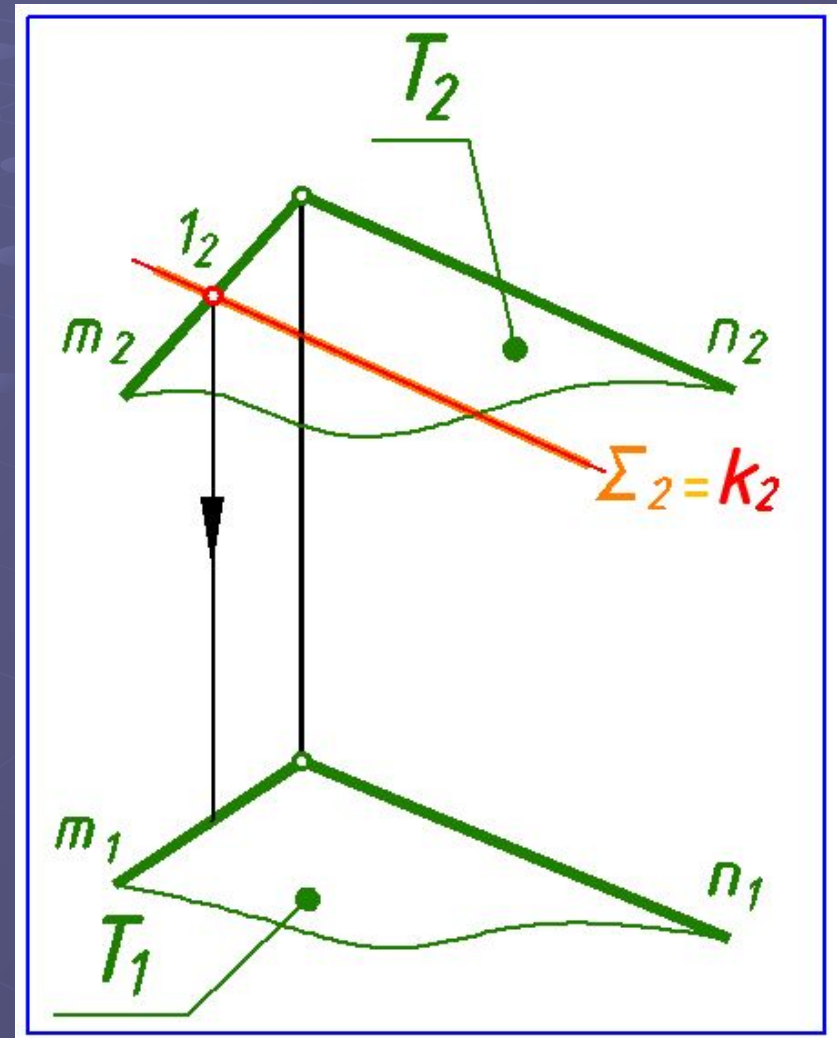
Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Фронтальная проекция k_2 искомой линии k пересечения двух плоскостей Σ и T совпадает с фронтальной проекцией (Σ_2) проецирующей плоскости Σ .



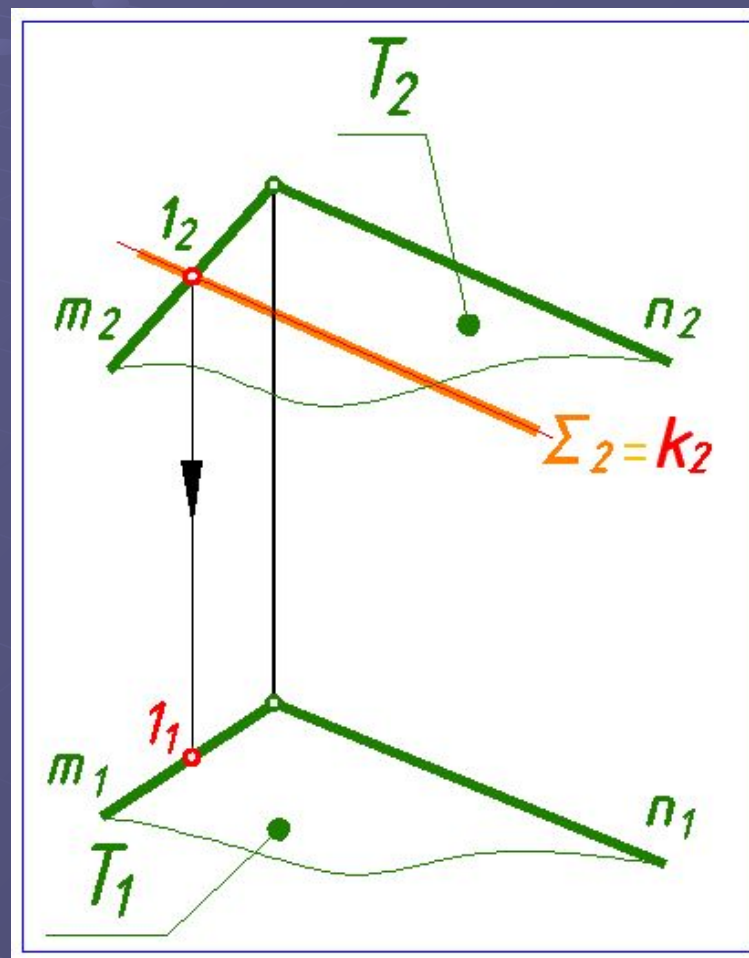
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

Искомая линия k
пересечения двух
плоскостей Σ и T
принадлежит плоскости T ,
так как имеет с ней общую
точку 1 и параллельна
прямой n , принадлежащей
плоскости T .



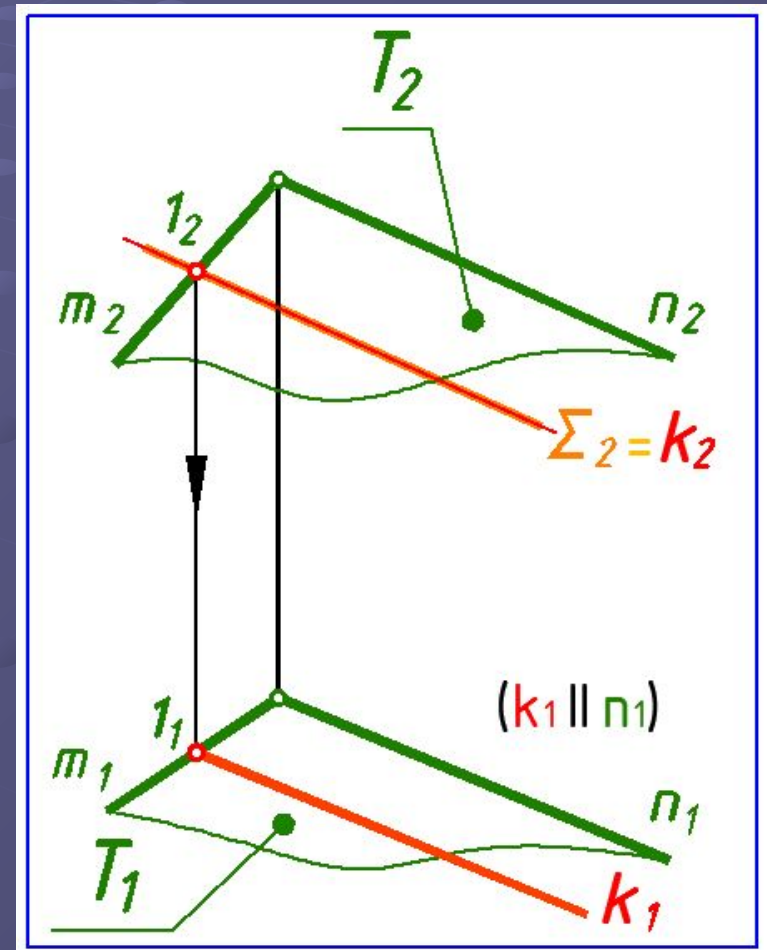
Построение **горизонтальной проекции**
линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с
плоскостью Σ

По **линии связи** по
принадлежности к прямой m
плоскости T ,
определим горизонтальную
проекцию (1_1) точки 1 .

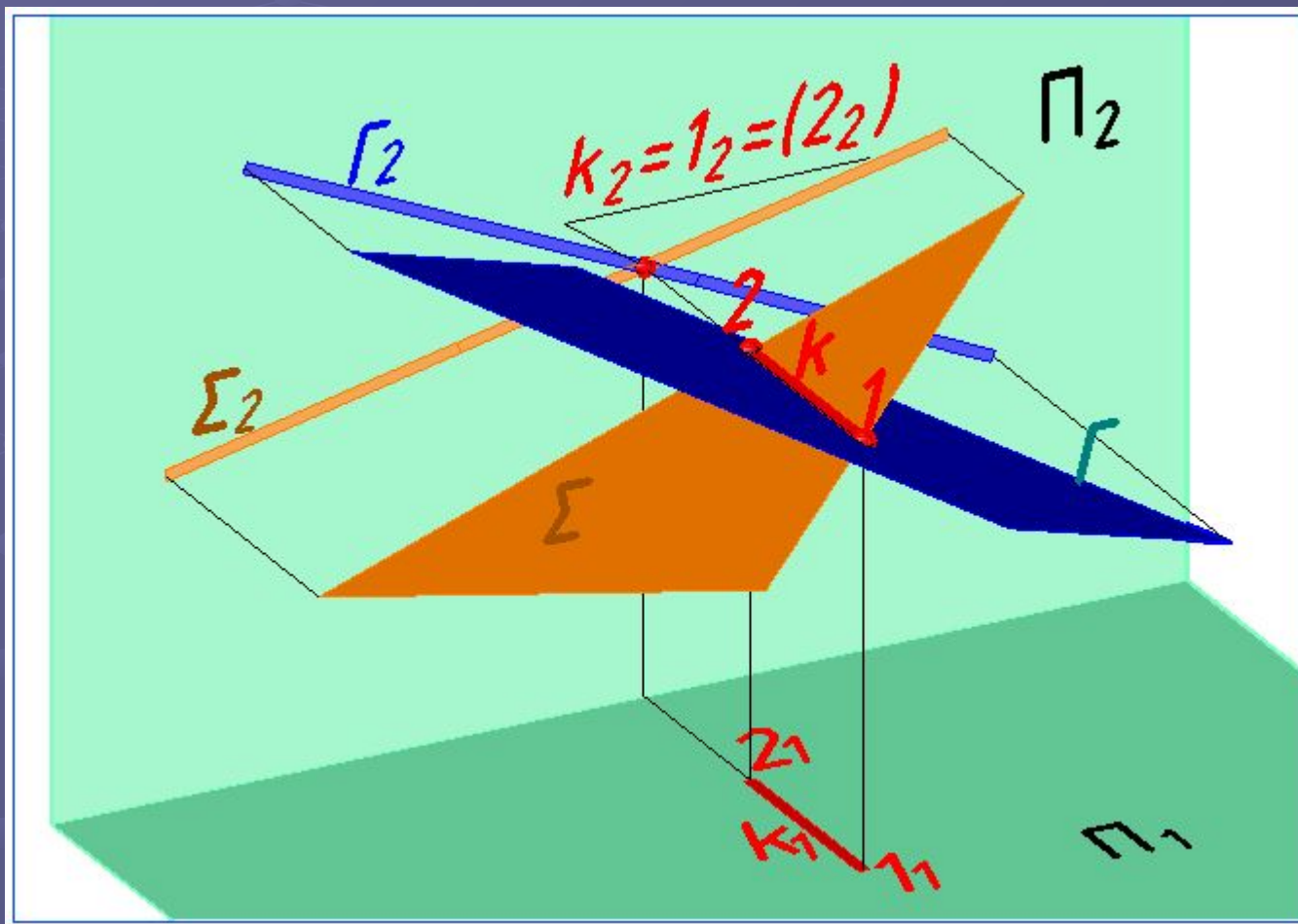


Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскости $T(m \cap n)$ с плоскостью Σ

- Горизонтальную проекцию k_1 искомой прямой k проведём из 1_1 параллельно горизонтальной проекции n_1 .
- У параллельных прямых одноимённые проекции параллельны.



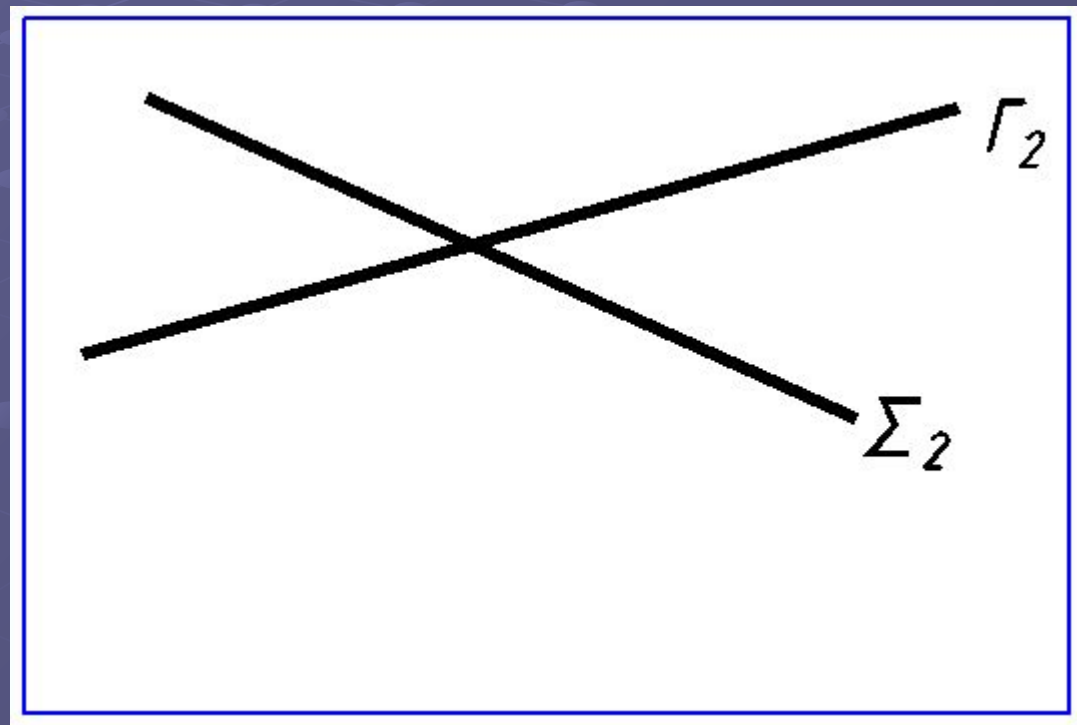
Построение линии пересечения фронтально проецирующих плоскостей



Линия k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ - фронтально проецирующая прямая.

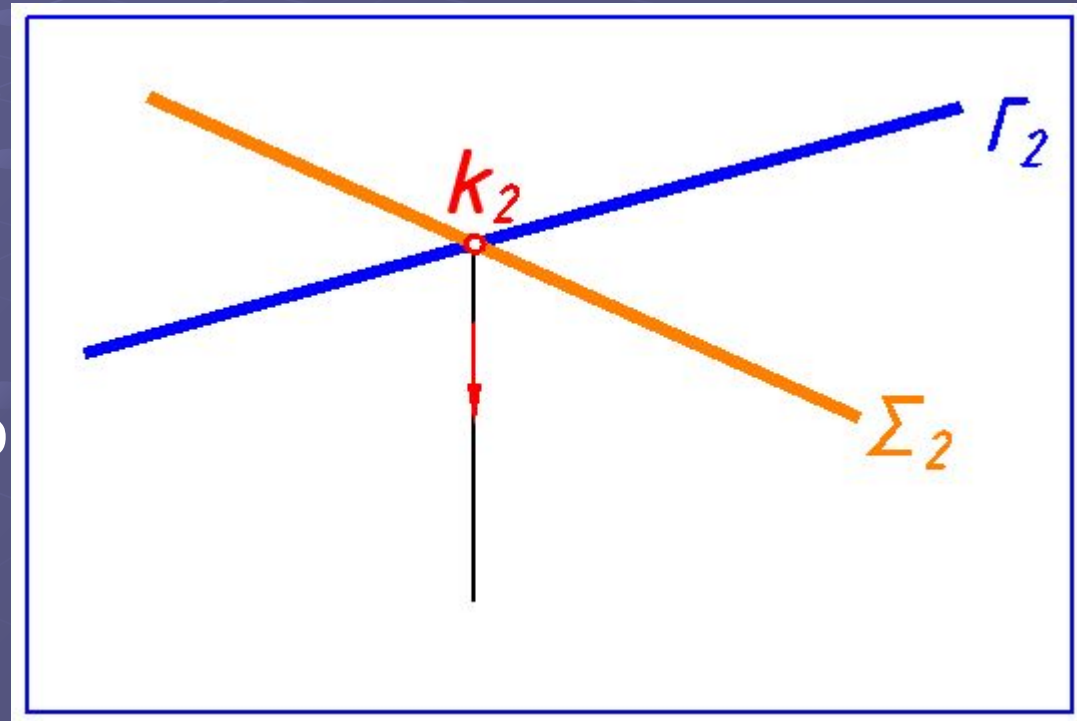
Построить линию k пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ .

Заданные плоскости пересекаются по линии k (k_2, k_1), одновременно принадлежащей плоскостям Σ и Γ .

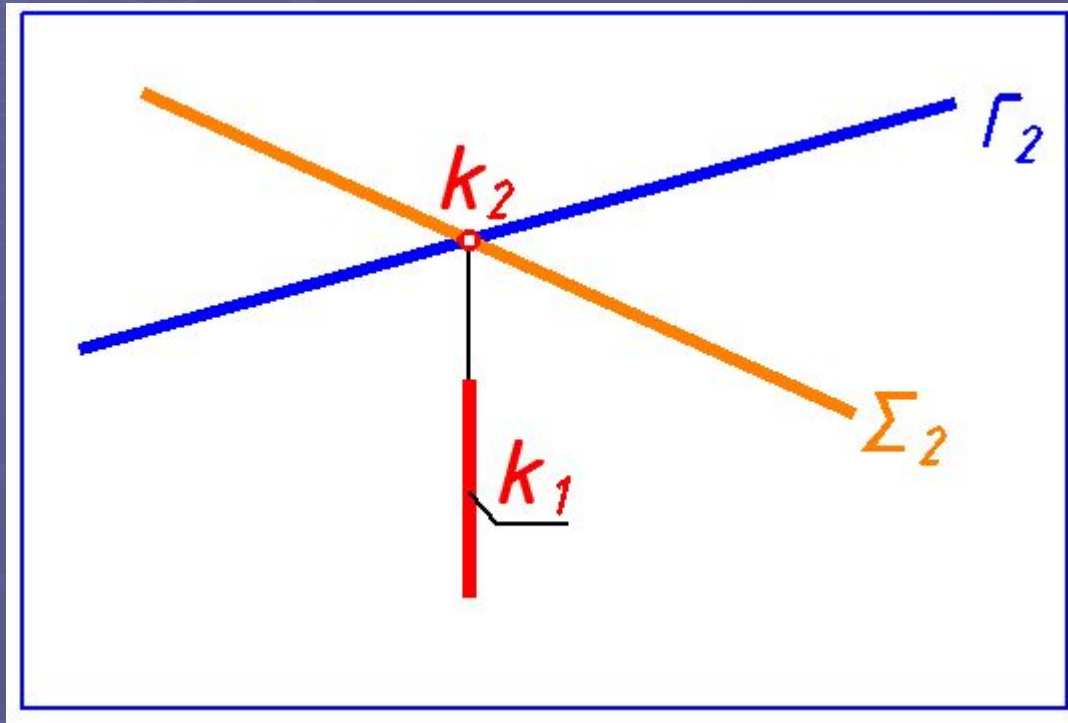


Построение фронтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .

- Фиксируем фронтальную проекцию k_2 искомой линии k на пересечении фронтальных проекций Σ_2 и Γ_2 заданных плоскостей.
- Проведём вертикальную линию связи для построения горизонтальной проекции k_1 искомой линии пересечения.



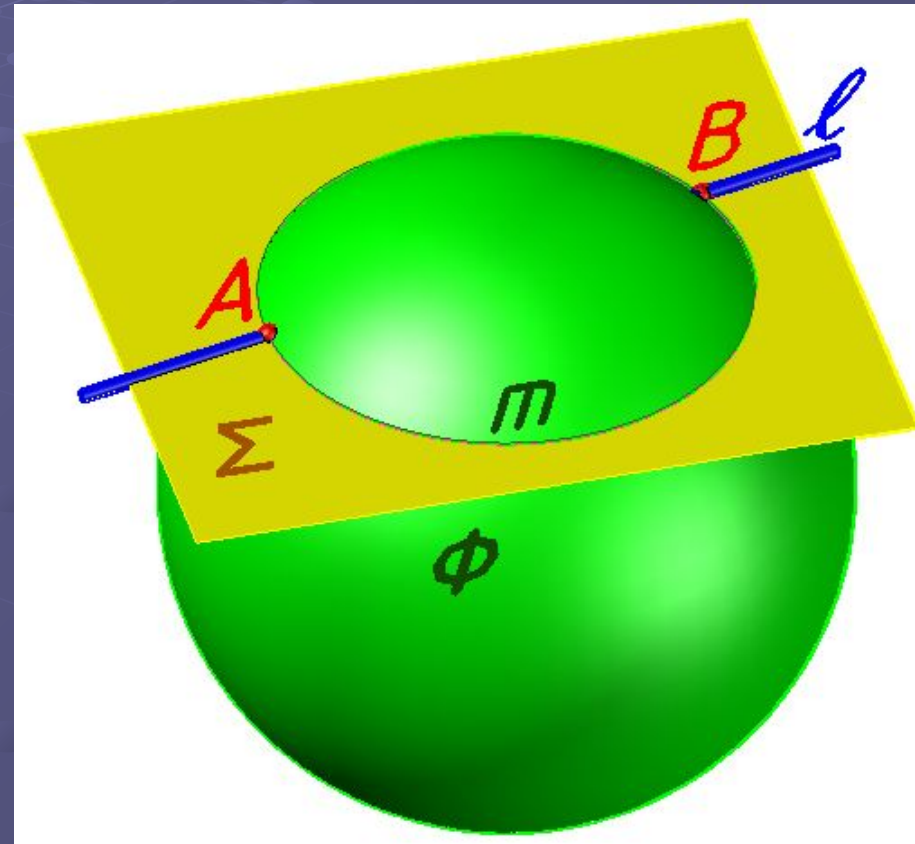
Построение горизонтальной проекции линии пересечения плоскостей Σ и Γ .



Линия $k(k_2, k_1)$ пересечения фронтально проецирующих плоскостей Σ и Γ - фронтально проецирующая прямая. Её горизонтальная проекция k_1 по направлению совпадает с вертикальной линией связи.

Первая позиционная задача: определение точек пересечения линии и поверхности

- В зависимости от вида и взаимного расположения линии и поверхности, **точек** их пересечения может быть **одна** или **несколько**.
- Прямая линия с алгебраической поверхностью **n -го порядка** пересекается в **n точках**.
- В основу построения общих точек положен **способ вспомогательных поверхностей**.



Сущность способа вспомогательных поверхностей

Сущность способа состоит в том, что каждая из искомых точек (A, B) рассматривается как результат пересечения двух линий (l и m), принадлежащих вспомогательной поверхности (Σ).

Одна из них является заданной линией (l), а вторая - линией пересечения (m) вспомогательной (Σ) и заданной (Φ) поверхностей.

Схема решения задач на определение общих точек линии и поверхности

1. Через данную линию ℓ проводим вспомогательную поверхность Σ .

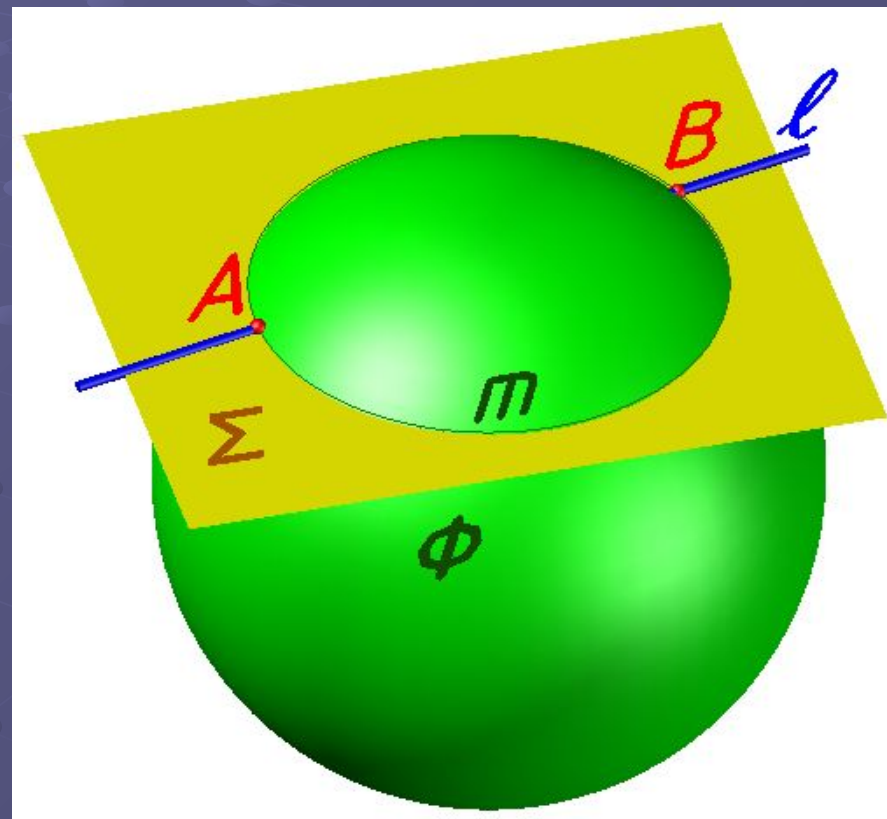
$$\Sigma \supset \ell$$

2. Определяем линию m пересечения вспомогательной Σ и заданной Φ поверхностей.

$$m = \Sigma \cap \Phi$$

3. Отмечаем точки A, B , пересечения линий ℓ и m , которые являются искомыми.

$$m \cap \ell = A, B$$



Алгоритм

- Для конкретной задачи на основании общей схемы составляется алгоритм ее решения. **Алгоритмом называется совокупность однозначных последовательных операций, которые необходимо выполнить для решения данной задачи.**
- Схема преобразуется в алгоритм, если конкретизировать первый пункт, т. е. **точно указать вид и положение вспомогательной поверхности,** которая выбирается для определения точек пересечения заданных линии и поверхности.
- В качестве вспомогательных поверхностей наиболее часто применяют плоскости частного положения.

Первая позиционная задача

- определение точки пересечения линии
И плоскости

Алгоритм:

1. Через прямую ℓ
проводим фронтально
проецирующую
плоскость Σ

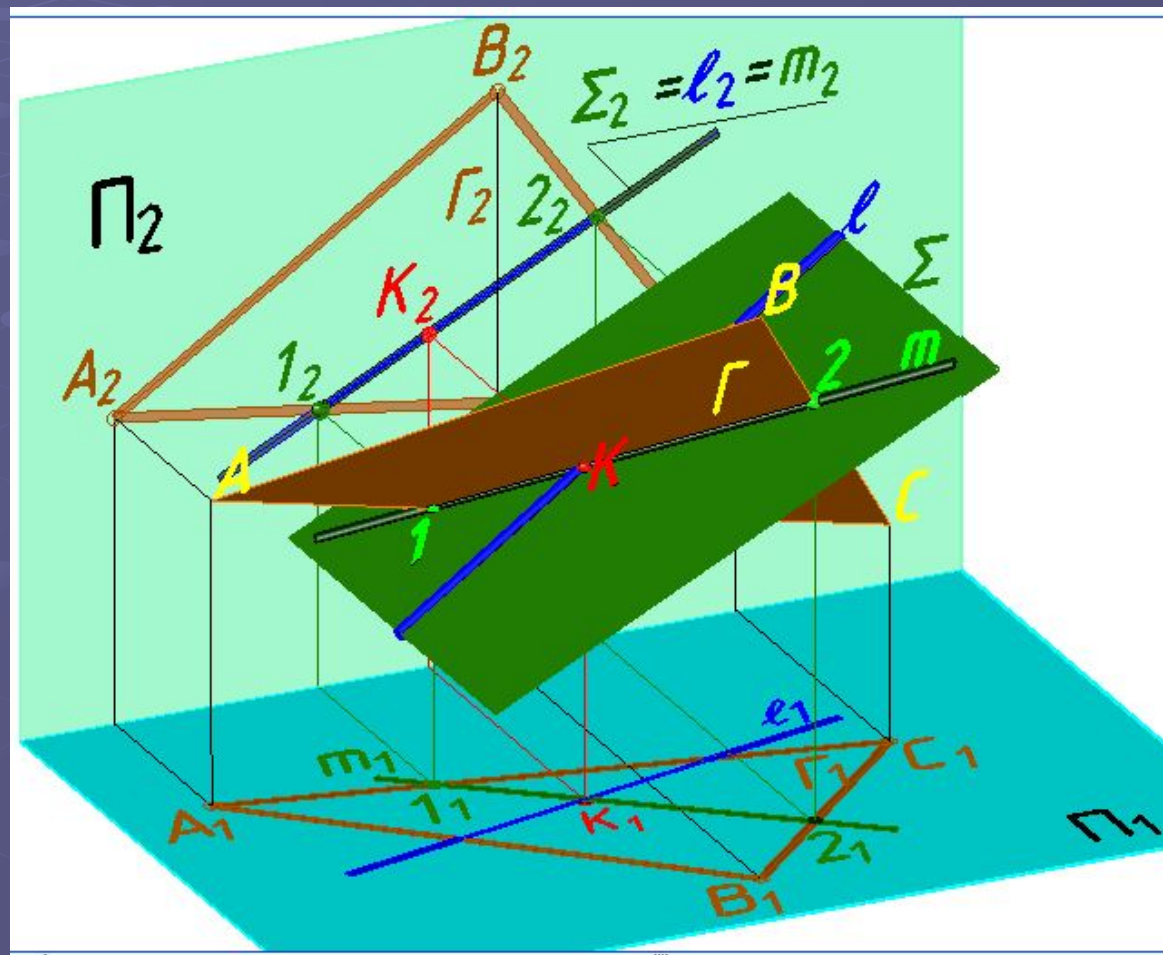
$$\ell \subset \Sigma \perp \Pi_2$$

2. Определяем прямую
 $m(1,2)$ пересечения
плоскостей Γ и Σ ;

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$

3. Отмечаем точку K
пересечения прямых
 $m(1,2)$ и ℓ , которая
является искомой

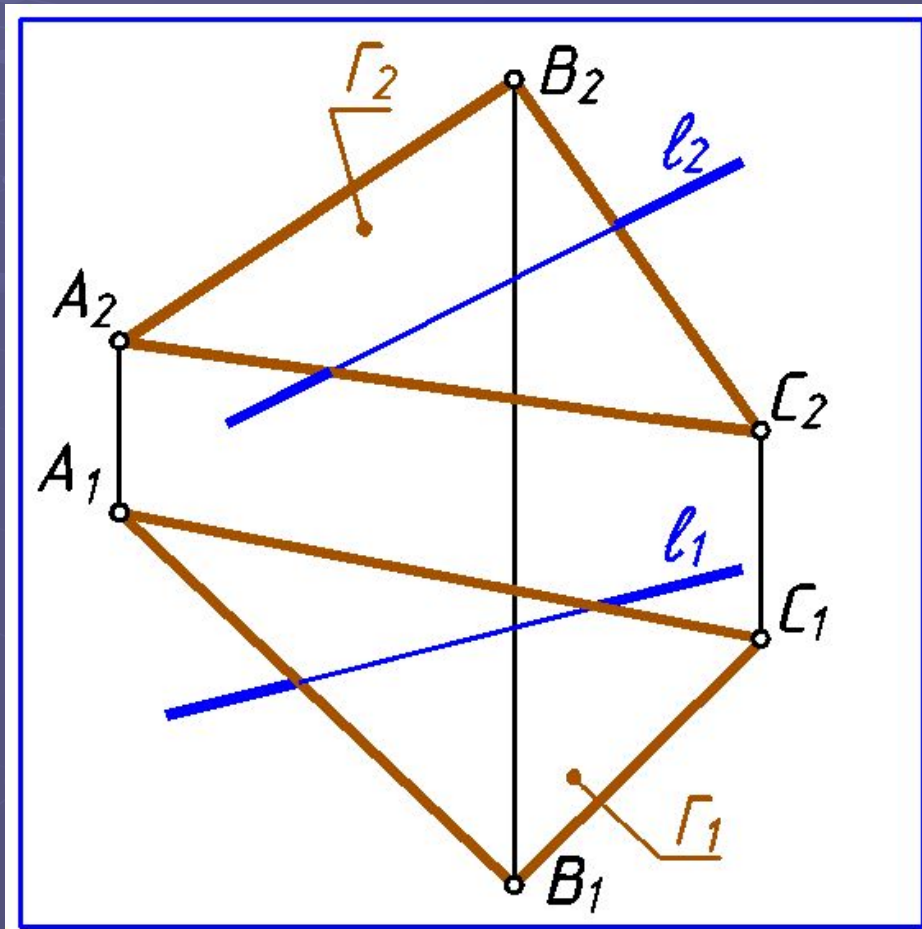
$$m(1,2) \cap \ell = K$$



Определение точки пересечения линии и плоскости

Задача

- Построить точку K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$.
- Определить видимость проекций прямой.
- Записать алгоритм.

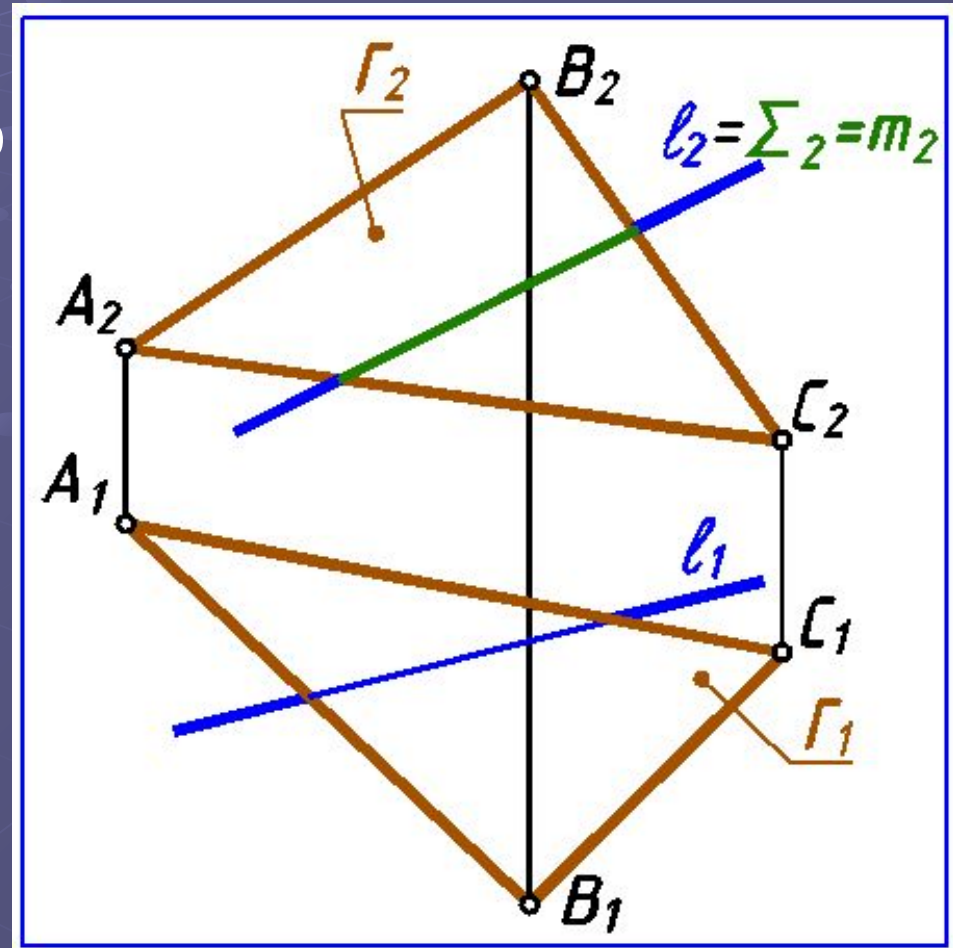


Введение вспомогательной проецирующей плоскости $\Sigma(\Sigma_2)$

Через прямую ℓ проводим фронтально проецирующую плоскость Σ

$$\ell \subset \Sigma \perp P_2$$

Проецирующая плоскость Σ содержит проекцию m_2 линии пересечения с плоскостью $\Gamma(\Gamma_2, \Gamma_1)$.

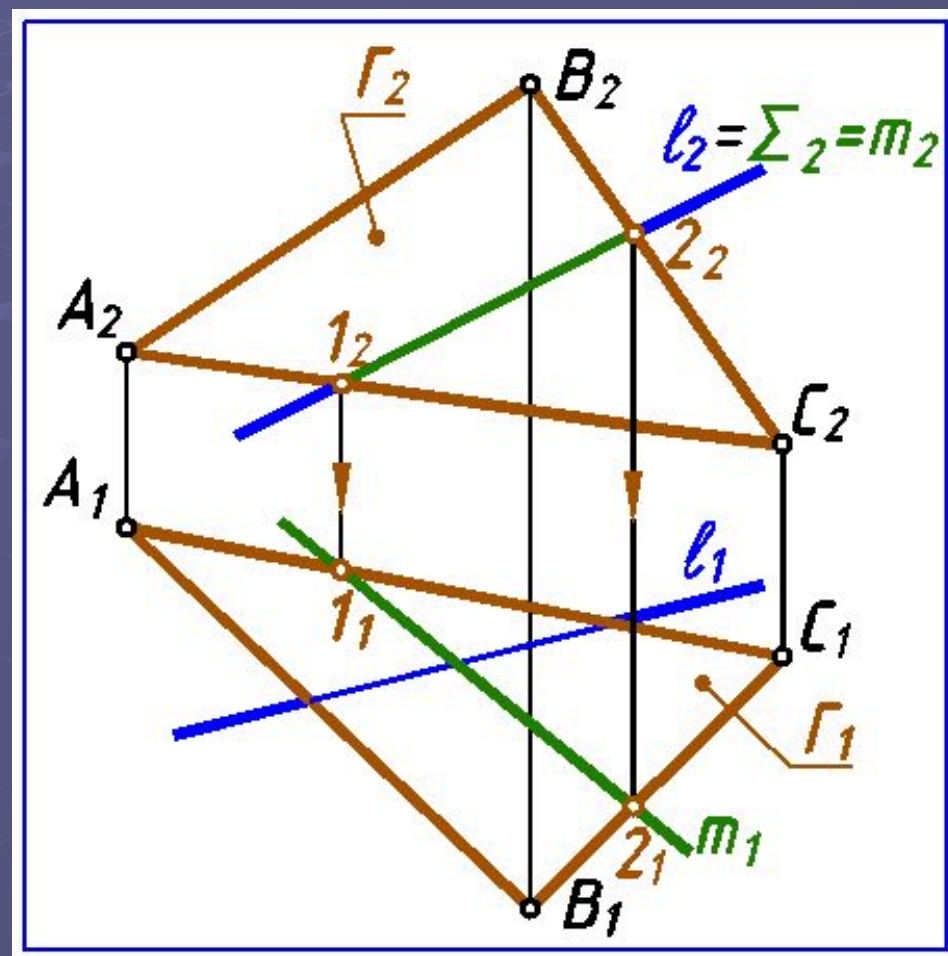


Построение горизонтальной проекции (m_1) линии пересечения плоскостей Σ и Γ

По линиям связи по принадлежности к $[AC]$ и $[BC]$ находим горизонтальные проекции 1_1 и 2_1 точек линии (m) пересечения плоскостей Σ и Γ .

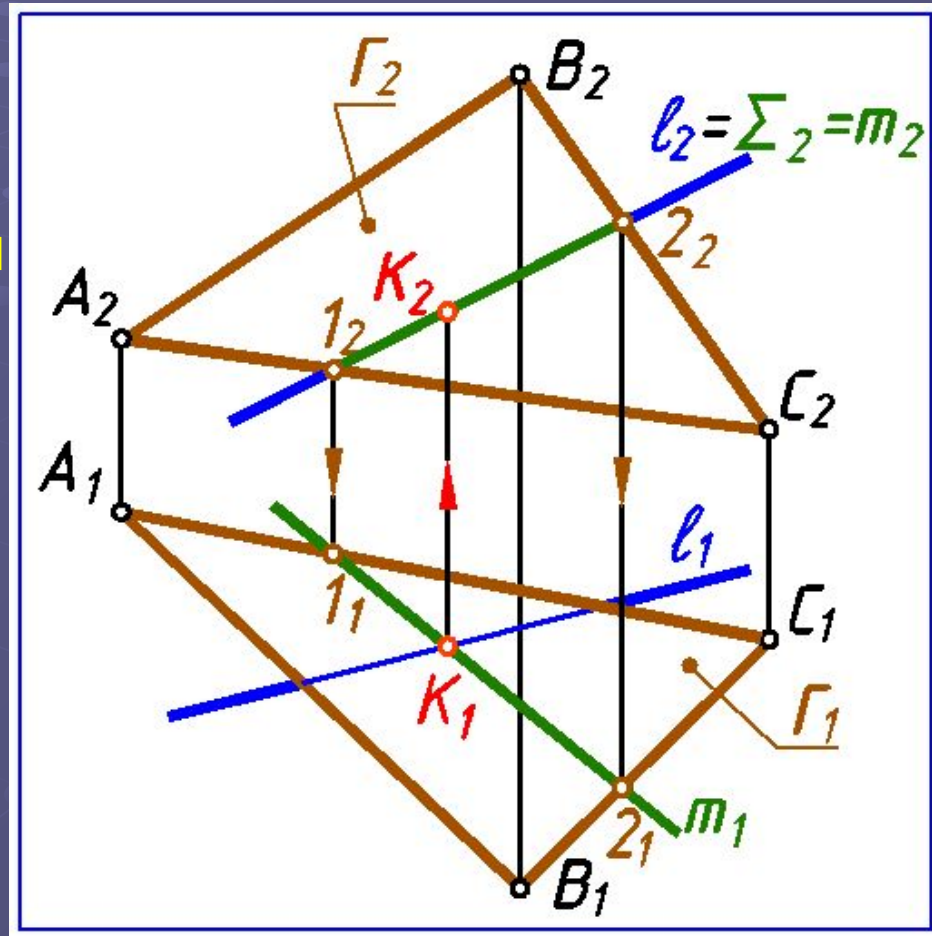
Через найденные точки проводим горизонтальную проекцию (m_1) линии m пересечения плоскостей Σ и Γ .

$$\Sigma \cap \Gamma = m(1,2)$$



Построение точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$.

Горизонтальную проекцию (K_1) точки K пересечения прямой ℓ плоскостью $\Gamma(ABC)$ фиксируем в пересечении горизонтальных проекций (m_1) и (ℓ_1) линий m и ℓ .
 Фронтальную проекцию (K_2) точки K определим по линии связи по принадлежности прямой ℓ . ($K_2 \in \ell_2$)
 $K = m(1,2) \cap \ell$



Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ

Считаем плоскость непрозрачной.
Плоскость **закрывает** часть линии,
находящуюся за ней.

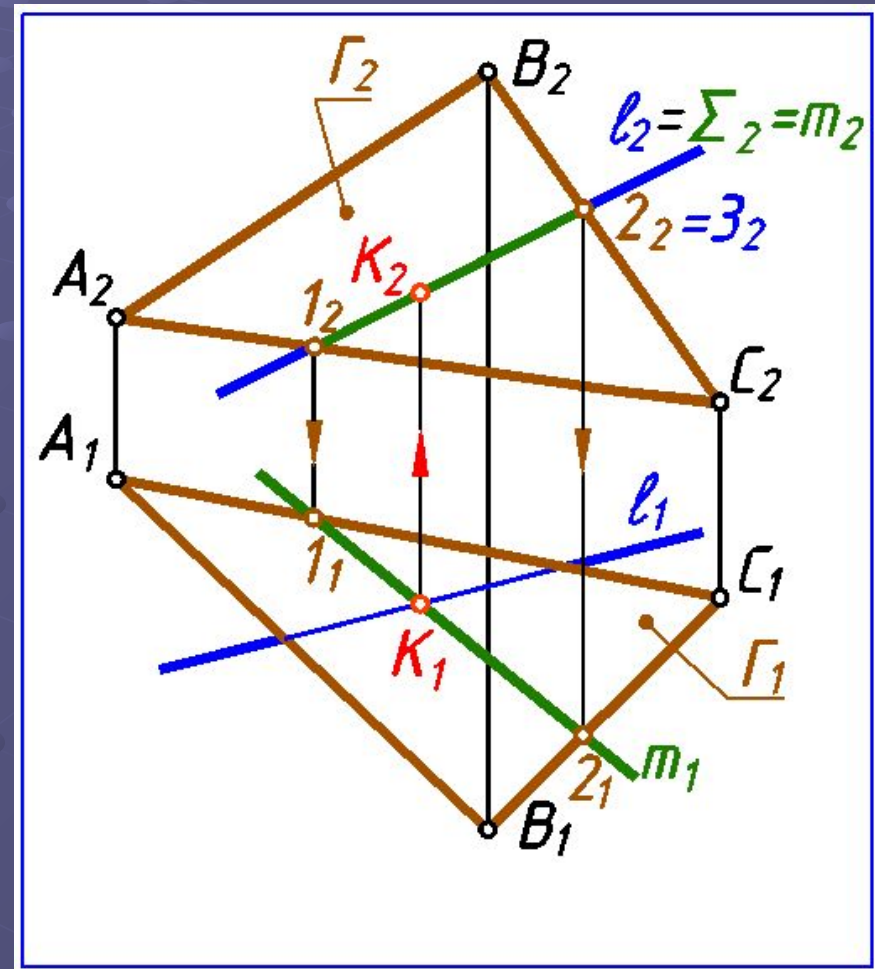
В точке пересечения **К** видимость
меняется на противоположную.

Видимость определяется **отдельно**
для каждой плоскости проекций.

Для определения видимости ℓ_2
прямой ℓ на Π_2 , выделяем
фронтально конкурирующие точки
2 и **3**.

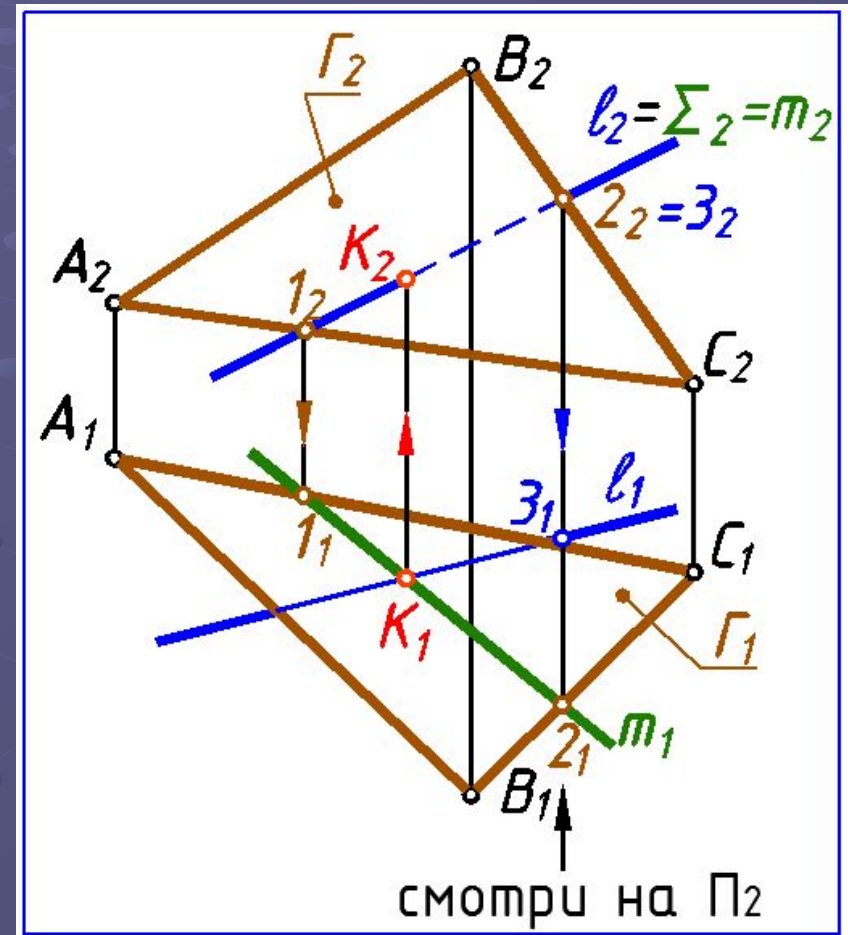
Точка **2** принадлежит плоскости Γ .

Точка **3** принадлежит прямой ℓ .



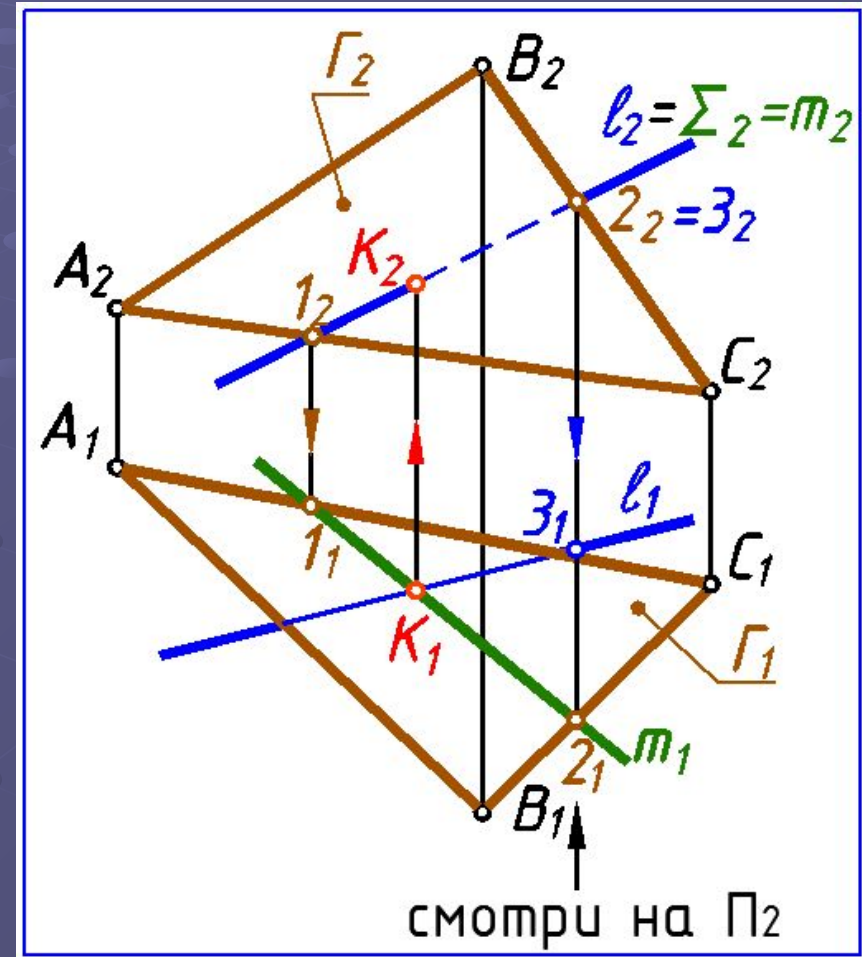
Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ на Π_2

По линии связи по принадлежности ℓ_1
находим горизонтальную
проекцию 3_1
конкурирующих точек **2** и **3**.



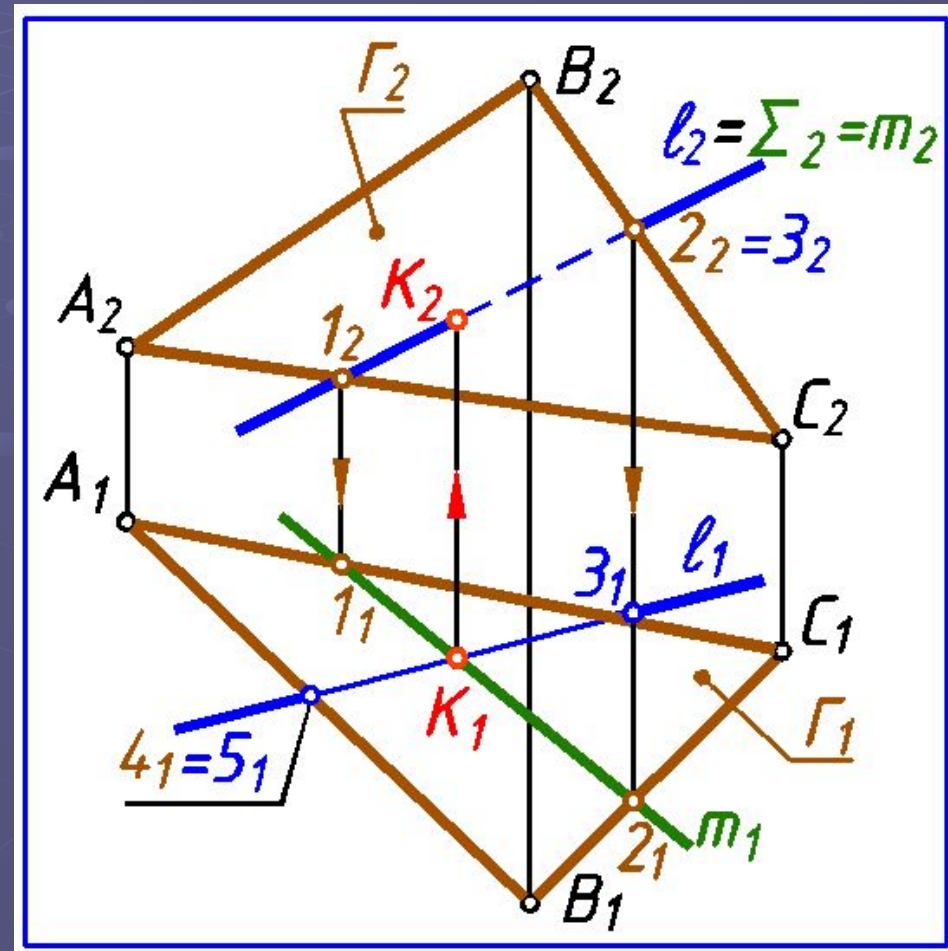
Определение **видимости** проекций прямой линии ℓ на Π_2

Точка **2**, принадлежащая $[BC]$ плоскости Γ , **ближе к наблюдателю**, чем точка **3** прямой ℓ . Следовательно, на Π_2 участок линии ℓ от точки **3** до точки пересечения **K** **невидимый** – вычерчиваем штриховой линией (штриховая – линия **невидимого контура**). После точки **K** линия ℓ видима – толстая (**основная**).



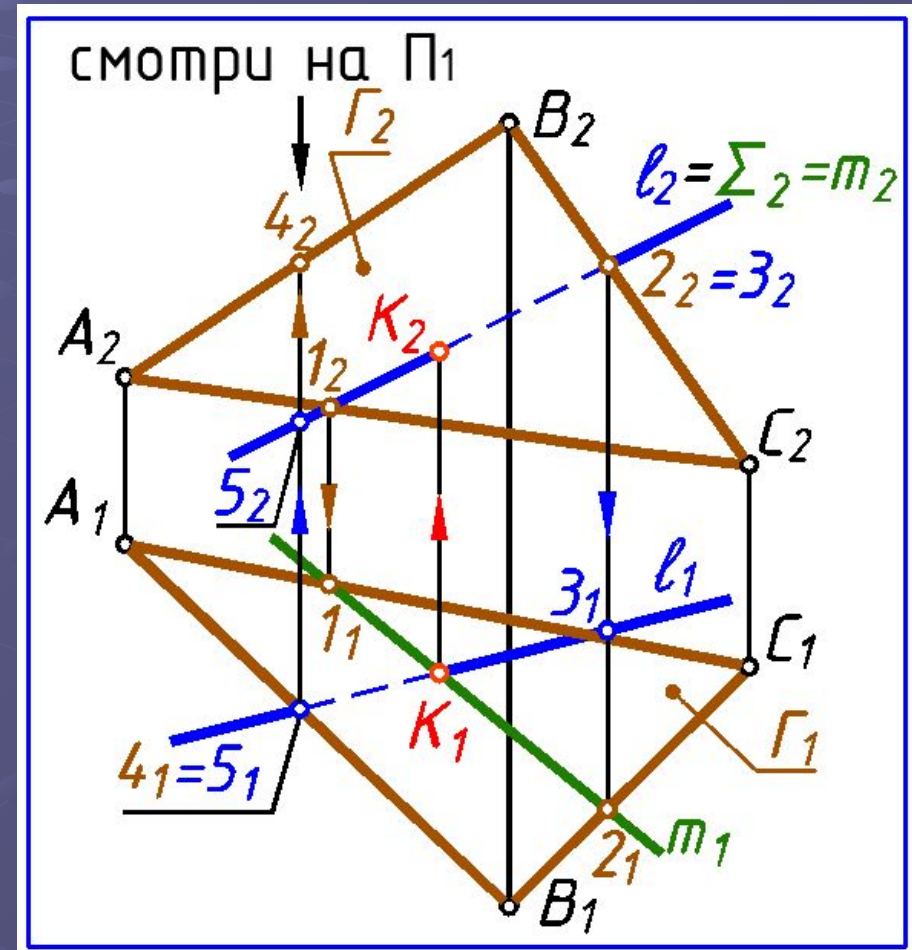
Определение **видимости** проекций прямой l на Π_1

Для определения
видимости горизонтальной
проекции (l_1) прямой l на
 Π_1 , **выделяем**
горизонтально
конкурирующие точки 4 и 5.
Точка **4** принадлежит
плоскости Γ .
Точка **5** принадлежит
прямой l .



Определение **видимости** проекций прямой линии l на Π_1

По **линии связи** по принадлежности l_2 находим фронтальную проекцию 5_2 . По принадлежности [АВ] находим фронтальную проекцию 4_2 горизонтально конкурирующих точек 5 и 4.



Определение **ВИДИМОСТИ** проекций прямой линии ℓ на Π_1

Точка **4**, принадлежащая
[**AB**] плоскости Γ , **ближе к**
наблюдателю (выше), чем
точка **5** прямой ℓ .

Следовательно, на Π_1
участок линии ℓ от точки **5**
до точки пересечения **К**
НЕВИДИМЫЙ – вычерчиваем
штриховой линией
(штриховая - линия
невидимого контура). После
точки **К** линия ℓ видима –
толстая (**основная**).

