МБОУ «Александровская средняя общеобразовательная школа»

ПРАВИЛЬНЕ МНОГОГРАННИКИ

Выполнили: ученики 10а класса Попова Полина, Андреев Янис, Прилепин Павел, Головин Денис Проверил: учитель математики Кашкарова Любовь Николаевна

Александровка 2013г.

Правильных многогранников вызывающе мало, но этот весьма скромный по численности отряд сумел пробраться в самые глубины различных наук.

Л.

Кэрролл

Цель:

Повторить понятие правильного многогранника, виды и их характерные свойства. Узнать историю их появления и значение в человеческих сферах деятельности.

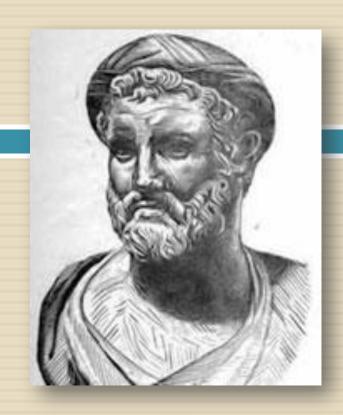
Содержание:

- 1. История многогранников
- 2. Многогранники в нашей жизни
 - а) в природе
 - б) в архитектуре
 - в) в искусстве
- 3. Понятие правильного многогранника
- 4.Виды правильных многогранников
- 5. Теорема Эйлера
- 6. Элементы симметрии

История многогранников...

Правильные многогранники известны с древнейших времён. Их орнаментные модели можно найти на резных каменных шарах, созданных в период позднего неолита, на костях, которыми люди играли на заре цивилизации. В значительной мере правильные многогранники были изучены древними греками. Теэтет дал математическое описание всем пяти правильным многогранникам и первое известное доказательство того, что их ровно пять.

Начиная с 7 века до нашей эры в Древней Греции создаются философские школы. Одной из школ была Пифагорейская, названная в честь своего основателя Пифагора. Отличительным знаком была пифагорейцев пентаграмма, на языке математики- это правильный невыпуклый или звездчатый пятиугольник. Пентаграмме присваивалось способность защищать человека от злых духов.





Пифагорейцы полагали, что материя состоит из четырех основных элементов: огня, земли, воздуха и воды. Существование пяти правильных многогранников они относили к строению материи Вселенной. Согласно этому

мнению, атомы основных элемен

иметь форму разли

Вселенная - додекаэд

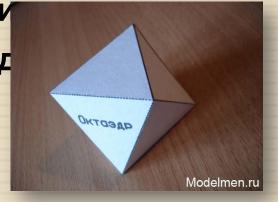
Земля - куб

Огонь - тетраэдр

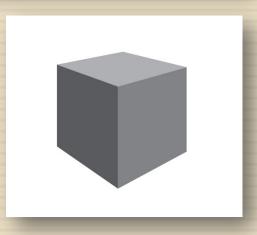
Вода - икосаэдр

Возд



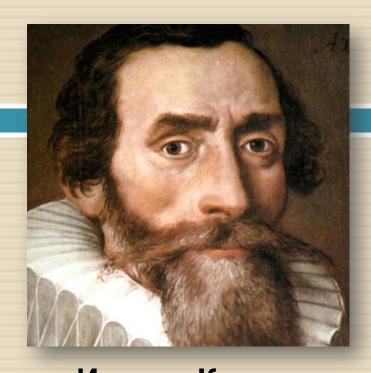






Modelmen.ru

В XVI веке немецкий астроном Иоганн пытался найти связь между Кеплер ПЯТЬЮ известными на тот момент планетами Солнечной системы правильными многогранниками. Кеплер изложил свою модель Солнечной системы. В ней пять правильных многогранников помещались один в другой и разделялись серией вписанных и описанных сфер. Каждая из шести сфер соответствовала одной из планет (Меркурию, Венере, Земле, Марсу, Юпите ру и Сатурну). Многогранники были расположены в следующем порядке : октаэдр, икосаэдр, додекаэдр, тетраэдр, куб. Результатом его поисков стало открытие двух законов орбитальной динамики — законов Кеплера, изменивших курс физики и астрономии, а также правильных звёздчатых многогранников.



Иоганн Кеплер (1571-1630гг.)



Многогранники в природе...

Почему пчелы «выбрали» для ячеек на сотах форму правильного шестиугольника?

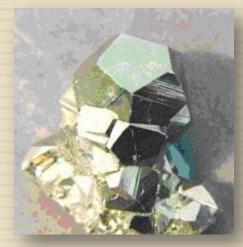
- Из правильных многоугольников с одинаковой площадью наименьший периметр у правильных шестиугольников.
- При такой «математической» работе пчёлы экономят 2% воска. Количество воска сэкономленного при постройке 54 ячеек, может быть использовано для постройки одной такой же ячейки. Стало быть, мудрые пчёлы экономят воск и время для постройки сот.
- Верхняя часть пчелиной ячейки представляет собой часть ромбододекаэдра, площадь поверхности которого меньше площади поверхности правильной шестиугольной призмы.

И как не согласиться с мнением пчелы из сказки «Тысяча и одна ночь»:

«Мой дом построен по законам самой строгой архитектуры. Сам Евклид мог бы поучиться, познавая геометрию

моих сот».

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры, поэтому они широко распространены в природе. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов. Мир кристаллов не менее красивый, разнообразный, зачастую не менее загадочный, чем мир живой



Сернистый колчедан



Поваренная

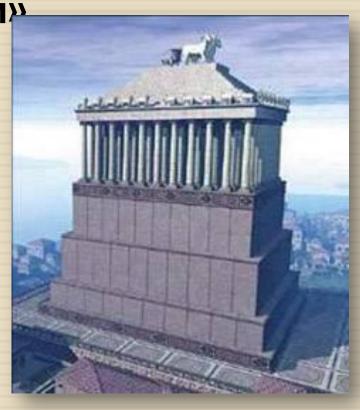


алмаз

Многогранники в архитектуре...

«Галикарнасский мавзолей»

Лучшие архитекторы построили мавзолей в виде почти квадратного здания, первый этаж которого был усыпальницей. Снаружи громадная погребальная камера, площадью 5000 кв. метров и высотой около 20 метров, была обложена отесанными и отполированными плитами белого мрамора. Во втором этаже, окруженном колоннадой, хранились жертвоприношения, крышей же мавзолея служила пирамида.



«Мечеть Кул-Шариф»

Одна из главных мусульманских мечетей республики Татарстан и Казани. Расположена на территории Казанского кремля. Архитектура этой мечети представляет собой различных сочетание многогранников.



Многогранники в искусстве...

Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией,

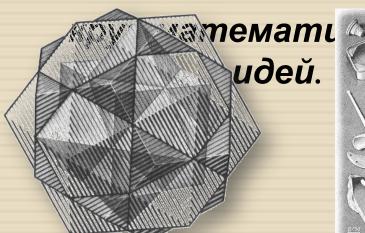
> Альбрехт Дюрер (1471-1528),

в известной гравюре «Меланхолия» на переднем плане

изобразил додекаэдр.



Голландский художник Мориц Корнилис Эшер (1898-1972) создал уникальные и очаровательные работы, в которых использованы или показаны широкий

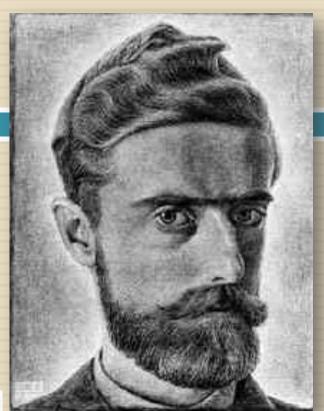


гравюра "Четыре

тела"



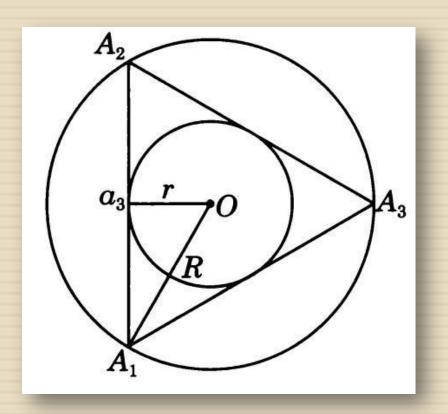
"Порядок и хаос"

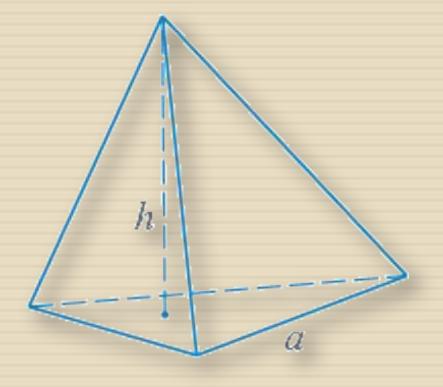


Понятие правильного многогранника...

Многогранник называется правильным, если все его грани – равные правильные многоугольники и в каждой его вершине сходится одно и то же число рёбер.

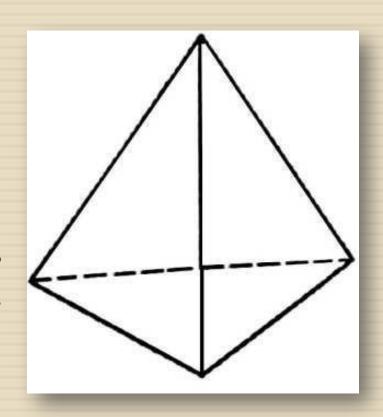
```
Обозначения: a — длина ребра; V — объем; S_{\text{бок}} — площадь боковой поверхности; S_{\text{полн}} — площадь полной поверхности; R — радиус описанной сферы; r — радиус вписанной сферы; r — высота.
```





Правильный тетраэдра (греч.) – четыре Эдрон (греч.) – грань (четырёхгранник)

правильного тетраэдра грани-правильные равносторонние треугольники; в каждой вершине сходится по три рёбра. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 180°. Тетраэдр представляет собой треугольную пирамиду, которой все ребра равны.



$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

$$S_{\text{польн}} = a^2 \sqrt{3}$$

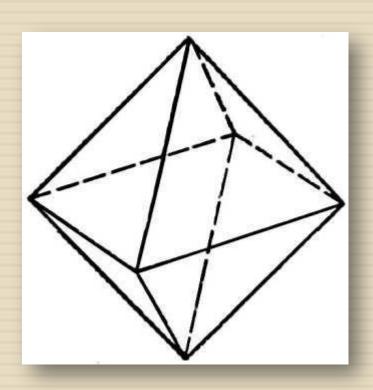
$$R = \frac{a\sqrt{6}}{4} = \frac{3}{4}h$$

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{12} = \frac{1}{4}h$$

$$h = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Правильный октаэдр (восьмигранник)

У октаэдра граниправильные равносторонние треугольники, в каждой его вершине сходится по четыре ребра. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 240⁰.



$$V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{3}$$

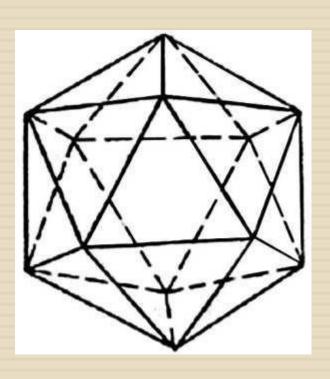
$$S_{\text{полн}} = 2a^2 \sqrt{3}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$r = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Правильный икосаэдр (двадцатигранник)

У икосаэдра грани - правильные треугольники, в каждой вершине сходится по пять ребер. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 300°.



$$V = \frac{5a^{3}(3+\sqrt{5})}{12}$$

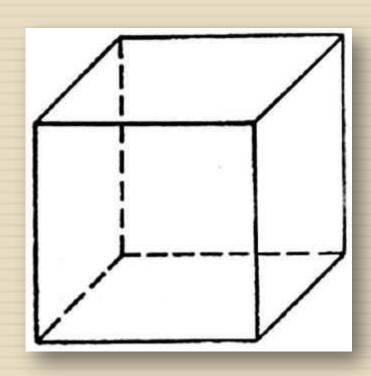
$$S_{\text{тютн}} = 5a^{2}\sqrt{3}$$

$$R = \frac{a\sqrt{2(5+\sqrt{5})}}{4}$$

$$r = \frac{a\sqrt{3}(3+\sqrt{5})}{12}$$

Куб (гексаэдр, шестигранник)

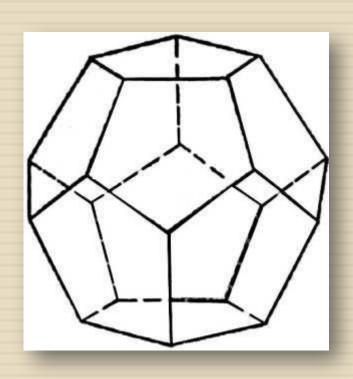
У куба все грани квадраты; в каждой вершине сходится по три ребра. Куб собой представляет прямоугольный параллелепипед с равными ребрами. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 270°.



$$V = a^3$$
 $S_{\text{тюль}} = 6a^2$
 $R = \frac{a\sqrt{3}}{2}$
 $r = \frac{a}{2}$
 $h = a$
 $d^2 = 3a^2$

Правильный додекаэдр (двенадцатигранник)

У додекаэдра грани - правильные пятиугольники. В каждой вершине сходится по три ребра. Сумма плоских углов при каждой вершине равна 324°.



$$V = \frac{a^3 \left(15 + 7\sqrt{5}\right)}{4}$$

$$S_{\text{полк}} = 3a^2 \sqrt{5\left(5 + 2\sqrt{5}\right)}$$

$$R = \frac{a\sqrt{3}\left(1 + \sqrt{5}\right)}{4}$$

$$r = \frac{a\sqrt{10\left(25 + 11\sqrt{5}\right)}}{20}$$

Формула Эйлера

Для любого выпуклого многогранника выполняется равенство f+e-k=2, где буквы e, k и f обозначают соответственно число его вершин, ребер и граней.

♦ правильный тетраэдр (n=3, m=3):

♦ правильный октаэдр (n=3, m=4)

♦ правильный икосаэдр (n=3, m=5)

♦ куб (n= 4, m=3)

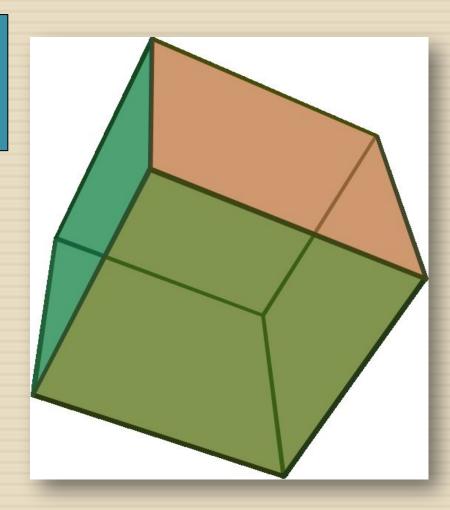
♦ правильный додекаэдр (n=5, m=3)

Элементы симметрии:

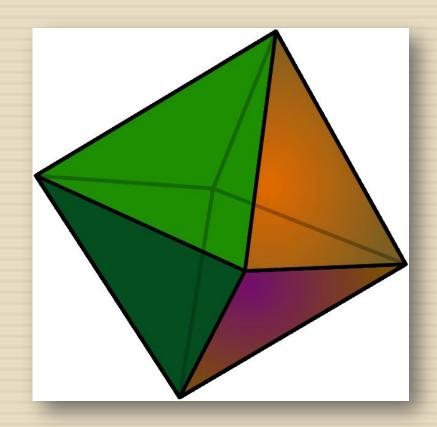
«Симметрия ... есть идея, с

помощью которой человек веками пытался объяснить и создать порядок, красоту и совершенство». Герман Вейль

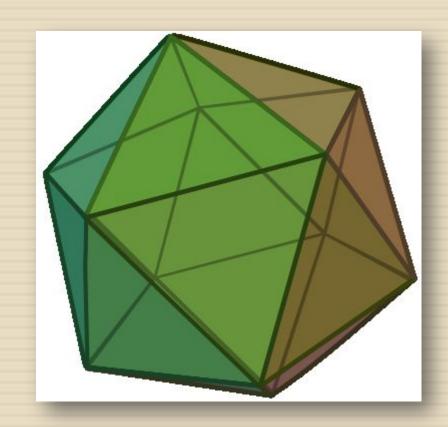
Куб имеет центр симметрии - центр куба, 9 осей симметрии и 9 плоскостей симметрии



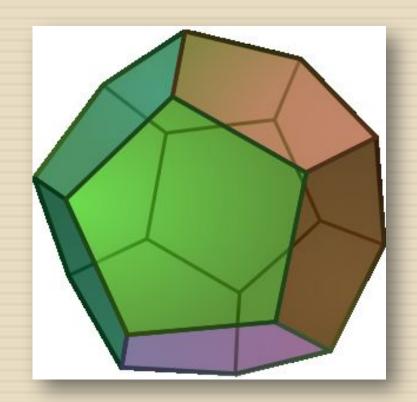
Октаэдр имеет центр симметрии - центр октаэдра, 9 осей симметрии и 9 плоскостей симметрии.



Икосаэдр имеет центр симметрии - центр икосаэдра, 15 осей симметрии и 15 плоскостей симметрии.



Додекаэдр имеет центр симметрии - центр додекаэдра, 15 осей симметрии и 15 плоскостей симметрии.



Литература:

- Геометрия 10-11 классы. Учебник для
 общеобразовательных учреждений. Базовые и профильные
 уровни. (Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузова, С.Б. Кадомцев, Л.С.
 Киселёва, Э.Г. Позняк)
- http://www.geometry2006.narod.ru/Lecture/Regula/RegPol.htm
- http://pptcloud.ru/prezentatsii/geometrija/Simmetrija-pravilnykh-mno gogrannikov/Simmetrija-pravilnykh-mnogogrannikov.html
- http://tvsh2004.narod.ru/gm04.html

Спасибо за внимание!