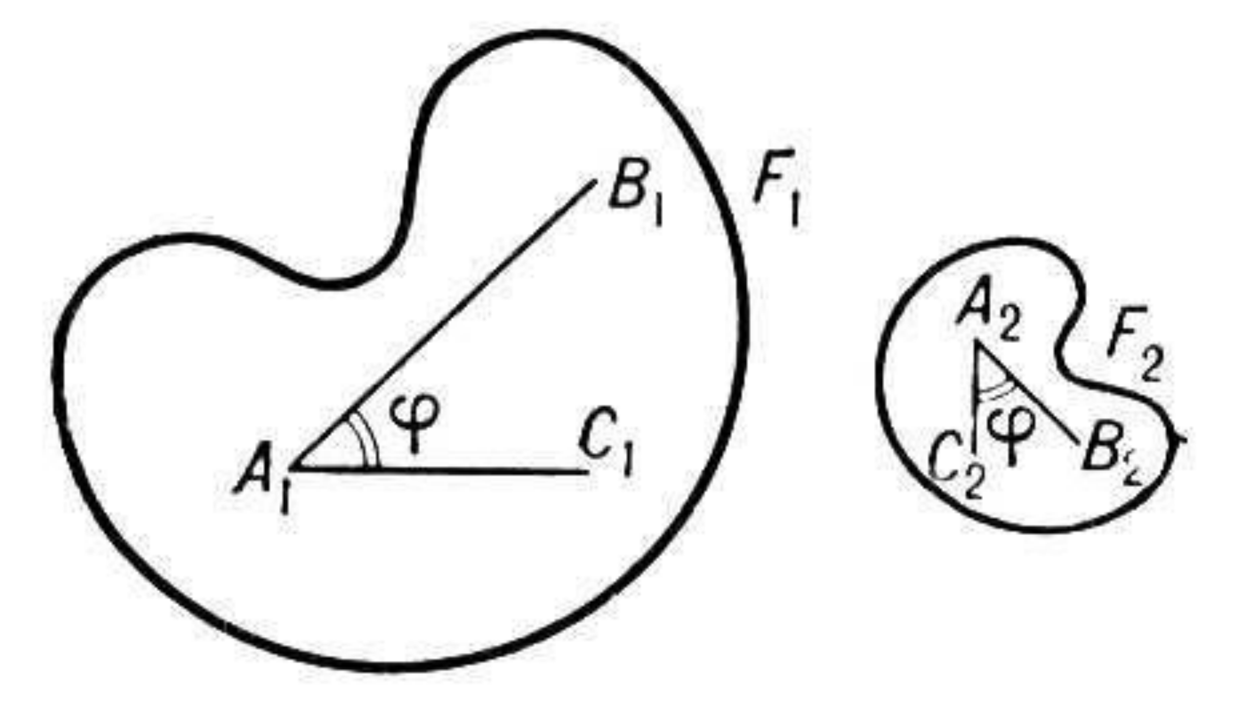
Преобразование пространства

Список группы:
Куличкова Анна
Ахмирова Кристина
Свирин Антон
Пронин Илья
Кожевникова Наташа
Овсепян Роза
Козлова Ника
Лосев Дмитрий

30.11.2012

Отображение плоскости на себя

- <u>Отображение плоскости на себя</u> -это сопоставление каждой точки плоскости какой-то другой точки этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой

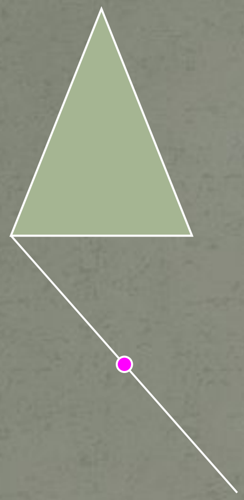


- Пусть каждой точке плоскости ставится в соответствие какая –то точка этой плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке. В таком случае говорят, что дано **отображение плоскости на себя.**

Движение пространства

- Одним из видов отображения плоскости на себя является ***движение-***
- Под движением пространства понимается отображение пространства на себя, при котором любые две точки и переходят (отображаются) в какие-то точки и так, что . Иными словами, **движение пространства** --- это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояния между точками

Понятие движения



- Отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние, называют – движением.

Свойства движения пространства

- Свойство 1 (сохранение прямолинейности).

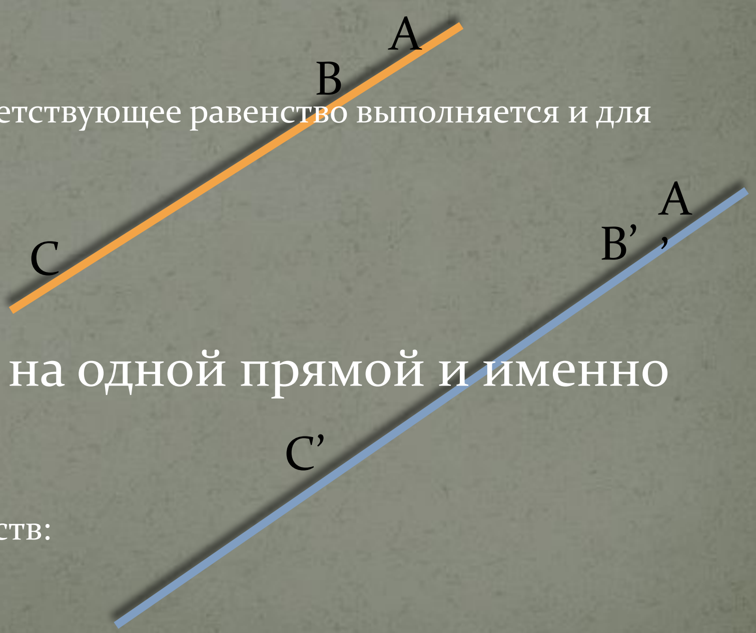
При движении три точки, лежащие на прямой, переходят в три точки, лежащие на другой прямой, причем точка, лежащая между двумя другими, переходит в точку, лежащую между образами двух других точек (сохраняется порядок их взаимного расположения).

Доказательство. Из планиметрии известно, что три точки А, В, С лежат на прямой тогда и только тогда, когда одна из них, например точка В, лежит между двумя другими - точками А и С, т.е. когда выполняется равенство

$$|AB| + |BC| = |AC|.$$

При движении расстояния сохраняются, а значит, соответствующее равенство выполняется и для точек А', В', С':

$$|A'B'| + |B'C'| = |A'C'|.$$



Таким образом, точки А', В', С' лежат на одной прямой и именно точка В' лежит между А' и С'.

Из данного свойства следуют также еще несколько свойств:

- Свойство 2. Образом отрезка при движении является отрезок.
- Свойство 3. Образом прямой при движении является прямая, а образом луча - луч.
- Свойство 4. При движении образом треугольника является равный ему треугольник, образом плоскости - плоскость, причем параллельные плоскости отображаются на параллельные плоскости, образом полуплоскости - полуплоскость.
- Свойство 5. При движении образом тетраэдра является тетраэдр, образом пространства - все пространство, образом полупространства - полупространство.
- Свойство 6. При движении углы сохраняются, т.е. всякий угол отображается на угол того же вида и той же величины. Аналогичное верно и для двугранных углов.

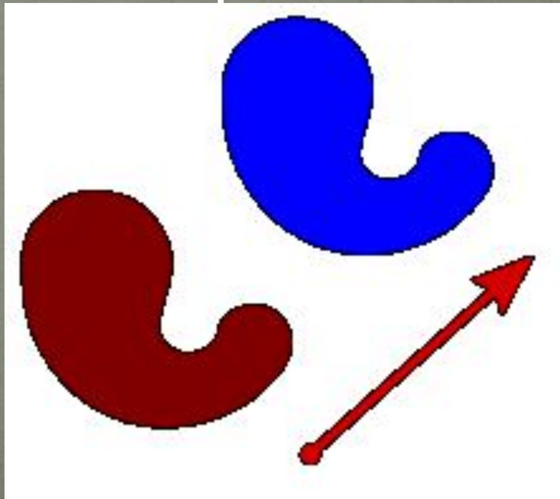
Виды движения

- Центральная симметрия
- Осевая симметрия
- Зеркальная симметрия
- Параллельный перенос

Параллельный перенос- (разные формулировки определения)

(трансляция) — частный случай движения, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние..

Параллельным переносом называется такое движение, при котором все точки плоскости перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние

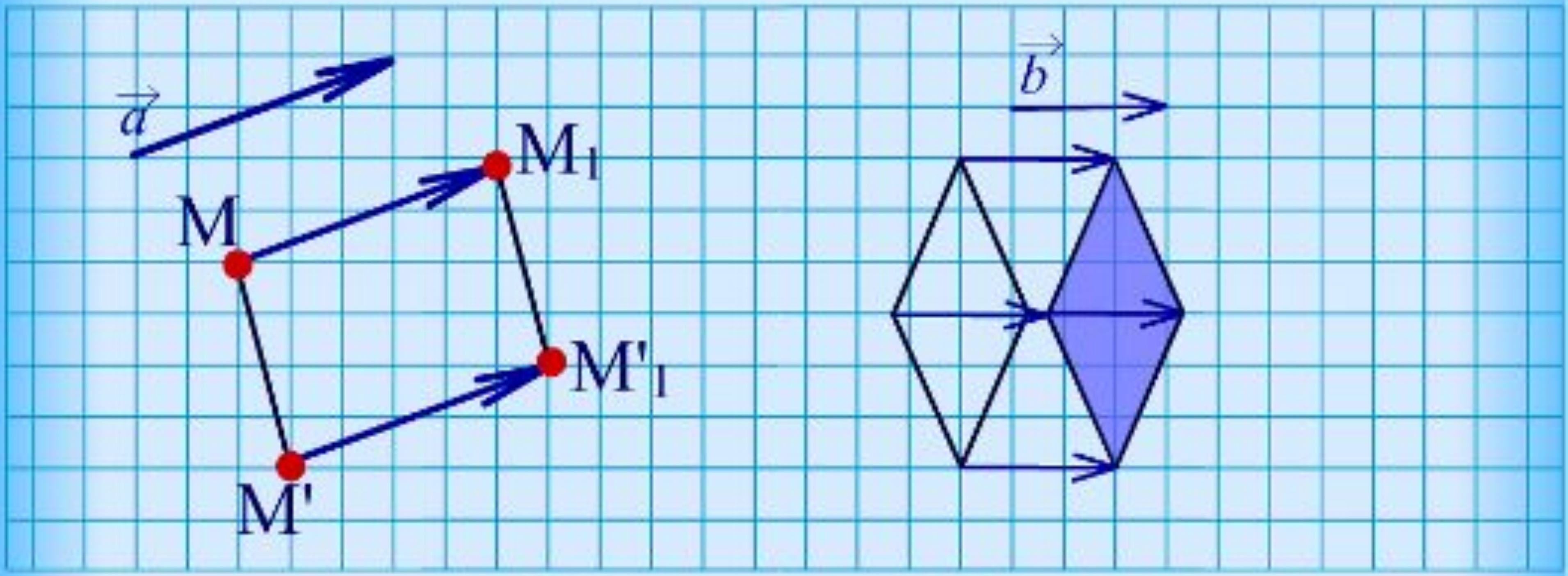


Параллельный перенос.

Пусть $\vec{a}$ - данный вектор.

Параллельным переносом на вектор $\vec{a}$ называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1, что вектор $\overrightarrow{MM_1}$ равен вектору $\vec{a}$.

Параллельный перенос является ***движением***, то есть отображением плоскости на себя, сохраняющим расстояния.



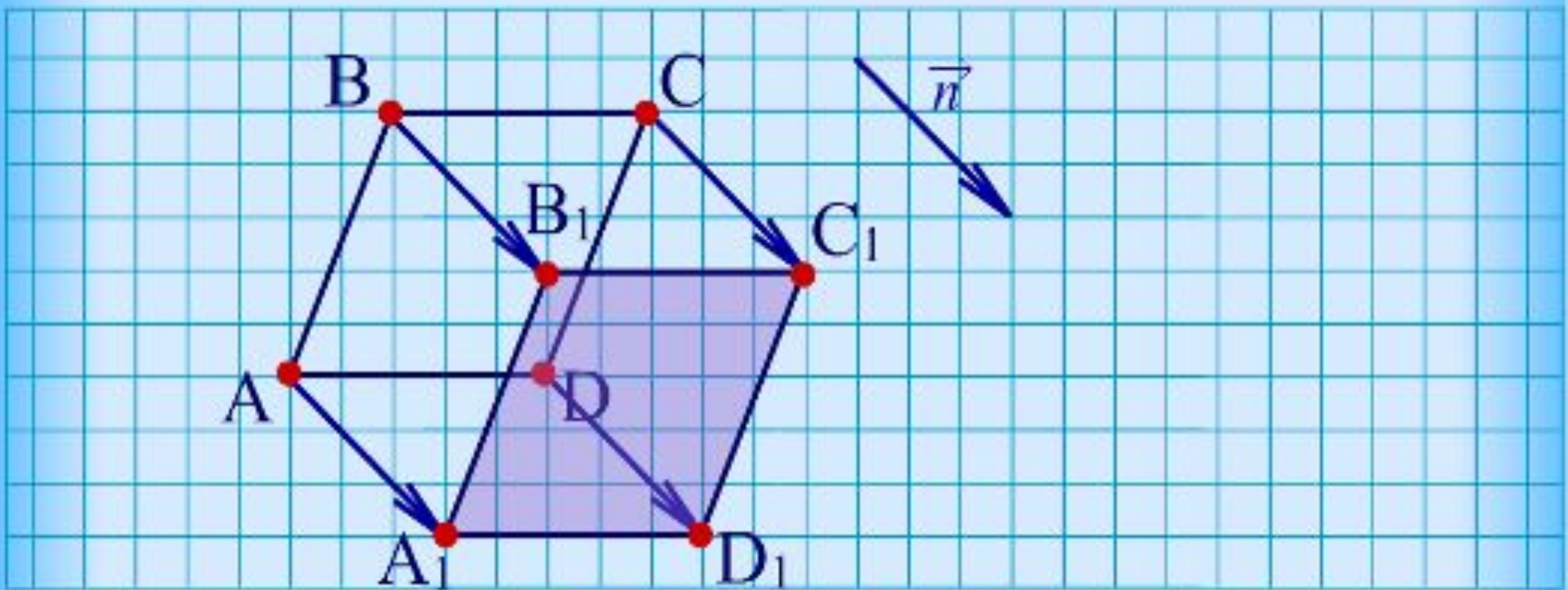
Построим вместе >>>

Параллельный перенос.

Выполним параллельный перенос параллелограмма $ABCD$ на вектор $\vec{n}$.

Для этого:

- отложим вектор $\vec{n}$ от точкек A, B, C и D;
- выполним перенос параллелограмма $ABCD$;
- $A_1B_1C_1D_1$ - искомый.

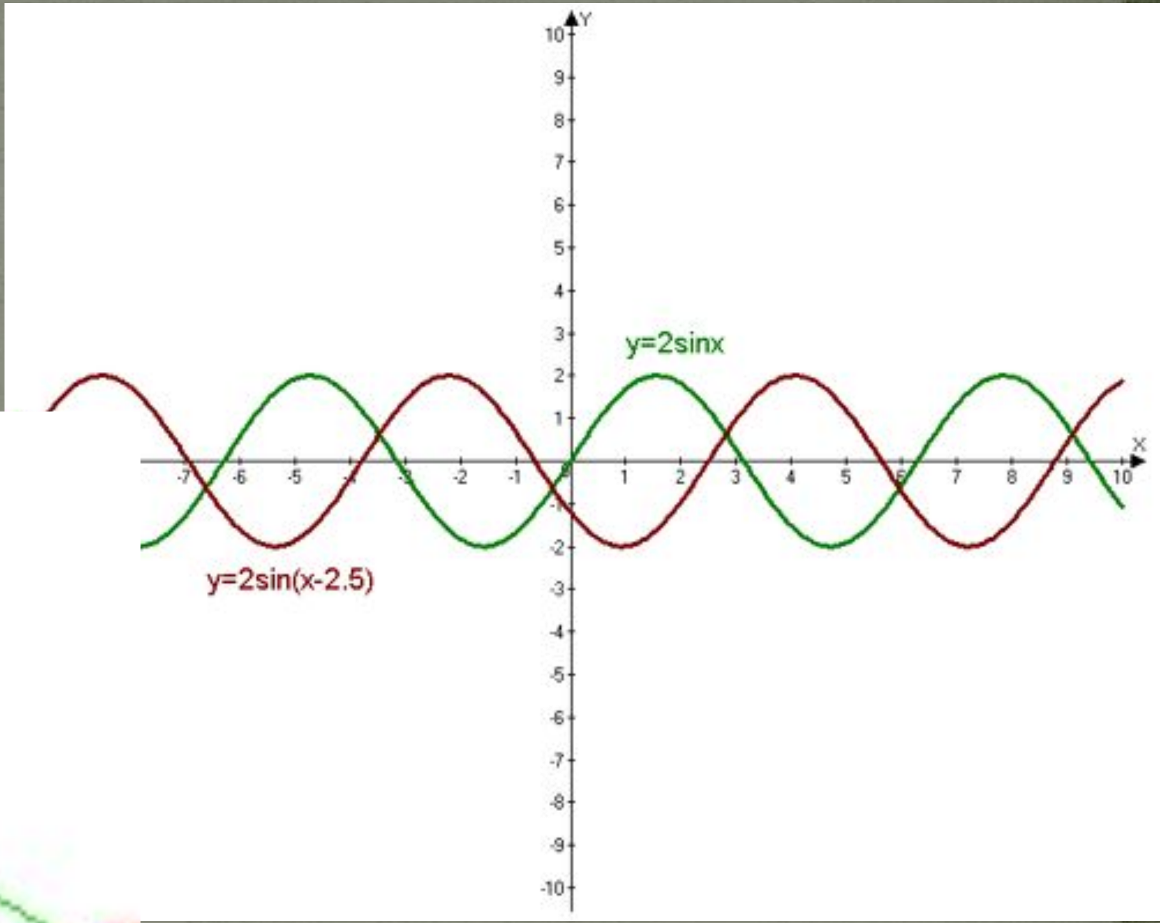


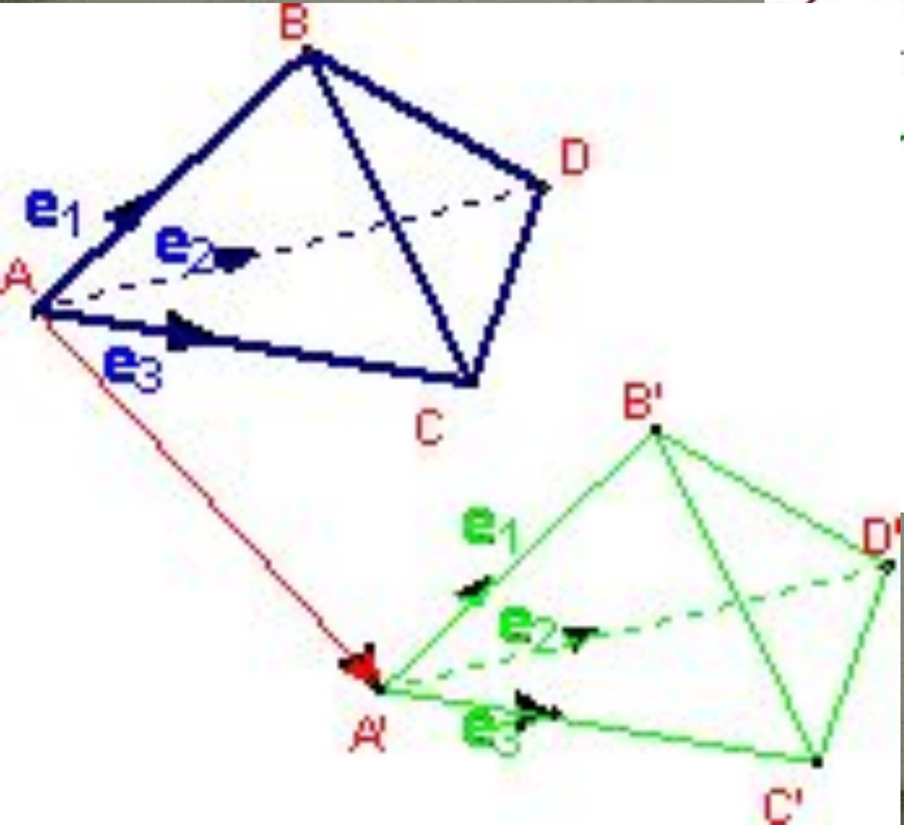
Попробуй сам >>>

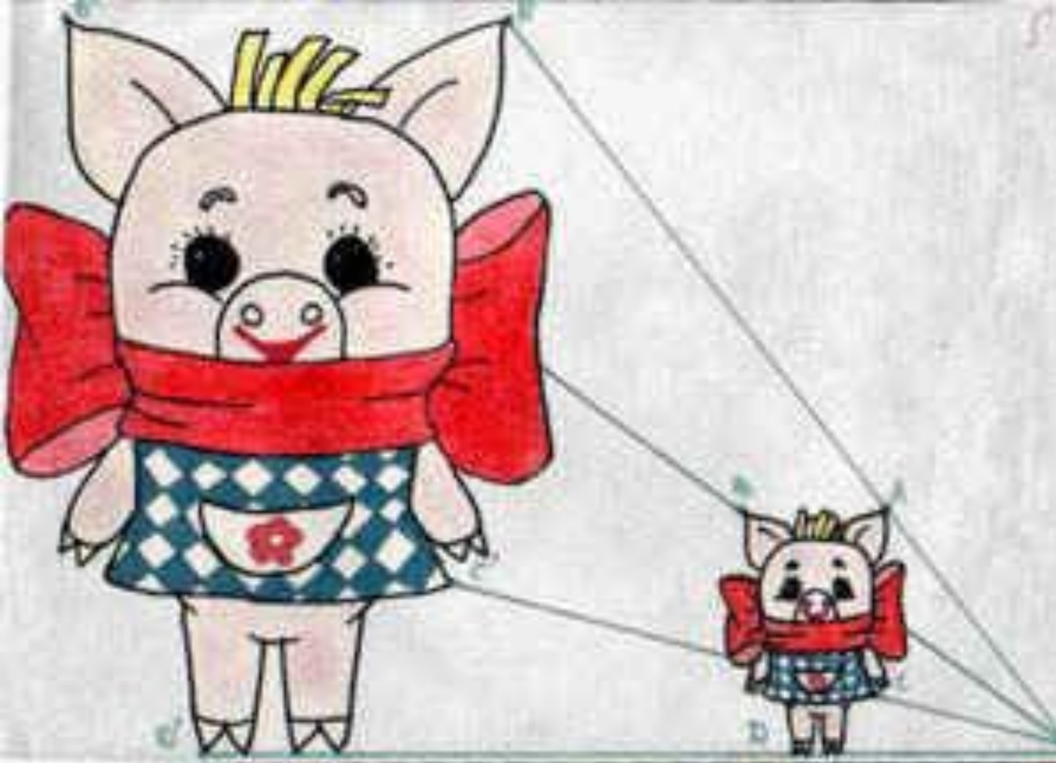
Свойства

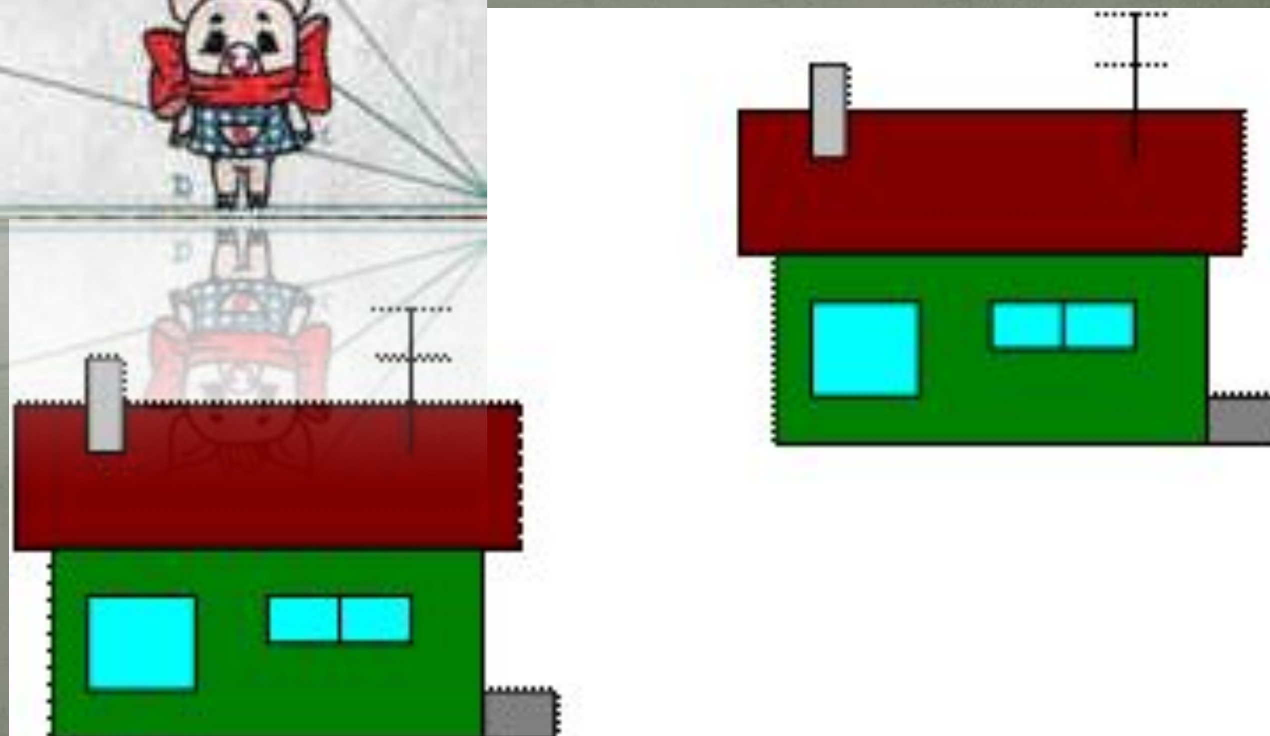
- Две различные точки и их образы, полученные параллельным переносом, являются вершинами параллелограмма, в котором отрезок, соединяющий две начальные точки образует одну сторону, а отрезок, соединяющий два их образа — противоположную ей сторону.
- У параллельного переноса нет неподвижных точек, но имеются инвариантные прямые.
- Совокупность всех параллельных переносов образует группу, которая в евклидовом пространстве является нормальной подгруппой группы движений, а в аффинном — нормальной подгруппой группы аффинных преобразований

Примеры параллельного переноса









Дополнительная информация

Ну и в завершении пару слов об истории развитие понятия параллельного переноса. Понятие параллельного переноса началось с обычного параллелизма на евклидовой плоскости, для которой **Фердинанд Миндинг** в 1837 г. указал возможность обобщить её на случай поверхности в R 3 с помощью введенного им понятия развертывания кривой γ ∈ S на плоскость R 2 . Это указание Миндинга послужило отправным пунктом для ***Туллио Леви-Чивиты*** , который, оформляя аналитически параллельный перенос касательного вектора на поверхности, обнаружил зависимость его только от метрики поверхности и на этой основе обобщил его сразу на случай n-мерного риманова пространства. Дальнейшие обобщения этого понятия связаны с развитием общей теории связностей.

Спасибо за внимание!!!!!!