

Преобразование пространства

Список группы:

Куличкова Анна

Ахмирова Кристина

Свирин Антон

Пронин Илья

Кожевникова Наташа

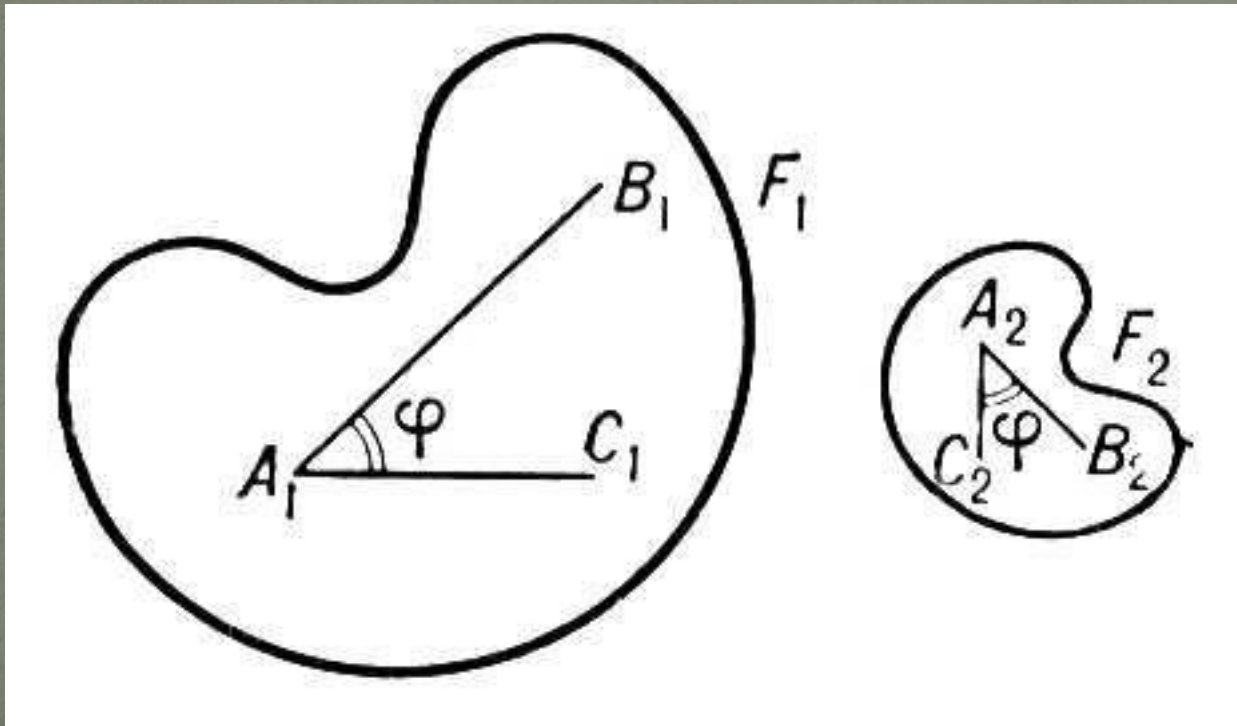
Овсепян Роза

Козлова Ника

Лосев Дмитрий

Отображение плоскости на себя

- Отображение плоскости на себя - это сопоставление каждой точки плоскости какой-то другой точки этой же плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой



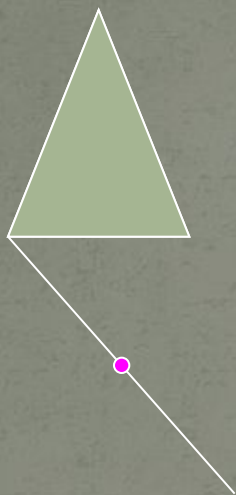
- ▶ Пусть каждой точке плоскости ставится в соответствие какая-то точка этой плоскости, причем любая точка плоскости оказывается сопоставленной некоторой точке. В таком случае говорят, что дано **отображение плоскости на себя**.



Движение пространства

- Одним из видов отображения плоскости на себя является движение-
- Под движением пространства понимается отображение пространства на себя, при котором любые две точки и переходят (отображаются) в какие-то точки и так, что . Иными словами, **движение пространства** --- это отображение пространства на себя, сохраняющее расстояния между точками

Понятие движения



- Отображение плоскости на себя, сохраняющее расстояние, называют — движением.

Свойства движения

пространства

- Свойство 1 (сохранение прямолинейности).

При движении три точки, лежащие на прямой, переходят в три точки, лежащие на другой прямой, причем точка, лежащая между двумя другими, переходит в точку, лежащую между образами двух других точек (сохраняется порядок их взаимного расположения).

Доказательство. Из планиметрии известно, что три точки A, B, C лежат на прямой тогда и только тогда, когда одна из них, например точка B , лежит между двумя другими - точками A и C , т.е. когда выполняется равенство

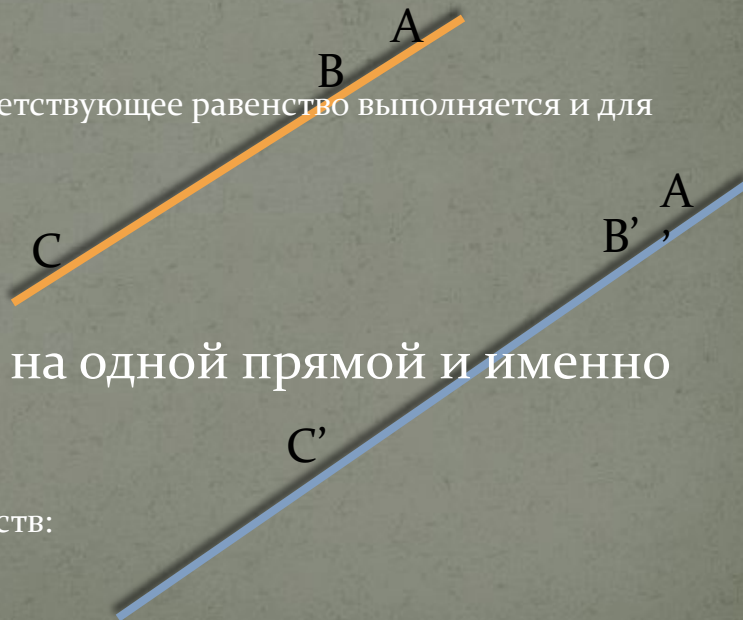
$$|AB| + |BC| = |AC|.$$

При движении расстояния сохраняются, а значит, соответствующее равенство выполняется и для точек A', B', C' :

$$|A'B'| + |B'C'| = |A'C'|.$$

Таким образом, точки A', B', C' лежат на одной прямой и именно точка B' лежит между A' и C' .

Из данного свойства следуют также еще несколько свойств:



- Свойство 2. образом отрезка при движении является отрезок.
- Свойство 3. образом прямой при движении является прямая, а образом луча - луч.
- Свойство 4. При движении образом треугольника является равный ему треугольник, образом плоскости - плоскость, причем параллельные плоскости отображаются на параллельные плоскости, образом полуплоскости - полуплоскость.
- Свойство 5. При движении образом тетраэдра является тетраэдр, образом пространства - все пространство, образом полупространства - полупространство.
- Свойство 6. При движении углы сохраняются, т.е. всякий угол отображается на угол того же вида и той же величины. Аналогичное верно и для двугранных углов.

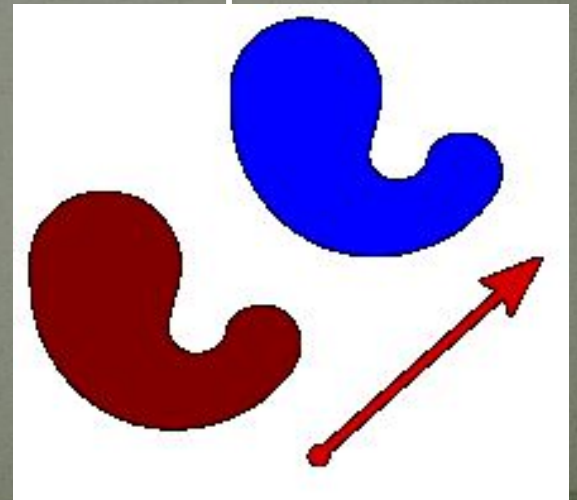
Виды движения

- Центральная симметрия
- Осевая симметрия
- Зеркальная симметрия
- Параллельный перенос

Параллельный перенос- (разные формулировки определения)

(трансляция) — частный случай движения, при котором все точки пространства перемещаются в одном и том же направлении на одно и то же расстояние..

Параллельным переносом называется такое движение, при котором все точки плоскости перемещаются в одном и том же направлении на одинаковое расстояние



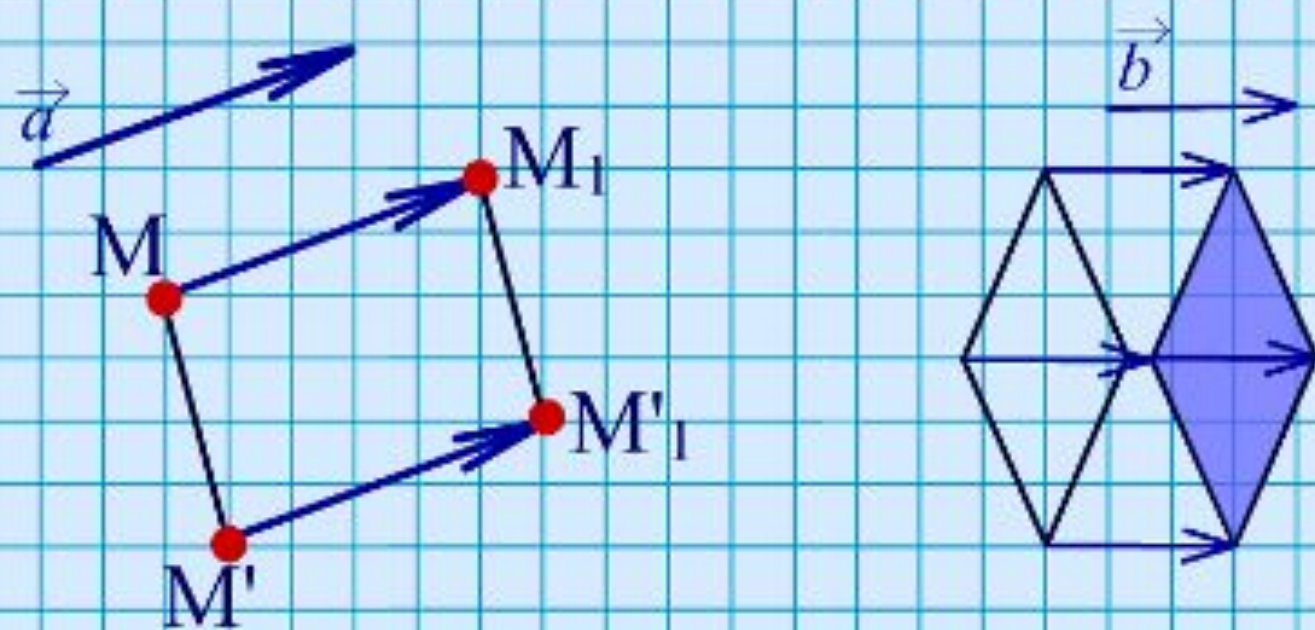
Параллельный перенос.



Пусть \vec{a} - данный вектор.

Параллельным переносом на вектор \vec{a} называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1 , что вектор $\overrightarrow{MM_1}$ равен вектору \vec{a} .

Параллельный перенос является *движением*, то есть отображением плоскости на себя, сохраняющим расстояния.



Построим вместе >>>

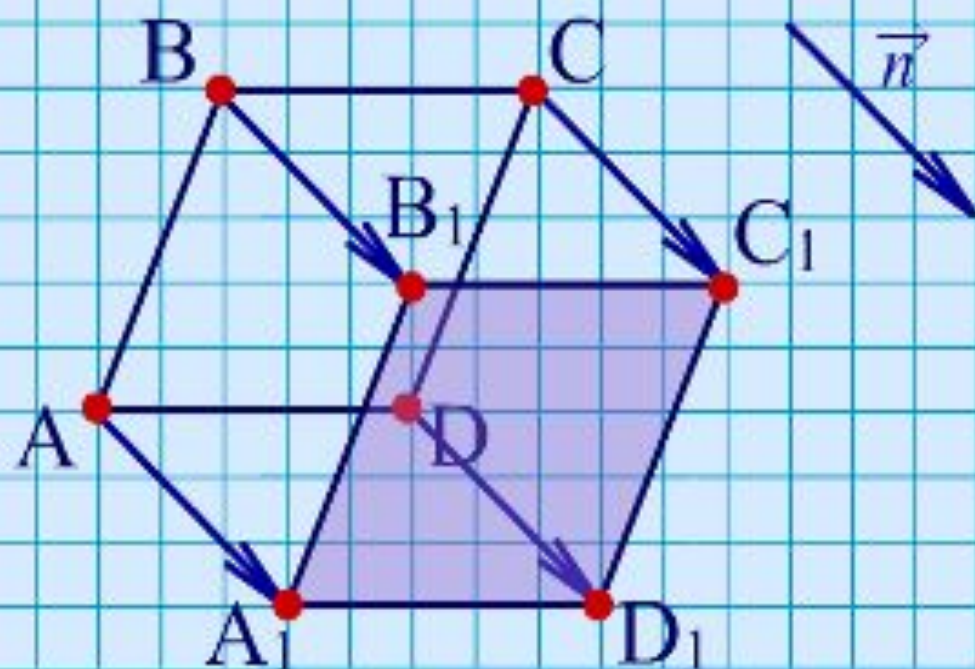
Параллельный перенос.



Выполним параллельный перенос параллелограмма $ABCD$ на вектор \vec{n} .

Для этого:

- отложим вектор \vec{n} от точек A , B , C и D ;
- выполним перенос параллелограмма $ABCD$;
- $A_1B_1C_1D_1$ - искомый.

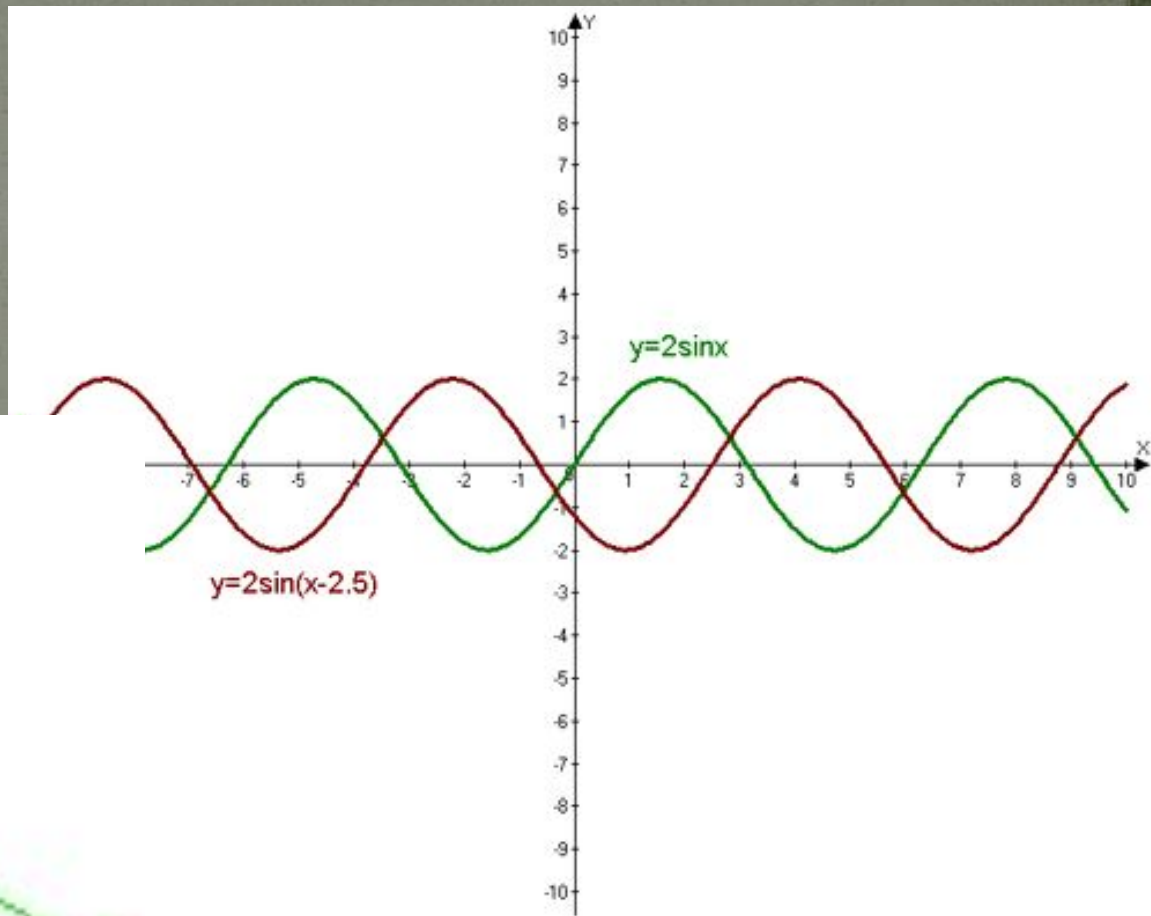
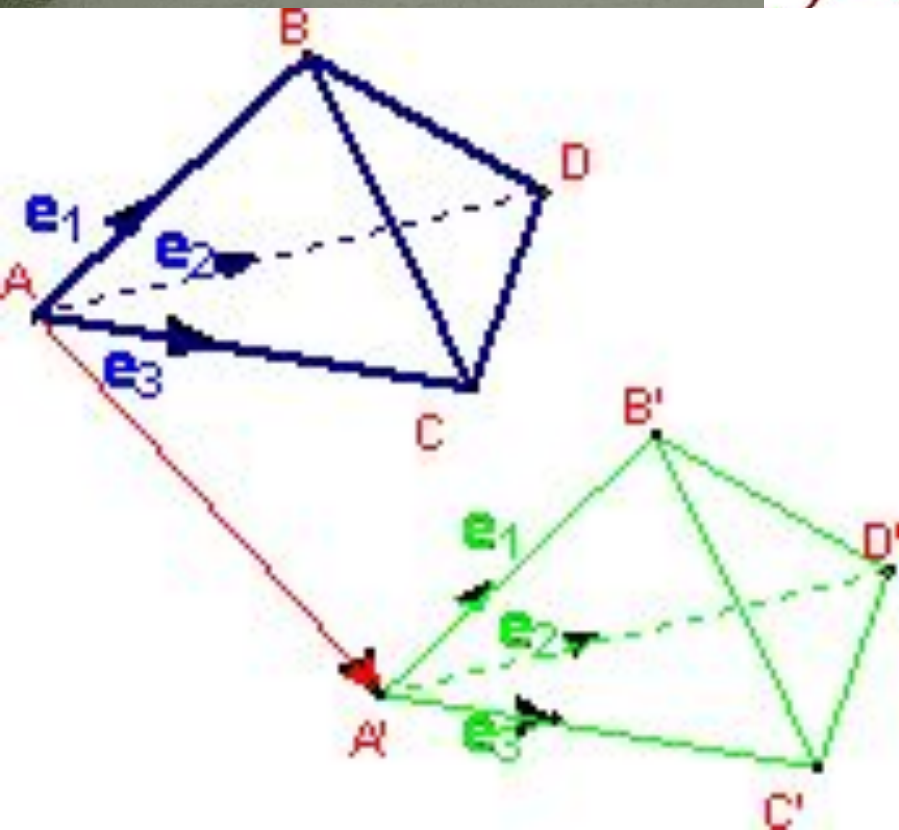


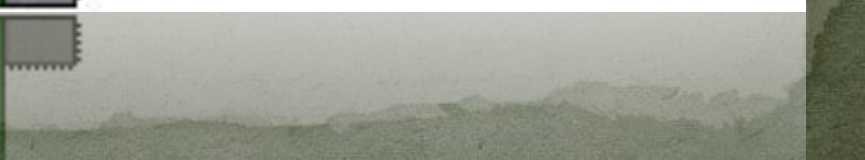
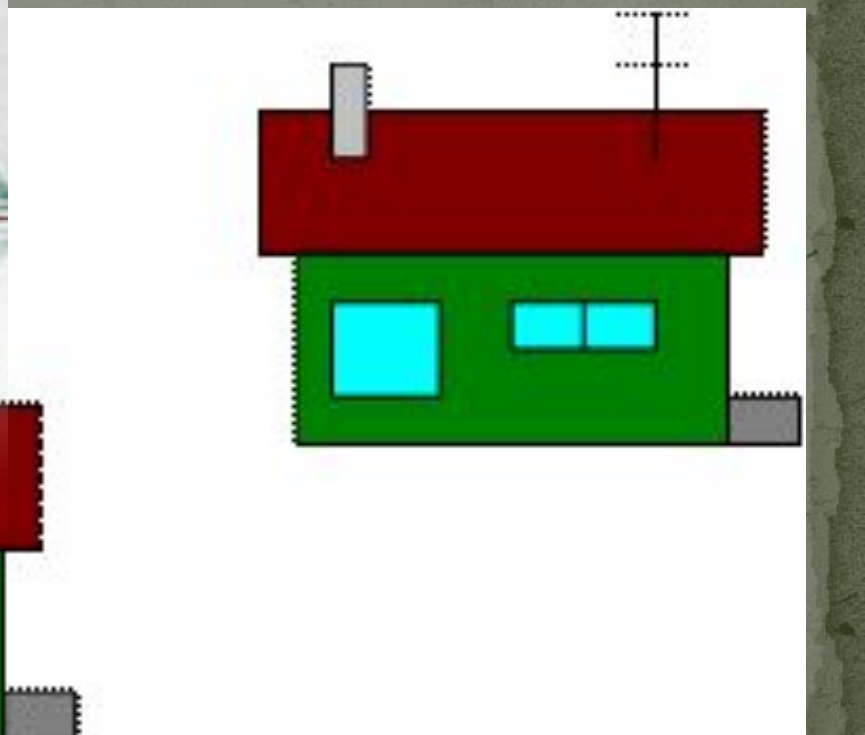
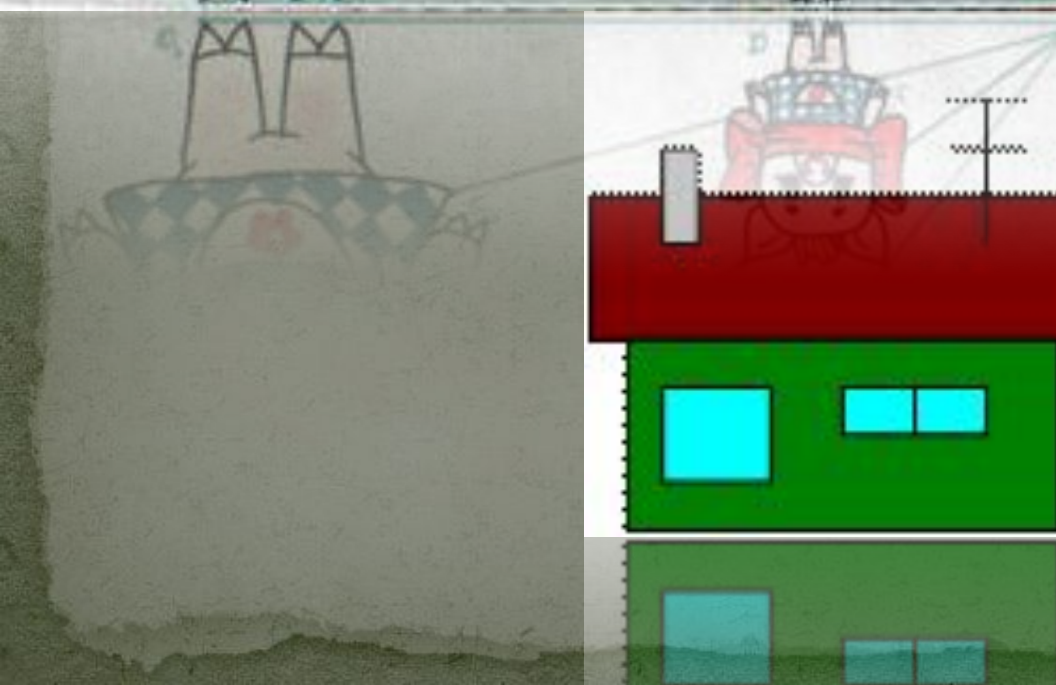
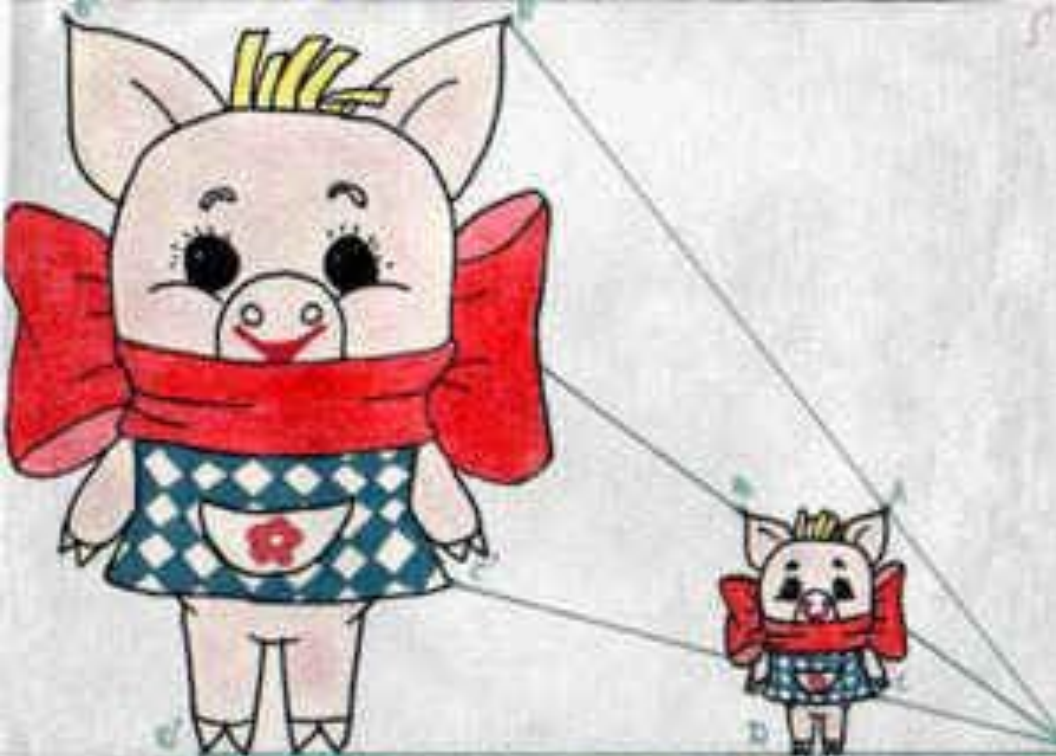
Попробуй сам >>>

Свойства

- Две различные точки и их образы, полученные параллельным переносом, являются вершинами параллелограмма, в котором отрезок, соединяющий две начальные точки образует одну сторону, а отрезок, соединяющий два их образа — противоположную ей сторону.
- У параллельного переноса нет неподвижных точек, но имеются инвариантные прямые.
- Совокупность всех параллельных переносов образует группу, которая в евклидовом пространстве является нормальной подгруппой группы движений, а в аффинном — нормальной подгруппой группы аффинных преобразований

Примеры параллельного переноса





Дополнительная информация

Ну и в завершении пару слов об истории развитие понятия параллельного переноса. Понятие параллельного переноса началось с обычного параллелизма на евклидовой плоскости, для которой Фердинанд Миндинг в 1837 г. указал возможность обобщить её на случай поверхности в \mathbb{R}^3 с помощью введенного им понятия развертывания кривой $\gamma \in S$ на плоскость \mathbb{R}^2 . Это указание Миндинга послужило отправным пунктом для *Туллио Леви-Чивиты*, который, оформляя аналитически параллельный перенос касательного вектора на поверхности, обнаружил зависимость его только от метрики поверхности и на этой основе обобщил его сразу на случай n -мерного риманова пространства. Дальнейшие обобщения этого понятия связаны с развитием общей теории связностей.

Спасибо за внимание!!!!!!!

