

Презентация на тему : «Теорема Котельникова»



ВЫПОЛНИЛ :
СТУДЕНТ КС 1-13
ШАБАЛОВ ВЛАДИМИР

Теорема отсчетов



- В 1933 году В.А. Котельниковым доказана теорема отсчетов, имеющая важное значение в теории связи: непрерывный сигнал $s(t)$ с ограниченным спектром можно точно восстановить (интерполировать) по его отсчетам взятым через интервалы $\frac{1}{2F}$, где F – верхняя частота спектра сигнала.

Ряд Котельникова



- В соответствии с этой теоремой сигнал $s(t)$ можно представить рядом Котельникова

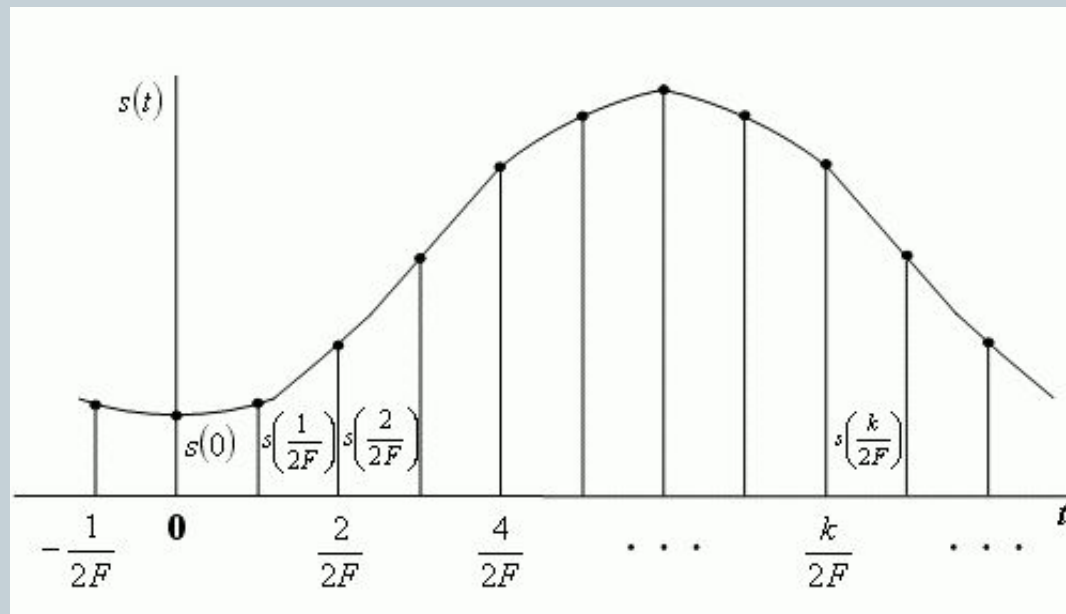
$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{k}{2F}\right) \frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}$$

Сигнал



- Таким образом, сигнал $s(t)$, можно абсолютно точно представить с помощью последовательности отсчетов $s\left(\frac{k}{2F}\right)$, заданных в дискретных точках $\frac{k}{2F}$

Сигнал и его отсчеты



Функции



- Функции образуют ортогональный базис в пространстве сигналов, характеризующихся ограниченным спектром.

$$\psi(t) = \frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}, \text{ если } \Phi(f) = 0 \text{ (при } |f| > F)$$

Диапазон частот

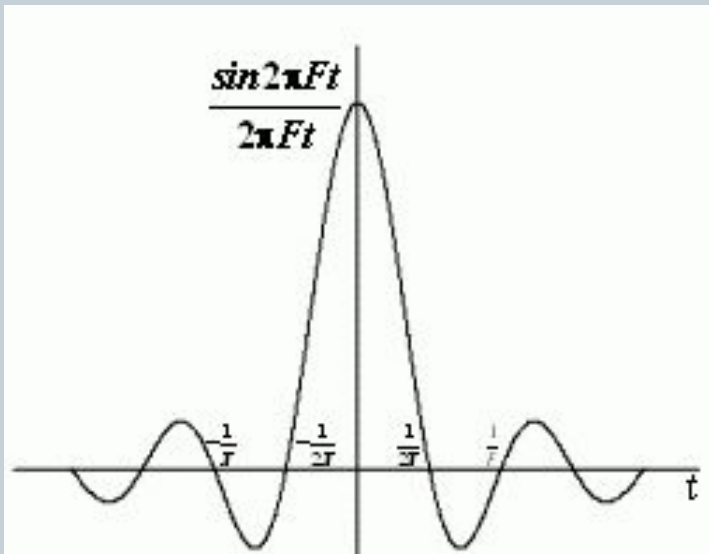


- Обычно для реальных сигналов можно указать диапазон частот, в пределах которого сосредоточена основная часть его энергии и которым определяется ширина спектра сигнала. В ряде случаев спектр сознательно сокращают. Это обусловлено тем, что аппаратура и линия связи должны иметь минимальную полосу частот. Сокращение спектра выполняют, исходя из допустимых искажений сигнала. Например, при телефонной связи хорошая разборчивость речи и узнаваемость абонента обеспечиваются при передаче сигналов в полосе частот $\Delta F = 0,3 \dots 3,4$ [кГц]

Функция отсчетов

- Функция вида называется функцией отсчетов

$$\frac{\sin 2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}{2\pi F \left[t - \frac{k}{2F} \right]}$$



- Она характеризуется следующими свойствами. Если $k=0$, функция отсчетов имеет максимальное значение при $t=0$, а в моменты времени $t = \frac{i}{2F}$ ($i=1,2,\dots$) она обращается в нуль; ширина главного лепестка функции отсчетов на нулевом уровне равна $\frac{1}{F}$, поэтому минимальная длительность импульса, который может существовать на выходной линии системы с полосой пропускания, равна; функции отсчетов ортогональны на бесконечном интервале времени.

Способ дискретной передачи



- На основании теоремы Котельникова может быть предложен следующий способ дискретной передачи непрерывных сигналов:
- Для передачи непрерывного сигнала $s(t)$ по каналу связи с полосой пропускания определим мгновенные значения сигнала $s(t)$ в дискретные моменты времени $t_k = \frac{1}{2F}$ ($k=0,1,2,\dots$). После этого передадим эти значения по каналу связи каким-либо из возможных способов и восстановим на приемной стороне переданные отсчеты. Для преобразования потока импульсных отсчетов в непрерывную функцию пропустим их через идеальный ФНЧ с граничной частотой F .

Энергия сигнала



- Можно показать, что энергия сигнала находится по формуле :

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=-\infty}^{\infty} s^2\left(\frac{k}{2F}\right)$$

Выражение 1 :

- Для сигнала, ограниченного во времени, выражение (1) преобразуется к виду:

$$E = \int_1^{2FT} s^2(t) dt = \frac{1}{2F} \sum_{k=1}^{2FT} s^2\left(\frac{k}{2F}\right)$$

Выражение 2:

- Выражение (2) широко применяется в теории помехоустойчивого приема сигналов, но является приближенным, т.к. сигналы не могут быть одновременно ограничены по частоте и времени.

Спасибо за внимание!