Презентация
на тему : «Теорема Котельникова»

ВЫПОЛНИЛ :
СТУДЕНТ КС 1-13
ШАБАЛОВ ВЛАДИМИР

Теорема отсчетов

- В 1933 году В.А. Котельниковым доказана теорема отсчетов, имеющая важное значение в теории связи: непрерывный сигнал $s(t)$ с ограниченным спектром можно точно восстановить (интерполировать) по его отсчетам $(k\Delta t)$ взятым через интервалы $\Delta t = \frac{1}{(2F)}$, где F– верхняя частота спектра сигнала.

Ряд Котельникова

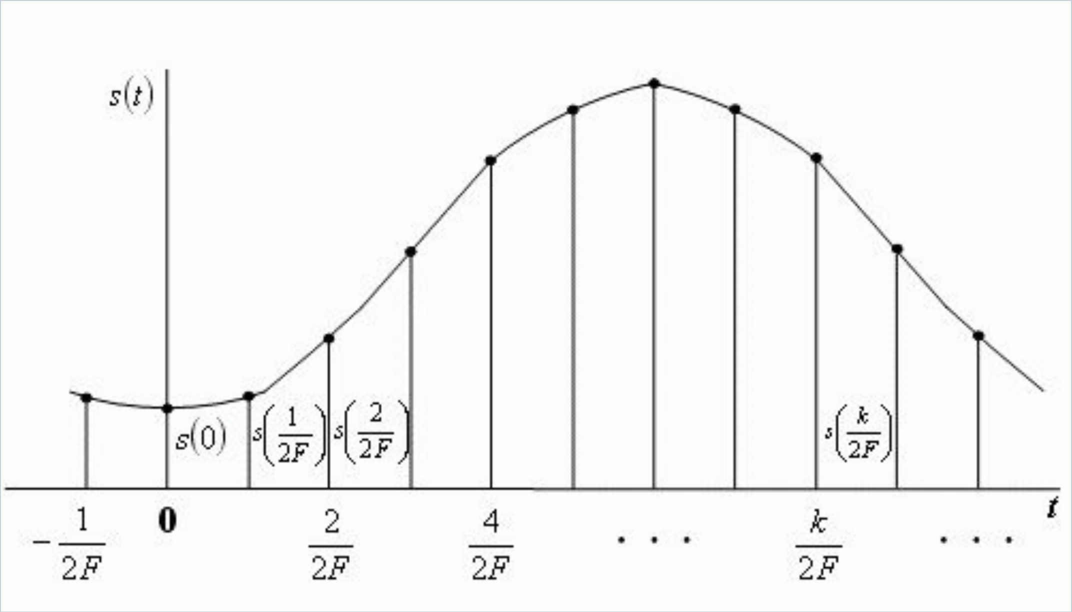
- В соответствии с этой теоремой сигнал $s(t)$ можно представить рядом Котельникова

$$s(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty} s\left(\frac{k}{2F}\right)\frac{\sin 2\pi F\left[t-\frac{k}{2F}\right]}{2\pi F\left[t-\frac{k}{2F}\right]}$$

Сигнал

- Таким образом, сигнал $s(t)$, можно абсолютно точно представить с помощью последовательности отсчетов $s\left(\frac{k}{2F}\right)$, заданных в дискретных точках $\frac{k}{2F}$

Сигнал и его отсчеты



Функции

- Функции образуют ортогональный базис в пространстве сигналов, характеризующихся ограниченным спектром.

$$\psi(t) = \frac{\sin 2\pi F\left[t - \frac{k}{2F}\right]}{2\pi F\left[t - \frac{k}{2F}\right]}$$,если $\Phi(f) = 0$ (при $|f| > F$)

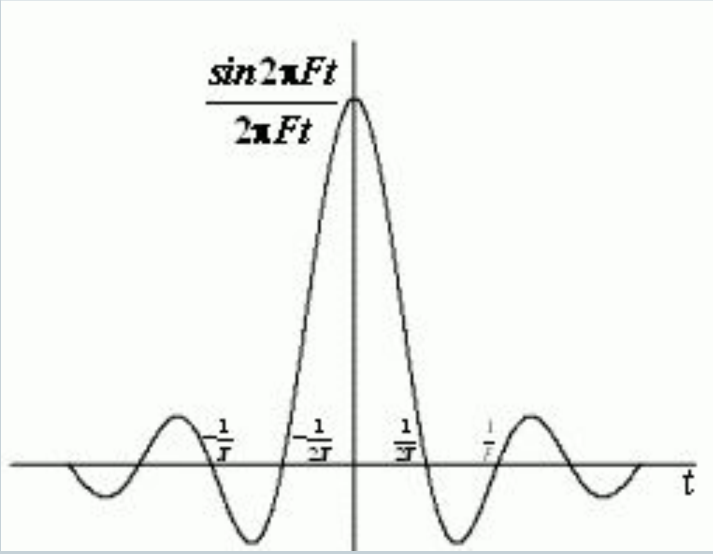
Диапазон частот

- Обычно для реальных сигналов можно указать диапазон частот, в пределах которого сосредоточена основная часть его энергии и которым определяется ширина спектра сигнала. В ряде случаев спектр сознательно сокращают. Это обусловлено тем, что аппаратура и линия связи должны иметь минимальную полосу частот. Сокращение спектра выполняют, исходя из допустимых искажений сигнала. Например, при телефонной связи хорошая разборчивость речи и узнаваемость абонента обеспечиваются при передаче сигналов в полосе частот $\Delta F = 0{,}3 \ldots 3{,}4\,[\text{кГц}]$

Функция отсчетов

- Функция
вида называется функцией отсчетов

$$\frac{\sin 2\pi F\left[t-\frac{k}{2F}\right]}{2\pi F\left[t-\frac{k}{2F}\right]}$$



- Она характеризуется следующими свойствами. Если $k=0$, функция отсчетов имеет максимальное значение при $t=0$, а в моменты времени $t=\frac{i}{2F}$ $(i=1,2,\ldots)$ она обращается в нуль; ширина главного лепестка функции отсчетов на нулевом уровне равна $\frac{1}{F}$, поэтому минимальная длительность импульса, который может существовать на выходелинейной системы с полосой пропускания , равна ; функции отсчетов ортогональны на бесконечном интервале времени.

Способ дискретной передачи

- На основании теоремы Котельникова может быть предложен следующий способ дискретной передачи непрерывных сигналов:
- Для передачи непрерывного $s(t)$ сигнала по каналу связи с полосой пропускания определим мгновенные значения F сигнала $s(t)$ в дискретные моменты времени $t_k = \frac{1}{2F}$, ($k = 0,1,2,\ldots$). После этого передадим эти значения по каналу связи каким - либо из возможных способов и восстановим на приемной стороне переданные отсчеты. Для преобразования потока импульсных отсчетов в непрерывную функцию пропустим их через идеальный ФНЧ с граничной частотой F

Энергия сигнала

- Можно показать, что энергия сигнала находится по формуле :

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t)dt = \frac{1}{2F}\sum_{k=-\infty}^{\infty} s^2\left(\frac{k}{2F}\right)$$

Выражение 1 :

- Для сигнала, ограниченного во времени, выражение (1) преобразуется к виду:

$$E = \int_{1}^{2FT} s^2(t)dt = \frac{1}{2F}\sum_{k=1}^{2FT} s^2\left(\frac{k}{2F}\right)$$

Выражение 2:

- Выражение (2) широко применяется в теории помехоустойчивого приема сигналов, но является приближенным, т.к. сигналы не могут быть одновременно ограничены по частоте и времени.

Спасибо за внимание!