Принятие решений группой лиц. Теорема Эрроу

Выполнила: Теличко А.И.

Преподаватель: Рунова Лидия Павловна

Содержание

- Введение
- Принцип Кондорсе
- Парадокс Кондорсе
- Правило Борда
- Теорема Эрроу

Введение

Групповое (коллективное) принятие решений – осуществляемый группой в условиях взаимного обмена информацией выбор одной или нескольких альтернатив из заданного их множества.

Введение

Коллективные решения принимаются в результате голосования. Существует множество способов голосования. Одним из первых, кто заинтересовался системами голосования еще в XVIII веке, был французский ученый **м а р к и з д е К о н д о р с е** . Он сформулировал принцип, позволяющий определять победителя в демократических выборах. Рассмотрим его на примере.

Принцип Кондорсе

Число голосов	3	5	7	6
Предпочтения	a b c d	a c b d	b d c a	c b d a

Победитель по Кондорсе – кандидат, побеждающий любого из соперников при парном сравнении.

Рассмотрим пары:

a-b: 3+5=8 голосов за предпочтение a, 7+6=13 за b => b победитель;

a-c: 8 < 13 => победитель c ;

a-d: 8<13=>победитель d;

b-c:10<11 => победитель c ; b-d: победитель b;

c-d:победитель c. **c - победитель по Кондорсе.**

Парадокс Кондорсе

Рассмотрим 3 возможных исхода A, B и C

и трёх участников x,y, z.

Их предпочтения таковы:

$A \;\square_x\; B \;\square_x\; C,$

$B \;\square_y\; C \;\square_y\; A,$

$C \;\square_z\; A \;\square_z\; B$

Итак, при выборе между A и B будет избран A. A □B

Сравнивая B и C,получим: B □ C

Но если предложат выбор между A и C ,то y и z проголосуют за C,и окажется, что C □ A !

Выходит противоречие, парадокс:

A □ B □ C □A

Правило Борда

Кандидаты от худшего к лучшему получают ранги 0 → 1 → 2 → 3 → …Лучший кандидат получает n-1 очко, где n-количество кандидатов. Победитель по Борда – кандидат с максимальной суммой очков. Используем предыдущий пример:

$$\left.\begin{array}{l} a = 3 + 3 = 6 \\ b = 2 + 1 + 3 + 2 = 8 \\ c = 1 + 2 + 1 + 3 = 7 \\ d = 2 + 1 = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Победитель по Борда - b}$$

Теорема Эрроу

Систематическое исследование всех возможных систем голосования провел в 1951 г. Кеннет Эрроу из Стенфордского университета .Он поставил вопрос в наиболее общем виде: можно ли создать такую систему голосования, чтобы она была одновременно рациональной, демократической и решающей. Вместо попыток изобретения такой системы **Эрроу предложил набор требований, аксиом, которым эта система должна удовлетворять.**

Теорема Эрроу

Аксиома универсальности

Аксиома полноты

- Аксиома единогласия

Теорема независимости

Аксиома независимости от несвязанных альтернатив

Условие транзитивности

Формулировка теоремы Эрроу.

Пусть в множестве альтернатив $\geq$ 3 элемента, и возможны все рациональные профили ($\mathcal{R}$) или вообще все профили, в которых любые две альтернативы различимы *($\mathcal{P}$)*,тогда всякая функция социального выбора F,которая оптимальна по Парето и удовлетворяет условию попарной независимости, является диктаторской ,т.е. $\exists$ агент h такой,что $\forall\{x, y\} \subset$ *0* и любого профиля ($\square_1$ … $\square_I$) x социально предпочтителен y тогда и только тогда, когда x $\square_h$ y

Пояснения к теореме

- Оптимальность по Парето: если для всех профилей x $\square_j$ y,то F предпочтет x перед y.
- Попарная независимость: отношения между двумя возможностями x и y зависят только от предпочтений на них и не зависят от других возможных исходов

Теорема Эрроу

Определив пять аксиом - желательных свойств системы голосования, Эрроу доказал, что системы, удовлетворяющие этим аксиомам, обладают недопустимым с точки зрения демократических свобод недостатком: каждая из них является **правилом диктатора**.

Требование исключения диктатора приводит к невозможности создания системы голосования, удовлетворяющей всем аксиомам Эрроу.

Поэтому **результат Эрроу называют теоремой невозможности.**

Литература:

- Э.Мулен «Кооперативное принятие решений:Аксиомы и модели»,издательство «Мир» 1991г.
- Малыхин В.И., Моисеев С.И. «Математические методы принятия решений»,учебное пособие,2009 г.
- О.И.Ларичев «Теория и методы принятия решений…»,Москва, «Логос»,2002 г.
- http://gendocs.ru

Спасибо за внимание!