Прогнозирование. Адаптивные модели Хольта и Брауна. Примеры применения моделей Брауна(M1,M2).

Содержание

Пример. Объемы привлечения средств

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
1,25	1,14	1,18	1,20	1,25	1,00
Июль	**Август**	**Сентябрь**	**Октябрь**	**Ноябрь**	**Декабрь**
0,99	1,04	1,06	1,10	1,20	1,35

Функции тренда

- Параметры уравнений функции тренда находят с помощью ***теории корреляции методом наименьших квадратов***. Наиболее распространенными в экономике являются следующие ***регрессионные модели*** долговременных составляющих аналитической модели 4.13 ряда динамики (функции тренда)

Функции тренда

- Линейная модель (4.13)

$$f_1(t) = at + b$$

- Степенная модель (4.14)

$$f_1(t) = bt^a$$

- Параболическая модель (4.15)

$$f_1(t) = at^2 + bt + c$$

Models

4.Показательная модель (4.16)

$$f_1(t) = b * a^t$$

Models

5.Смешанная модель

$$f_1(t) = \frac{t}{at+b}$$

6.В некоторых случаях применяют более сложные виды зависимостей между y и r

$$f_1(t) = 10^{at^2+bt+c}$$

$$f_1(t) = e^{at^2+bt+c}$$

Значения параметров

- **Значения параметров** уравнений 4.13-4.19 регрессии находят с помощью **метода наименьших квадратов**, решая систему **нормальных уравнений.**
- Приведем системы нормальных уравнений для некоторых из перечисленных моделей:

Системы нормальных уравнений. Линейная модель.

- модель (4.13):

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right) \cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) \cdot b = \sum_{i=1}^{n} t_i \cdot y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) \cdot a + n \cdot b = \sum_{i=1}^{n} y_i; \end{cases}$$

Система нормальных уравнений для линейной модели

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right) * a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) * b = \sum_{i=1}^{n} t_i y_i \\ \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) * a + n * b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Нормальные уравнения. Степенная модель

- модель (4.14):

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n}(\ln t_i)^2\right)\cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n}\ln t_i\right)\cdot b = \sum_{i=1}^{n}\ln t_i \cdot \ln y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^{n}\ln t_i\right)\cdot a + n\cdot b = \sum_{i=1}^{n}\ln y_i; \end{cases}$$

Нормальные уравнения. Параболическая модель.

- модель (4.15):

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^4\right)\cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^3\right)\cdot b + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right)\cdot c = \sum_{i=1}^{n} t_i^2 \cdot y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^3\right)\cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right)\cdot b + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right)\cdot c = \sum_{i=1}^{n} t_i \cdot y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right)\cdot a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right)\cdot b + n\cdot c = \sum_{i=1}^{n} y_i; \end{cases}$$

Система нормальных уравнений для показательной модели (4.16)

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} t_i^2\right) * \ln a + \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) \ln b = \sum_{i=1}^{n} t_i * \ln y_i \\ \left(\sum_{i=1}^{n} t_i\right) * \ln a + n \ln b = \sum_{i=1}^{n} y_i \end{cases}$$

Пример 4.12. Найти функцию тренда

Для данных из примера 4.7. найти вид уравнения функции тренда в предположении:

а) линейной

б) параболической

в) показательной моделей

Напомним объемы привлечения средств за последние 12 месяцев и произведем все необходимые вычисления для решения систем нормальных уравнений для перечисленных моделей.

Объемы привлечения средств

Январь	Февраль	Март	Апрель	Май	Июнь
1,25	1,14	1,18	1,20	1,25	1,00
Июль	**Август**	**Сентябрь**	**Октябрь**	**Ноябрь**	**Декабрь**
0,99	1,04	1,06	1,10	1,20	1,35

Таблица 4.5

Расчеты к примеру 4.12

i	t_i	t_i^2	t_i^3	t_i^4	y_i	$\ln y_i$	$t_i y_i$	$t_i^2 y_i$	$t_i \ln y_i$
1	1	1	1	1	1,25	0,2231	1,25	1,25	0,2231
2	2	4	8	16	1,14	0,1310	2,28	4,56	0,2621
3	3	9	27	81	1,18	0,1655	3,54	10,62	0,4965
4	4	16	64	256	1,20	0,1823	4,80	19,20	0,7293
5	5	25	125	625	1,25	0,2231	6,25	31,25	1,1157
6	6	36	216	1296	1,00	0,0000	6,00	36,00	0,0000
7	7	49	343	2401	0,99	−0,0101	6,93	48,51	−0,0704
8	8	64	512	4096	1,04	0,0392	8,32	66,56	0,3138
9	9	81	729	6561	1,06	0,0583	9,54	85,86	0,5244
10	10	100	1000	10000	1,10	0,0953	11,00	110,00	0,9531
11	11	121	1331	14641	1,20	0,1823	13,20	145,20	2,0055
12	12	144	1728	20736	1,35	0,3001	16,20	194,40	3,6013
Σ	78	650	6084	60710	13,76	1,5903	89,31	753,41	10,1545

Подставляем найденные значения в системы нормальных уравнений для моделей (4.13), (4.15) и (4.16), решаем их и получаем:

1. Линейная модель (4.13):

$$\begin{cases} 650a + 78b = 89{,}31, \\ 78a + 12b = 13{,}76; \end{cases} \quad \begin{cases} a = -0{,}0009, \\ b = 1{,}1526; \end{cases}$$

$$f_1(t) = -0{,}0009t + 1{,}1526, \tag{4.20}$$

линия тренда изображена на рис. 4.6.

2. Параболическая модель (4.15):

$$\begin{cases} 60\,710a + 6084b + 650c = 753{,}41, \\ 6084a + 650b + 78c = 89{,}31, \\ 650a + 78b + 12c = 13{,}76; \end{cases} \qquad \begin{cases} a = 0{,}0073, \\ b = -0{,}0960, \\ c = 1{,}3745; \end{cases}$$

$$f_1(t) = 0{,}0073t^2 - 0{,}0960t + 1{,}3745, \qquad (4.21)$$

линия тренда изображена на рис. 4.7.

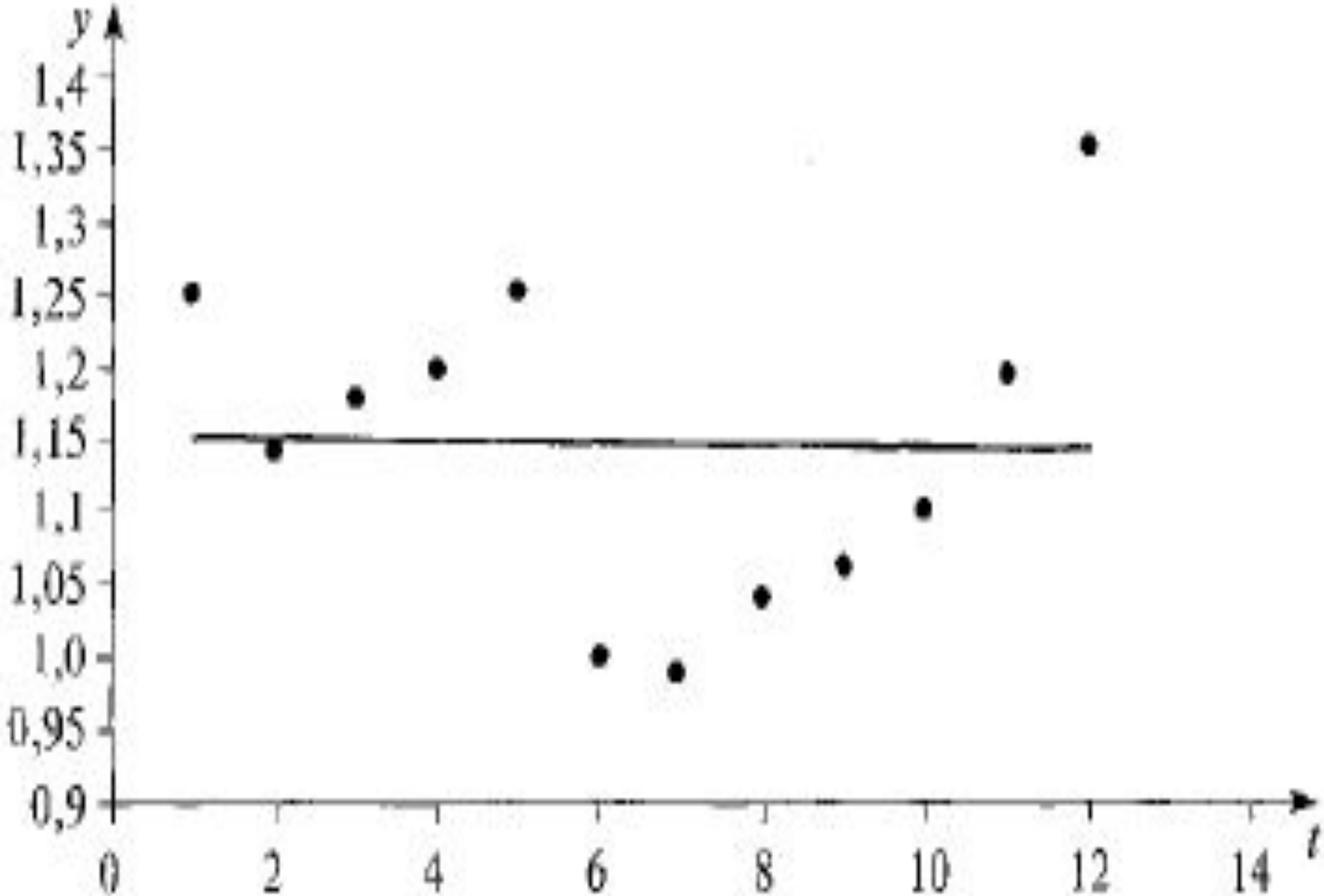

Рис. 4.6. Линейная модель

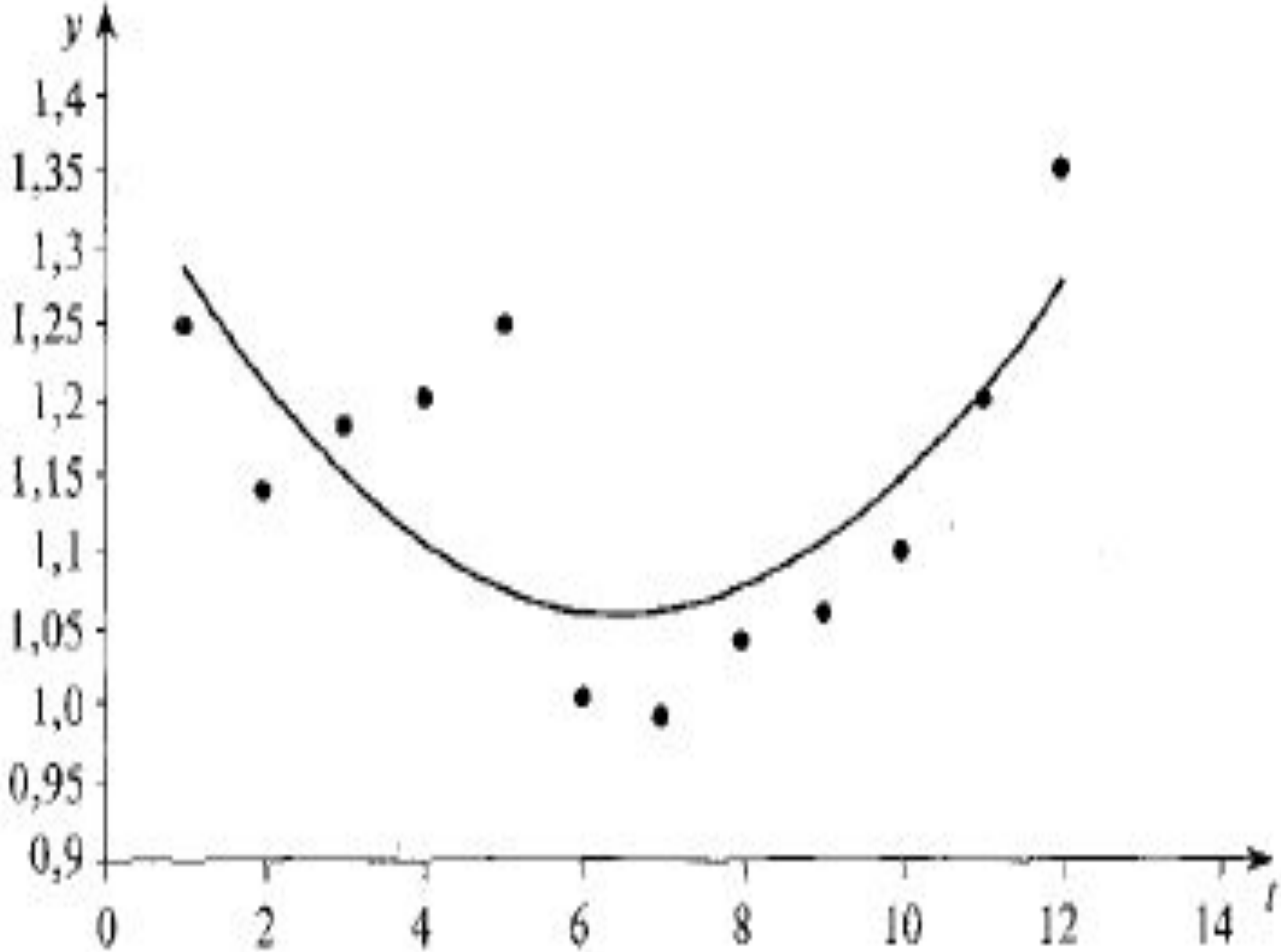

Рис. 4.7. Параболическая модель

Решение показательной модели

3. Показательная модель (4.16):

$$\begin{cases} 650\ln a + 78\ln b = 10{,}1545, \\ 78\ln a + 12\ln b = 1{,}5903; \end{cases} \quad \begin{cases} a = 0{,}9987, \\ b = 1{,}1512; \end{cases}$$

$$f_1(t) = 1{,}1512 \cdot 0{,}9987^t, \qquad (4.22)$$

линия тренда изображена на рис. 4.8.

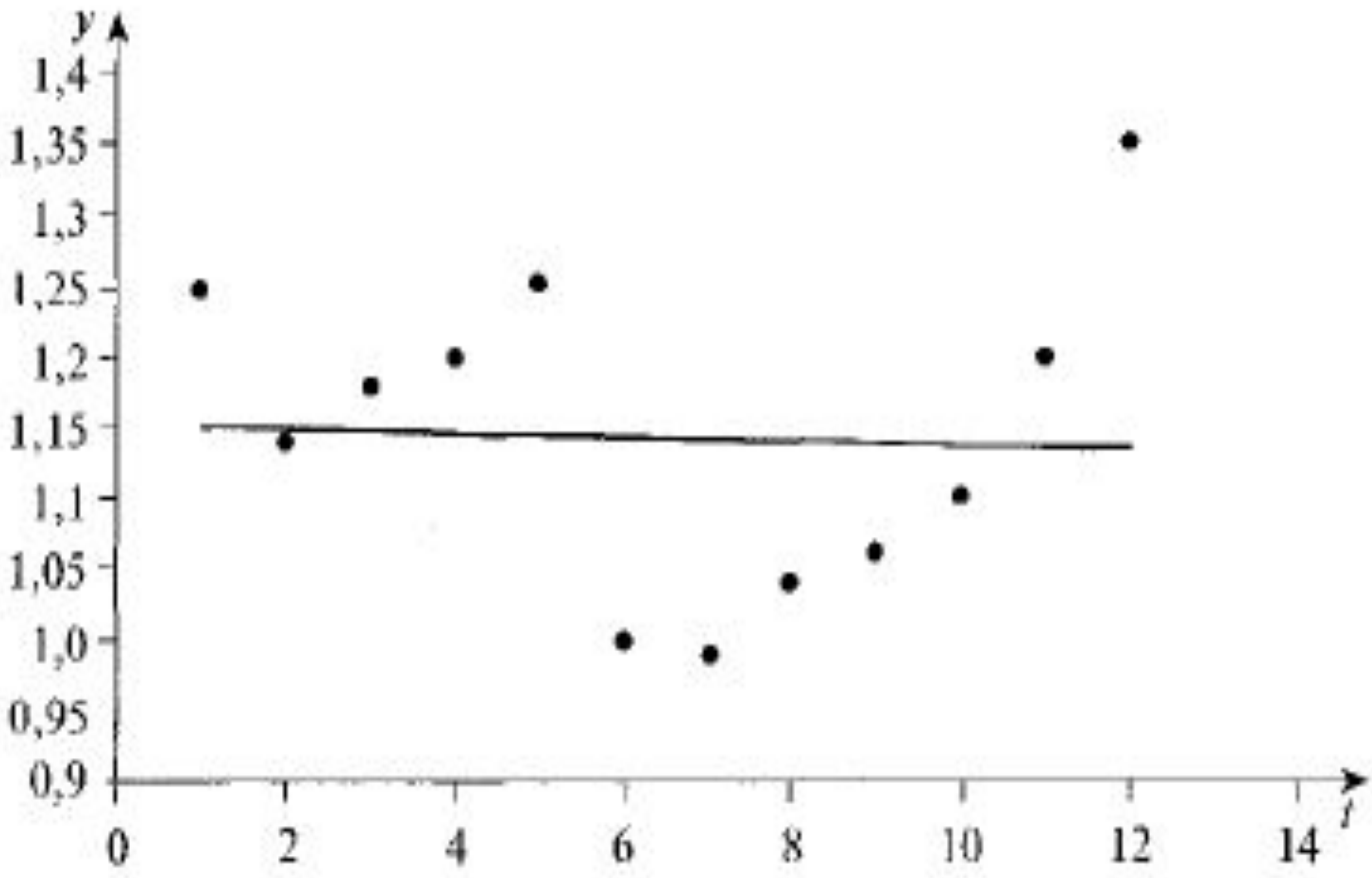

Рис. 4.8. Показательная модель

Вместе с уравнением $y = f(t)$ может быть установлен вид уравнения $t = f(y)$ для более точного прогнозирования значения

t по заданному значению y. Его вид устанавливается методом наименьших квадратов, решая систему нормальных уравнений. Например, для линейного случая параметры a' и b' уравнения

$$t = a'y + b'$$

находятся с помощью решения следующей системы:

$$\begin{cases} \left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2\right) \cdot a' + \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) \cdot b' = \sum_{i=1}^{n} t_i \cdot y_i, \\ \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right) \cdot a' + n \cdot b' = \sum_{i=1}^{n} t_i. \end{cases}$$

3. Адаптивные модели

- Рассмотренные регрессионные модели не могут приспосабливаться, адаптироваться к новым условиям по мере изменения факторных признаков.
- Кроме того при прогнозировании имеет место **фактор обесценени**я старой информации по мере поступления новой.

Основные понятия

- **Например**. Система находится в некотором состоянии для определения текущего значения параметров. На их основе осуществляется **прогноз y* на h** шагов.
- Через h шагов становится известным **фактическое зна**чение прогнозируемого признака **yi** и величина его **отклонения** от теоретического (расчетного).

Основные понятия

$$y^* = y(t_i + h)$$

$$\varepsilon(t_i) = y_i - y(t_i + h)$$

Основные понятия

- Это отклонение учитывают при прогнозировании на **h+hi** шаг в соответствии с **правилом перевода модели** из одного состояния в другое.
- Процесс продолжается до тех пор. Пока параметры модели не позволят с максимальной **точностью определить последнее значение** уровня эмпирического ряда динамики.

Основные понятия

- Кроме **коэффициентов** уравнения модели и **h** используют **параметр α ,** называемый **коэффициентом дисконтирования данных.** Он изменяется в пределах **от 0 до 1.**
- Вместе с **α** используется также **коэффициент сглаживания**
- $$\beta=1-\alpha$$

Основные понятия. Коэффициент дисконтирования.

- Расчет выполняются двумя способами.
- По **первому способу**:

$$\alpha = \frac{2}{1+m}$$

- При этом **10<m<n** – объем **обучающей выборки**, полученной из эмпирических данных.

Основные понятия

- Согласно **второму способу** берут несколько коэффициентов дисконтирования и для одной обучающей выборки устанавливают вид моделей.
- Для каждой из них рассчитывают $\bar{\varepsilon}$ **величину средней ошибки аппроксимации**
- Выбирают такое значение α, которому соответствует $\min \bar{\varepsilon}$

Основные понятия

Все адаптивные модели **базируются** на **двух схемах**:

- **Авторегрессии** (АР – модели)
- **Скользящего среднего** (СС – модели)

В **авторегрессионных** моделях оценкой текущего уровня является **взвешенная сумма** не всех, а **нескольких предшествующих уровней.**

- **Информационная ценность** наблюдений обуславливается не их близостью к

Основные понятия

В **схеме** **скользящей средней** оценкой текущего уровня являются **взвешенные средние всех предыдущих уровней**.

Информационная ценность наблюдений признается тем больше, **чем ближе они находятся к концу интервала** наблюдений.

Наибольшее распространение получили - **СС**

3а.Модели Хольта и Брауна.

- В практике *статистического* прогнозирования наиболее часто используют **три модели скользящего** среднего (**СС – модели)**:
- **Модель Хольта**
- **Модель М1 Брауна**
- **Модель М2 Брауна**

Модель Хольта

Модель Хольта представляет тенденцию развития признака (в нашем случае – значений уровней ряда динамики) как **линейную тенденцию с постоянно меняющимися параметрами.**

Прогнозную оценку вычисляют в момент времени t на h шагов вперед с помощью **модели:**

Модель Хольта

$$y(t+h) = a(t)h + b(t)$$

$$a(t) = a(t-1) + \beta_1\beta_2\varepsilon(t)$$

$$b(t) = b(t-1) + a(t-1) + \beta_1\varepsilon(t)$$

Модель Хольта

- Где **β1 и β2 - коэффициенты сглаживания**
- **ε(t) - величина отклонения** (4.45)

$$\varepsilon(t) = y_i - y(t_i + h)$$

Модель Хольта

- **Начальные значения** a(0) и b(0) находят **методом наименьших квадратов** (например по первым значениям уровней ряда динамики.)

Модель М1 Брауна

- Она предназначена **для нахождения параметров** модели вида

$$y(t+h) = a(t)h + b(t)$$

$$a(t) = a(t-1) + (1-\alpha^2)\varepsilon(t)$$

$$b(t) = b(t-1) + a(t)$$

Модель М1 Брауна

- Начальные значения **a** **и** **b** определяются также, как и в модели Хольта т.е. **методом наименьших квадратов** по первым значениям уровней ряда динамики, а **ε(t)** опять определяем по формуле т.е. как разность фактического и прогнозного значений

$$\varepsilon(t) = y_i = y(t_i + h)$$

4. Построение модели М1 (183)

- **Пример 4.33**
  По данным примера 4.7.:
  1)построить модель М1;
  2) произвести **точечный прогноз** значения уровня ряда динамики (объем привлеченных средств) **на февраль** 2008 года
   Поскольку значения уровней рассматриваемого ряда динамики отстоят один от другого на один месяц

h=1

Примем объем обучающей выборки $m = 10$.

Тогда коэффициент дисконтирования данных

$$\alpha = \frac{2}{11}.$$

В примере 4.12 было получено уравнение линейной функции тренда (4.20) для рассматриваемого случая. Отсюда

$$a(0) = -0{,}0009,\ b(0) = 1{,}1526.$$

С учетом (4.46) прогнозное значение уровня $y(t+1)$ на следующий период составит

$$y(t+1) = a(t) + b(t).$$

Также имеем согласно (4.47):

$$a(t) = a(t-1) + \left(1 - \left(\frac{2}{11}\right)^2\right)\varepsilon(t) = a(t-1) + \frac{117}{121}\varepsilon(t),$$

$$b(t) = b(t-1) + a(t),$$

$$\varepsilon(t) = (4.45).$$

Таблица 4.23

Расчеты к примеру 4.33

t_i	y_i	$a(t_i)$	$b(t_i)$	$y(t_i + 1)$	$\varepsilon(t_i)$
0	–	−0,0009	1,1526	–	–
1	1,25	0,0942	1,2468	1,1517	0,0983
2	1,14	−0,1002	1,1466	1,3410	−0,2010
3	1,18	0,0290	1,1756	1,0101	0,1336
4	1,20	0,0245	1,2001	1,2046	−0,0046
5	1,25	0,0491	1,2492	1,2246	0,0254
6	1,00	−0,2393	1,0099	1,2983	−0,2983
7	0,99	−0,0272	0,9827	0,7706	0,2194

Окончание табл. 4.23

t_i	y_i	$a(t_i)$	$b(t_i)$	$y(t_i + 1)$	$\varepsilon(t_i)$
8	1,01	0,0545	1,0372	0,9555	0,0845
9	1,06	0,0238	1,0610	1,0917	−0,0317
10	1,10	0,0385	1,0995	1,0848	0,0152
11	1,20	0,0985	1,1980	1,1380	0,0620
12	1,35	0,1502	1,3482	1,2965	0,0535

Получаем: модель M_1 имеет вид:

$$y(t+h) = y(12+h) = a(12)h + b(12) = 0{,}1502h + 1{,}3482.$$

Точность модели проверяют с помощью вычисления средней ошибки аппроксимации, а качество оценок для ряда остатков — путем проверки гипотез о случайности, отсутствии автокорреляции и нормальном распределении (см. 4.4.3).

Точечный прогноз (185)

Производим точечный прогноз:

$$y_{01.2008} = y(14) = y(12 + 2) = a(12) \cdot 2 + b(12) =$$

$$= 0{,}1502 \cdot 2 + 1{,}3482 = 1{,}6486 \text{ (млн руб.)}.$$

5.Модель М2 (185 4.48)

- Для построения **модели М2** применяют рекуррентную формулу для нахождения **экспоненциальной средней к - го порядка:**

$$S_{t,k} = \alpha S_{t,k-1} + (1-\alpha) S_{t-1,k}$$

M2 4.49

- Начальное значение

$$S_{t,0} = y_i$$

Тренд линейный. М2

- Если тренд, наиболее точно описывающий эмпирические данные, **линейный** с уравнением 4.13

$$f_1(t) = at + b$$

- то

$$S_{0,1} = b - \frac{1-\alpha}{\alpha} a;$$

$$S_{0,2} = b - 2\frac{1-\alpha}{\alpha} a.$$

Параболический тренд

Если же тренд — параболический с уравнением (4.15), то

$$S_{0,1} = c - 2 \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} b + \frac{(1-\alpha)(1-\alpha)}{2\alpha^2} a,$$

$$S_{0,2} = c - 4 \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} b + \frac{(1-\alpha)(3-2\alpha)}{2\alpha^2} a,$$

$$S_{0,3} = c - 6 \cdot \frac{1-\alpha}{\alpha} b + \frac{(1-\alpha)(4-3\alpha)}{2\alpha^2} a.$$

Уравнение адаптивной модели М2 в линейном виде

- В **линейном** случае уравнение адаптивной модели **М2** есть (4.46) {y(t+h)=a(t)h+b(t)} в которой:

$$a(t) = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_{t,1} - S_{t,2})$$

$$b(t) = 2S_{t,1} - S_{t,2}$$

Коэффициенты линейной модели М2

- В линейном случае уравнение адаптивной модели М2. есть (4.46), в которой

$$a(t) = \frac{\alpha}{1-\alpha}(S_{t,1} - S_{t,2})$$

$$b(t) = 2S_{t,1} - S_{t,2}$$

Ошибка прогноза

Ошибка прогноза при этом равна:

$$\Delta_{t+h} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^2(t_i)}{n-2}\cdot\frac{\alpha}{(2-\alpha)^3}\cdot\left(1+4(1-\alpha)+5(1-\alpha^2)+2\alpha(4-3\alpha)h+2\alpha^2h^2\right)}. \quad (4.52)$$

Параболическая модель М2

Параболическая модель M_2:

$$y(t+h) = a(t)h^2 + b(t)h + c(t),$$

Параболическая модель

$$a(t) = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\left(S_{t,1} - 2S_{t,2} + S_{t,3}\right),$$

$$b(t) = \frac{\alpha}{4\cdot(1-\alpha)^2}\left((6-5\alpha)S_{t,1} - 2(5-4\alpha)S_{t,2}\right),$$

$$c(t) = 3(S_{t,1} - S_{t,2}) + S_{t,3},$$

$$\Delta_{t+h} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}\varepsilon^2(t_i)}{n-3}\left(2\alpha + 3\alpha^2 + 3\alpha^2h^2\right)}.$$

Параболическая модель М2

$$y(t+h)=a(t)h^2+b(t)h+c(t)$$

$$a(t)=\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2}\left(S_{t,1}-2S_{t,2}+S_{t,3}\right)$$

$$b(t)=\frac{\alpha}{4(1-\alpha)^2}\left[(6-5\alpha)S_{t,1}-2(5-4\alpha)S_{t,2}\right]$$

Параболическая модель М2

$$c(t) = 3(S_{t,1} - S_{t,2}) + S_{t,3}$$

$$\Delta_{t+h} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon^2(t_i)}{n-3}(2\alpha + 3\alpha^2 + 3\alpha^2 h^2}$$

(Пример 4.34.) **6.Построить адаптивную модель М2**

ПРИМЕР 4.34. По данным примера 4.7: 1) построить адаптивную модель M_2, 2) спрогнозировать значение уровня на февраль 2008 г.; 3) оценить точность прогноза.

Пример. Линейная модель. f1(t)= -0,0009t +1,1526

В примере 4.17 было показано, что наиболее точно описывает эмпирические данные примера 4.7 линейная модель тренда (4.20).

Далее, как и в примере 4.33, $h = 1$,

$$\alpha = \frac{2}{11}.$$

Линейная модель тренда

$$f_1(t) = -0,0009t + 1,1526$$

Экспоненциальная средняя первого порядка

Экспоненциальная средняя первого порядка согласно (4.48) и (4.49) находится по формуле

$$S_{t,1} = \frac{2}{11} \cdot S_{t,0} + \left(1 - \frac{2}{11}\right) S_{t-1,1} = \frac{2}{11} \cdot y + \frac{9}{11} \cdot S_{t-1,1}.$$

Учитывая имеющуюся линейную модель

Причем (см. (4.20) и (4.50))

$$S_{0,1} = 1{,}1526 - \frac{1 - \frac{2}{11}}{\frac{2}{11}} \cdot (-0{,}0009) \approx 1{,}1567.$$

из 4.20

- Т.е. **прогнозную оценку** *в момент времени* t на h шагов вычисляют с помощью модели:
- $y(t+h) = a(t)h$

Из 4.50. если тренд линейный, то

$$S_{0,1} = b - \frac{1-\alpha}{\alpha};$$

$$S_{0,2} = b - 2 \times \frac{1-\alpha}{\alpha} a$$

Экспоненциальная средняя второго порядка

Аналогично для экспоненциальной средней второго порядка

$$S_{t,2} = \frac{2}{11} \cdot S_{t,1} + \left(1 - \frac{2}{11}\right) S_{t-1,2} = \frac{2}{11} \cdot S_{t,1} + \frac{9}{11} \cdot S_{t-1,2},$$

$$S_{0\,2} = 1{,}1526 - 2 \cdot \frac{1 - \frac{2}{11}}{\frac{2}{11}} \cdot (-0{,}0009) \approx 1{,}1608.$$

Расчет коэффициентов

- Согласно 4.51

$$a(t) = \frac{2}{9}(S_{t,1} - S_{t,2})$$

$$b(t) = 2S_{t,1} - S_{t,2}$$

Из 4.51

В линейном случае уравнение адаптивной модели М2 есть

$$y(t+h) = a(t)h + b(t)$$

В которой

$$a(t) = \frac{\alpha}{1-\alpha}\left(S_{t,1} - S_{t,2}\right)$$

$$b(t) = 2S_{t,1} - S_{t,2}$$

4.46

- Т.е. прогнозную оценку в момент времени t на h шагов вычисляют с помощью модели:
- $y(t+h) = a(t)h$

t	y	$S_{t,1}$	$S_{t,2}$	$a(t)$	$b(t)$	$y(t+1)$	$\varepsilon(t)$	$\varepsilon^2(t)$
0	—	1,1567	1,1608	−0,0009	1,1526	—	—	—
1	1,25	1,1736	1,1631	0,0019	1,1842	1,1517	0,0983	0,00966944
2	1,14	1,1675	1,1639	0,0007	1,1711	1,1861	−0,0461	0,00212423
3	1,18	1,1698	1,1650	0,0009	1,1746	1,1718	0,0082	0,00006731
4	1,20	1,1753	1,1668	0,0015	1,1837	1,1755	0,0245	0,00060115
5	1,25	1,1889	1,1709	0,0033	1,2069	1,1853	0,0647	0,00419247
6	1.00	1,1545	1,1679	−0,0024	1,1412	1,2102	−0,2102	0,04416690
7	0,99	1,1246	1,1600	−0,0064	1,0892	1,1387	−0,1487	0,02212481
8	1,01	1,1092	1,1508	−0,0076	1,0677	1,0828	−0,0428	0,00182965
9	1,06	1,1003	1,1416	−0,0075	1,0590	1,0601	−0,0001	0,00000001
10	1,10	1,1002	1,1341	−0,0062	1,0664	1,0514	0,0486	0,00235763
11	1,20	1,1184	1,1312	−0,0023	1,1055	1,0602	0,1398	0.01953738
12	1 ,35	1,1605	1,1365	0,0044	1,1844	1,1032	0,2468	0,06092092
Σ	—	—	—	—	—	—	—	0,16759192

Итак, модель M_2 имеет

$$y(t+h) = y(12+h) = a(12)h + b(12) =$$

$$= 0{,}0044h + 1{,}1844.$$

Выполним прогноз:

$$y_{02.2008} = y(14) = y(12 + 2) = a(12) \cdot 2 + b(12) =$$

$$= 0{,}0044 \cdot 2 + 1{,}1844 = 1{,}1931 \text{ (млн руб.).}$$

Ошибка прогноза

$$\Delta_{14} = \sqrt{\frac{0{,}16759192}{12-2} \cdot \frac{\frac{2}{11}}{\left(2-\frac{2}{11}\right)^3}} \times$$

$$\times \sqrt{\left(1 + 4 \cdot \left(1 - \frac{2}{11}\right) + 5 \cdot \left(1 - \left(\frac{2}{11}\right)^2\right) + 2 \cdot \frac{2}{11} \cdot \left(4 - 3 \cdot \frac{2}{11}\right) \cdot 2 + 2\left(\frac{2}{11}\right)^2 \cdot 4\right)} \approx$$

$$\approx 0{,}0776 \text{ (млн руб.).}$$