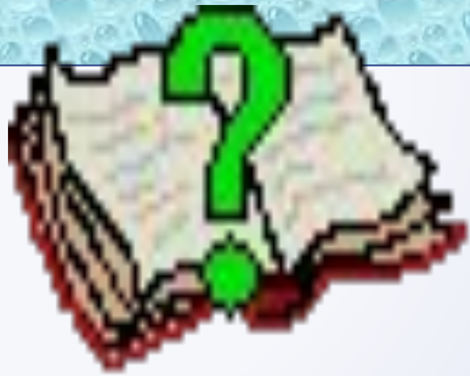


Производная и ее применение

Занятие №1

Определение

- Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии ,что приращение аргумента стремится к нулю

$$f'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

Производные основных элементарных функций

$$(x^n)' = n\,x^{n-1}$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\mathrm{tg}\, x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\mathrm{ctg}\, x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(x)' = 1$$

$$(a^x)' = a^x \ln a$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a}$$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$$(U+V)' = U' + V'$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$$(CU)' = CU', \text{где } c - const$$

НАЙДИТЕ ПРОИЗВОДНУЮ

1) $f(x) = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - x + 5$

1 ответ

2) $f(x) = 2x^4 + 8\sqrt{x}$

2 ответ

3) $f(x) = 10e^x + \ln 4x$

3 ответ

4) $f(x) = \sin^2 5x$

4 ответ

5) $f(x) = 2^x + 10x^3 - 12x$

$f'(x) =$

5 ответ

Найти производную функции

$$1)\ f(x) = 3x^7 + 5x^5 - 2x^3 + 4x - 6$$

Решение

$$f'(x) = 3\cdot(x^7)' + 5\cdot(x^5)' - 2\cdot(x^3)' + 4\cdot(x)' - 6'$$

$$f'(x) = 3\cdot 7x^6 + 5\cdot 5x^4 + 2\cdot 3x^2 + 4\cdot 1 - 0$$

$$f'(x) = 21x^6 + 25x^4 - 6x^2 + 4$$

Найти производную функции

$$2)\, f(x) = (5\sin x - x^6)$$

Решение

$$f'(x) = (5\sin x - x^6)' =$$

$$= 5(\sin x)' - (x^6)' =$$

$$= 5\cos x - 6x^5$$

Найти производную функции

$$3)\ f(x) = 12x - tg(x)$$

Решение

$$f'(x) = 12 \cdot (x') - (tg(x))'$$

$$f'(x) = 12 \cdot 1 - \frac{1}{cos^2 x}$$

$$f'(x) = 12 - \frac{1}{cos^2 x}$$

Найти производную функции

$$f(x) = x^4 \cdot \sin x$$

Решение

$$f'(x) = (x^4)' \cdot sinx + x^4 \cdot (\sin x)'$$

$$f'(x) = 4x^3 \cdot \sin x + x^4 \cdot \cos x$$

Найти производную функции

$$5)\ f(x) = \frac{2x}{4x+3}$$

Решение

$$f'(x) = \frac{(2x)' \cdot (4x+3) - 2x \cdot (4x+3)'}{(4x+3)^2}$$

$$f'(x) = \frac{2(4x+3) - 2x \cdot 4}{(4x+3)^2} = \frac{8x+6-8x}{(4x+3)^2} = \frac{6}{(4x+3)^2}$$

Производная сложной функции

$$f(g(x))' = f'(x) \cdot g'(x)$$

Пример

$$f(x) = (-5x + 11)^4$$

Решение

$$f'(x) = ((-5x + 11)^4)' \cdot (5x + 11)'$$

$$f(x)' = 4 \cdot (-5x + 11)^3 \cdot (-5) = -20 \cdot (-5x + 11)^3$$

Производная сложной функции

$$f(x) = \cos 5x$$

Решение

$$f'(x) = (cos5x)' \cdot (5x)' = -sin5x \cdot 5$$

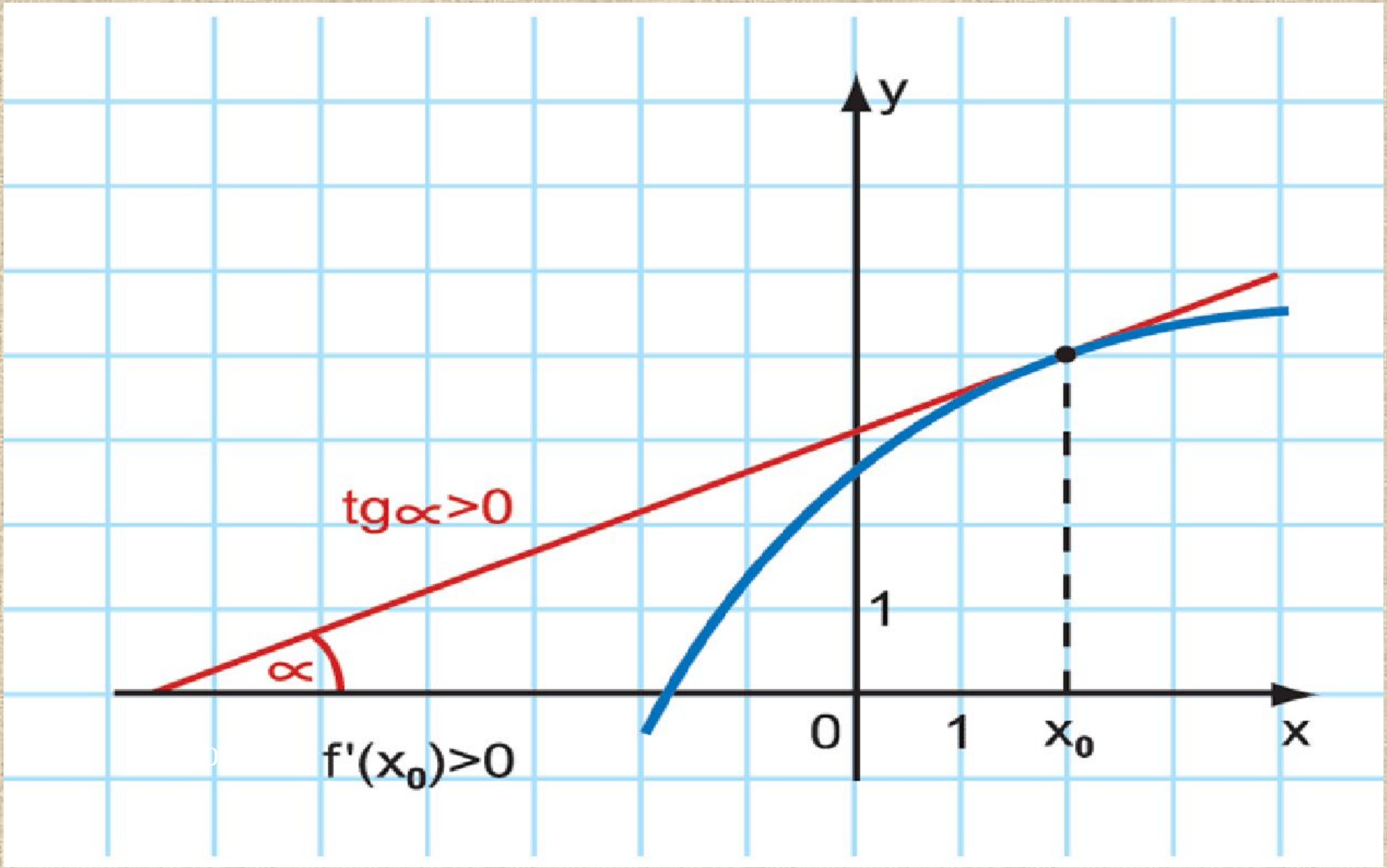
$$f'(x) = -5sin5x$$

Геометрический смысл производной

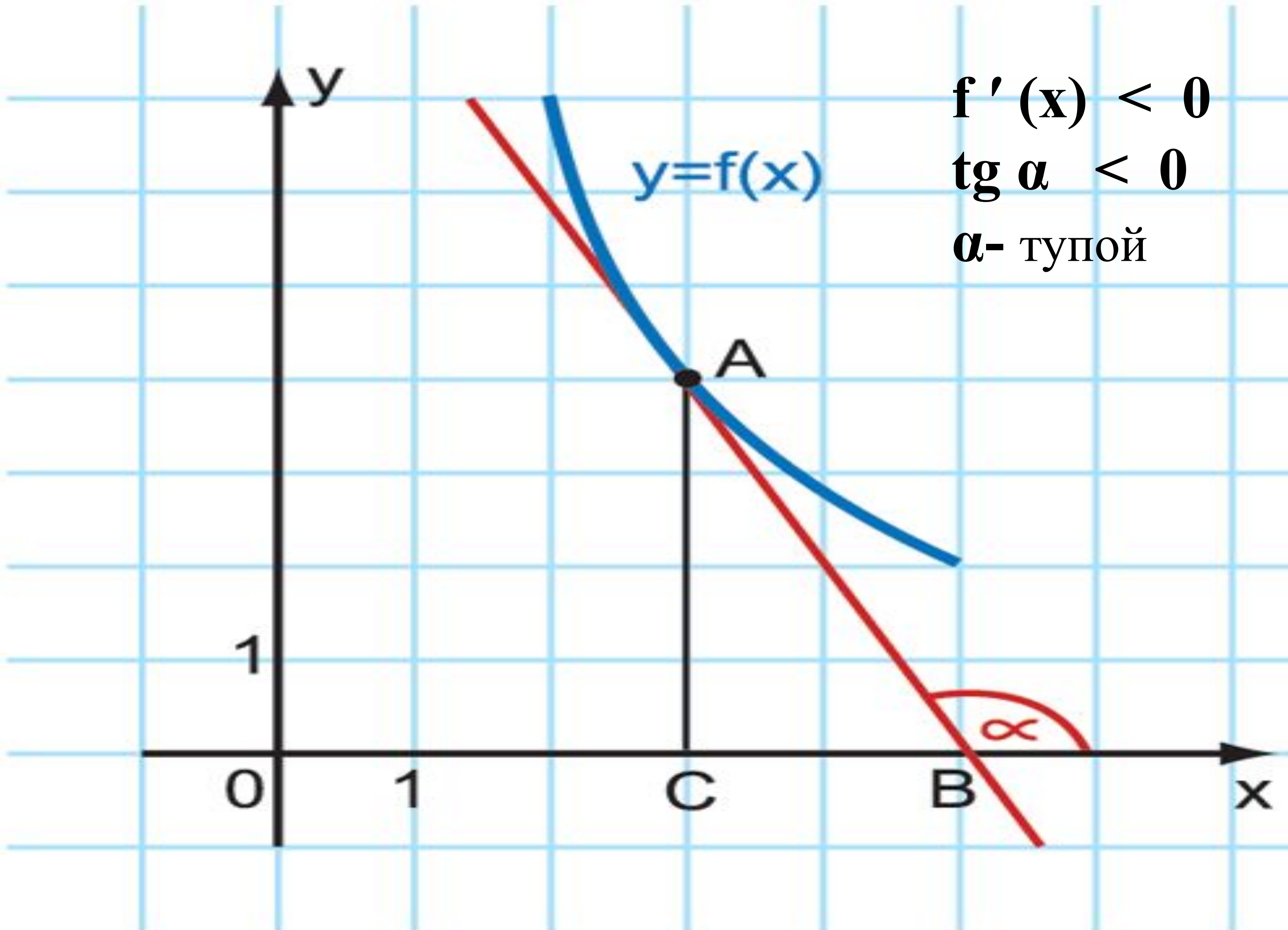
Геометрический смысл производной состоит в том, что значение производной функции y = f (x) в точке x равно угловому коэффициенту касательной к графику функции в точке с абсциссой x.

$$f'(x) = k = tg\alpha$$

Геометрический смысл производной



Геометрический смысл производной

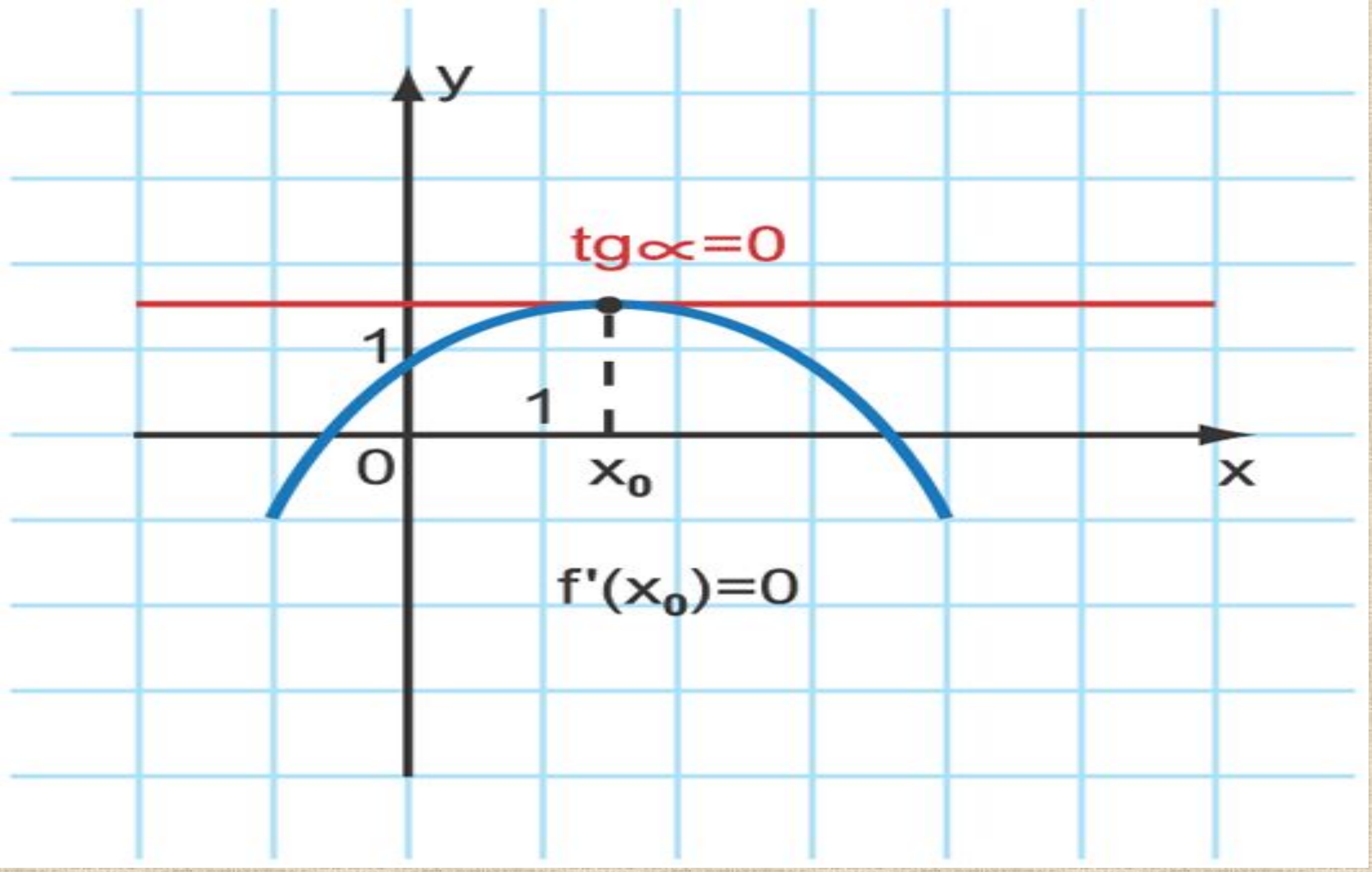


f ′ (x) < 0

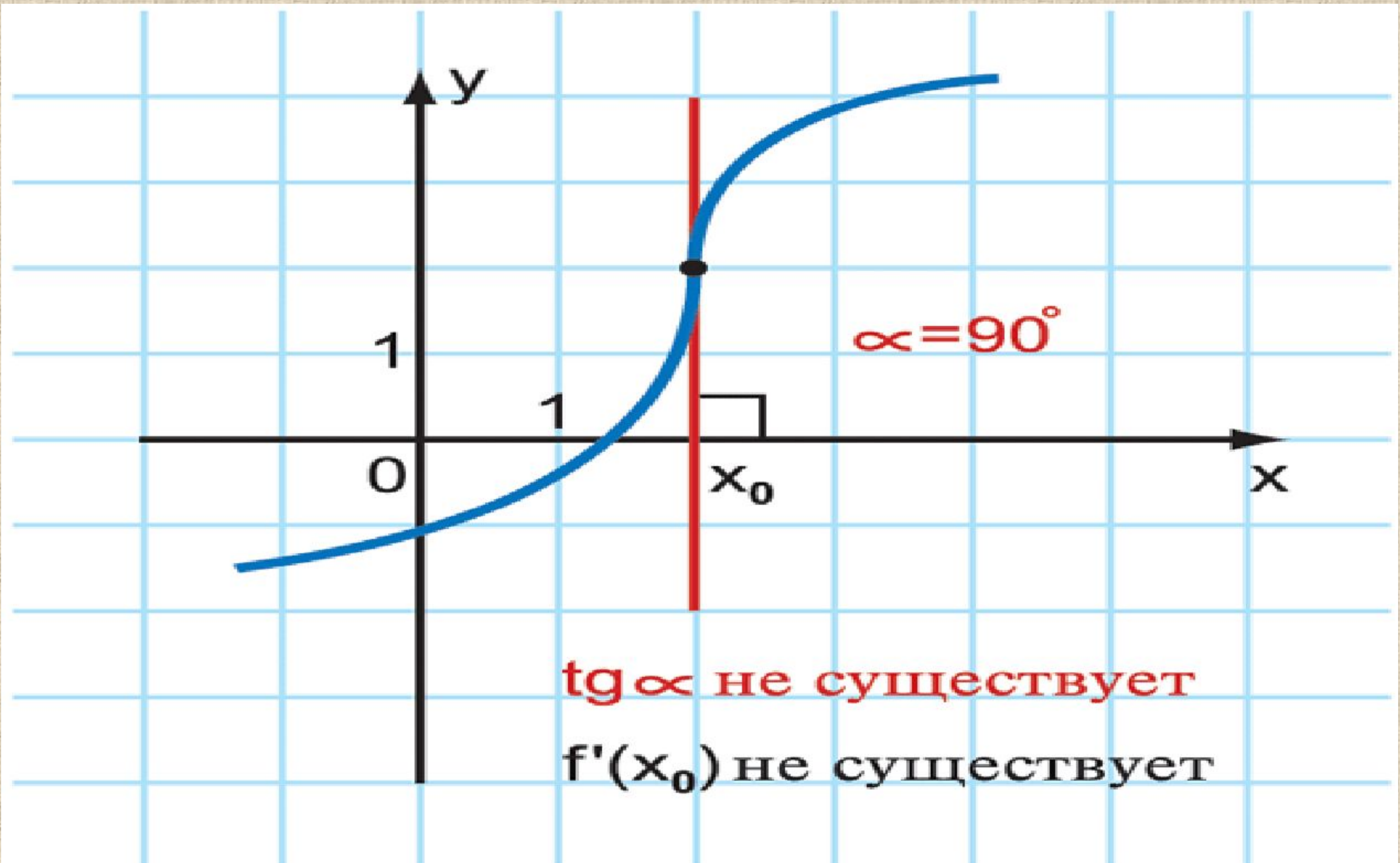
tg α < 0

α- тупой

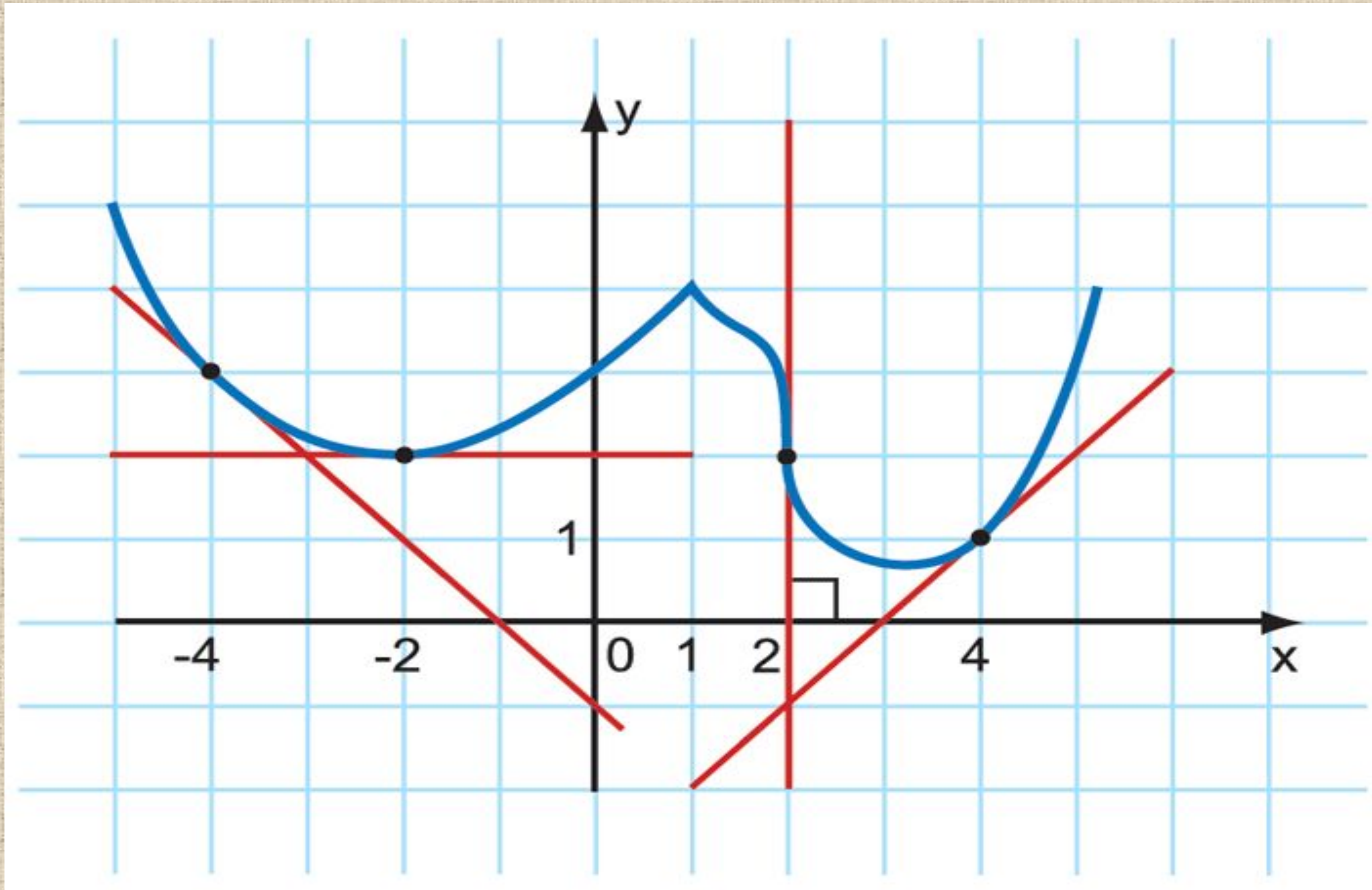
Геометрический смысл производной



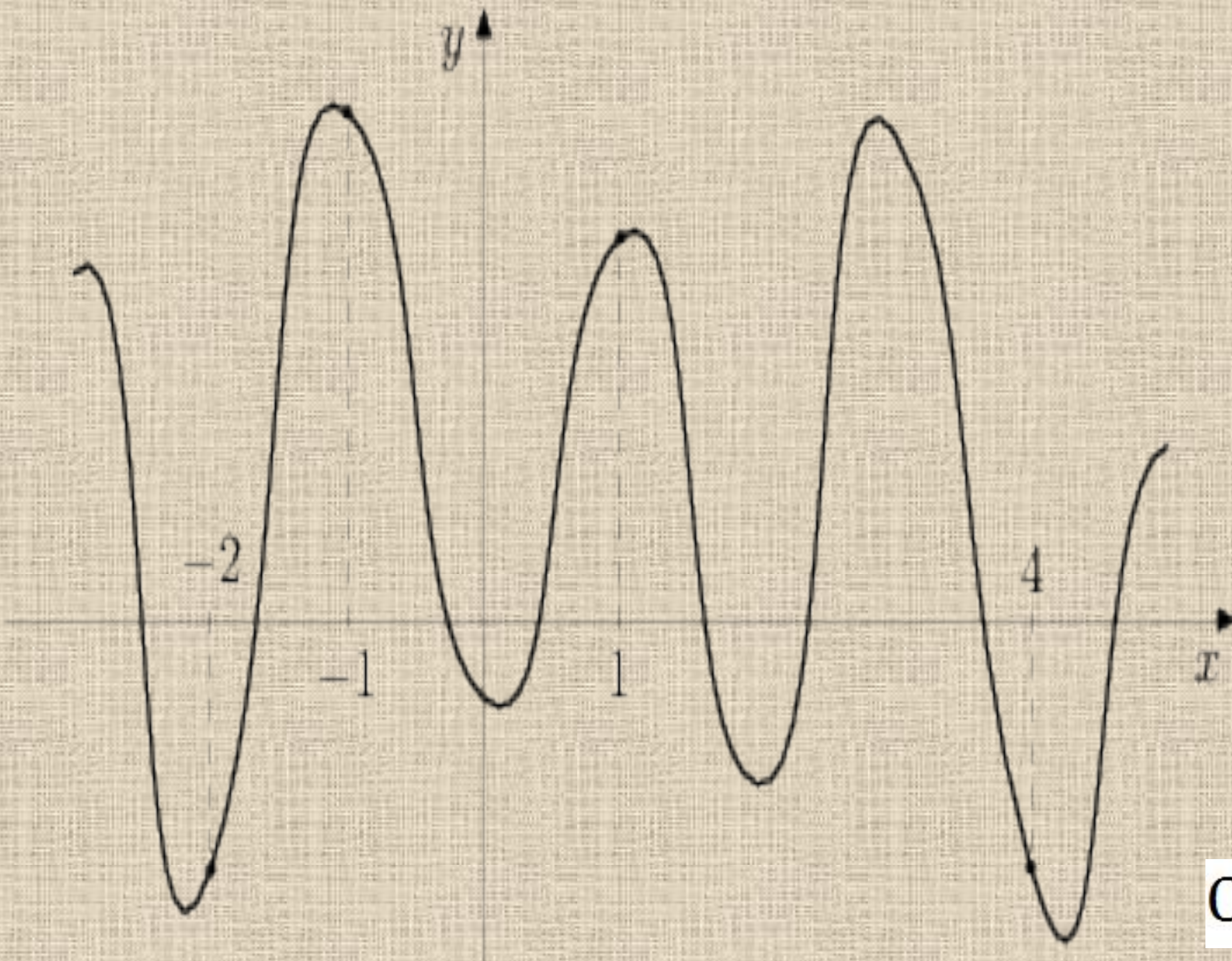
Геометрический смысл производной



Геометрический смысл производной



12. На рисунке изображен график функции $y=f(x)$ и отмечены точки −2, −1, 1, 4. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ:

Физический (механический) смысл производной

$$S'(t) = v(t)$$

$$v'(t) = a(t)$$

Пример

Материальная точка движется по прямой так, что ее скорость в момент времени t равна

$$v(t) = t^3 - 2t.$$

Найдите ускорение точки в момент времени t = 3.

Решение

$$a(t) = v'(t)$$

$$v'(t) = (t^3 - 2t)' = 3 * t^2 - 2$$

$$v'(3) = 3 * 3^2 - 2 = 25$$

Ответ: $a(3) = 25$