

Параметры схемы:

$$\begin{aligned} E_1 &= 10 \text{ В}, E_2 = 36 \text{ В}, E_3 = 12 \text{ В}; \\ R_{01} &= 1 \text{ Ом}, R_{02} = 1 \text{ Ом}, R_{03} = 1 \text{ Ом}; \\ R_1 &= 3 \text{ Ом}, R_2 = 5 \text{ Ом}, R_3 = 3 \text{ Ом}, \\ R_4 &= 5 \text{ Ом}, R_5 = 6 \text{ Ом}, R_6 = 5 \text{ Ом} \end{aligned}$$

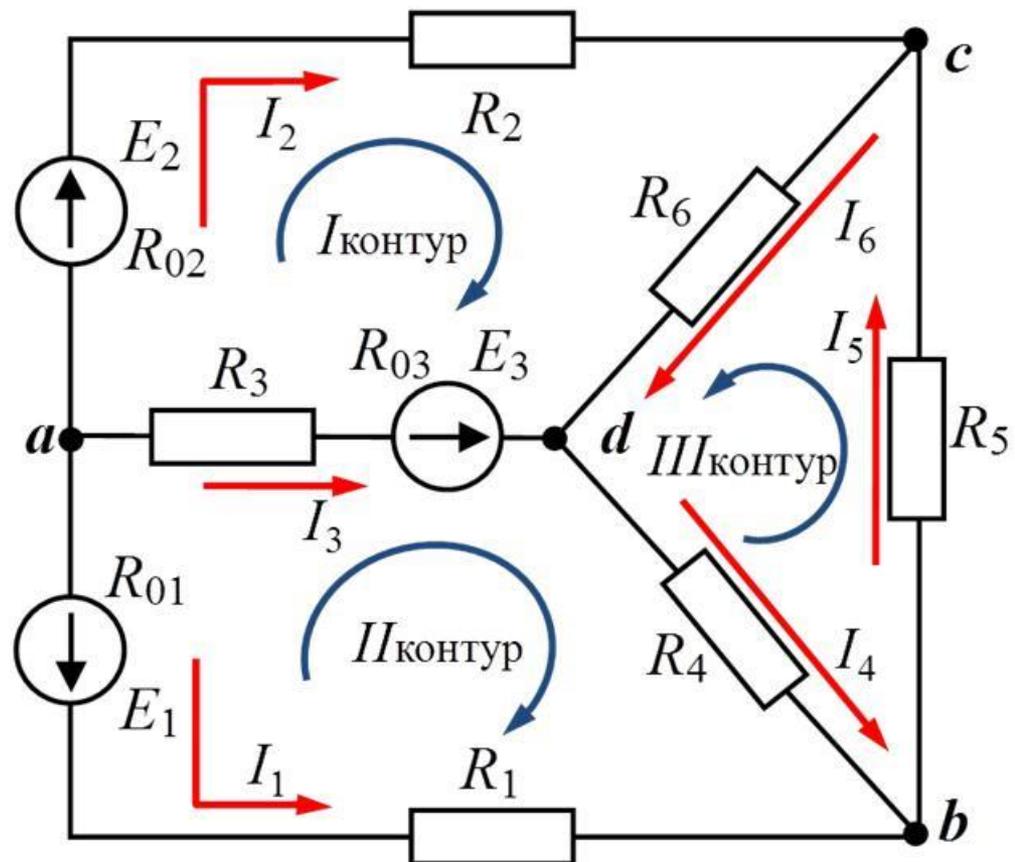
Порядок расчета:

1. Обозначим узлы схемы a, b, c, d . Произвольно укажем направления токов во всех ветвях. Обозначим направление обхода контура для составления уравнений по второму закону Кирхгофа.
2. С целью упрощения последовательные и параллельные соединения сопротивлений, содержащиеся в цепи, заменяются эквивалентными:

$$R_{\Sigma 1} = (R_1 + R_{01}) = 4 \text{ Ом}$$

$$R_{\Sigma 2} = (R_2 + R_{02}) = 6 \text{ Ом}$$

$$R_{\Sigma 3} = (R_3 + R_{03}) = 4 \text{ Ом}$$



3. Составляются уравнения по первому закону Кирхгофа, количество которых равно $(n-1)$, где n – количество узлов в схеме, знак тока зависит от ориентации тока, относительно узла:

1-й закон Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} a: -I_1 - I_2 - I_3 &= 0; \\ b: I_1 + I_4 - I_5 &= 0; \\ c: I_2 + I_5 - I_6 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

2-й закон Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} Iк: I_2 R_{\mathcal{E}2} + I_6 R_6 - I_3 R_{\mathcal{E}3} &= E_2 - E_3; \\ IIк: I_3 R_{\mathcal{E}3} + I_4 R_4 - I_1 R_{\mathcal{E}1} &= E_3 - E_1; \\ IIIк: I_4 R_4 + I_5 R_5 + I_6 R_6 &= 0. \end{aligned} \right\}$$

4. Остальные три уравнения для независимых контуров составляются по второму закону Кирхгофа. Знак слагаемых в уравнении зависит от совпадения или не совпадения с принятым направлением обхода контура.

5. Решая полученные системы уравнений совместно, определим значения токов в ветвях (задача решается в MS Excel методом обратной матрицы). Запишем матрицу коэффициентов при неизвестных токах и матрицу-столбец правой части уравнений.

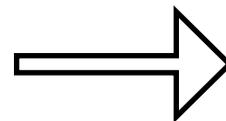
Матрица коэффициентов левой части системы:

$\bullet I_1$	$\bullet I_2$	$\bullet I_3$	$\bullet I_4$	$\bullet I_5$	$\bullet I_6$
-1	-1	-1	0	0	0
1	0	0	1	-1	0
0	1	0	0	1	-1
0	6	-4	0	0	5
-4	0	4	5	0	0
0	0	0	5	6	5

Матрица-столбец правой части системы:

и

0
0
0
24
2
0

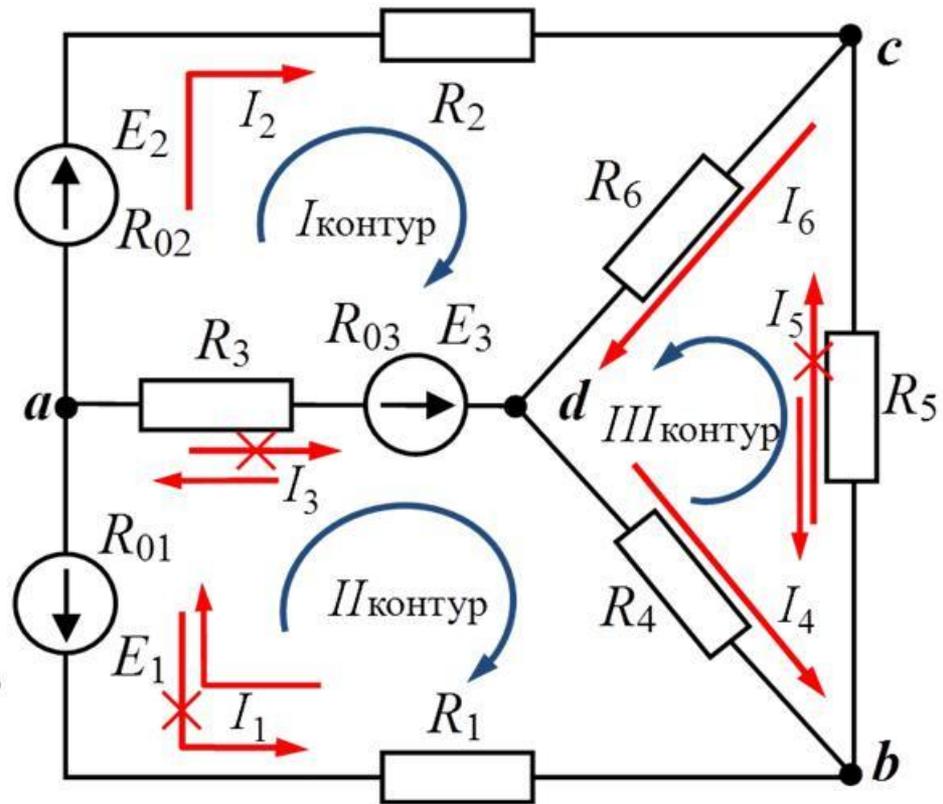
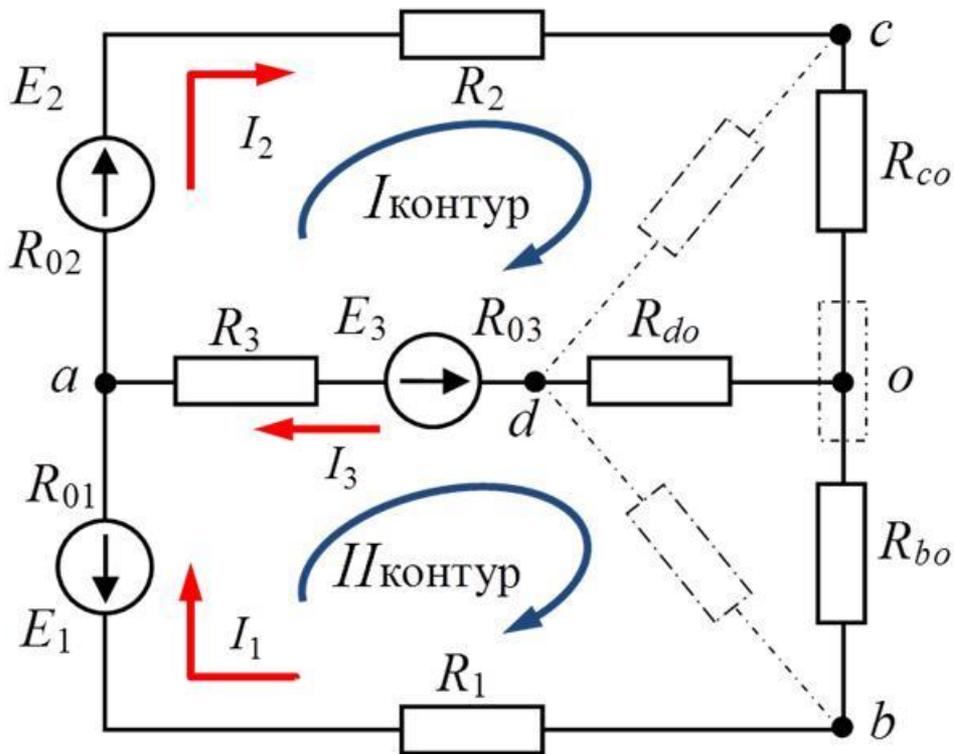


Значения токов:

$I_1 = -1,31 \text{ A}$
$I_2 = 2,33 \text{ A}$
$I_3 = -1,02 \text{ A}$
$I_4 = 0,17 \text{ A}$
$I_5 = -1,14 \text{ A}$
$I_6 = 1,19 \text{ A}$

6. Если принятое направление тока не совпадает с действительным, в результате расчета такой ток оказывается отрицательным. Разворачиваем на схеме отрицательные токи.

7. Проведем замену треугольника сопротивлений на эквивалентную звезду. В данной цепи треугольник сопротивлений, не содержащий ЭДС, образован резисторами R_4, R_5, R_6 . Подключим к точкам b, c, d вместо треугольника звезду сопротивлений R_{co}, R_{do}, R_{bo} .



8. Для преобразованной схемы рассчитаем значения эквивалентных сопротивлений.

$$R_{co} = \frac{R_5 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = 1,875 \text{ Ом} \quad R_{do} = \frac{R_4 \cdot R_6}{R_4 + R_5 + R_6} = 1,56 \text{ Ом}$$

$$R_{bo} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5 + R_6} = 1,875 \text{ Ом}$$

9. Составляем по законам Кирхгофа уравнения для расчета токов.

$$\left. \begin{array}{l} o: -I_1 + I_2 - I_3 = 0; \\ \text{Iк.: } I_2(R_{\text{Э}2} + R_{co}) + I_3(R_{\text{Э}3} + R_{do}) = E_2 - E_3; \\ \text{IIк.: } I_1(R_{\text{Э}1} + R_{bo}) - I_3(R_{\text{Э}3} + R_{do}) = E_3 - E_1. \end{array} \right\}$$

10. Определим значения токов в ветвях (в MS Excel).

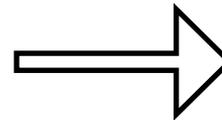
Матрица коэффициентов левой части системы:

$\cdot I_1$	$\cdot I_2$	$\cdot I_3$
-1	1	-1
0	7,875	5,56
5,875	0	-5,56

Матрица-столбец правой части системы:

и

0
24
2



Значения токов:

$I_1 = 1,31 \text{ A}$
$I_2 = 2,33 \text{ A}$
$I_3 = 1,02 \text{ A}$

Значения полученных токов совпадают с ранее найденными, значит расчет произведен верно.

11. Произвольно задаемся направлением контурных токов I_{k1}, I_{k2}, I_{k3} в контурах. Составляем для каждого контура уравнение по второму закону Кирхгофа, учитывая действие как внутреннего контурного тока, действующего на все резистивные элементы контура, так и внешние контурные токи, действующие на резистивные элементы, расположенные на смежных сторонах контура.

$$I_{k1} \cdot (R_1 + R_{01} + R_3 + R_{03} + R_4) - I_{k2} \cdot (R_3 + R_{03}) - I_{k3} \cdot R_4 = E_3 - E_1$$

$$I_{k2} \cdot (R_2 + R_{02} + R_3 + R_{03} + R_6) - I_{k1} \cdot (R_3 + R_{03}) - I_{k3} \cdot R_6 = E_2 - E_3$$

$$I_{k3} \cdot (R_4 + R_5 + R_6) - I_{k1} \cdot (R_4) - I_{k2} \cdot R_6 = 0$$

Определим значения контурных токов (в MS Excel).

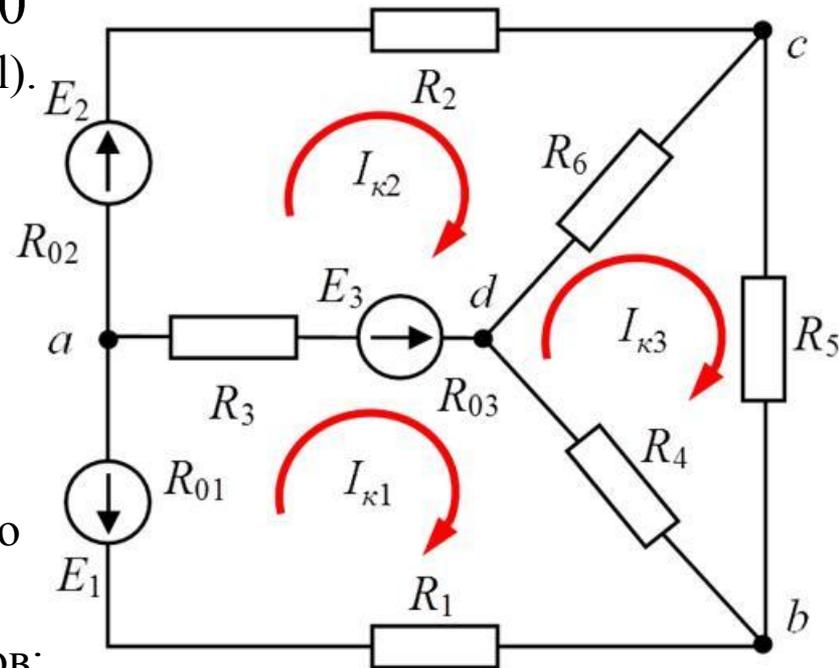
Если контурный ток оказался отрицательным, он разворачивается на схеме.

Токи во внешних ветвях схемы I_1, I_2, I_5 равны соответствующим контурным токам I_{k1}, I_{k2}, I_{k3} .

Токи во внутренних ветвях схемы I_3, I_4, I_6 определяются как сумма или разность соответствующих контурных токов. Если контурные токи во внутренней ветви совпадают по направлению, берется их сумма; если не совпадают, берется их разность:

Значения токов:

$I_{k1} = I_1 = 1,31 \text{ A}$
$I_{k2} = I_2 = 2,33 \text{ A}$
$I_{k3} = I_5 = 1,14 \text{ A}$



$$I_3 = I_{k2} - I_{k1} = 1,02 \text{ A}$$

$$I_4 = I_{k1} - I_{k3} = 0,17 \text{ A}$$

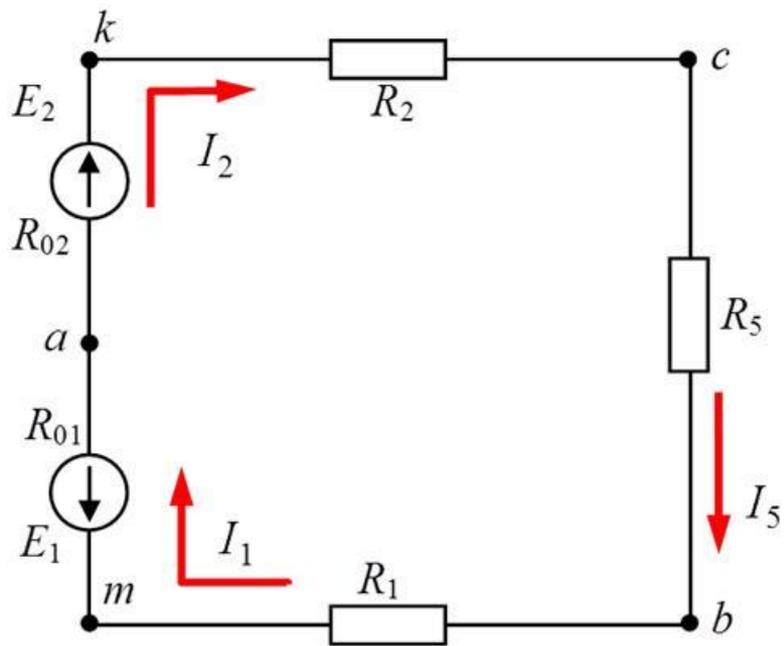
$$I_6 = I_{k2} - I_{k3} = 1,19 \text{ A}$$

12. Составляем баланс мощностей цепи. Для исходной схемы баланс мощностей имеет вид:

$$\begin{aligned} \sum P_{И} &= \sum P_{П} & -E_1 \cdot I_1 + E_2 \cdot I_2 - E_3 \cdot I_3 = \\ &= I_1^2(R_1 + R_{01}) + I_2^2(R_2 + R_{02}) + I_3^2(R_3 + R_{03}) + I_4^2 \cdot R_4 + I_5^2 \cdot R_5 + I_6^2 \cdot R_6. \end{aligned}$$

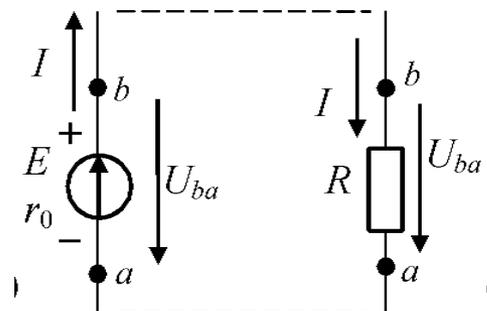
5016 ≈ 5009

13. Рассчитаем потенциалы точек внешнего контура цепи. Разделим дополнительными точками элементы в ветвях (k, m). Примем потенциал точки a равным 0. Расчет потенциалов ведется по закону Ома.



$$I = \frac{E - U_{ba}}{r_0} = \frac{E - (\varphi_b - \varphi_a)}{r_0}$$

$$I = \frac{U_{ba}}{R} = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{R}$$



$$\varphi_a = 0 \text{ В}$$

$$\varphi_k = \varphi_a + (E_2 - I_2 \cdot R_{02}) = 36 - 2,33 \cdot 1 = 33,67 \text{ В}$$

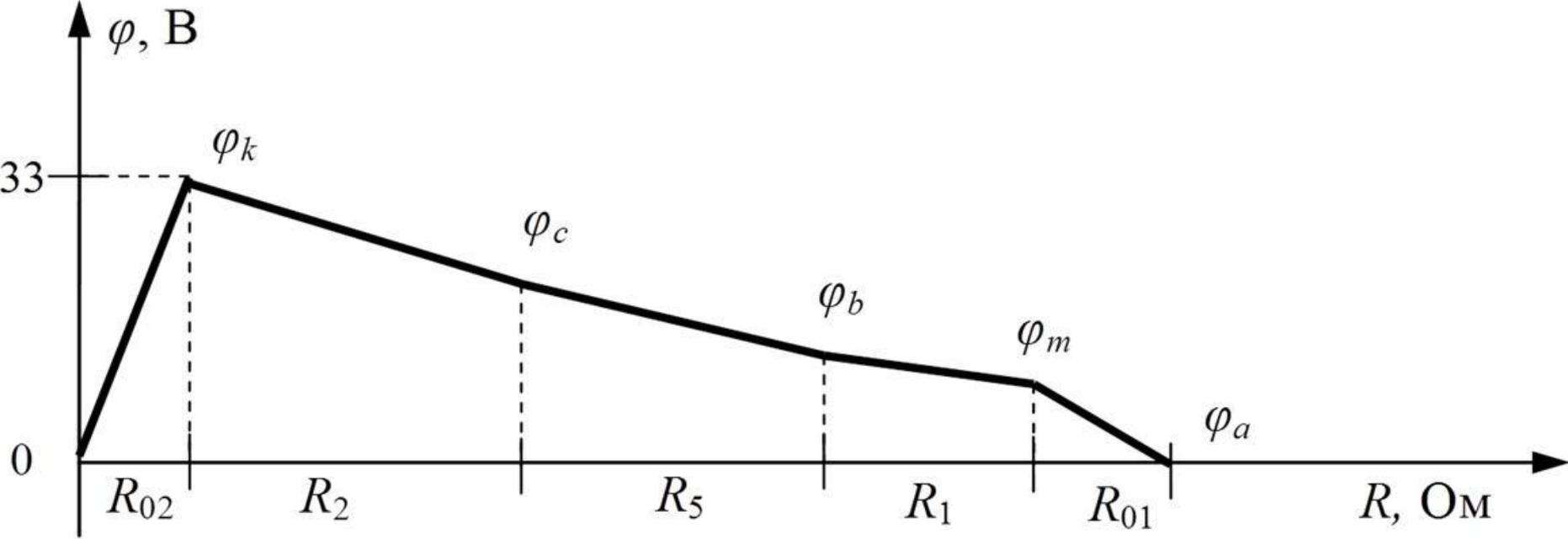
$$\varphi_c = \varphi_k - I_2 \cdot R_2 = 33,67 - 2,33 \cdot 5 = 22,02 \text{ В}$$

$$\varphi_b = \varphi_c - I_5 \cdot R_5 = 22,02 - 1,14 \cdot 6 = 15,18 \text{ В}$$

$$\varphi_m = \varphi_b - I_1 \cdot R_1 = 15,18 - 1,31 \cdot 3 = 11,25 \text{ В}$$

$$\varphi_a = \varphi_m - (E_1 + I_1 \cdot R_{01}) = 11,25 - (10 + 1,31 \cdot 1) = -0,06 \approx 0 \text{ В}$$

В результате расчета потенциалов точек строится в масштабе потенциальная диаграмма.



Потенциальная диаграмма внешнего контура цепи