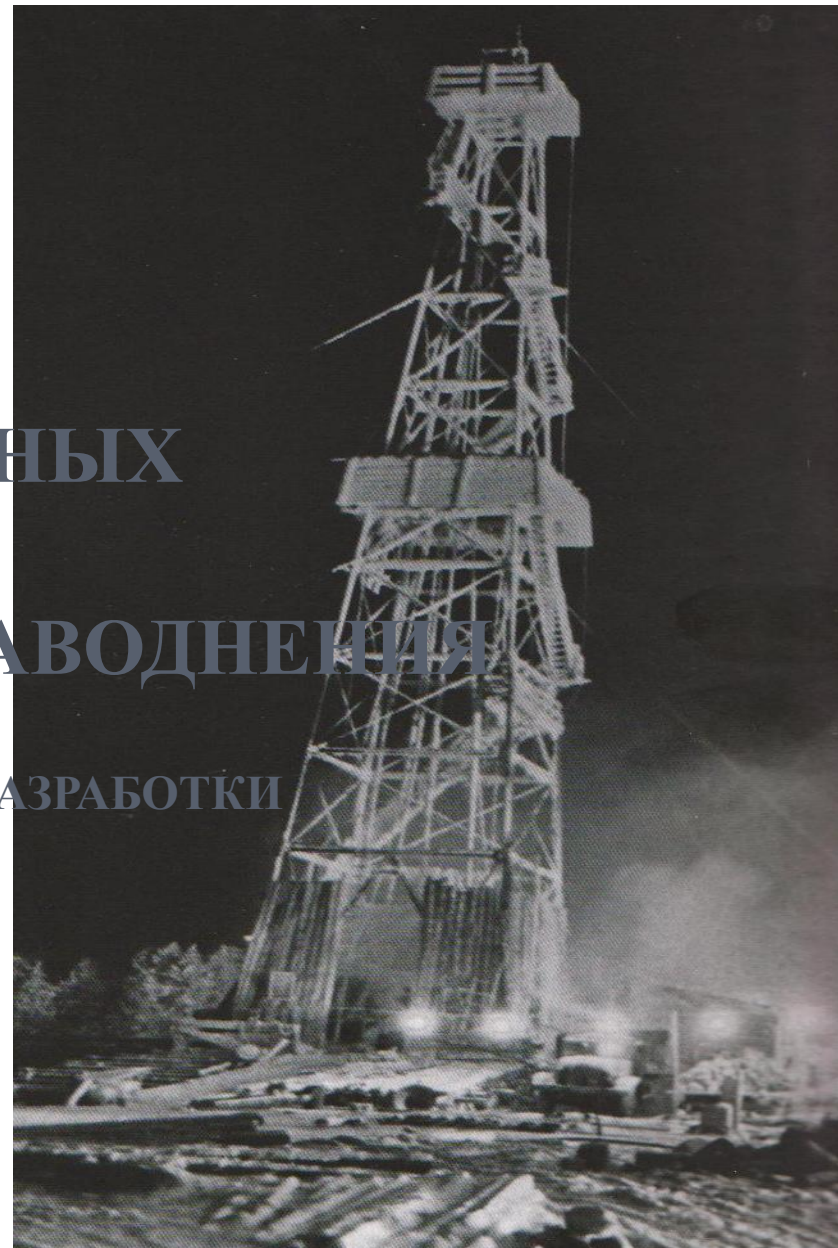


# РАЗРАБОТКА НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ЗАВОДНЕИЯ

ОСНОВНЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ РАЗРАБОТКИ



Заводнение нефтяных месторождений применяют с целью вытеснения нефти водой из пластов и поддержания при этом пластового давления на заданном уровне.

В настоящее время заводнение — самый распространенный в мире вид воздействия на пласты разрабатываемых месторождений. В России свыше 90% всей нефти добывают из заводняемых месторождений. В США из таких месторождений также получают значительную часть добычи нефти.

Наиболее часто применяемые виды заводнения: внутриконтурное при рядных или блоково-рядных и площадных схемах, расположения скважин и законтурное. Используют также очаговое и избирательное заводнение.

Технологически заводнение осуществляется следующим образом. Очищенную от примесей воду с помощью насосов высокого давления, установленных на насосной станции, закачивают в нагнетательные скважины, располагаемые на площади нефтеносности (внутриконтурное заводнение) или вне ее (законтурное заводнение).



Давление на устье нагнетательных скважин в процессе заводнения пластов поддерживают обычно на уровне 5—10 МПа, а в ряде случаев —15—20 МПа. Так как проницаемости в призабойных зонах отдельных скважин неодинаковы при одном и том же давлении на устье, расход закачиваемой в различные скважины воды различный. Теория заводнения нефтяных пластов показывает, что расход  $q_{вс}$  воды, закачиваемой в нагнетательную скважину, согласно закону Дарси, должен быть пропорциональным перепаду давления. Однако фактически, согласно опытным данным, он нелинейно зависит от перепада давления, причем при незначительных его значениях зависимость близка к линейной (рис. 68), но при некотором перепаде давления  $\Delta P_c^*$  расход  $q_{вс}$  начинает резко увеличиваться. Это происходит по той причине, что при перепаде давления



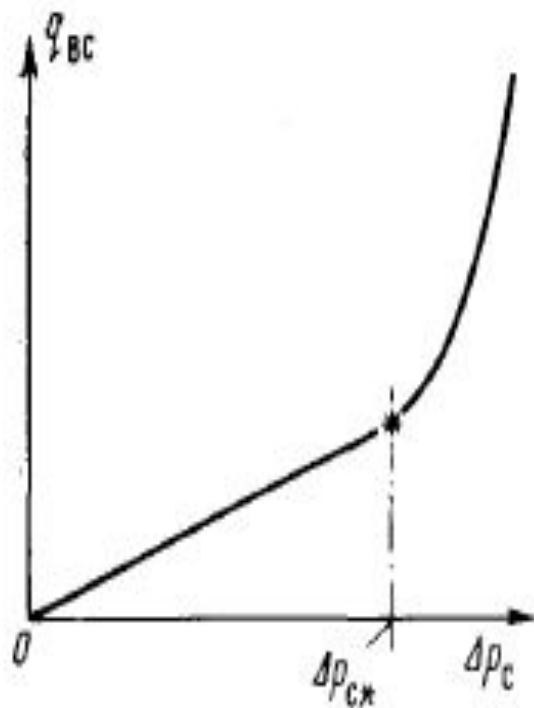


Рис. 68. Зависимость расхода воды, закачиваемой в нагнетательную скважину, от перепада давления

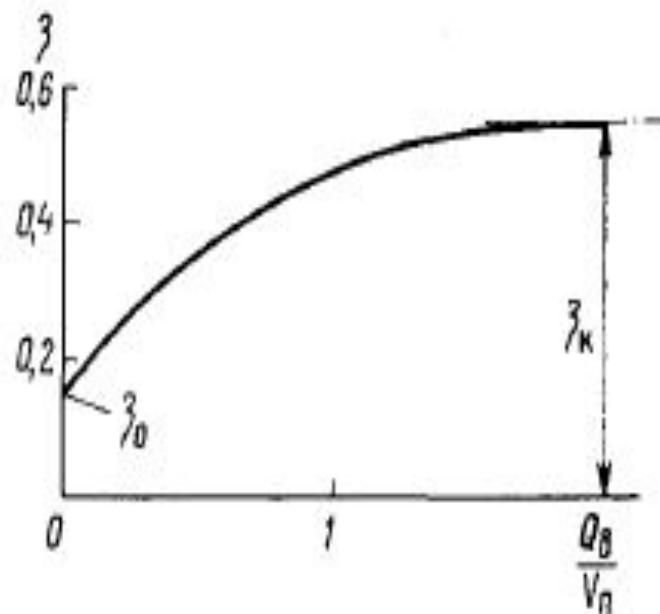


Рис. 69. Зависимость текущей нефтеотдачи от  $Q_{в}/V_{п}$ . Нефтеотдача:  $\eta_0$  — безводная;  $\eta_к$  — конечная

$\Delta p_c = p_c - p_k = \Delta p_{c*}$  в призабойной зоне скважины раскрываются трещины и эффективная проницаемость пласта в этой зоне резко возрастает.

При разработке нефтяных месторождений с применением заводнения из добывающих скважин вначале получают практически чистую нефть, т. е. безводную продукцию, а затем, по мере роста объема закачанной в пласт воды, начинают вместе с нефтью добывать воду. Если  $q_{вз}$  — полный расход воды, закачиваемой в разрабатываемый пласт или месторождение в целом в единицу времени,  $q_w$  — количество добываемой из пласта или месторождения воды в единицу времени (дебит воды), а  $q_n$  — дебит нефти, то имеем следующие выражения.

1. Накопленное количество закачанной в пласт воды к моменту времени  $t$

$$Q_{вз} = \int_0^t q_{вз}(t) dt. \quad (IV.1)$$

2. Накопленное количество добытой из пласта нефти за тот же период времени

$$Q_n = \int_0^t q_n(t) dt. \quad (IV.2)$$

3. Накопленное количество добытой из пласта воды

$$Q_w = \int_0^t q_w(t) dt. \quad (IV.3)$$

Текущую нефтеотдачу  $\eta = Q_n/G$  при разработке заводняемых месторождений выражают обычно в виде зависимости  $\eta$  от



$Q_v/V_{\Pi}$  или  $\eta$  от  $Q_{вз}/V_{\Pi}$  ( $V_{\Pi}$  — поровый объем пласта;  $G$  — геологические запасы нефти). Типичная зависимость  $\eta = \eta(Q_v/V_{\Pi})$ , получаемая при разработке пластов, содержащих маловязкую нефть (вязкостью  $1-5 \cdot 10^{-3}$  МПа·с), с применением заводнения показана на рис. 69.

Извлекаемые запасы нефти в пласте или в месторождении в целом  $N$  определяют, естественно, следующей формулой:

$$N = \eta_{\kappa} G. \quad (IV.4)$$

Зависимость текущей нефтеотдачи от отношения  $Q_{вз}/V_{\Pi}$  в том случае, когда заводнение применяют с начала разработки месторождения, имеет вид, показанный на рис. 70.

Текущая обводненность  $v$  продукции, добываемой из пласта или месторождения, составит

$$v = \frac{q_v}{q_v + q_n} = \frac{q_v}{q_{\text{ж}}}; \quad q_{\text{ж}} = q_v + q_n. \quad (IV.5)$$

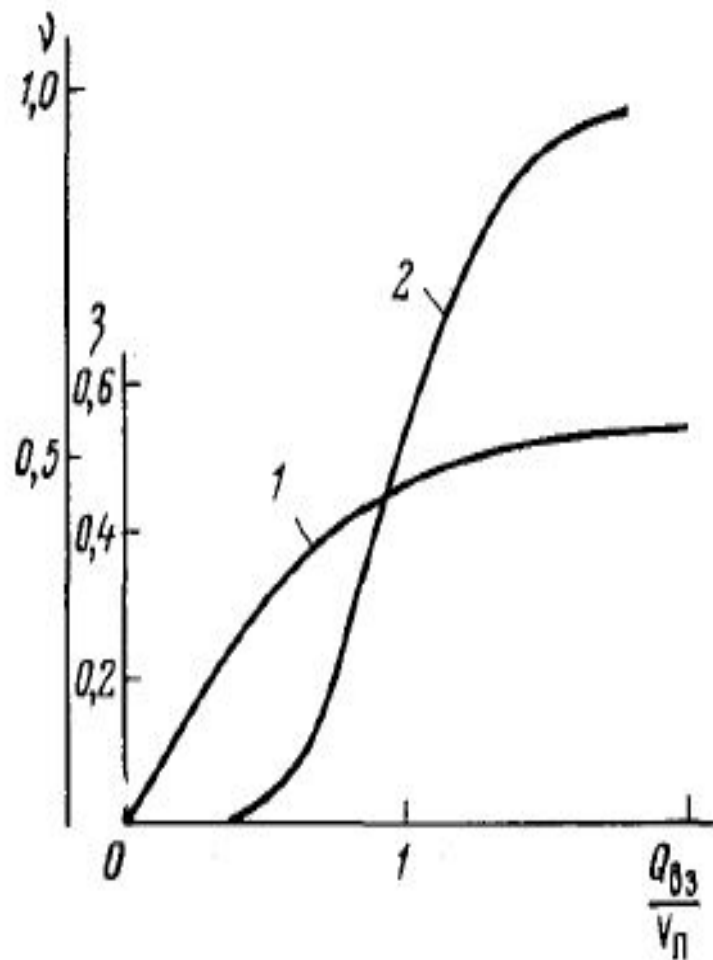


Рис. 70. Зависимость текущей нефтеотдачи и обводненности продукции от  $Q_{вз}/V_{п}$ :

1 — текущая нефтеотдача  $\eta$ ; 2 — текущая обводненность  $v$

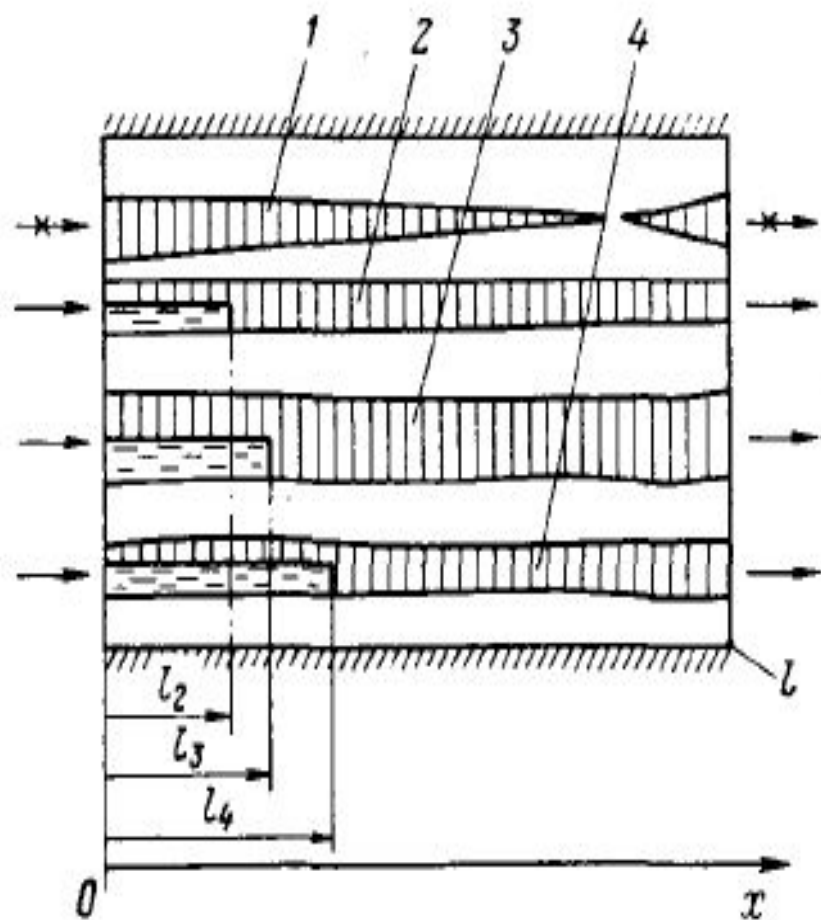


Рис. 71. Схема заводнения слоистого пласта



На рис. 70 показана типичная для месторождений мало-вязких нефтей зависимость текущей обводненности от  $Q_{вз}/V_n$ .

Как уже было указано выше, коэффициент текущей нефтеотдачи  $\eta$  равен произведению коэффициента извлечения нефти из недр или, в случае заводнения, коэффициента вытеснения нефти водой  $\eta_1$  на коэффициент  $\eta_2$  охвата пласта процессом вытеснения.

Коэффициентом вытеснения нефти водой  $\eta_1$  при разработке нефтяных месторождений с применением заводнения называется отношение извлеченной из пласта нефти к ее запасам, первоначально находившимся в части пласта, подверженной воздействию заводнением. Соответственно коэффи-



коэффициентом охвата пласта воздействием  $\eta_2$  называется отношение запасов нефти, первоначально находившихся в части пласта, подверженной воздействию заводнением, к геологическим запасам нефти в пласте.

Для уяснения понятий о коэффициентах вытеснения нефти водой и охвата пласта воздействием рассмотрим схему заводнения слоистого прямолинейного пласта (рис. 71). Пласт состоит из четырех пропластков (1, 2, 3 и 4), причем только три нижних охвачены заводнением, а первый пропласток, вследствие того, что он прерывается из-за литологического выклинивания в области между нагнетательной галереей ( $x=0$ ) и добывающей галереей ( $x=l$ ), не разрабатывается — в него не поступает закачиваемая в пласт вода и из него не добывается нефть. Общие геологические запасы нефти в пласте

$$G = G_1 + G_2 + G_3 + G_4. \quad (IV.6)$$

Охваченные заводнением запасы  $G_{\text{охв}}$  равны следующей сумме запасов:

$$G_{\text{охв}} = G_2 + G_3 + G_4. \quad (\text{IV.7})$$

По определению

$$\eta = \frac{Q_{\text{н}}}{G} = \frac{Q_{\text{н}}}{G_{\text{охв}}} \frac{G_{\text{охв}}}{G} = \eta_1 \eta_2. \quad (\text{IV.8})$$

В некоторых случаях коэффициент нефтеотдачи равен произведению не только двух, но и трех и большего числа коэффициентов. Если, согласно рис. 71, в некоторый момент времени закачиваемая в пласт вода проникла в пласт 2 на расстояние  $l_2$ , в пласт 3 — на расстояние  $l_3$ , а в пласт 4 — на расстояние  $l_4$ , то первоначальные запасы нефти в заводненной части пласта 2 можно обозначить  $G_{02}$ , а соответствующие запасы в

пластах 3 и 4 —  $G_{03}$  и  $G_{04}$ . Суммарные первоначальные запасы  $G_{зав}$  в заводненной области пласта определяют по формуле

$$G_{зав} = G_{02} + G_{03} + G_{04}. \quad (IV.9)$$

Тогда для коэффициента текущей нефтеотдачи можно написать

$$\eta = \frac{Q_n}{G} = \frac{Q_n}{G_{зав}} \frac{G_{зав}}{G_{охв}} \frac{G_{охв}}{G} = \eta_{11} \eta_{12} \eta_2, \quad (IV.10)$$

где  $\eta_{11}$  — коэффициент вытеснения нефти водой из заводненной области пласта;  $\eta_{12}$  — коэффициент заводнения.

В условиях неизменной системы и технологии разработки пласта в случае, когда коэффициент нефтеотдачи равен произведению коэффициента вытеснения  $\eta_1$  на коэффициент охвата  $\eta_2$ , зависимость их от  $Q_{вз}/V_p$  показана на рис. 72, откуда видно, что  $\eta_1$  возрастает с увеличением  $Q_{вз}/V_p$ , а  $\eta_2$  остается постоянным, поскольку объем охваченных воздействием запасов в указанных условиях с течением времени не изменяется.

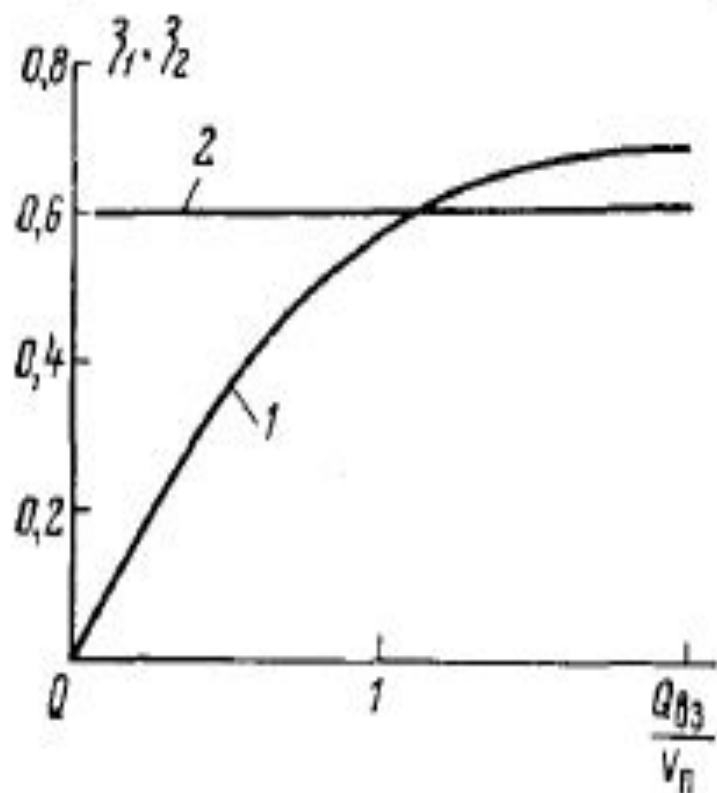


Рис. 72. Зависимости  $\eta_1$  и  $\eta_2$  от  $Q_{вз}/V_{п}$

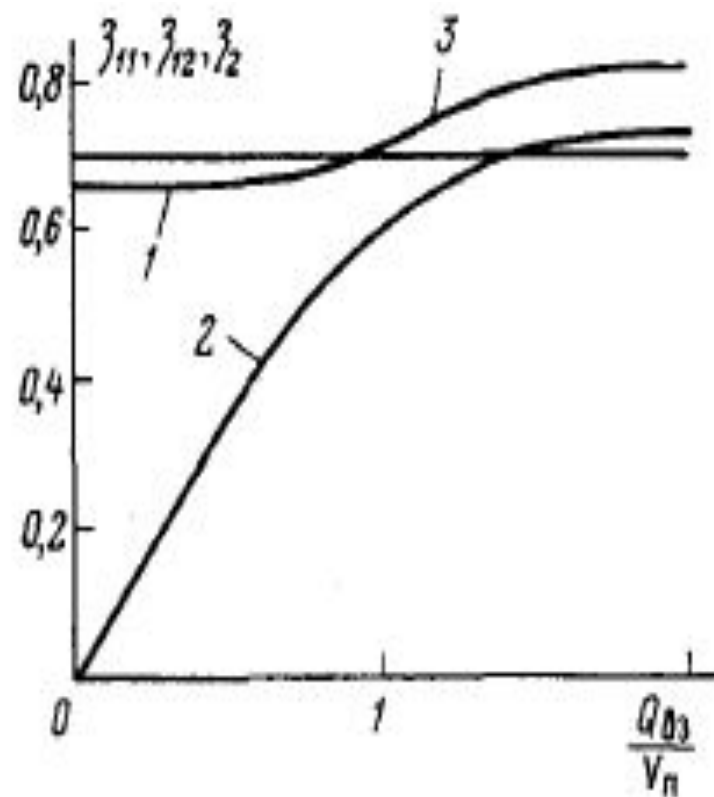


Рис. 73. Зависимости  $\eta_{11}$ ,  $\eta_{12}$  и  $\eta_2$  от  $Q_{вз}/V_{п}$

Если же  $\eta$  определяют как произведение трех коэффициентов согласно формуле (IV.10), то их зависимости от  $Q_{вз}/V_{п}$  при неизменной системе и технологии разработки пластов будут иметь вид, показанный на рис. 73. Коэффициент вытесне-

ния нефти водой из заводненной области  $\eta_{11}$  (кривая 1) в каком-либо из пропластков до подхода воды по нему к добывающей галерее будет близким к постоянному. В остальных пропластках этот коэффициент в период безводной добычи нефти также остается неизменным и только в водный период он несколько возрастает вследствие дополнительного «отмыва» нефти. Поэтому этот коэффициент остается постоянным в начальный период вытеснения нефти водой из пласта в целом и только в конце разработки возрастает. Коэффициент заводнения  $\eta_{12}$  (кривая 2 на рис. 73) в соответствии с его определением будет непрерывно возрастать, поскольку по мере закачки в пласт воды объем заводненной области непрерывно увеличивается. Коэффициент охвата  $\eta_2$  (кривая 3) остается постоянным при неизменной системе и технологии разработки месторождения. Коэффициенты  $\eta_1$  и  $\eta_{11}$  в общем случае, т. е. не только при разработке месторождения с применением заводне-

ния, определяют по физико-геологическим свойствам и строению пласта на небольших участках, т. е. по микроструктуре пласта, а также механизму извлечения из него нефти. Коэффициент вытеснения часто определяют на основе данных лабораторных экспериментов вытеснения нефтей из естественных образцов пород-керна, а также промысловых исследований. Теоретические и экспериментальные данные показывают, что коэффициент вытеснения  $\eta_1$  в процессе разработки месторождений с применением заводнения, т. е. при вытеснении нефти из пластов не смешивающейся с нефтью жидкостью — водой, зависит от следующих основных факторов:

1) минералогического состава и литологической микроструктуры пород — коллекторов нефти и, как следствие этих факторов, — глинистости пород, распределения пор по размерам, уровня абсолютной проницаемости, относительных проницаемостей, параметров микротрещиноватости пород, т. е. размера блоков и трещин, отношения их проницаемостей и т. д.;

2) отношения вязкости нефти к вязкости воды, вытесняющей нефть;

3) структурно-механических (неньютоновских) свойств нефти и их зависимостей от температурного режима пластов;

4) смачиваемости пород водой и характера проявления капиллярных сил в породах-коллекторах с различной микроструктурой;

5) скорости вытеснения нефти водой.

Коэффициент охвата пластов воздействием при заводнении  $\eta_2$  зависит главным образом от следующих факторов.

1. Физических свойств и геологической неоднородности разрабатываемого нефтяного пласта в целом (макронеоднородности пласта). Здесь имеется в виду наличие газовой шапки, нефтенасыщенных зон, подстилаемых водой, т. е. водоплавающих зон, прерывистости пласта по вертикали (наличия непроницаемых пропластков) и по горизонтали (литологического выклинивания пропластков), существования дизъюнктивных разрывов и т. д.

2. Параметров системы разработки месторождения, т. е. расположения скважин в пласте, расстояний между добывающими, а также между добывающими и нагнетательными скважинами, отношения числа нагнетательных к числу добывающих скважин.

3. Давления на забоях нагнетательных и добывающих скважин, применения методов воздействия на призабойную зону и совершенства вскрытия пластов.

4. Применения способов и технических средств эксплуатации скважин (механизированных способов добычи, обеспечивающих необходимый отбор жидкости из скважин, методов одновременно-раздельной эксплуатации).

5. Применения методов управления процессом разработки месторождения путем частичного изменения системы разработки (очагового и избирательного заводнения) или без изменения системы разработки (изменения режима работы скважин, установления оптимальных условий прекращения эксплуатации скважин, циклического заводнения и др.).



В целом можно отметить, что коэффициент вытеснения зависит от физических свойств пласта, его микронеоднородности и характеристик процесса вытеснения нефти из пористой среды, а коэффициент охвата пластов воздействием при заводнении, как и при других методах разработки, определяется степенью макронеоднородности месторождения, системой разработки и условиями эксплуатации скважин.

Чтобы прогнозировать показатели разработки нефтяного месторождения при его заводнении, необходимо, помимо модели самого пласта, во многих случаях сохраняющейся одинаковой при всех методах извлечения нефти из недр, использовать также модель процесса заводнения пласта и затем применительно к конкретной системе разработки — расчетную схему для месторождения в целом или его элемента.

Как показывают исследования вытеснения нефти водой из образцов горных пород-коллекторов, после подхода воды к концу образца начинается извлечение из него нефти вместе с водой, т. е. происходит так называемый водный период разработки. В одних случаях

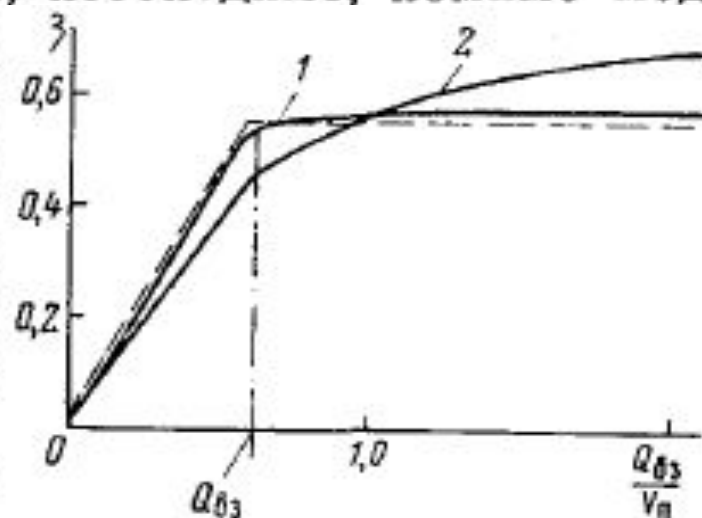


Рис. 74. Зависимости текущей нефтеотдачи от  $Q_{вз}/V_{п}$ :

1 и 2 — кривые, построенные по данным соответственно при поршневом и непоршневом вытеснении нефти водой

после начала этого периода из образца добывается незначительное количество нефти (рис. 74, кривая 1), в других в этот период из образцов извлекаются значительные объемы нефти, сравнимые с объемами нефти, извлекаемыми в безводный период (кривая 2).

Такое несходство между кривыми вытеснения нефти водой из образцов пород в водный период объясняется различием микроструктуры пористых сред, характером проявления в них капиллярных сил, различием вязкостей вытесняемой и вытесняющей жидкостей и др. Исследования фазовых и относительных проницаемостей пористых сред при вытеснении из них нефти водой показывают, что для многих пластов характерно возникновение в порах раздробленных, дисперсированных мелких глобул нефти, неизвлекаемой из пористой среды даже во время прокачки через нее при одних и тех же перепадах давления неограниченного количества воды, т. е. при так называемой бесконечной промывке. Таким образом, в этих пластах остаточная нефть находится в виде неподвижных глобул, за-

ключенных в тупиковых зонах, в поровых ловушках, т. е. в местах пористых сред, где путь движению нефти преграждается плотными скоплениями зерен пород. Раздроблению нефти в процессе вытеснения ее из пористых сред, возникновению неподвижных глобул способствуют также различие вязкостей нефти и воды и наличие неньютоновских свойств у нефти. Дисперсирование нефти в пористых средах происходит недалеко от фронта вытеснения, позади него, где находятся одновременно нефть и вода, так что за водный период из образцов рассматриваемых пористых сред добывают небольшое количество нефти. Процесс вытеснения нефти водой из этих сред как раз и описывается кривой 1 (см. рис. 74). Если в пористой среде содержится сравнительно небольшое число тупиковых зон в единице объема, то нефть, будучи даже раздроб-

ленной позади фронта вытеснения ее водой, продолжает двигаться в этой среде и извлекаться из нее по мере закачки в образец воды. В таком случае вытеснение нефти из образца пористой среды характеризуется кривой 2 (см. рис. 74).

Возьмем два образца пористой среды. В образце 1 процессу вытеснения нефти водой соответствует кривая 1, а в образце 2 — кривая 2 (см. рис. 74). Допустим, что к началу водного периода извлечения нефти в эти образцы было закачено по одному и тому же количеству воды  $Q_{вз}^*$ . Как видно из рис. 74, из образца 1 при  $Q_{вз} > Q_{вз}^*$  почти не извлекается нефть, а из образца 2 добывается значительное количество нефти. Можно отметить, что для образца 2 существенное значение имеет водный период добычи нефти, в течение которого в пористой среде происходит совместная (двухфазная) фильтрация нефти и воды.

Кривую 1 можно аппроксимировать двумя прямыми — наклонной, соответствующей условию  $0 \leq Q_{вз} \leq Q_{вз}^*$ , и параллельной оси абсцисс, справедливой при  $Q_{вз} > Q_{вз}^*$ . Обе прямые на рис. 74 показаны пунктирными линиями. Этой аппроксимации соответствует определенная модель процесса вытеснения нефти водой из пористых сред — модель поршневого вытеснения нефти водой.

Для описания процессов вытеснения нефти водой из пористых сред, характеризующихся кривыми типа 2 (см. рис. 74), используют модель совместной (двухфазной) фильтрации нефти и воды.

Обе модели основаны на экспериментальных характеристиках процесса вытеснения нефти водой из пористых сред. При поршневом вытеснении экспериментально определяют коэффициент вытеснения  $\eta_1$  и объем закачанной в пористую среду воды  $Q_{вз}$ , равный объему извлеченной из нее нефти. При двухфазной фильтрации используют зависимости фазовых или относительных проницаемостей для нефти и воды от насыщенности пористой среды водой, описанные в гл. II.



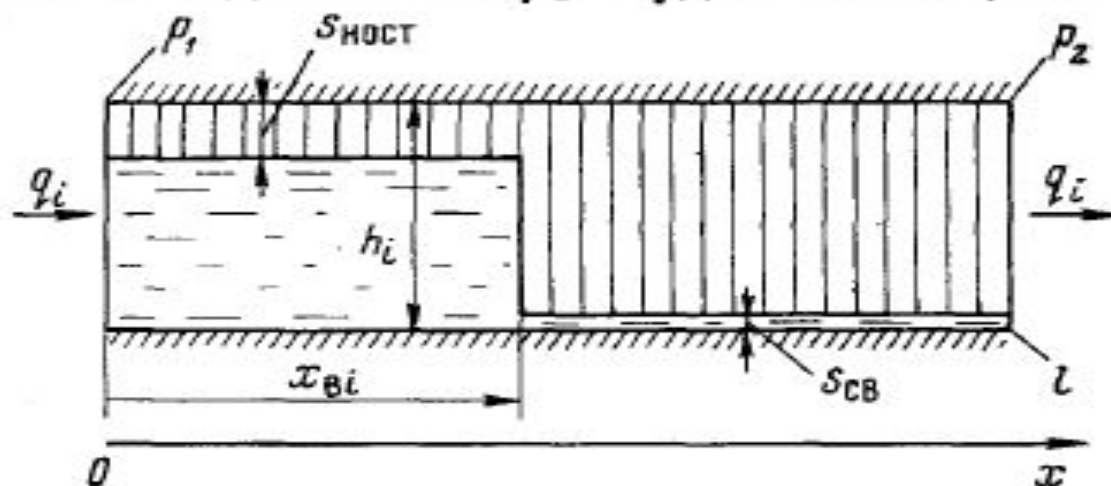
## § 2. РАСЧЕТ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ СЛОИСТОГО ПЛАСТА НА ОСНОВЕ МОДЕЛИ ПОРШНЕВОГО ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ

Показатели, близкие к реальным, получают в ряде случаев при расчете разработки нефтяных месторождений с помощью модели, состоящей из моделей процесса поршневого вытеснения нефти водой и слоистого пласта.

Прежде всего рассмотрим процесс поршневого вытеснения нефти водой из одного прямолинейного слоя (пропластка) толщиной  $h_i$  и длиной  $l$ , пористостью  $m_i$  и проницаемостью  $k_i$  (рис. 75).

Пусть давление воды, входящей слева в пропласток, равно  $p_1$ , а давление воды на выходе из него  $p_2$ . Будем считать, что

Рис. 75. Модель прямолинейного пропластка при поршневом вытеснении нефти водой



в течение всего процесса вытеснения нефти водой из слоя перепад давления  $\Delta p = p_1 - p_2$  постоянный. В соответствии с

моделью поршневого вытеснения нефти водой остаточная нефтенасыщенность в заводненной области слоя остается постоянной, равной  $s_{н\text{ост}}$ . Согласно рис. 75, фронт вытеснения занимает в момент времени  $t$  положение  $x_{вi} = x_{вi}(t)$ . Ширина пропластка, измеряемая в направлении, перпендикулярном к плоскости чертежа (см. рис. 75), равная ширине всего пласта, составляет  $b$ . При постоянном перепаде давления на входе в пропласток и на выходе из него расход закачиваемой воды  $q_i$  будет изменяться со временем.

Предположим, что в заводненной зоне, т. е. при  $0 \leq x \leq x_{вi}$ , связанная вода с начальной насыщенностью  $s_{св}$  полностью смешивается с закачиваемой водой, так что условно (см. рис. 75) заводненная область насыщена остаточной нефтью и этой смесью. Тогда суммарный объем воды  $Q_{взi}$ , вошедший в область пропластка при  $0 \leq x \leq x_{вi}$ , можно определить по формуле

$$Q_{взi} = mbh_i (1 - s_{н\text{ост}} - s_{св}) x_{вi}. \quad (\text{IV.11})$$

Дифференцируя это выражение по времени  $t$ , получим следующую формулу для расхода воды, поступающей в  $i$ -й пропласток:

$$Q'_{взi} = mbh_i (1 - s_{н\text{ ост}} - s_{св}) \frac{dx_{ви}}{dt}. \quad (\text{IV.12})$$

С другой стороны, можно, согласно обобщенному закону Дарси, т. е. с учетом того, что фазовые проницаемости для воды и нефти соответственно составляют  $k_{фв} = k_v k$ ,  $k_{фн} = k_n k$  ( $k_v$  и  $k_n$  — постоянные относительные проницаемости), получить для расхода воды следующее выражение:

$$Q_{взi} = \frac{k_i k_v b h_i (\rho_1 - \rho_{ви})}{\mu_v x_{ви}(t)}, \quad (\text{IV.13})$$

где  $\mu_v$  — вязкость воды.

При рассмотрении процессов вытеснения нефти водой принимают, что нефть и вода — несжимаемые жидкости. Сжимае-



мость пород пласта также не учитывают. Поэтому, аналогично формуле (IV.13), можно написать для дебита нефти, получаемой из того же  $i$ -го пропластка, выражение

$$q_{vi} = \frac{k_l k_H b h_i (p_{vi} - p_2)}{\mu_H (l - x_{vi})}, \quad (\text{IV.14})$$

где  $\mu_H$  — вязкость нефти.

Из выражений (IV.13) и (IV.14), исключая из них давление  $p_{vi}$  на фронте вытеснения, получим

$$q_{vzt} = q_{vi} = \frac{k_i b h_i \bar{\Delta p}}{\frac{\mu_H}{k_H} l - \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right) x_{vi}(t)}; \quad (\text{IV.15})$$

$$\bar{\Delta p} = p_1 - p_2.$$

Приравнявая (IV.12) и (IV.15), получим следующее дифференциальное уравнение относительно  $x_{vi}(t)$ :

$$\left[ \frac{\mu_H}{k_H} l - \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right) x_{vi} \right] \frac{dx_{vi}}{dt} = \frac{k_i \bar{\Delta p}}{m(1 - s_{H \text{ ост}} - s_{CB})}. \quad (\text{IV.16})$$

Интегрируя (IV.16) и учитывая, что  $x_{vi}=0$  при  $t=0$ , приходим к следующему квадратному уравнению относительно  $x_{vi}$ .

$$\frac{\mu_H}{k_H} l x_{vi} - \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right) \frac{x_{vi}^2}{2} = \frac{k_i \bar{\Delta p} t}{m (1 - s_{H \text{ ост}} - s_{св})}. \quad (\text{IV.17})$$

Решая это квадратное уравнение, получаем окончательные формулы для определения  $x_{vi}$  в пропластке с проницаемостью  $k$  в любой момент времени

$$x_{vi}(t) = \frac{\mu_H l (1 - \sqrt{1 - \varphi k_i t})}{k_H \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right)}; \quad (\text{IV.18})$$

$$\varphi = \frac{2 \bar{\Delta p} \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right)}{m (1 - s_{H \text{ ост}} - s_{св}) \frac{\mu_H^2 l^2}{k_H^2}}.$$

Для того чтобы получить формулу для определения времени  $t_*$  обводнения  $i$ -го пропластка с проницаемостью  $k_*$ , положим в первой формуле (IV.18)  $x_{vi}=l$ .

Тогда

$$t_* = \frac{m (1 - s_{H \text{ ост}} - s_{св}) \left( \frac{\mu_H}{k_H} + \frac{\mu_B}{k_B} \right) l^2}{2 \bar{\Delta p} k_*}. \quad (\text{IV.19})$$

Из формулы (IV.19) следует, что пропласток с очень большой проницаемостью обводнится в самом начале процесса вытеснения нефти водой из слоистого пласта.

Рассмотрим процесс вытеснения нефти водой из слоистого пласта. Для удобства сложим мысленно все пропластки этого пласта в один «штабель», причем таким образом, чтобы абсолютная проницаемость пропластков изменялась последовательно, начиная с наименьшей и кончая самой высокой.

Пусть, например, в нижней части этого «штабеля» расположен пропласток с самой большой проницаемостью, а сверху — с наименьшей проницаемостью. Согласно вероятностно-статистической модели слоисто-неоднородного пласта, суммарную толщину  $\bar{h}$  пропластков, проницаемость самого проницаемого из которых не ниже, чем некоторое значение, равное  $k$ , можно установить в соответствии с формулой закона распределения проницаемости следующим образом:

$$\bar{h}/h = F(k), \quad (\text{IV.20})$$

где  $h$  — общая толщина всех пропластков в «штабеле».

Формулу (IV.20) можно представить в дифференциальном виде, т. е. через плотность распределения, следующим образом:

$$\frac{d\bar{h}}{h} = F'(k) dk = f(k) dk. \quad (\text{IV.21})$$

Здесь  $f(k)$  — плотность вероятностно-статистического распределения абсолютной проницаемости.

Вытеснение нефти водой из слоистого пласта в целом можно рассматривать и иным образом, считая, что в некоторые слои толщиной  $\Delta h$  и проницаемостью  $k$  поступает вода с расходом  $\Delta q$ . Тогда из формул (IV.15) и (IV.18)

$$\Delta q = \frac{bk_n \Delta \bar{p} k \Delta h}{\mu_n l \sqrt{1 - \varphi k t}}. \quad (\text{IV.22})$$

С учетом (IV.21) из (IV.22), заменяя конечные приращения соответствующих величин их дифференциалами и опуская индекс  $i$ , найдем

$$dq = \frac{bk_n \Delta \bar{p} h k f(k) dk}{\mu_n l \sqrt{1 - \varphi k t}}. \quad (\text{IV.23})$$

Согласно модели поршневого вытеснения, из обводнившихся пропластков нефть не извлекается — из них поступает только вода. Обводняются, конечно, в первую очередь высокопроницаемые пропластки. В используемых в теории разработки нефтяных месторождений моделях пластов условно принимают, что в слоисто-неоднородных пластах могут быть слои с бесконечно большой проницаемостью. Таким образом, к моменту времени  $t = t_*$ , когда обводняются все слои с проницаемостью  $k \geq k_*$ , можно добывать нефть лишь из слоев с проницаемостью  $k \leq k_*$ . В соответствии со сказанным для дебита нефти из рас-

смаатриваемого слоистого пласта на основе (IV.23) получим следующее выражение:

$$q_n(t) = \frac{bk_n h \Delta \bar{p}}{\mu_n l} \int_0^{k_*} \frac{k f(k) dk}{\sqrt{1 - \varphi k t}}. \quad (\text{IV.24})$$

Дебит воды  $q_v(t)$  можно определить также с учетом указанных соображений по формуле

$$q_v(t) = \frac{bk_v h \Delta \bar{p}}{\mu_v l} \int_{k_*}^{\infty} k f(k) dk. \quad (\text{IV.25})$$

С помощью приведенных формул можно, задаваясь последовательно значениями времени  $t=t_*$ , по (IV.19) определять  $k_*$ . Затем, предполагая, что плотность вероятностно-статистического распределения абсолютной проницаемости известна, можно определить, проинтегрировав (IV.24) и (IV.25),  $q_n$ ,  $q_v$  и  $q = q_{ж} = q_n + q_v$ .

Приведенные выкладки и формулы пригодны, как уже было указано, для случаев, когда в течение всего процесса вытеснения нефти водой из слоистого пласта перепад давления не изменяется. Когда же задано условие постоянства расхода  $q_{вз}$  закачиваемой в слоистый пласт воды, получают несколько иные соотношения для определения дебитов нефти и воды, а также перепада давления, который в данном случае будет изменяться с течением времени. Если  $q_{вз} = \text{const}$ , справедливы формулы (IV.15) и (IV.16), следует при этом учитывать, что перепад давления  $\Delta \bar{p}$  — функция времени, т. е.  $\Delta \bar{p} = \Delta \bar{p}(t)$ .

Введем функцию  $\psi$ :

$$\psi = \Lambda \int_0^t \Delta \bar{p}(t) dt, \quad \Lambda = \frac{2 \left( \frac{\mu_H}{k_H} - \frac{\mu_B}{k_B} \right) k_H^2}{m (1 - s_{H \text{ ост}} - s_{CB}) \mu_H^2 l^2}. \quad (\text{IV.26})$$

Из формулы (IV.15), если ее записать относительно дифференциалов расхода  $q$  и толщины пласта  $h$ , с учетом (IV.26) получим

$$dq_{вз} = \frac{bk_H \Delta \bar{p}(t) k dh}{\mu_B l \sqrt{1 - \psi k}}. \quad (\text{IV.27})$$

Как и в случае постоянного перепада давления, при постоянном расходе закачиваемой в слоистый пласт воды к некоторому моменту времени  $t=t_*$  часть слоев окажется полностью обводненной и из них будет добываться только вода, из другой же части будут добывать безводную нефть. Поэтому полный расход закачиваемой во всю толщу слоистого пласта воды  $q_{вз}$  можно определить в результате интегрирования выражения

(IV.27) и прибавления к правой его части интеграла, учитывающего приток воды из обводнившихся слоев. Имеем

$$q_{вз} = \frac{bk_n \Delta \bar{p}(t)}{\mu_n l} \int_0^{k_*} \frac{kf(k) dk}{\sqrt{1-\psi k}} + \frac{bk_w \Delta \bar{p}(t)}{\mu_w l} \int_{k_*}^{\infty} kf(k) dk. \quad (IV.28)$$

Обучающемуся предлагается следующая процедура последовательного определения  $\Delta p(t)$ . Вначале следует задаться значением проницаемости  $k_*$ , по формуле (IV.19) определить время обводнения слоя  $t=t_*$ , после чего для данного  $t_*$  вычислить  $\psi$ . Затем определяют интегралы, входящие в формулу (IV.28), и  $\Delta \bar{p}(t)$  при заданном  $q_{вз}$ . Вычислительные операции повторяют при других меньших значениях  $k_*$  для получения зависимости  $\Delta p(t)$ .

Дебит нефти находят по формуле

$$q_n(t) = \frac{bk_n \Delta p(t)}{\mu_n l} \int_0^{k_*} \frac{kf(k) dk}{\sqrt{1-\psi k}}, \quad (IV.29)$$

а дебит воды — по формуле

$$q_w(t) = \frac{bk_w \Delta \bar{p}(t)}{\mu_w l} \int_{k_*}^{\infty} kf(k) dk. \quad (IV.30)$$

В радиальном случае при поршневом вытеснении нефти водой из отдельного слоя вместо уравнения (IV.12) будем иметь

$$q_{взi} = \frac{k_{в}k_i}{\mu_{в}} 2\pi h_i r \frac{\partial p}{\partial r}. \quad (IV.31)$$

Пусть в некоторый момент времени фронт вытеснения нефти водой в  $i$ -м слое дошел до радиуса  $r=r_{вi}$ , где пластовое давление равно  $p_{вi}$ . Тогда, интегрируя (IV.31) от радиуса скважины до радиуса  $r_{вi}$ , получим

$$q_{взi} \ln \frac{r_{вi}}{r_c} = \frac{k_{в}k_i}{\mu_{в}} 2\pi h_i (p_c - p_{вi}). \quad (IV.32)$$

В области  $r_{вi} \leq r \leq R$ , т. е. впереди фронта вытеснения, движется нефть с тем же расходом  $q_{вi} = q_{ни}$ , так что аналогично (IV.32) имеем

$$q_{ни} \ln \frac{R}{r_{вi}} = \frac{k_i k_{н}}{\mu_{н}} 2\pi h_i (p_{вi} - p_{к}). \quad (IV.33)$$

Из (IV.32) и (IV.33)

$$q_{вi} = q_{ни} = \frac{2\pi k_i \Delta p_c h_i}{\frac{\mu_{в}}{k_{в}} \ln \frac{r_{вi}}{r_c} + \frac{\mu_{н}}{k_{н}} \ln \frac{R}{r_{вi}}}; \quad \Delta p_c = p_c - p_{к}. \quad (IV.34)$$



Аналогично (IV.12) для  $i$ -го пропластка

$$q_{vi} = m(1 - s_{н\text{ ост}} - s_{св}) 2\pi r_{vi} \frac{\partial r_{vi}}{\partial t}. \quad (\text{IV.35})$$

Приравнивая правые части (IV.34) и (IV.35) и опуская индекс  $i$ , получим

$$\left( \frac{\mu_{в}}{k_{в}} \ln \frac{r_{в}}{r_{с}} + \frac{\mu_{н}}{k_{н}} \ln \frac{R}{r_{в}} \right) r_{в} \frac{dr_{в}}{dt} = \frac{k\Delta p_{с}}{m(1 - s_{н\text{ ост}} - s_{св})}. \quad (\text{IV.36})$$

Обозначим  $\rho = \frac{r_{в}}{r_{с}}$  и проинтегрируем (IV.36) при  $\Delta p_{с} = \text{const}$ . Тогда

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\mu_{в}}{k_{в}} - \frac{\mu_{н}}{k_{н}} \right) \left[ \rho^2 \left( \ln \rho - \frac{1}{2} \right) + \frac{1}{2} \right] + \frac{\mu_{н}}{k_{н}} \ln \frac{R}{r_{с}} (\rho^2 - 1) = \\ & = \frac{2k\Delta p_{с}t}{m(1 - s_{н\text{ ост}} - s_{св}) r_{с}^2}. \end{aligned} \quad (\text{IV.37})$$

Теперь можно найти время  $t = t_*$ , соответствующее началу обводнения пропластка с абсолютной проницаемостью  $k = k_*$ . Полагая  $\rho = \rho_k = R/r_{с}$ , получим

$$t_* = \frac{m(1 - s_{н\text{ ост}} - s_{св}) r_{с}^2 \left\{ \left( \frac{\mu_{в}}{k_{в}} - \frac{\mu_{н}}{k_{н}} \right) \left[ \rho_k^2 \left( \ln \rho_k - \frac{1}{2} \right) + \right. \right.}{2\Delta p_{с} k_*} \rightarrow$$

$$\left. + \frac{1}{2} \right] + \frac{\mu_{\text{H}}}{k_{\text{H}}} \ln \rho_{\text{K}} (\rho_{\text{K}}^2 - 1) \Big\} \cdot \frac{1}{2\Delta p_{\text{C}} k_{*}}. \quad (\text{IV.38})$$

Из формулы (IV.34)

$$dq_{\text{H}} = \frac{2\pi \Delta \bar{p}_{\text{C}} k dh}{\frac{\mu_{\text{B}}}{k_{\text{B}}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{r_{\text{C}}} + \frac{\mu_{\text{H}}}{k_{\text{H}}} \ln \frac{R}{r_{\text{B}}}}. \quad (\text{IV.39})$$

Интегрируя (IV.39), как и для прямолинейного случая, при  $\Delta p_{\text{C}} = \text{const}$  имеем

$$q_{\text{H}}(t) = 2\pi h \Delta p_{\text{C}} \int_0^{k_{*}} \frac{k f(k) dk}{\frac{\mu_{\text{B}}}{k_{\text{B}}} \ln \frac{r_{\text{B}}}{r_{\text{C}}} + \frac{\mu_{\text{H}}}{k_{\text{H}}} \ln \frac{R}{r_{\text{B}}}}; \quad (\text{IV.40})$$

$$q_{\text{B}}(t) = \frac{2\pi h \Delta p_{\text{C}} k_{\text{B}}}{\mu_{\text{B}} \ln \frac{R}{r_{\text{C}}}} \int_{k_{*}}^{\infty} k f(k) dk. \quad (\text{IV.41})$$

Для вычисления интеграла (IV.40) в подынтегральное выражение следует подставить  $r_{\text{B}}$  из формулы (IV.37). Поэтому в общем случае  $q_{\text{H}}(t)$  необходимо определять, по-видимому,

численным путем с использованием ЭВМ. Однако, как и в прямолинейном случае, при  $\mu_{\text{в}}/k_{\text{в}} = \mu_{\text{н}}/k_{\text{н}}$  вычисления упрощаются. Выражение (IV.40) превращается в следующую формулу:

$$q_{\text{н}}(t) = \frac{2\pi k_{\text{н}} h \Delta p_{\text{с}}}{\mu_{\text{н}} \ln \frac{R}{r_{\text{с}}}} \int_0^{k_*} k f(k) dk. \quad (\text{IV.42})$$

Необходимо задаваться величиной  $k_*$ , определять момент обводнения слоя с проницаемостью  $k = k_*$  по формуле (IV.38) и в соответствии с известным вероятностно-статистическим законом распределения абсолютной проницаемости  $q_{\text{н}}(t)$  и  $q_{\text{в}}(t)$ .







